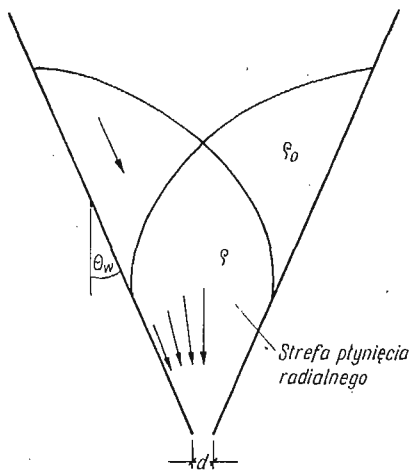


## ULTRADŹWIĘKOWA METODA BADANIA GĘSTOŚCI OŚRODKÓW ZIARNISTYCH W PROCESACH DEFORMACJI

EWA DRESCHER, RADOSŁAW MICHAŁOWSKI (WARSZAWA, POZNAŃ)

### 1. Wstęp

Wśród koncepcji praw fizycznych dla ośrodków ziarnistych istnieją związki zakładające występowanie zmian objętości w procesach deformacji [1, 2, 3]. Doświadczalna weryfikacja tych praw wymaga ciągłego pomiaru zmian gęstości ośrodka podczas trwania eksperymentu. Stosowane metody pomiaru gęstości przez pobieranie próbek o nienaruszonej strukturze zawodzą w przypadku badań modelowych gdyż prowadzą do zniszczenia modelu. Metody radiograficzne, jak dotąd, pozwalają na uzyskiwanie wyników wyłącznie o charakterze jakościowym [4, 5, 6].



Rys. 1. Schemat modelu płaskiego kanału klinowego

Wśród problemów rozwiązanych teoretycznie, oczekujących na doświadczalną weryfikację znajduje się przepływ ośrodka ziarnistego przez kanały (zbiorniki, silosy) [7]. Zagadnienie to, ważne z punktu widzenia praktyki składowania ośrodków sypkich takich jak zboże, nawozy sztuczne, cement itp., było punktem wyjścia i powodem opracowania ultradźwiękowej metody pomiaru gęstości ośrodków ziarnistych w dowolnym momencie procesu deformacji.

Metodę ultradźwiękowego pomiaru gęstości zastosowano w doświadczeniach modelowych przepływu piasku przez płaski kanał klinowy (rys. 1). Otrzymane wyniki zmian gęstości w procesie porównano z rozwiązaniem teoretycznym problemu [7].

## 2. Rozchodzenie się fal ultradźwiękowych w ośrodkach ziarnistych

Prędkość propagacji podłużnych fal ultradźwiękowych w ośrodku ziarnistym można przedstawić jako pierwiastek sumy modułu sprężystości ośrodka nieobciążonego  $\kappa_0$ , oraz modułu sprężystości kontaktowej  $\kappa_k$  [8] odniesionych do gęstości ośrodka  $\rho$ :

$$(2.1) \quad c_L = \left( \frac{\kappa_0 + \kappa_k}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}},$$

Szczegółowe omówienie tej zależności w odniesieniu do parametrów fizyko-mechanicznych ośrodków ziarnistych jest zawarte w pracy BIELINSKIEGO, MORINA i NOZDRIEWA [8], dotyczącej prędkości rozprzestrzeniania się fal ultradźwiękowych w tych ośrodkach. Wcześniejsze prace rozważające to zagadnienie to publikacje WHITE'A i SENGBUSCHA [9], CAREWEJ [10] o rozchodzeniu się fal sprężystych w piasku, oraz prace E. MATSUKAWY, A. N. HUNTERA [11], B. O. HARDINA, F. E. RICHARTA [12] i H. BRANDTA [13]. W Polsce badania nad zastosowaniem fal ultradźwiękowych do badań fizyko-mechanicznych własności gruntów prowadzili J. PAŁKA [14], oraz H. GAWDA [15].

