

ANALIZA NAPRĘŻEŃ TERMOSPĘŻYSTYCH W PEWNYM PRZYPADKU KARBU PRZYKRAWĘDZIOWEGO

ANDRZEJ KICZKO
ZBIGNIEW ORŁOŚ

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

1. Wstęp

Problem określenia wartości naprężeń termosprężystych w elementach z korbami ma ważne znaczenie praktyczne. Przykładami mogą być elementy płaskie względnie przestrzenne zawierające małe karby, w postaci wcięć względnie otworów położonych w pobliżu obciążonej cieplnie powierzchni modelu. Zagadnienie oceny lokalnego wpływu tego rodzaju nieciągłości kształtu było przedmiotem niektórych prac badawczych zarówno krajowych jak i zagranicznych [1], [2], [3]. Wyniki badań nie posiadają jeszcze jednoznacznego ujęcia ze względu na stosowanie różnych koncepcji określania tzw. współczynnika spiętrzenia naprężeń termosprężystych oraz trudności w porównywaniu uzyskanych różnymi metodami danych.

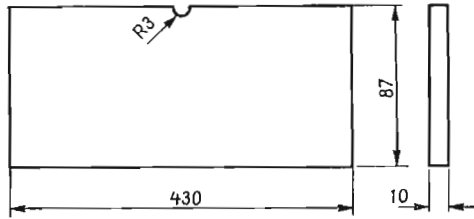
Celem badań własnych było określenie spiętrzenia naprężeń termosprężystych w przykrawędziowym zewnętrznym karbie półkolistym w obciążonym cieplnie elemencie płaskim. Badania przeprowadzono metodą elastooptyczną oraz przeprowadzono obliczenia numeryczne metodą elementów skończonych.

2. Badania doświadczalne

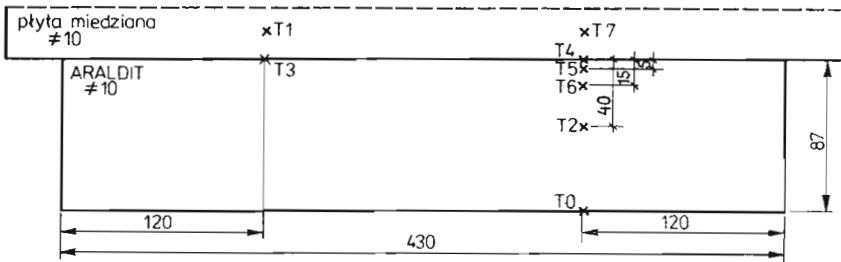
2.1. Model i układ obciążenia cieplnego. Przedmiotem badań doświadczalnych był wykonany z kompozycji epoksydowej Araldit B model w postaci płaskownika z przykrawędziowym karbem półkolistym (rys. 1).

Kształt modelu przedstawiono na rys. 1.

W celu pomiaru temperatur w modelu zastosowano 6 termoelementów miedź — konstantan (rys. 2). Wklejono je w otworach wywierconych w modelu, tak aby złącze termoelementu znajdowało się w połowie jego grubości. Przewody wyprowadzone po przeciwnych stronach modelu, ułożone były wzdłuż izoterm dla zapobieżenia ewentualnemu niepożądanemu przepływowi ciepła do miejsca pomiaru temperatury.

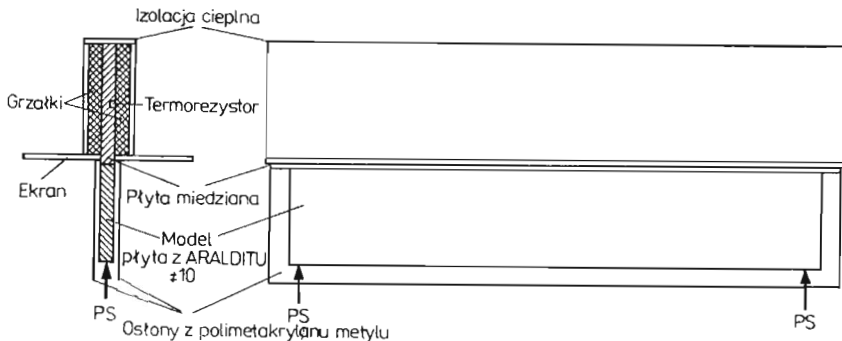


Rys. 1. Model do badań elastoptycznych z karbem półkolistym.



