

OSIOWO-SYMETRYCZNE POŁĄCZENIE KLEJONE O OPTYMALNYM ROZKŁADZE
NAPRĘŻEŃ STYCZNYCH W WARSTWIE KLEJU

KAROL GRUDZIŃSKI, LEON ŁABUĆ,
TADEUSZ BURDA (SZCZECIN)

1. Wstęp

Klejenie metali jest coraz szerzej stosowane w różnych gałęziach przemysłu, nie tylko do łączenia elementów cienkościennych ale również odpowiedzialnych złączy konstrukcyjnych, przenoszących znaczne obciążenia. Liczne publikacje (omówione w pracy [1]) oraz wieloletnie doświadczenia własne wskazują na szerokie możliwości zastosowania klejenia do łączenia elementów osiowo symetrycznych. Przeprowadzone badania doświadczalne wykazały [2, 3], że stosunkowo łatwo można otrzymać walcowe i stożkowe połączenia klejone o wytrzymałości równej lub nawet przewyższającej wytrzymałość łączonych elementów stalowych.

Zastosowanie klejenia do łączenia elementów osiowo symetrycznych ma szereg zalet [1] i stwarza szerokie możliwości wprowadzania nowych rozwiązań konstrukcyjnych. Niezbędnym warunkiem dla szerszego wykorzystania ich w praktyce jest jednakże opracowanie racjonalnych zasad kształtowania tego typu połączeń w oparciu o szczegółową analizę naprężeń i odpowiednio przyjęte kryteria oceny wytrzymałości.

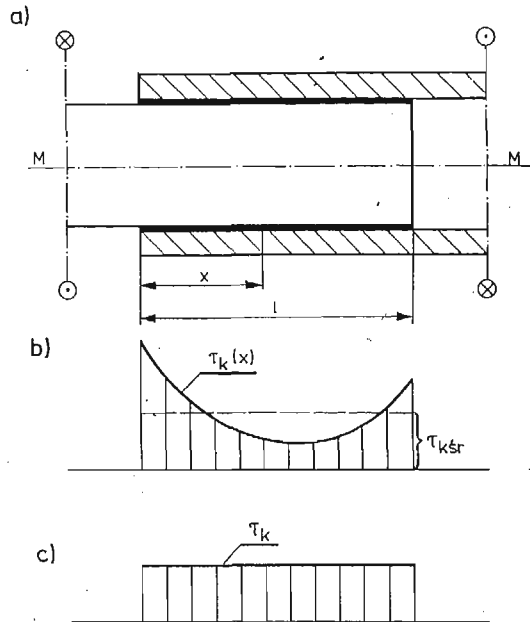
Z wcześniejszych prac [4, 5] wynika, że w walcowych połączeniach klejonych elementów o stałym przekroju poprzecznym i jednakowej grubości warstwy kleju (rys. 1a), obciążonym momentem skręcającym, występuje nierównomierny rozkład naprężeń stycznych w warstwie kleju na długości l połączenia (rys. 1b). W skrajnych przekrojach połączenia występują znaczne spiętrzenia naprężeń, podczas gdy w części środkowej są one bardzo małe. Taki rozkład naprężeń jest niekorzystny dla pracy połączenia i obniża w konsekwencji jego wytrzymałość.

Jeżeli za podstawę oceny przyjmie się kryterium maksymalnych naprężeń stycznych, występujących w warstwie kleju, to wzrost wytrzymałości połączenia uzyskać można przez obniżenie szczytowych wartości tych naprężeń i zapewnienie im bardziej równomiernego rozkładu. Najlepszą pracę połączenia i najbardziej racjonalne wykorzystanie własności wytrzymałościowych kleju uzyskuje się wtedy, gdy rozkład naprężeń stycznych na całej długości l połączenia jest równomierny (rys. 1c). Połączenie klejne, które spełnia ten warunek przyjmuje się w niniejszej pracy jako optymalne ze względu na wytrzymałość.

Z rozważań teoretycznych wynika, że równomierny rozkład naprężeń stycznych w warstwie kleju w połączeniu walcowym uzyskuje się przy założeniu doskonałej sztywności elementów łączonych. W pracach [4, 5] wykazano, że takiego założenia w odniesieniu do

połączeń osiowo-symetrycznych elementów wykonanych z metalu przyjmować nie można, pomimo że różnica wartości współczynników sprężystości metalu i kleju jest bardzo duża i sięga dwóch rzędów. Nasuwa się więc pytanie, czy istnieje możliwość zaprojektowania takiego połączenia klejonego elementów wykonanych z materiałów rzeczywistych, a w szczególności metali, w którym rozkład naprężeń stycznych w warstwie kleju będzie równo, mierny na całej długości.

Przedstawione poniżej rozważania teoretyczne dają twierdzącą odpowiedź na to pytanie. Podano trzy sposoby rozwiązania tego zadania.



Rys. 1. Walcowe połączenie klejone o stałym przekroju elementów łączonych i warstwy kleju: a) schemat połączenia, b) wykres naprężeń stycznych w warstwie kleju przy uwzględnieniu rzeczywistej sztywności elementów, c) wykres naprężeń stycznych w kleju przy założeniu doskonałej sztywności elementów łączonych