Objętościowy moduł sprężystości ośrodka ziarnistego przedstawić można [8, 9] jako sumę objętościowego modułu sprężystości nieobciążonego ośrodka ziarnistego, oraz modułu sprężystości uwzględniającego sprężystość kontaktów pomiędzy ziarnami. Objętościowy moduł sprężystości nieobciążonego ośrodka ziarnistego wyraża się zgodnie z [8, 9] wzorem:

$$(2.2) \quad \kappa_0 = \left( \frac{1-n}{K_s} + \frac{n}{K_f} \right)^{-1},$$

gdzie:

$K_s, K_f$  — moduł sprężystości fazy stałej i ośrodka wypełniającego przestrzeń porów,  
 $n$  — porowatość ośrodka.

W tym ujęciu moduł  $\kappa_0$  określa się jako addytywną wartość sprężystych faz składowych. Gęstość ośrodka ziarnistego wyraża się wzorem:

$$(2.3) \quad \rho = (1-n)\rho_s + n\rho_f,$$

gdzie  $\rho_s$  i  $\rho_f$  oznaczają odpowiednio gęstość fazy stałej i gęstość ośrodka wypełniającego przestrzeń porów. W przypadku gdy ośrodkiem wypełniającym przestrzeń porów jest powietrze wartość  $\rho_0$  jest znacznie mniejsza w porównaniu z wartością  $\kappa_k$ . BIELINSKI, MORIN, NOZDRIEW [8] podają dla suchego piasku o porowatości 25%  $\rho_0 = 2 \cdot 10^2 \text{ MN/m}^2$  podczas gdy wartość  $\kappa_k$  wynosi  $5 \cdot 10^3 \text{ MN/m}^2$ . W ośrodkach wilgotnych wartości  $\rho_0$  są większe niż dla ośrodka suchego. Kontaktowa sprężystość wyrażona przez  $\kappa_k$  zależy od wielu parametrów takich jak: porowatość, ciśnienie, sprężyste własności faz składowych, liczba kontaktów między ziarnami.

Warunkiem stosowania teorii zaproponowanej w pracy [8] do obliczania prędkości propagacji fal ultradźwiękowych w suchym piasku i innych ośrodkach ziarnistych jest spełnienie założenia, że wielkość akustycznego ciśnienia propagującej się fali jest mała w stosunku do statycznego ciśnienia w ośrodku. Warunek ten jest spełniony w opisanych niżej badaniach doświadczalnych.

Zakładane mechanizmy propagacji fali akustycznej w ośrodku ziarnistym [8, 9] polegają na przenoszeniu się składowych sił akustycznego ciśnienia od cząsteczki do cząsteczki przez fazę stałą (ziarna piasku), przez fazę wypełniającą przestrzeń porów (w naszym przypadku powietrze) i przez kontakty między cząsteczkami. Wzajemny udział wymienionych mechanizmów propagacji wyrażają pośrednio wartości  $\kappa_k$  i  $\kappa_0$ .

Ponieważ tematem niniejszej pracy jest przedstawienie ultradźwiękowej metody pomiaru gęstości ośrodków ziarnistych poddanych deformacji, bardziej szczegółowe rozważania na temat propagacji fali przez ośrodki ziarniste o różnym stopniu rozrzedzenia, oraz porównanie wyników doświadczeń otrzymanych w pracy z teoretycznymi badaniami BIELINSKIEGO, MORINA i NOZDRIEWA będą przedmiotem osobnej pracy. Ponieważ jednak model i mechanizm propagacji fal ultradźwiękowych przedstawiony w pracy [8] z pewnymi modyfikacjami opisuje otrzymane wyniki doświadczeń przedstawione na rys. 4, 5, autorzy uważają za stosowne podać sposób wyznaczania wartości modułu sprężystości kontaktowej  $\kappa_k$ .