Rys. 2. Model z punktami pomiaru temperatur.

Obciążenie cieplne modelu realizowano w układzie pokazanym schematycznie na rys. 3, za pomocą płaskownika miedzianego z zespołem grzałek. Do stabilizacji temperatury służył regulator RL 1 z termorezystorem umieszczonym w wyłobieniu płaskownika miedzianego. Moc wydzielana na grzałkach była regulowana płynnie w granicach od 80 do 300 W.



Rys. 3. Schemat układu obciążenia cieplnego, gdzie: PS — podpory sprężyste

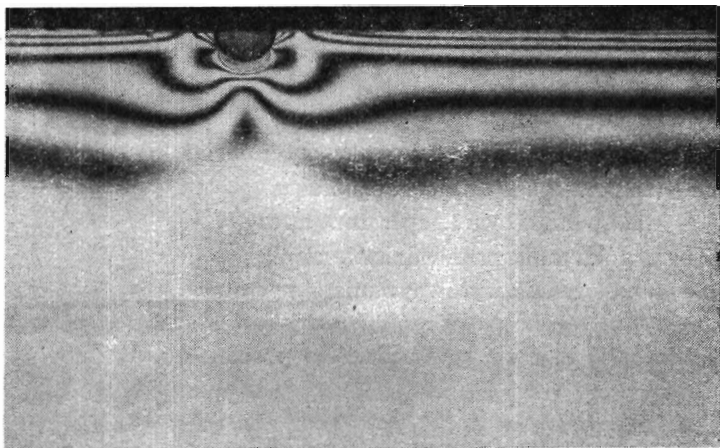
W celu zminimalizowania wpływu konwekcji grzanie realizowano od góry. Ponadto zastosowano poziome ekrany i dwustronne osłony z polimetakrylanu metylu tworzące pod płytą grzejną zamknięty obszar, w który od dołu wprowadzony był model. Powierzchnia modelu na styku z elementem grzejnym pokryta była pastą silikonową — Silpasta E.

2.2. Pomiar temperatur. Temperatury wybranych punktów modelu zapisywano w kodzie ISO-7 za pomocą rejestratora ośmiokanałowego typ KB 5502 z przedwzmacniaczem

i dziurkarki DT 105. Układ dawał możliwość rejestracji napięć z 8 termoelementów w czasie jednej sekundy z okresem repetycji 1, 2, 4 lub 8 sekund. Ze względu na małe przewodnictwo cieplne Aralditu B stosowano najdłuższy czas repetycji — 8 s. Po odczycie zmierzone napięcia były przeliczone zgodnie z krzywą wzorcowania termoelementów. Układ dawał możliwość pomiaru temperatury z dokładnością $\pm 0,2$ K.

W omawianych badaniach wpływu płytkich karbów przykrawędziowych dążono do uzyskania takiego pola temperatury jakie występowało by w elemencie bez karbu. W tym celu wewnątrz karbu umieszczona była luźno wkładka z tego samego materiału co model, pokryta pastą silikonową. W celu oceny jednorodności pola temperatur określono rozkład temperatur w modelu metodą termowizyjną za pomocą aparatury f-my AGA uzyskując potwierdzenie przyjętego założenia.

2.3. Badania elastooptyczne. Model z układem grzejnym umieszczony był w polaryskopie o polaryzacji kołowej. Rejestracji izochrom dokonywano w świetle sodowym w ciemnym polu widzenia. Dla uzyskania większej zdolności rozdzielczej fotografowano zawierający karb obszar modelu o wymiarach 50×40 mm². Na podstawie negatywu lokalizowano izochromy z dokładnością $\pm 0,1$ mm. Stosowano również punktowy pomiar rzędów izo-



Rys. 4. Izochromy całkowite w obszarze karbu po 360 s od początku obciążenia cieplnego.

chromy kompensatorem liniowym f-my Photolastic model 532, w świetle białym. Ten sposób pozwala jednoznacznie określić rząd izochromy w wybranych punktach modelu.

Na rys. 4 przedstawiono przykład obrazu izochrom całkowitych w obszarze sąsiadującym z karbem, uzyskany po 360 s od początku obciążenia cieplnego.