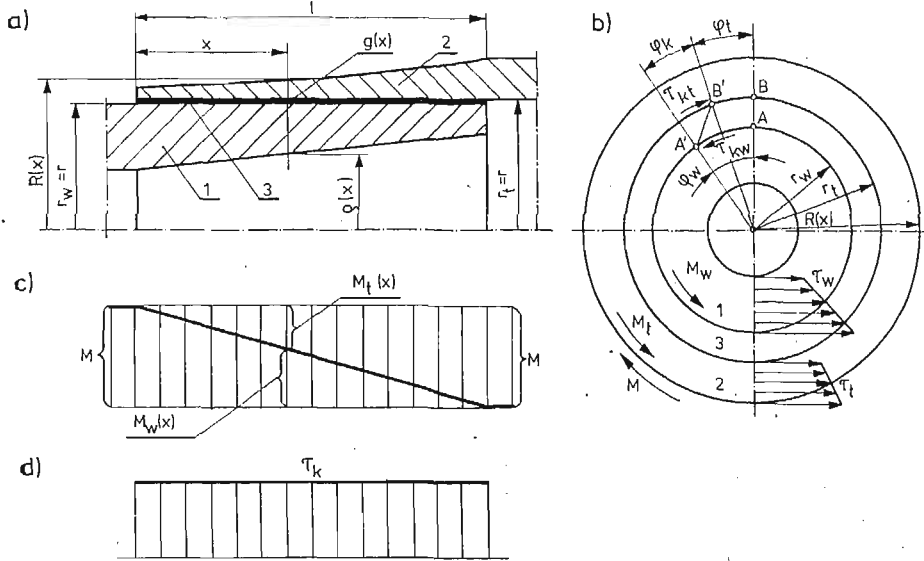
2. Model połączenia

Punktem wyjścia do rozważań nad optymalizacją wytrzymałości osiowo-symetrycznego połączenia klejonego jest jego model przedstawiony schematycznie na rys. 2, spełniający następujące założenia:

- 1) elementy łączone (wałek i tulejka) są ciałami sprężystymi osiowo-symetrycznymi o przekroju poprzecznym zmieniającym się w sposób łagodny na długości połączenia;
- 2) adhezja kleju do metalu wyklucza poślizg na powierzchniach granicznych;
- 3) przekroje poprzeczne po obciążeniu połączenia momentem skręcającym pozostają płaskie (hipoteza płaskich przekrojów), a do wyznaczenia naprężeń i odkształceń w łączonych elementach przyjmuje się wzory znane z teorii wytrzymałości materiałów;
- 4) grubość warstwy kleju jest stała w przekroju poprzecznym, natomiast może zmieniać się na długości połączenia;

5) naprężenia styczne w przekrojach poprzecznych warstwy kleju pomija się przyjmując, że moment skręcający w całości jest przenoszony przez przekroje poprzeczne wałka i tulejki (rys. 2b, c);

6) przy dostatecznie małych odkształceniach klej spełnia prawo Hooke'a dla czystego ścinania [6].



Rys. 2. Model osiowo symetrycznego połączenia klejonego o optymalnym rozkładzie naprężeń stycznych w warstwie kleju: a) i b) schemat połączenia (1 — wałek, 2 — tulejka, 3 — warstwa kleju), c) optymalny rozkład momentów skręcających wałek i tulejkę, d) optymalny rozkład naprężeń stycznych w warstwie kleju

Z rys. 2 oraz przyjętych założeń wynikają następujące zależności geometryczne i statyczne:

$$(1) \quad \varphi_t(x) + \varphi_k(x) = \varphi_w(x),$$

$$(2) \quad \frac{d\varphi_t}{dx} + \frac{d\varphi_k}{dx} = \frac{d\varphi_w}{dx},$$

$$(3) \quad M_w(x) + M_t(x) = M,$$

$$(4) \quad \frac{dM_w}{dx} + \frac{dM_t}{dx} = 0,$$

gdzie $\varphi_w(x)$, $\varphi_t(x)$, $\varphi_k(x)$ oznaczają przemieszczenia kątowe mierzone w przekroju x (rys. 2b), $M_w(x)$, $M_t(x)$ — momenty skręcające wałek i tulejkę w przekroju x , zaś M oznacza moment skręcający przenoszony przez połączenie.

Znane z wytrzymałości materiałów wzory na kąt skręcenia mają postać

$$(5) \quad \frac{d\varphi_w}{dx} = \frac{M_w(x)}{G_w I_{ow}(x)}$$

$$(6) \quad \frac{d\varphi_i}{dx} = \frac{M_i(x)}{G_i I_{oi}(x)},$$

gdzie G_w , G_i oznaczają współczynniki sprężystości poprzecznej materiałów wałka i tulejki, zaś $I_{ow}(x)$, $I_{oi}(x)$ — biegunowe momenty bezwładności przekroju wałka i tulejki.

Zmianę momentów na długości dx wyrażają wzory

$$(7) \quad \frac{dM_w}{dx} = -2\pi r_w^2 \tau_{kw}(x),$$

$$(8) \quad \frac{dM_i}{dx} = 2\pi r_i^2 \tau_{ki}(x),$$

gdzie $\tau_{kw}(x)$, $\tau_{ki}(x)$ oznaczają naprężenia styczne obwodowe na powierzchniach granicznych kleju z wałkiem i tulejką.

Po podstawieniu (7) i (8) do równania (4) otrzymuje się po przekształceniu i pominięciu znaku

$$(9) \quad \tau_{ki}(x) = \frac{r_w^2}{r_i^2} \tau_{kw}(x).$$

Ponieważ $r_w < r_i = r + g$ (gdzie g — grubość warstwy kleju), to $\tau_{ki} < \tau_{kw}$. Dla małych grubości warstwy kleju różnice będą nieistotne i można je pominąć przyjmując, że naprężenia styczne na grubości warstwy kleju i na powierzchniach granicznych są jednakowe

$$(10) \quad \tau_{ki} \approx \tau_{kw} \approx \tau_k.$$

Dla naprężeń stycznych w warstwie kleju na podstawie (7) otrzymuje się równanie

$$(11) \quad \tau_k(x) = -\frac{1}{2\pi r^2} \frac{dM_w}{dx}.$$

Chcąc otrzymać maksymalną wytrzymałość połączenia na skręcanie, zgodnie z przyjętym wcześniej kryterium, należy zapewnić równomierny rozkład naprężeń stycznych w warstwie kleju. To będzie spełnione jeżeli momenty skręcające wałek i tulejkę będą się zmieniać według następujących funkcji liniowych (rys. 2c):

$$(12) \quad M_w(x) = M \left(1 - \frac{x}{l} \right),$$

$$(13) \quad M_i(x) = M \frac{x}{l}.$$

Po uwzględnieniu (12), wzór (11) przyjmie postać

$$(14) \quad \tau_k(x) = \frac{1}{2\pi r^2} \frac{M}{l} = \text{const.}$$

W dalszych rozważaniach przyjmuje się, że zależności (12), (13) i (14) są spełnione z założenia. Z analizy zagadnienia wynika, że warunek optymalnego rozkładu naprężeń stycznych (14) może być osiągnięty poprzez odpowiednią zmianę:

- 1) przekroju poprzecznego elementów łączonych,
- 2) grubości warstwy kleju,
- 3) własności sprężystych kleju.