Z rozwiązania zagadnienia kontaktowego Hertza dla zbliżenia dwóch sprężystych kul pod działaniem siły  $P$  i przy założeniu, że zmiany ciśnienia akustycznego w danym momencie wywołują działanie na ośrodek takie jak gdyby działał nieskończenie mały przyrost ciśnienia statycznego, można określić  $\kappa_k$  jako zmianę  $\frac{dP}{dv}$ . Uwzględniając

liczbę kontaktów  $\beta_k$  przypadającą na jedną cząsteczkę, oraz odpowiadającą tej liczbie gęstość  $\Theta$  (wartości statystyczne, por. [8]), a także własności konkretnego ośrodka  $C$ , moduł sprężystości kontaktowej  $\kappa_k$  wyrazi się wzorem:

$$(2.4) \quad \kappa_k = C \left[ \frac{3}{8} \frac{\Theta^2 \beta_k^2 E^2 p}{(1-\mu^2)^2} \right]^{\frac{1}{3}}.$$

Wstawiając (2.2), (2.3) i (2.4) do (2.1) otrzymujemy za [8] wyrażenie na prędkość rozchodzenia się podłużnych fal ultradźwiękowych w ośrodku ziarnistym:

$$(2.5) \quad c_L = \left\{ \frac{\left( \frac{1-n}{K_s} + \frac{n}{K_f} \right)^{-1} + C \left[ \frac{3}{8} \frac{\Theta^2 \beta_k^2 E^2 p}{(1-\mu^2)^2} \right]^{\frac{1}{3}}}{(1-n)\rho_s + n\rho_f} \right\}^{\frac{1}{2}},$$

gdzie:  $\mu$  współczynnik Poissona fazy stałej,

$E$  moduł Younga fazy stałej,

$p$  ciśnienie hydrostatyczne,

$C$  współczynnik zależny od kształtu ziarn i kąta tarcia wewnętrznego.

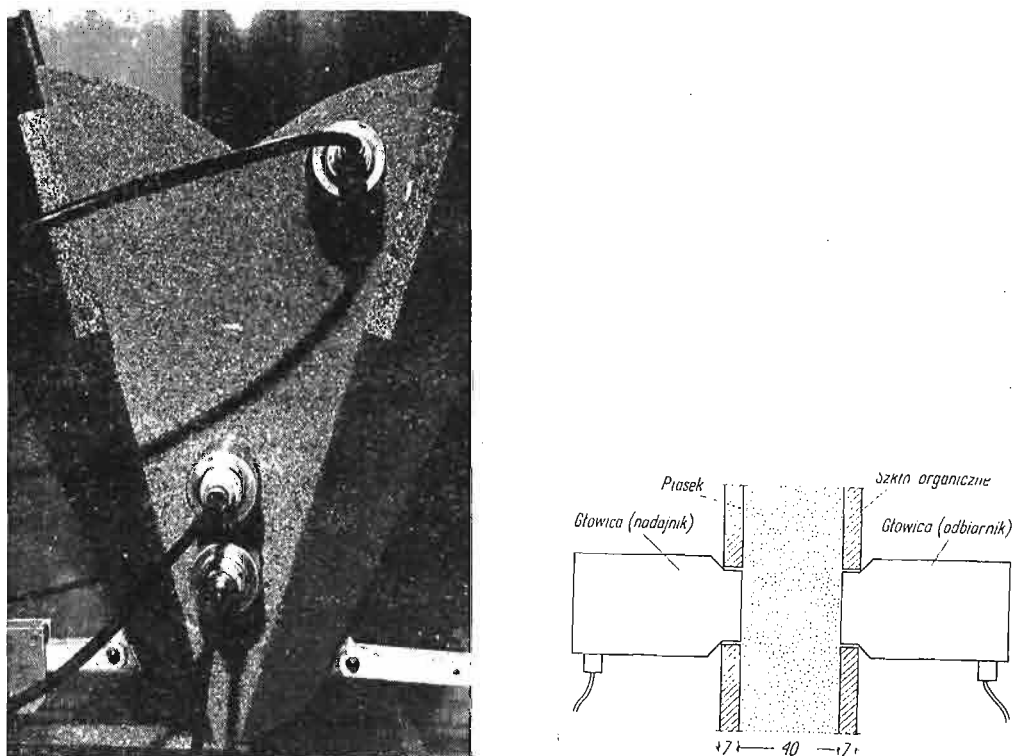
Wyrażenie (2.5) wydaje się być nieznaczoną modyfikacją wzoru na prędkość propagacji fali podłużnej w ośrodku ziarnistym podanego przez I. E. WHITE'A i R. L. SENGBUSCHA [9].