3. Badania analityczne i numeryczne

3.1. Zastosowane metody badań. W teoretycznej analizie pola temperatury i naprężeń termosprężystych w modelu zastosowano dwie metody, a mianowicie: obliczenia numeryczne w systemie WAT-KM (MES), obliczenia analityczne przy wykorzystaniu szczególnego rozwiązania równania przewodnictwa cieplnego w „późniejskończonyj” tarczy.

3.2. Obliczenia numeryczne. Obliczenia numeryczne prowadzono programami systemu WAT-KM: Płaskie zadanie teorii sprężystości i termosprężystości [4]. Zastosowano podział modelu na 916 elementów.

Do obliczeń przyjęto wartości stałych materiałowych odpowiadające temperaturze 308 K. Obliczenia rozkładu temperatur prowadzono dla 18 kroków czasowych równych po 100 s przy czym temperatury brzegu ogrzanego przyjęto w poszczególnych krokach zgodnie z wartościami, otrzymanymi w badaniach doświadczalnych. Na pozostałych brzegach modelu założono istnienie izolacji cieplnej. Dla wybranych kroków czasowych wyznaczono rozkłady naprężeń termosprężystych.

3.3. Obliczenia analityczne. Do analizy pola temperatury wewnątrz modelu wykorzystano niektóre zależności charakteryzujące w przybliżeniu to pole i oparte na rozwiązaniu analitycznym równania przewodnictwa cieplnego Fouriera. Jedno z uwzględnionych rozwiązań analitycznych dotyczyło rozkładu temperatur w tarczy podlegającej jednostronnie obciążeniu źródłem ciepła o temperaturze T_z , przy założonym stałym współczynniku przejmowania ciepła α . Pole temperatury T określonej bezwymiarowym parametrem ϑ określa wzór:

$$\vartheta = \frac{T - T_0}{T_z - T_0} = \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{at}} - \exp\left(\frac{\alpha x}{\lambda} + \frac{\alpha^2}{\lambda^2} at\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + \frac{\alpha}{\lambda}\sqrt{at}\right), \quad (1)$$

gdzie:

- x — odległość od krawędzi podlegającej obciążeniu cieplnemu,
- T — temperatura tarczy w odległości x ,
- T_0 — stała początkowa temperatura tarczy,
- λ — współczynnik przewodnictwa ciepła,
- a — współczynnik wyrównywania temperatury,
- t — czas.

Dla $x = 0$ zależność (1) daje się sprowadzić do postaci:

$$\vartheta = 1 - \exp\left(\frac{\alpha^2}{\lambda^2} at\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha}{\lambda}\sqrt{at}\right), \quad (2)$$

lub:

$$\vartheta = 1 - \exp(\operatorname{Bi}^2 \cdot \operatorname{Fo}) \operatorname{erfc}(\operatorname{Bi} \cdot \sqrt{\operatorname{Fo}}), \quad (2')$$

gdzie:

$$\operatorname{Bi} = \frac{\alpha H}{\lambda} \text{ — liczba Biota,}$$

$$\operatorname{Fo} = \frac{at}{H^2} \text{ — liczba Fouriera,}$$

$$H \text{ — szerokość płaskownika.}$$

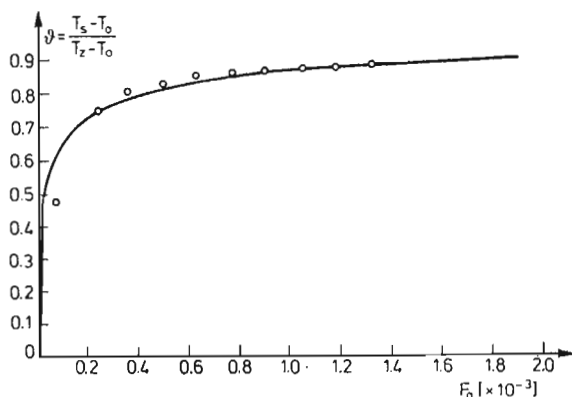
Stwierdzono, że zależności te opisują z dostateczną dokładnością przebieg zmian temperatury dla liczb Fouriera mniejszych od 0,2.

4. Analiza wyników

4.1. Pole temperatury. Analiza wyników pomiarów temperatury przeprowadzona była tak, aby uzyskać możliwie pełny obraz obciążenia cieplnego umożliwiający ilościową ocenę zachodzącego zjawiska. W obliczeniach numerycznych jako warunek brzegowy przyjęto temperaturę określoną na podstawie pomiarów (por. p. 3.2). W pomiarach tych wyznaczono orientacyjną wartość liczby Biota uzyskując $Bi = 140$.