Przypadki te zostaną omówione po kolei.

3. Optymalna zmiana przekroju łączonych elementów

Oprócz założeń ogólnych podanych w punkcie 2 przyjmuje się obecnie dodatkowo założenie, że grubość g warstwy oraz współczynnik sprężystości G_k kleju są stałe na długości połączenia. Jako wielkości zmienne, zależne od x przyjmuje się biegunowe momenty bezwładności $I_{ow}(x)$ i $I_{ot}(x)$ przekroju łączonych elementów.

Przy założeniu równomiernego rozkładu naprężeń stycznych w warstwie kleju na długości l połączenia, kąt $\varphi_k = \text{const}$ (rys. 2b). Uwzględniając to, otrzymuje się na podstawie (2) związek geometryczny

$$(15) \quad \frac{d\varphi_w}{dx} = \frac{d\varphi_t}{dx}.$$

Po uwzględnieniu zależności (5), (6), (12) i (13), związek geometryczny (15) przyjmuje postać

$$(16) \quad \frac{I_{ot}(x)}{I_{ow}(x)} = \frac{G_w}{G_t} \frac{x}{l-x}.$$

Jeżeli założymy, że elementy łączone wykonane są z jednego materiału ($G_w = G_t$) oraz że wałek ma stały przekrój, tzn. $I_{ow} = \text{const}$, wówczas na podstawie (16) otrzymuje się

$$(17) \quad I_{ot}(x) = I_{ow} \frac{x}{l-x}.$$

Przyjmując, że przekrój wałka jest pełny, otrzymuje się wzory dla biegunowych momentów bezwładności o postaci:

$$(18) \quad I_{ow} = \frac{\pi r_w^4}{2}; \quad I_{ot}(x) = \frac{\pi R^4(x)}{2} - \frac{\pi r_t^4}{2}.$$

Dla dostatecznie cienkiej warstwy kleju można przyjąć $r_t \approx r_w = r$. Otrzymuje się wtedy na podstawie (17) funkcję określającą przebieg zmienności promienia zewnętrznego tulejki

$$(19) \quad R(\xi) = r \sqrt[4]{\frac{1}{1-\xi}},$$

gdzie: $\xi = x/l$ jest współrzędną bezwymiarową długości połączenia.

We wzorze (19) nie występuje współczynnik sprężystości G_k kleju. Wynika z tego, że wzór ten jest słuszny zarówno w zakresie odkształceń sprężystych jak i plastycznych kleju, tzn. przy małych i dużych obciążeniach momentem M , aż do zniszczenia połączenia.

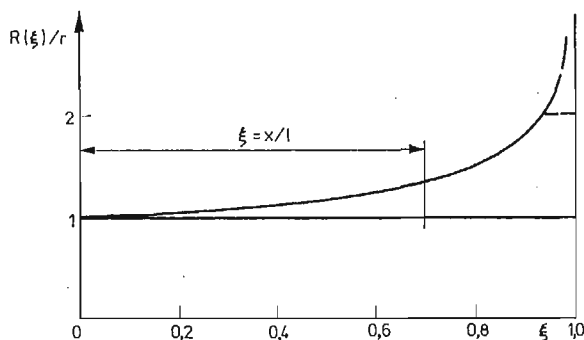
Należy dodać, że funkcja $R(\xi)$ nie zależy od konkretnej długości l połączenia. Przebieg zmienności bezwymiarowej funkcji $R(\xi)/r$ ilustrują tablica 1 i rys. 3.

Tablica 1

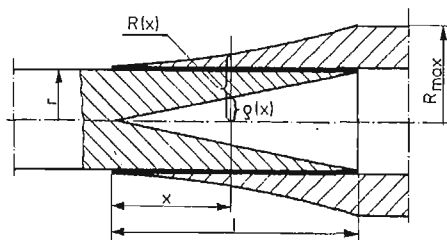
$\xi = \frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\frac{R(\xi)}{r}$	1	1,027	1,057	1,093	1,137	1,189	1,257	1,351	1,495	1,778	∞

Niedogodnością jest tutaj występowanie nieskończoności dla $\xi = 1$. W praktycznych przypadkach nieskończoność tę można zastąpić dostatecznie dużą wartością skończoną.

Powyższą niedogodność można usunąć w łatwy sposób przez zastosowanie wałka o zmiennej sztywności na długości połączenia. Jedną z praktycznych możliwości jest wykonanie otworu stożkowego, jak na rys. 4.



Rys. 3. Optymalna zmiana promienia zewnętrznego tulejki walcowego połączenia klejonego dla przypadku, gdy wałek ma przekrój stały pełny



Rys. 4. Schemat walcowego połączenia klejonego wałka i tulejki o zmiennym przekroju

Z zależności (16) wynika, że dla uzyskania równomiernego rozkładu naprężeń w warstwie kleju przy $G_t = G_w$, musi być spełniony warunek

$$(20) \quad \frac{I_{or}(x)}{I_{ow}(x)} = \frac{x}{l-x}.$$

Zgodnie z rys. 4

$$(21) \quad I_{ow}(x) = \frac{\pi}{2}(r^4 - \varrho^4), \quad \text{gdzie} \quad \varrho = r \frac{x}{l},$$

stąd

$$(22) \quad I_{ow}(\xi) = I_{ow}(1 - \xi^4)$$

gdzie $I_{ow} = \pi r^4/2$ oznacza moment biegunowy przekroju wałka pełnego, zaś $\xi = x/l$ — bezwymiarową współrzędną.