### 3. Opis doświadczeń

Istniejące ultradźwiękowe pomiary własności fizyko-mechanicznych piasków i gruntów prowadzono głównie w ośrodkach ziarnistych nawilgoconych [8, 12, 14, 15]. Wybór wilgotnego ośrodka ziarnistego na ogół jest spowodowany możliwościami energetycz-

nymi używanej aparatury ultradźwiękowej. Wysoka oporność akustyczna powietrza utrudnia i komplikuje pomiary propagacji fal ultradźwiękowych w suchych ośrodkach ziarnistych, a stosowana dotychczas do badań tych ośrodków aparatura (prod. polskiej betonoskopy BI6 [14], BI-8R-M66 [15], czy DUG, MARMOR, UZP-64, produkowane w Związku Radzieckim) charakteryzuje się niezbyt dużą dokładnością pomiaru czasu przejścia fal ultradźwiękowych (około  $2 \mu\text{s}$ ).

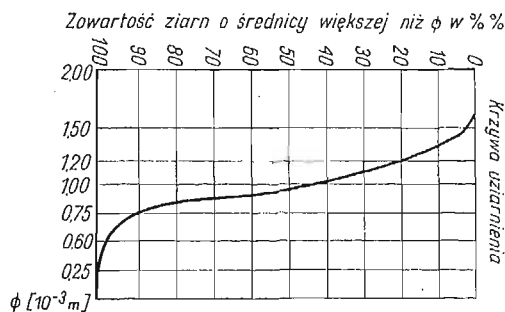
W piśmiennictwie nie napotkano badań ultradźwiękowych piasku suchego wyznaczających zmiany gęstości w procesach deformacji. W przeprowadzonych doświadczeniach zastosowano nową polską aparaturę ultradźwiękową: próbniki materiałów Unipan 541, i prototyp próbnika materiałów Unipan 542. Próbnik materiałów Unipan 541 umożliwia cyfrowy odczyt czasu przejścia fal ultradźwiękowych przez badany ośrodek z dokładnością do  $0,1 \mu\text{s}$ . Próbnik Unipan 542 pozwala na cyfrowy odczyt czasu przejścia fal ultradźwiękowych przez badaną warstwę suchego piasku z dokładnością o rząd wyższą, tj.  $0,01 \mu\text{s}$ ,



Rys. 2. Widok (a) i przekrój (b) modelu przygotowanego do badań

lecz zbyt wysoka częstotliwość i związana z tym propagacja krótkiej fali w badanym ośrodku wyeliminowały możliwość stosowania próbnika Unipan 542 dla piasku o krzywej uziarnienia przedstawionej na rys. 3. Badania wstępne oraz wyniki skalowania sprawdzono przy użyciu aparatów ultradźwiękowych Unipan 510 i 520 dla częst. 500 kHz, oraz przy użyciu betonoskopu BI-8R dla częstotliwości 40 kHz, w celu obserwacji kształtu impulsu przechodzącego przez badaną warstwę ośrodka ziarnistego. Nie stwierdzono przebudowy