Analiza otrzymanych wyników obliczeń numerycznych wskazuje, że wymieniona wartość liczby Biota odpowiada średniej wartości tej liczby w rozpatrywanym przedziale czasu obciążenia cieplnego.

Wyznaczona wartość współczynnika wyrównania temperatury materiału modelowego wynosiła $a = 0,132 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$.



Rys. 5. Zmiany temperatury ścianki modelu podlegającego obciążeniu cieplnemu w funkcji czasu.

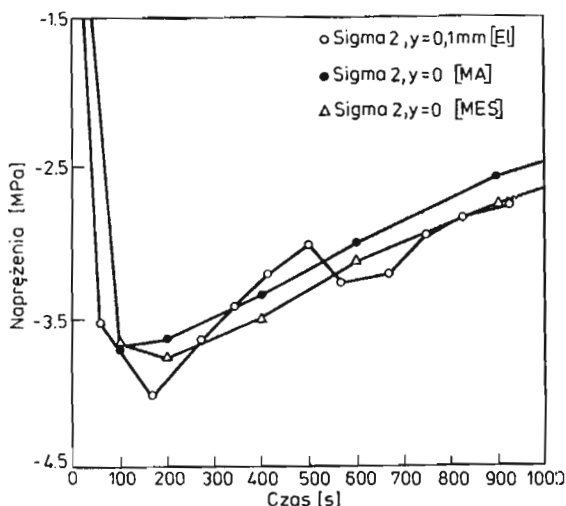
Na rys. 5 przedstawiono wykres charakteryzujący zmiany temperatury T_s obciążanej cieplnie ścianki.

Parametr bezwymiarowy $\vartheta = \frac{T_s - T_0}{T_z - T_0}$ zależy od czasu wyrażonego przez liczbę F_0 dla ustalonej wartości liczby Biota równej $Bi = 140$. Wykres na rys. 5 dotyczy przedziału czasu od 0 do ok. 100 s.

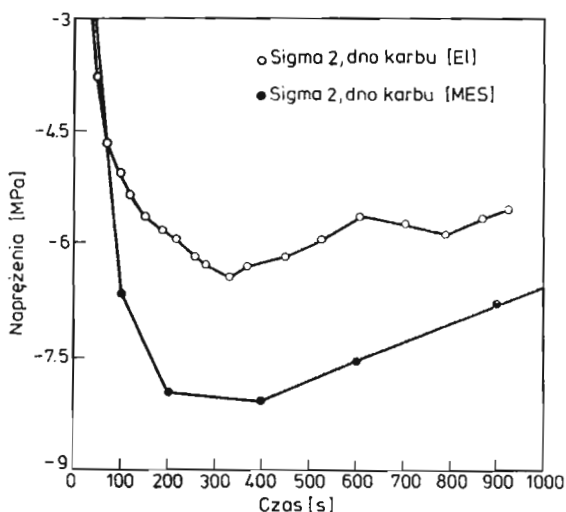
Linia ciągłą przedstawiono temperatury powierzchni ogrzewanej modelu obliczone w/g zależności (2), kółkami — temperatury wyznaczone doświadczalnie.

4.2. Stan naprężenia. Analiza naprężeń termosprężystych wskazuje na występowanie spiętrzenia w bezpośrednim sąsiedztwie rozpatrywanego karbu. Spiętrzenie to ma charakter lokalny.

Na rysunkach 6 i 7 przedstawiono wykresy naprężeń brzegowych w funkcji czasu w obszarach poza karbem i w dnie karbu. Naprężenia brzegowe były wyznaczone trzema sposobami: na podstawie badań elastoptycznych (EI), metodą elementów skończonych (MES) i za pomocą rozwiązania analitycznego (MA — tylko poza karbem).



Rys. 6. Naprężenia ciepłe brzegowe (SIGMA 2) poza karbem wyznaczone metodą elastoptyczną (EI), analityczną (MA) z równania (3) oraz metodą elementów skończonych (MES).



Rys. 7. Naprężenia ciepłe brzegowe (SIGMA 2) w dnie karbu półkolistego wyznaczone metodą elastoptyczną (EI) i metodą elementów skończonych (MES).