Dla tulejki biegunowy moment bezwładności przekroju jest równy

$$(23) \quad I_{oi}(\xi) = \frac{\pi}{2} [R^4(\xi) - r^4].$$

Po podstawieniu (23) i (24) do (20) oraz odpowiednich przekształceniach otrzymuje się

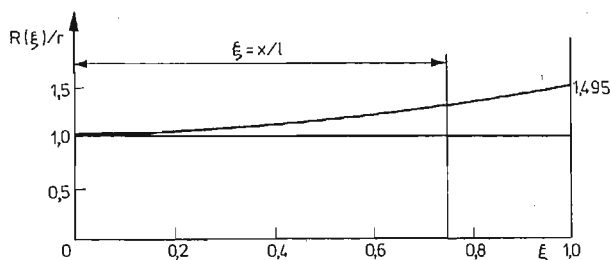
$$(24) \quad R = r \sqrt[4]{1 + \xi + \xi^2 + \xi^3 + \xi^4}.$$

Przebieg zmienności stosunku $R(\xi)/r$ ilustruje tablica 2 i rys. 5.

Z tablicy 2 widać, że promień zewnętrzny tulejki dla $\xi = 1$ ma skończoną wartość, wynoszącą $R_{\max} = 1,495 r$.

Tablica 2

$\xi = \frac{x}{l}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\frac{R(\xi)}{r}$	1	1,058	1,131	1,233	1,353	1,495



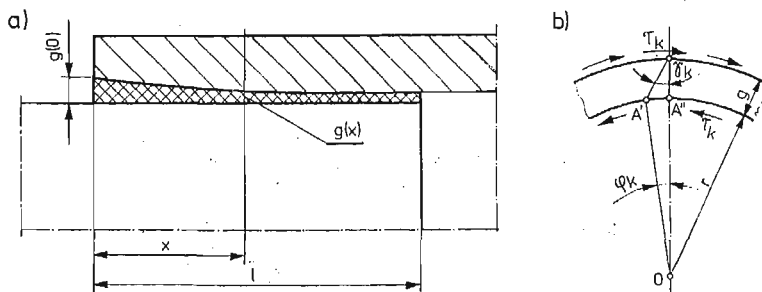
Rys. 5. Optymalna zmiana promienia zewnętrznego tulejki walcowego połączenia klejonego dla przypadku, gdy wałek ma otwór stożkowy

4. Optymalna zmiana grubości warstwy kleju

Rozważony zostanie teraz przypadek połączenia walcowego o zmiennej grubości warstwy kleju na długości l (rys. 6). Zakłada się przy tym, że stosunek sztywności na skręcanie przekrojów wałka i tulejki jest stały i występuje jako parametr B niezależny od x .

$$(25) \quad B = \frac{G_w I_{ow}}{G_t I_{ot}}.$$

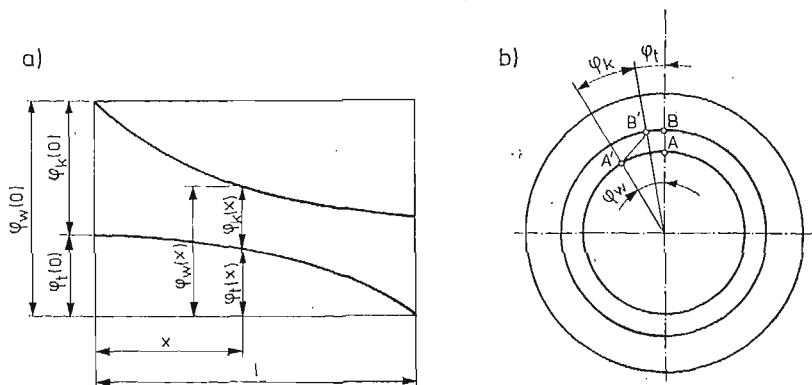
Zadanie polega obecnie na wyznaczeniu funkcji $g(x)$, opisującej zmianę grubości warstwy kleju na długości l połączenia, przy której naprężenia styczne w kleju będą miały równomierny rozkład określony zależnością (14).



Rys. 6. Walcowe połączenie klejone z warstwą kleju o zmiennej grubości: a) przekrój podłużny, b) fragment przekroju poprzecznego

Przesunięcie φ_k przekrojów poprzecznych wałka i tulejki jest wynikiem odkształcenia się warstwy kleju o kąt γ_k (rys. 6b). Przy małej grubości g w stosunku do promienia r można przyjąć zależność

$$(26) \quad \varphi_k = \frac{g}{r} \gamma_k.$$



Rys. 7. Przebiegi zmian przemieszczeń kątowych $\varphi_w(x)$, $\varphi_t(x)$ i $\varphi_k(x)$ na długości połączenia

Po uwzględnieniu prawa Hooke'a dla czystego ścinania w odniesieniu do kleju oraz zależności (14) otrzymuje się

$$(27) \quad \varphi_k(x) = \frac{g(x)\tau_k}{rG_k} = \frac{g(x)}{2\pi r^3 G_k} \frac{M}{l},$$

gdzie G_k oznacza współczynnik sprężystości poprzecznej kleju.

Warunek geometrycznej zgodności odkształceń, zgodnie z (1) ma postać (rys. 7)

$$(28) \quad \varphi_k(x) = \varphi_w(x) - \varphi_t(x).$$

Po uwzględnieniu zależności (5), (6), (12), (13) i (27) oraz warunku brzegowego dla (27), zależność geometryczną (28) można przedstawić w postaci

$$(29) \quad \frac{g(x)}{2\pi r^3 G_k} \frac{M}{l} = \frac{g(0)}{2\pi r^3 G_k} \frac{M}{l} - \frac{M \left(x - \frac{x^2}{2l} \right)}{G_w I_{ow}} + \frac{M \frac{x^2}{2l}}{G_t I_{ot}},$$

gdzie $g(0)$ oznacza grubość warstwy kleju w przekroju $x = 0$ (rys. 6a).

Z zależności (29) po dokonaniu pewnych przekształceń otrzymuje się

$$(30) \quad g(x) = g(0) - \frac{\pi r^3 G_k}{G_t I_{ot}} \left[\frac{x(2l-x)}{B} - x^2 \right],$$

gdzie B zgodnie z zależnością (25) oznacza stosunek sztywności na skręcanie przekrojów wałka i tulejki.