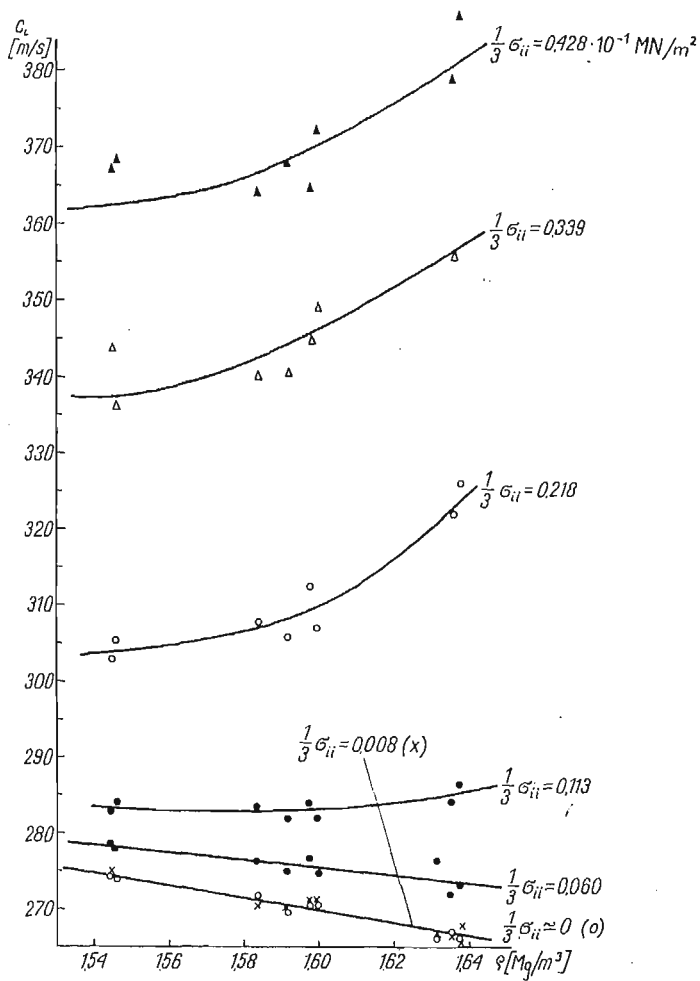
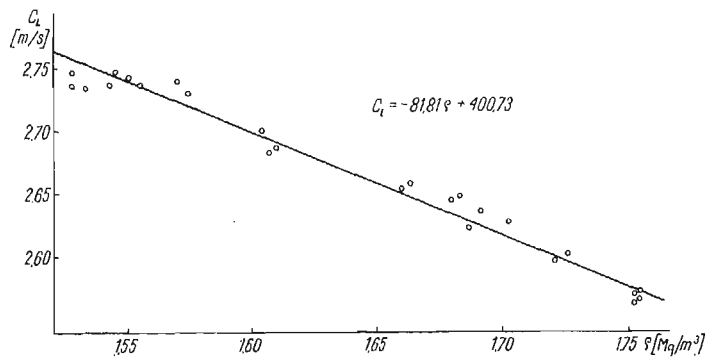
i zmiany kształtu impulsu przechodzącego przez badany suchy piasek, a jedynie zależność prędkości propagacji fal ultradźwiękowych w warunkach nieobciążonych od zmian gęstości. W tej sytuacji zdecydowano się na cyfrowy odczyt zmian czasu przejścia fal ultradźwiękowych podczas badań modelowych. Długość fal ultradźwiękowych propagujących się w badanym suchym piasku o różnej gęstości zmieniała się w prowadzonych doświadczeniach od  $6,4 \cdot 10^{-3}$ – $7,0 \cdot 10^{-3}$  m dla największych gęstości. Autorzy uważają, że badany suchy piasek o krzywej uziarnienia przedstawionej na rys. 3 może być dla rozchodzącej się fali podłużnej o częstotliwości 40 kHz traktowany jako ośrodek ciągły.