W rozwiązaniu analitycznym naprężenia normalne σ_x w poprzecznym przekroju płaskownika obliczono ze wzoru [6]:

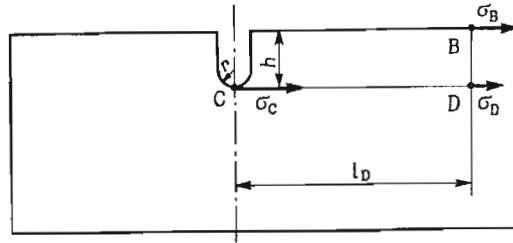
$$\sigma_x = \beta ET(y) + \frac{1}{2c} \int_{-c}^c \beta ET(y) dy + \frac{3y}{2c^3} \int_{-c}^c \beta ET(y) y dy, \quad (3)$$

gdzie: x i y — osie układu współrzędnych (x — oś płaskownika, y — oś symetrii poprzecznego przekroju płaskownika),

β — współczynnik rozszerzalności materiału modelowego,
 $E = E(T)$ — moduł sprężystości wzdłużnej materiału modelowego,
 $T(y)$ — temperatura w punkcie o współrzędnej y ,
 c — połowa wysokości przekroju poprzecznego modelu płaskownika.

Do określenia rozkładu temperatury wykorzystano dane doświadczalne, aproksymowane krzywą 2-go stopnia (metoda przybliżona Biota [7]).

Oznaczmy przez σ_C , σ_B i σ_D odpowiednio naprężenia występujące w punkcie C dna karbu, punkcie B — brzegu modelu poza zasięgiem wpływu karbu i punkcie D położonym w odległości od brzegu modelu równej głębokości karbu (rys. 8).



Rys. 8. Położenie punktów pomiarowych.

Przyjmijmy następujący związek między wymienionymi naprężeniami:

$$\sigma_C = \sigma_D + 2C \sqrt{\frac{h}{r}} (b\sigma_B + d\sigma_D), \quad (4)$$

gdzie:

C, b, d — stałe współczynniki,
 h — głębokość karbu,
 r — promień karbu.

We wzorze tym czynnik $2\sqrt{\frac{h}{r}}$ przyjęto z uwagi na podaną przez Neubera zależność określającą maksymalne naprężenia w dnie płytkiego karbu w równomiernie rozciąganym płaskowniku. Na podstawie wyników badań własnych stosując regresję liniową otrzymano wzór w postaci szczegółowej dla $h = r$:

$$\sigma'_C = \sigma_D + 2,08(0,22\sigma_B + 0,78\sigma_D). \quad (5)$$

Należy zauważyć, że w analizie naprężeń termosprężystych w rowkach cieplnych wałów turbin zbliżoną do (5) zależność zaproponował Płotkin [5].

W tabl. 1 zestawiono wartości naprężeń σ_C , σ_B i σ_D wyznaczone z obliczeń numerycznych w zestawieniu z odpowiednimi naprężeniami σ'_C obliczonymi z wzoru (5). Wartości procentowych odchyłek δ określonych wzorem

$$\delta = \frac{\sigma'_C - \sigma_C}{\sigma_C} \cdot 100\%$$

nie przekraczają 5,4%.

Tabela 1

Zestawienie naprężeń wyznaczonych na podstawie MES

| t | σ_C | σ_B | σ_D | σ'_C | δ |
|------|------------|------------|------------|-------------|----------|
| s | MPa | MPa | MPa | MPa | % |
| 100 | -6,65 | -3,86 | -2,00 | -7,01 | 5,4 |
| 200 | -7,95 | -4,13 | -2,32 | -7,86 | -1,1 |
| 400 | -8,08 | -3,76 | -2,42 | -8,07 | -0,1 |
| 600 | -7,53 | -3,27 | -2,3 | -7,52 | -0,1 |
| 900 | -6,82 | -2,81 | -2,11 | -6,82 | 0 |
| 1200 | -6,06 | -2,45 | -1,89 | -6,08 | 0,3 |

W tabl. 2 przedstawiono wartości naprężeń wyznaczonych metodą elastoptyczną w punktach C , B i D oraz naprężenia σ'_C określonego wzorem (5). Bezwzględne wartości procentowych odchyłek δ nie przekraczają w tym przypadku 10%.