Dla przypadku, gdy elementy łączone wykonane są z jednakowego materiału ($G_w = G_t = G$) i mają równe co do wartości biegunowe momenty bezwładności

$$(31) \quad I_{ot} = I_{ow} = \frac{\pi r^4}{2}$$

otrzymuje się na podstawie (30)

$$(32) \quad g(x) = g(0) - \frac{4G_k l}{Gr} x \left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

Fizyczny sens rozwiązania zagadnienia wymaga, aby funkcja $g(x)$ miała wartości nieujemne na całej długości l połączenia. Z (32) wynika, że minimalna grubość warstwy kleju (przy $B = 1$) występuje w przekroju $x = l/2$ i wynosi

$$(33) \quad g_{\min} = g(0) - \frac{G_k l^2}{Gr}.$$

Stąd

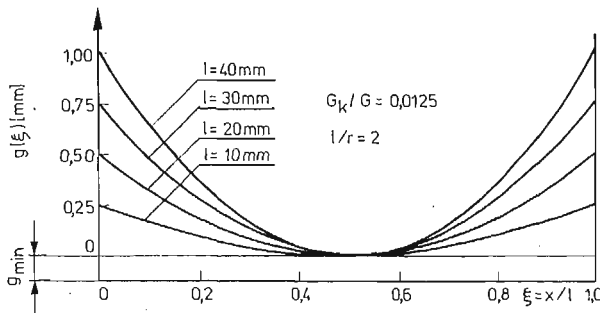
$$(34) \quad g(0) = g_{\min} + \frac{G_k l^2}{Gr}.$$

Podstawiając (34) do (32) otrzymuje się po przekształceniach

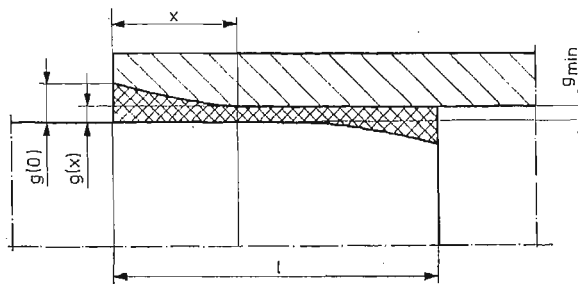
$$(35) \quad g(\xi) = g_{\min} + \frac{G_k l^2}{Gr} (1 - 2\xi)^2,$$

gdzie $\xi = x/l$, ($0 \leq \xi \leq 1$).

Funkcja (35) określa zmianę grubości warstwy kleju na długości l połączenia, przy której otrzymuje się równomierny rozkład naprężeń stycznych w kleju. Przebiegi zmian grubości warstwy kleju w zależności od długości l połączenia przy założonych stosunkach $l:r = 2$ oraz $G_k:G = 0,0125$ (dla połączenia elementów stalowych) ilustrują krzywe na rys. 8. We wzorze (35), g_{\min} jest pewną stałą i określa minimalną grubość warstwy kleju jaką należy przyjąć z warunków montażowych. Maksymalne grubości warstwy kleju występują w skraj-



Rys. 8. Optymalna zmiana grubości warstwy kleju na długości połączenia walcowego



Rys. 9. Schemat walcowego połączenia klejonego o optymalnej zmianie grubości warstwy kleju na długości l

nych przekrojach. Nie mogą one przyjmować dowolnie dużych wartości i ograniczają w sposób istotny długości l połączenia.

Praktycznie możliwą realizację połączenia o zmiennej grubości warstwy kleju pokazano na rys. 9. Przyjęcie takiego ukształtowania wałka i otworu tulejki ułatwia montaż elementów i zapewnia dobre wypełnienie szczeliny klejem oraz dobre centrowanie elementów przy dostatecznie małej grubości g_{\min} .

5. Optymalna zmiana własności sprężystych kleju

Rozważony zostanie teraz jeszcze jeden teoretycznie możliwy przypadek optymalizacji połączenia walcowego, poprzez zastosowanie kleju o zmiennych własnościach sprężystości na długości połączenia.

Zakłada się, że grubość warstwy kleju oraz stosunek sztywności na skręcanie elementów łączonych są stałe i nie zależą od współrzędnej x . Celem rozważań jest wyznaczenie i zbadanie funkcji, według jakiej musi zmieniać się współczynnik sprężystości kleju $G_k = G_k(x)$, przy żądaniu spełnienia warunków (12), (13) i (14), dotyczących liniowego rozkładu momentów skręcających i równomiernego rozkładu naprężeń stycznych w warstwie kleju.

Dla rozważanego przypadku otrzymuje się zależność analogiczną do (29), z tą różnicą, że grubość g jest teraz wielkością stałą, a współczynnik sprężystości kleju zmienną ($G_k = G_k(x)$).

$$(36) \quad \frac{gM}{2\pi r^3 l} \frac{1}{G_k(x)} = \frac{gM}{2\pi r^3 l} \frac{1}{G_k(0)} - \frac{M \left(x - \frac{x^2}{2l} \right)}{G_w I_{ow}} + \frac{M \frac{x^2}{2l}}{G_t I_{ot}},$$

gdzie $G_k(0)$ oznacza wartość współczynnika sprężystości kleju w przekroju $x = 0$.

Po przekształceniu (36) otrzymuje się

$$(37) \quad G_k(x) = \frac{G_k(0)}{1 - \frac{\pi r^3 G_k(0)}{G_t I_{ot} g} \left[\frac{2lx - x^2}{B} - x^2 \right]}.$$

Dla przypadku, gdy $G_w = G_t = G$ oraz $I_{ot} = I_{ow} = \frac{\pi r^4}{2}$ zależność (37) przyjmuje prostszą postać

$$(38) \quad G_k(x) = \frac{G_k(0)}{1 - \frac{4G_k(0)}{grG} (lx - x^2)}.$$

Z (38) wynika, że funkcja $G_k(x)$ jest symetryczna względem przekroju $x = l/2$ i osiąga maksimum w tym przekroju.

$$(39) \quad G_k \left(\frac{l}{2} \right) = G_{k \max} = \frac{G_k(0)}{1 - \frac{G_k(0)l^2}{grG}}.$$