Rys. 3. Krzywa uziarnienia piasku użytego do badań

Ultradźwiękową metodę pomiaru gęstości zastosowano do badań nad przepływem piasku przez płaski kanał (rys. 1). Istniejące wyniki badań radiograficznych i przewidywania teoretyczne [4, 5, 6, 7] wskazują na zróżnicowanie gęstości strefy płynięcia radialnego w stosunku do pozostałego obszaru. Do badań wykorzystano model kanału z drewnianymi ścianami bocznymi umieszczonymi między dwoma płytami ze szkła organicznego. Dla uniknięcia rezonansowych drgań płyt wykonano naprzeciwległe otwory, w których umieszczono głowice (rys. 2b). Sposób usytuowania głowic był zgodny z przewidywanymi strefami różnej gęstości (rys. 2a). W przeprowadzonych doświadczeniach nie stosowano żadnych substancji sprzęgających głowice nadajnika i odbiornika z badanym ośrodkiem.

W celu wyznaczenia funkcji  $c_K = c_L(\rho)$  przy  $\frac{1}{3}\sigma_{ii} = \text{const}$  ( $\frac{1}{3}\sigma_{ii}$  — ciśnienie hydrostatyczne w ośrodku) dokonano pomiarów prędkości propagacji fal ultradźwiękowych w suchym piasku (zbadana laboratoryjnie wilgotność wynosiła 0,03%) dla różnych gęstości  $\rho$ . Krzywą uziarnienia piasku pokazano na rys. 3. Dla każdej wartości gęstości dokonywano 20 odczytów czasu przejścia fal ultradźwiękowych przez ośrodek, a uzyskane wyniki uśredniano. Rys. 4a przedstawia funkcję  $c_L = c_L(\rho)$  dla  $\frac{1}{3}\sigma_{ii} \simeq 0$ , rys. 4b pokazuje uzyskane zależności dla różnych wartości ciśnienia hydrostatycznego, a rys. 5 zależności prędkości od  $\frac{1}{3}\sigma_{ii}$  dla różnych gęstości. Rozrzut punktów widoczny na rysunkach był spowodowany niejednorodnością gęstości ręcznie usypywanego piasku. Dla danej stałej gęstości uzyskiwano powtarzalność odczytów czasu przejścia fali w granicach 0,5% (0,3%).

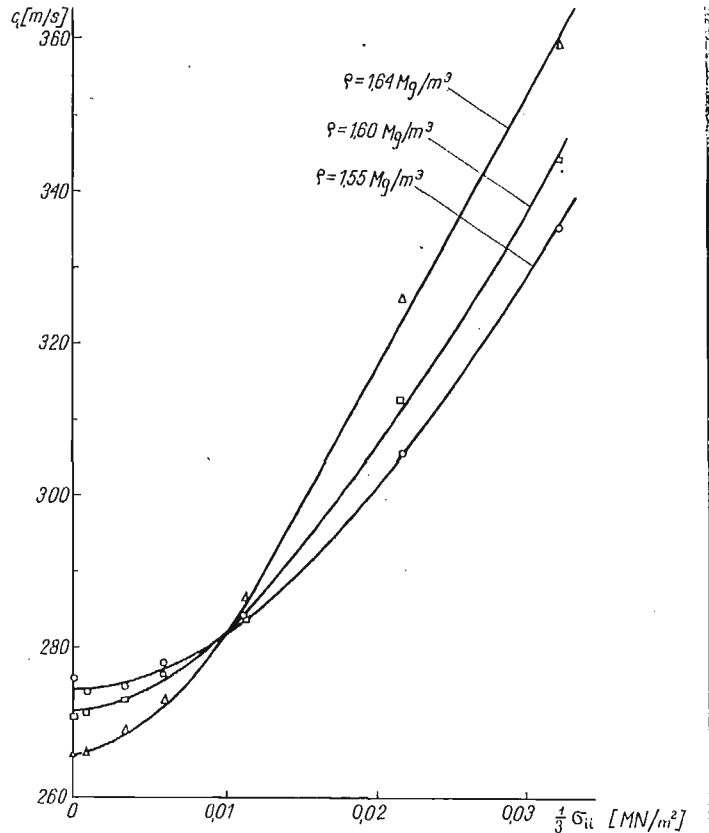


Rys. 4. Wykres funkcji  $c_L = c_L(\rho)$ .