Tabela 2

Zestawienie naprężeń wyznaczonych na podstawie badań elastoptycznych

| t | σ_C | σ_B | σ_D | σ'_C | δ |
|------|------------|------------|------------|-------------|----------|
| s | MPa | MPa | MPa | MPa | % |
| 150 | -5,2 | -2,8 | -1,3 | -4,69 | -9,8 |
| 180 | -5,0 | -2,6 | -1,4 | -4,86 | -2,8 |
| 330 | -5,5 | -2,8 | -1,75 | -5,97 | +8,5 |
| 600 | -4,7 | -2,4 | -1,5 | -5,03 | +7 |
| 1200 | -4,3 | -2,25 | -1,35 | -4,56 | +6 |
| 1800 | -4,0 | -1,9 | -1,25 | -4,15 | +3,7 |

5. Wnioski

Z przedstawionej analizy zagadnienia naprężeń termosprężystych w modelach doświadczalnym i teoretycznym płaskownika z przykrawędziowym płytkim karbem półkolistym wynika kilka ważnych wniosków:

- 1) W przypadku przyjętego sposobu obciążenia cieplnego występują wyraźne związki naprężeń cieplnych w dnie karbu z naprężeniami w warstwach przykrawędziowych modelu w obszarze sąsiadującym z karbem lecz poza zasięgiem jego wpływu.
- 2) Charakter zmienności w czasie wymienionych naprężeń cieplnych jest podobny, przy czym, w przypadku części gładkiej brzegu widać dobrą zgodność wartości określonych trzema różnymi sposobami (por. rys. 7);
- 3) Jeżeli chodzi o naprężenia w dnie karbu to mimo zbliżonego charakteru ich zmienności w czasie, wartości naprężeń określone metodami $E1$ i MES różnią się o ok. 20%. Można to wyjaśnić wpływem zależności od temperatury charakterystyk mechanicznych i ciepl-

nych materiału modelowego. Wpływu tego nie uwzględniono w obliczeniach numerycznych.

- 4) Maksymalne naprężenia w części gładkiej brzegu modelu występują wcześniej od odpowiednich naprężeń w karbie.
- 5) Do określenia wartości naprężeń w karbie można wykorzystać wzór (5) otrzymując dobrą zgodność z omawianymi wynikami badań.

Literatura

1. A. F. EMERY, J. A. WILLIAMS, J. AVERY, *Thermal-stress Concentration Caused by Structural Discontinuities*, Experimental Mechanics, Dec. 1969, str. 558 - 564.
2. M. TSUJI, M. ODA, *Investigation of Photothermoelasticity by means of Heating*, Journal of Thermal Stresses no. 2, 1979, str. 215 - 232.
3. W. JARZĘBOWSKI, *Termospężyste spiętrzenia naprężeń w zmiennych w czasie polach temperatur*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Mechanika z. 88. Warszawa 1984.
4. *Plaskie zadanie teorii sprężystości i termospężystości*, System WAT — KM, Warszawa 1979.
5. Е. П. Плоткин, *Расчет температурных напряжений в системе тепловых канавок на поверхности роторов паровых турбин*, Теплоэнергетика — 1983, № 6, с. 18 - 23.
6. B. E. GATEWOOD, *Thermal Stresses*, Mc GRAW HILL BOOK COMPANY, INC. 1957.
7. B. A. BOLEY, J. H. WEINER, *Theory of Thermal Stresses*, John Wiley and Sons. Inc 1960. (tłum. ros. MIR 1964).
8. M. P. HEISLER, *Transient Thermal Stresses in Slabs and Circular Pressure Vessels*, Journal of Applied Mechanics, vol 20 no 2. June 1953.

Резюме

АНАЛИЗ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В СЛУЧАЕ ВНЕШНЕЙ ВЫТОЧКИ В ПОЛОСЕ

В работе представлено исследование концентрации температурных напряжений в полосе с внешней выточкой.

Получено экспериментальную зависимость между максимальным напряжением в окрестности выточки и напряжениями в большом расстоянии от выточки.

Summary

THERMAL — STRESS ANALYSIS IN A CASE OF PLANE BEAM WITH A NOTCH

Transient thermal stresses in the vicinity of a half-circular notch have been determined experimentally by photoelasticity method and numerically by the finite element method.

An empirical relation has been established between the maximum stress at the notch and the stresses at long distance from the notch.

Ptaca wplynęła do Redakcji dnia 6 stycznia 1988 roku.