Fizyczny sens rozwiązania zagadnienia wymaga, ażeby $G_k(x)$ było tylko dodatnie. Stąd otrzymuje się warunek

$$(40) \quad G_k(0) < \frac{grG}{l^2}.$$

Przekształcając zależność (39) otrzymuje się

$$(41) \quad G_k(0) = \frac{G_{k \max}}{1 + \frac{l^2 G_{k \max}}{grG}}$$

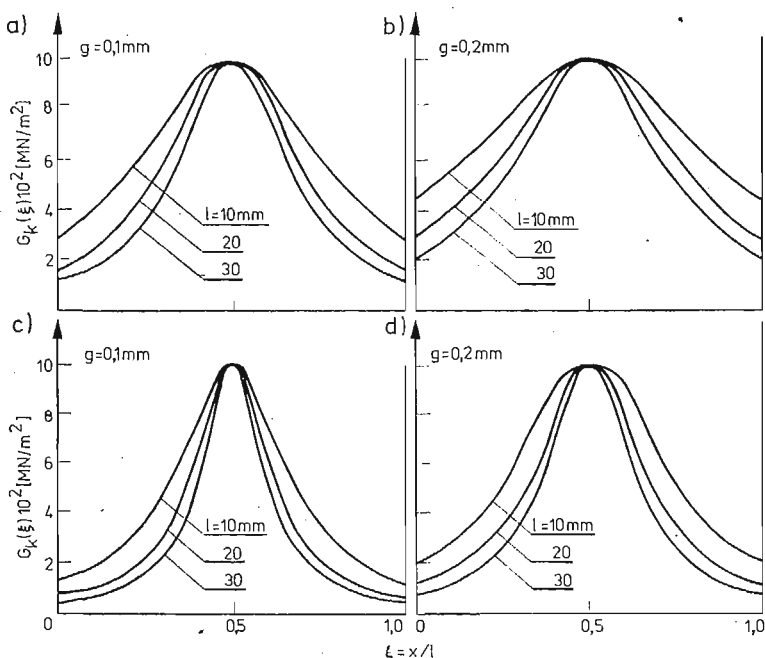
Po podstawieniu (41) do (38) i dokonaniu przekształceń, poszukiwana funkcja określająca optymalną zmianę własności sprężystych kleju na długości l połączenia przyjmuje postać

$$(42) \quad G_k(\xi) = \frac{G_{k \max}}{1 + \frac{l^2 G_{k \max}}{grG} (1 + 2\xi)^2},$$

gdzie $\xi = x/l$ — współrzędna bezwymiarowa.

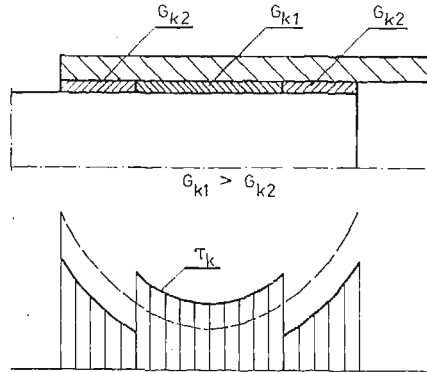
Z otrzymanej zależności (42) łatwo można odczytać wpływ każdego z występujących w niej parametrów charakteryzujących połączenie. Założenie np. doskonałej sztywności dla materiałów łączonych elementów (przyjęcie $G = \infty$) daje funkcję $G_k(\xi) = G_{k \max} = \text{const}$. Przykładowe przebiegi funkcji $G_k(\xi)$ dla połączeń walcowych elementów stalowych i duralowych, przy uwzględnieniu dwóch różnych grubości g warstwy kleju oraz trzech różnych długości l połączenia (przy stałym stosunku $l:r = 2$) przedstawiono na rys. 10. Wskazują one na ilościowy wpływ parametrów materiałowych i konstrukcyjnych. Łatwo zauważyć, że wpływ ten jest istotny.

Praktyczne wykonanie połączenia walcowego z warstwą kleju o współczynniku sprężystości poprzecznej zmieniającym się według wyznaczonej funkcji (42) jest oczywiście



Rys. 10. Optymalna zmiana współczynnika sprężystości poprzecznej kleju na długości połączenia walcowego: a) i b) — dla elementów stalowych, c) i d) — dla elementów z duraluminium

niemożliwe. Pewne korzystne efekty praktyczne, w postaci obniżenia naprężeń szczytowych w skrajnych przekrojach połączenia, można osiągnąć przez zastosowanie klejów o dwóch różnych wartościach G_k , przy czym klej o większej sztywności (G_{k1}) należy dać w części środkowej, a o mniejszej sztywności (G_{k2}) — w częściach skrajnych połączenia (rys. 11).



Rys. 11. Walcove połączenie klejone z zastosowaniem klejów o dwóch różnych współczynnikach sprężystości poprzecznej: a) schemat połączenia, b) rozkład naprężeń stycznych w warstwie kleju

6. Optymalna długość połączenia

Długość l połączenia występująca jako parametr w funkcjach (35) i (42) określających optymalną zmianę grubości $g(\xi)$ warstwy oraz współczynnika sprężystości poprzecznej $G(\xi)$ kleju, ma istotny wpływ na wartość tych funkcji w skrajnych przekrojach połączenia. Im mniejsza jest długość, tym łatwiejsza jest realizacja połączenia optymalnego w podanym wyżej sensie.

Wytrzymałość połączenia klejonego powinna być co najmniej równa wytrzymałości łączonych elementów. Maksymalny moment skręcający wałek musi spełniać warunek

$$(43) \quad M_s \leq k_s W_o = k_s \frac{\pi r^3}{2},$$

gdzie k_s oznacza dopuszczalne naprężenie na skręcanie dla materiału wałka.

Przy założeniu równomiernego rozkładu naprężeń stycznych w warstwie kleju, maksymalny moment skręcający walcowe połączenie

$$(44) \quad M_k = k_t \cdot 2\pi r^2 l,$$

gdzie k_t oznacza dopuszczalne naprężenie na ścinanie dla kleju.