a) dla  $\frac{1}{3} \sigma_{ii} \approx 0$

b) dla różnych wartości ciśnienia hydrostatycznego

Model przygotowany do badań pokazano na rys. 2a. Badania przeprowadzono dla różnych kątów rozwarcia kanału  $\theta_w$ , oraz szerokości otworu wylotowego  $d$ . Uzyskane wyniki wykazały wyraźną różnicę gęstości między obszarami zaznaczonymi na rys. 1, ponadto stwierdzono nieściśliwość strefy płynięcia radialnego. Obliczenia wartości  $\frac{1}{3} \sigma_{ii}$  wykonane metodą Janssena wykazały, że wielkość ta zmienia się dla modelu o grubości 40 mm bardzo nieznacznie tj. do wartości  $8,2 \cdot 10^{-4} \text{ MN/m}^2$  (obliczenia wykonano dla



Rys. 5. Wykres zależności prędkości fal podłużnych od ciśnienia hydrostatycznego dla różnych wartości gęstości

wyznaczonych laboratoryjnie wartości kąta tarcia wewnętrznego piasku  $\varphi = 38^\circ$ , kąta tarcia piasku o płyty  $\varphi_w = 15^\circ$  i średniego ciężaru objętościowego piasku  $\gamma = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ MN/m}^3$ ). Ponieważ tak małe zmiany ciśnienia hydrostatycznego nie powodują istotnych zmian w prędkości fali  $c_L$  (por. rys. 4b), wartości gęstości w czasie procesu przepływu obliczano wykorzystując funkcję skalowania dla  $\frac{1}{3} \sigma_{ii} \simeq 0$  (rys. 4a). Porównanie uzyskanych wartości gęstości z rozwiązaniem teoretycznym problemu przepływu ośrodka sypkiego przez płaski kanał [7] potwierdziło słuszność przyjętego założenia nieściśliwości strefy wypływu radialnego. Uzyskane wyniki przemawiają za przyjęciem niestowarzyszonego z warunkiem Coulomba prawa płynięcia dla modelowanego zadania brzegowego.

## 4. Wnioski

- 4.1. Przedstawiona metoda pomiaru gęstości ciał ziarnistych wykorzystuje zależność prędkości propagacji podłużnych fal ultradźwiękowych od gęstości ośrodka. Metoda nadaje się do zastosowania we wszelkich badaniach modelowych związanych z deformacją ośrodka sypkiego. Dotychczas stosowana metoda radiograficzna [4, 5, 6] pozwalała na wnioski o charakterze jakościowym, a użycie metody ultradźwiękowej ograniczało się do badania gruntów wilgotnych i ich zachowania się pod obciążeniem. Zaletą zaproponowanej metody jest łatwość skalowania, natychmiastowy cyfrowy odczyt czasu przejścia fal ultradźwiękowych przez badaną warstwę ośrodka oraz duża powtarzalność wyników (pkt. 3).  
Pewnym ograniczeniem metody w przypadku ośrodków suchych jest konieczność stosowania modeli o niewielkich grubościach (rzędu kilku centymetrów) ze względu na dużą oporność akustyczną powietrza.
- 4.2. Osiągnięciem autorów jest uzyskanie zależności  $c_L = c_L(\rho)$  przy małych ciśnieniach (0-0,01 MN/m<sup>2</sup>, rys. 5). Problem ten dla suchego ośrodka ziarnistego ze względu na trudności eksperymentalne nie był dotąd zbadany. Zagadnienie propagacji fal ultradźwiękowych w ośrodku silnie rozrzedzonym przy małych ciśnieniach będzie tematem osobnej pracy.
- 4.3. Zastosowanie metody do problemu przepływu ośrodka ziarnistego przez płaski kanał klinowy potwierdziło słuszność przyjętych w rozwiązaniu teoretycznym [7] założeń. Uzyskane wyniki mają zastosowanie w praktyce składowania ośrodków sypkich (np. zbóż, nawozów sztucznych, cementu) w zasobnikach i silosach.