Wytrzymałość połączenia będzie równa wytrzymałości wałka jeżeli

$$(45) \quad k_t 2\pi r^2 l = k_s \frac{\pi r^3}{2}.$$

Stąd optymalna długość połączenia będzie równa

$$(46) \quad l_{opt} = \frac{r}{4} \frac{k_s}{k_t},$$

a optymalny stosunek długości do promienia połączenia

$$(47) \quad \left(\frac{l}{r}\right)_{\text{opt}} = \frac{k_s}{4k_t}$$

Przyjmując dla klejów epoksydowych na podstawie badań własnych [6] $k_t = (1 \div 2)10^7$ $[\text{N/m}^2]$ oraz dla stali konstrukcyjnej $k_s = (8 \div 12)10^7$ $[\text{N/m}^2]$ otrzymuje się na podstawie (47)

$$(48) \quad \left(\frac{l}{r}\right)_{\text{opt}} = 1 \div 3.$$

Jeżeli

$$(49) \quad \frac{l}{r} > \frac{\tau_{pt}}{4k_t} = \frac{0,58R_e}{4k_t},$$

gdzie τ_{pt} — granica plastyczności przy czystym ścinaniu (według hipotezy Hubera $\tau_{pt} = 0,58 R_e$), wałek zacznie się odkształcać plastycznie. Oczywiście w takim przypadku przedstawiona teoria traci ważność.

7. Badania doświadczalne

Przedstawione powyżej rozważania i uzyskane wyniki stanowią teoretyczną podstawę do optymalnego kształtowania osiowo symetrycznych połączeń klejonych obciążonych momentem skręcającym. Należy jednak zaznaczyć, że przedstawiona teoria odnosi się do modelu połączenia, dla którego przyjęto szereg założeń upraszczających, przyjmowanych powszechnie w teorii wytrzymałości materiałów.

Dla dokonania pełnej miarodajnej oceny uzyskanych wyników rozważań teoretycznych, konieczne jest poddanie ich doświadczalnej weryfikacji. Przeprowadzenie jednakże odpowiedniego doświadczenia nastrocza zasadnicze trudności techniczne, gdyż nie są znane metody pomiaru naprężeń i odkształceń w cienkiej spoinie klejowej połączenia walcowego.

Dla uzyskania pewnych informacji o wytrzymałości osiowo-symetrycznych połączeń klejonych przeprowadzono niszczącą próbę skręcania dla 5 serii różnie ukształtowanych próbek, jak w tablicy 3. Średnica czopa, długość połączenia i grubość warstwy były dla wszystkich serii próbek jednakowe i wynosiły odpowiednio: $d = 14$ mm, $l = 10$ mm, $g = 0,05$ mm. Próbki w poszczególnych seriach różniły się średnicą zewnętrzną tulejki lub przebiegiem jej zmienności na długości połączenia. Próbki skręcano w specjalnym przyrządzie [6] na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej. Wyznaczono doraźną wartość momentu skręcającego $M_{s \max}$ niszczącego połączenie, a na jego podstawie obliczono średnią wytrzymałość na ścianie R_{tk} kleju oraz maksymalne naprężenie skręcające $\tau_{s \max}$ w przekroju wałka. Posłużono się przy tym następującymi wzorami:

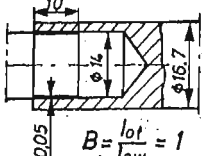
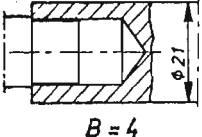
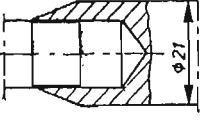
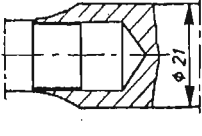
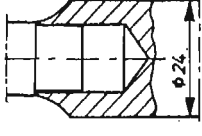
$$(50) \quad R_{tk} = \frac{2M_{s \max}}{\pi l d^2}, \quad \tau_{s \max} = \frac{M_{s \max}}{W_0} = \frac{16M_{s \max}}{\pi d^3}.$$

Badania przeprowadzono dla dwóch klejów: Epidian 57+Z1 (100:10 cz. wag) oraz Epidian 100. Wyniki próby podano w tablicy 3.

Uzyskane wyniki próby nie mogą stanowić podstawy do uogólnień, pozwalają jednak na odnotowanie pewnych uwag i wniosków o znaczeniu praktycznym.

Tablica 3

Wyniki próby skręcania osiowo symetrycznych
połączeń klejonych

Nr serii	Rysunek połączenia	Nr próbki	Epidian 57+Z1			Epidian 100		
			M_{smax}	R_{tkl}	T_{smax}	M_{smax}	R_{tkl}	T_{smax}
			N·m	N/mm ²	N/mm ²	N·m	N/mm ²	N/mm ²
I		1	113,7	36,9	212	178,0	58,0	331
		2	112,5	36,5	209	180,0	58,1	334
		3	111,3	36,2	206	173,2	56,3	321
		średn.	112,5	36,5	209	177,0	57,6	329
II		1	106,2	34,5	197	173,7	56,5	322
		2	115,0	37,4	214	172,5	56,2	320
		3	110,0	35,7	204	179,3	58,3	333
		średn.	110,4	35,9	205	175,5	57,0	325
III		1	115,5	37,5	215	176,2	57,2	327
		2	112,0	36,3	208	182,5	59,4	339
		3	113,7	37,0	211	177,0	57,5	328
		średn.	113,7	36,9	211	178,6	58,1	331
IV		1	120,0	39,0	221	189,2	61,5	351
		2	131,2	42,6	246	180,5	58,7	335
		3	118,7	38,5	221	185,8	60,4	344
		średn.	113,3	40,0	229	185,2	60,2	343
V		1	121,2	39,2	225	184,0	59,7	341
		2	116,2	37,7	216	188,0	61,0	348
		3	130,0	42,2	241	185,0	60,2	343
		średn.	122,5	39,8	227	185,7	60,3	344

1. Badane połączenia klejone o nieznaczącej długości ($l = 0,71d$) wykazały dużą wytrzymałość na obciążenia doraźne momentem skręcającym, w stosunku do wytrzymałości łączonych elementów stalowych. Zniszczenie spoiny klejonej występowało przy maksymalnych naprężeniach skręcających wałek wynoszących:

$$\text{dla Epidianu 57+Z1} \quad - \tau_{smax} = 197 \div 246 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \left(\sigma_{red} = 341 \div 425 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right),$$

$$\text{dla Epidianu 100} \quad - \tau_{smax} = 320 \div 351 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \left(\sigma_{red} = 553 \div 607 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right).$$

Badania przeprowadzono na próbkach ze stali o stosunkowo wysokiej granicy plastyczności $R_e = 650 \text{ N/mm}^2$.

2. Wytrzymałość doraźna połączeń uzyskanych przy użyciu kleju Epidian 100 była około 50% wyższa od takich samych połączeń uzyskanych przy użyciu Epidianu 57+Z1.

3. Wartości momentów $M_{s,max}$ (tabl. 3) niszczących połączenie dla wszystkich 5 serii próbek klejonych tym samym klejem różnią się nieznacznie. Połączenia z tulejką o zmiennym przekroju (serie III, IV i V) wykazały tylko nieznacznie wyższą wytrzymałość od połączeń z tulejką o stałym przekroju (serie I i II). Na pierwszy rzut oka może się wydawać, że doświadczenie nie potwierdza uzyskanych wyników rozważań teoretycznych. Głębsza analiza zagadnienia, oparta na znajomości charakterystyk ścinania ($\gamma_k = f(\tau_k)$) użytych klejów, pozwala na pełne wyjaśnienie tej pozornej niezgodności i prowadzi do wniosku, że wynik doraźnej niszczącej próby skręcania połączenia nie może być w tym przypadku użyty jako kryterium rozstrzygające o słuszności podanej teorii.

Z wykonanych obliczeń według [5] wynika, że współczynnik spiętrzenia naprężeń

$\left(\alpha_k = \frac{\tau_{k,max}}{\tau_{k,śr}} \right)$ w spoinie klejowej w zakresie odkształceń sprężystych wynosi:

dla próbek serii I — $\alpha_k = 2,0$,

dla próbek serii II — $\alpha_k = 2,4$.

Badania doświadczalne wykazały [6], że ostateczne zniszczenie przy czystym ścinaniu spoin klejowych z Epidianu 57+Z1 oraz Epidianu 100, zachodzi przy znacznych odkształceniach plastycznych tych klejów. Pomimo więc początkowo nierównomiernego rozkładu naprężeń stycznych w kleju na długości połączenia w próbkach serii I i II, w miarę wzrostu maksymalnych naprężeń i osiągnięcia przez nie granicy plastyczności, następuje znaczne wyrównanie rozkładu naprężeń przed ostatecznym zniszczeniem. Ten fakt wyjaśnia całkowicie uzyskane podczas próby w przybliżeniu jednakowe wartości momentów niszczących dla wszystkich serii przebadanych próbek.

Istotną zaletą zaproponowanych w pracy połączeń optymalnych jest to, że równomierny rozkład naprężeń stycznych w warstwie kleju występuje w zakresie odkształceń sprężystych. Ma to podstawowe znaczenie praktyczne podczas pracy tego typu połączeń, zwłaszcza przy obciążeniach zmiennych, zmęczeniowych.

Literatura cytowana w tekście

1. K. GRUDZIŃSKI, T. BURDA, L. ŁABUĆ, *Wyznaczenie stanu naprężenia w osiowo-symetrycznym połączeniu klejonym obciążonym momentem skręcającym*, Mech. Teoret. Stos., 4, 15 (1977).
2. K. GRUDZIŃSKI, J. LORKIEWICZ, *Doświadczenia własne w stosowaniu klejenia metali*, Krajowa Konf. Nauk.-Techn., nt.: Problemy Wytrzymałości Konstrukcji Klejonych, Szczecin 1972.
3. K. GRUDZIŃSKI, *Optymalizacja walcowego połączenia klejonego obciążonego momentem skręcającym*, ibid.
4. K. GRUDZIŃSKI, J. LORKIEWICZ, *Wytrzymałość na skręcanie klejonych połączeń walcowych*, Przegląd Mechaniczny, 8, 29 (1970).
5. K. GRUDZIŃSKI, J. LORKIEWICZ, *Analiza naprężeń w walcowej spoinie klejowej*, Krajowa Konf. Nauk.-Techn., nt. Problemy Wytrzymałości Konstrukcji Klejonych, Szczecin 1972.
6. K. GRUDZIŃSKI, *Badanie własności mechanicznych klejów i połączeń klejonych przy czystym ścinaniu*, ibid.

Резюме

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КЛЕЕВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ С ОПТИМАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КЛЕЮЩЕМ СЛОЕ

Рассмотрена задача об оптимальном проектировании осесимметричного клеевого соединения, нагруженного крутящим моментом. В принятой модели соединяемые элементы и слой клея рассматриваются как упруго деформируемые тела. Определены условия, при которых максимальное касательное напряжение в клеевом слое принимает минимальное значение, равное средней величине. Даны три способа осуществления такого типа соединений, путем:

1. изменения поперечного сечения соединяемых элементов,
 2. изменения толщины слоя клея,
 3. применения клеев с различными упругими свойствами.
- В заключение обсуждены результаты экспериментальных исследований.

Summary

AXI-SYMMETRIC GLUE JOINTS WITH OPTIMAL SHEARING STRESS DISTRIBUTION WITHIN THE GLUE LAYER

The paper presents the problem of optimum design of an axi-symmetric glue joint loaded by a torque. In the model assumed the elements of the joint and the glue layer are treated as elastic deformable bodies. The conditions are determined under which the maximum shearing stresses in the glue layer attain the minimum value equal to the mean value. Three methods of construction of such joints are proposed, based on:

- (1) variable cross-section of the elements of the joints;
- (2) variable thickness of the glue layer;
- (3) application of glues with various elastic properties. In conclusion, experimental results are discussed.

INSTYTUT INŻYNIERII MATERIAŁOWEJ
POLITECHNIKI SZCZECIŃSKIEJ

Praca została złożona w Redakcji dnia 6 stycznia 1978 r.