## Literatura cytowana w tekście

1. A. W. JENIKE, R. T. SHIELD, *On the Plastic Flow of Coulomb Solids Beyond Original Failure*, J. Appl. Mech., Trans. ASME, **4**, 1959.
2. Z. MRÓZ, K. KWASZCZYŃSKA, *Pewne problemy brzegowe dla ciał rozdrobnionych o wzmocnieniu gęstościowym*, Rozprawy Inżynierskie, **19**, 1, 1971.
3. A. DRESCHER, Z. MRÓZ, *Podstawy mechaniki ośrodków rozdrobnionych*, Ossolineum, 1972.
4. J. O. CUTRESS, R. F. PULFER, *X-ray investigations of flowing powders*, Powder Technol., **1**, 1967.
5. P. L. BRANSBY, P. M. BLAIR-FISH, R. G. JAMES, *An investigation of the flow of granular materials*, Powder Technol., **8**, 1973.
6. P. L. BRANSBY, P. M. BLAIR-FISH, *Initial deformations during mass flow from a bunker*, Powder Technol., **11**, 1975.
7. A. DRESCHER, T. W. COUSENS, P. L. BRANSBY, *Kinematics of granular material during mass flow through a plane hopper*, University of Cambridge, Dep. Eng., **35**, 1976.
8. B. A. BIELINSKI, D. W. MORIN, W. F. NOZDRIEW, *O prędkości rozprzestrzeniania się ultradźwiękowych fal w ośrodku ziarnistym (ros.)*, Naucznyje Trudy, **47**, 28, Moskwa, 1975.
9. I. E. WHITE, R. L. SENGBUSCH, *Velocity measurements in nearsurface formations*, Geophysics, **18**, 1, 1953.
10. N. W. CAREWA, *Rozprzestrzenianie się fal sprężystych w piasku (ros.)*, wyd. AN ZSRR, ser. geofiz., **9**, 1956.
11. E. MATSUKAWA, A. N. HUNTER, *The variation of sound velocity with stress in sand*, Proc. Phys. Soc., London, B69, 1956.



12. B. O. HARDIN, F. E. RICHART Jr.: *Elastic wave velocities in granular soils*, Proc. ASCE, 89, SM1, 1963.
13. H. BRANDT, *A study of the speed of sound in porous granular media*, J. Appl. Mech., 22, 1955.
14. J. PAŁKA, *Zastosowanie fal ultradźwiękowych do badania właściwości fizyko-mechanicznych gruntów* TNEB, Warszawa 1961.
15. H. GAWDA, *Badanie fizyko-mechanicznych własności gruntu metodami akustycznymi*, praca doktorska, Lublin 1973.

## Р е з ю м е

АКУСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛОТНОСТИ ЗЕРНИСТЫХ СРЕД  
В ПРОЦЕССАХ ДЕФОРМАЦИИ

В работе предложен акустический метод измерений плотности зернистых сред в процессе деформации. Представлен метод, в котором использована зависимость между скоростей распространения продольных ультразвуковых волн а плотностью и гидростатическим давлением среды. Метод может быть использован в экспериментальных исследованиях связанных с деформацией зернистой среды.

Приложение метода показано на примере исследования течения сухого песка в плоским клинообразным канале.

## S u m m a r y

THE ACOUSTIC METHOD OF MEASURING THE DENSITY OF GRANULAR  
MEDIA IN PLANE DEFORMATION PROCESS

The acoustic method of measuring the density of granular media in plane strain condition is proposed. The method is based on the relation between the velocity of acoustic longitudinal wave density and hydrostatic pressure, and can be used in experimental study of deformation of granular media.

The application of the method is shown in investigation of flow of dry sand through the plane hopper.

IPPT PAN  
POLITECHNIKA POZNAŃSKA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 8 kwietnia 1978 r.*

---