

STABILNOŚĆ STANU JEDNORODNEJ FLUIDYZACJI GAZOWEJ (ANALIZA DWUWYMIAROWA)

PAWEŁ WIEWIÓRSKI

Politechnika Łódzka

W ramach modelu dwu przenikających się ośrodków ciągłych rozważono stabilność stanu jednorodnego gazowego złoża fluidalnego. Rozważono przypadek dwuwymiarowych zaburzeń, co stanowi rozszerzenie w stosunku do poprzednich prac. Wyprowadzono ogólne zależności określające związki dyspersyjne dla zaburzeń stanu jednorodnego. Pozwala to przewidywać stabilizujący wpływ bocznych ścianek ograniczających. Podano wyniki obliczeń numerycznych dla szczególnego przypadku warunków brzegowych.

Wykaz symboli

$\hat{a}_0$ — prędkość dźwięku w czystym gazie,

$$D_0 = \frac{\hat{\rho}_{v_0}}{\hat{K}_0} \left(\frac{\partial \hat{K}}{\partial \hat{\rho}_0} \right)_0,$$

$$E_0 = \frac{\hat{G}_0 \Theta_0}{\hat{\rho}_{v_0} \hat{u}_{v_0}^2 s (1 - \Theta_0)},$$

$\hat{g}$ — przyspieszenie grawitacyjne (w obliczeniach przyjęto $\hat{g} = 9.81 \text{ m/s}^2$),

$\hat{G}(\bar{\Theta}) = -\frac{\partial p_d}{\partial \bar{\Theta}}$ — moduł sprężystości fazy cząstek,

$$H_0 = \frac{1}{\hat{K}_0} \left(\frac{\partial \hat{K}}{\partial \bar{\Theta}} \right)_0,$$

i — wersor osi x ,

$$i = \sqrt{-1},$$

k_x, k_y — liczby falowe, $k_{x,y} = (\hat{k}_{x,y}) \cdot \hat{L}$,

$\hat{K}_0(\Theta_0, \hat{u}_{v_0}, \hat{r}_p, \hat{v}_v)$ — funkcja wymiany pędu między fazami

(przyjęto do obliczeń relację Erguna: $\hat{K}_0 = 150(1 - \Theta_0)^2 \rho_{v_0} \hat{v}_v / \Theta_0 (2\hat{r}_p)^2$,

$2\hat{L}$ — szerokość złoża,

$$M_0 = \hat{u}_{v_0} / \hat{a}_0,$$

p — ciśnienie, $p = \hat{p} / \hat{p}_{00}$,

*) Praca wykonana w ramach problemu CPBP 02.01 koordynowanego przez IPPT PAN.

$$R_{01} = \frac{\hat{L}\hat{u}_{v_0}\hat{\varrho}_{v_0}(1-\Theta_0)s}{\hat{\mu}_{d_0}},$$

$$R_{02} = \frac{\hat{L}\hat{u}_{v_0}\hat{\varrho}_{v_0}(1-\Theta_0)s}{\hat{\lambda}_{d_0} + \frac{1}{3}\hat{\mu}_{d_0}},$$

$$R_0 = \left(\frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{02}} \right)^{-1},$$

r_j — pierwiastki równań (10'),

$$s = \hat{\varrho}_d / \hat{\varrho}_{v_0},$$

$$S_0 = \frac{\hat{K}_0}{\hat{\varrho}_{v_0}} \frac{\hat{L}}{\hat{u}_{v_0}},$$

t — czas, $t = \hat{t}(\hat{u}_{v_0}/L)$,

$\mathbf{u}(u_x, u_y)$ — wektor prędkości, $\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}}/\hat{u}_{v_0}$,

$\hat{u}_{v_0}$ — prędkość fluidyzacji,

$v = \eta/k_x$ — prędkość fazowa fali, $v = \hat{v}/\hat{u}_{v_0}$,

x, y — współrzędne (x — skierowane ku górze), $x, y = (\hat{x}, \hat{y})/\hat{L}$,

α_j — stałe dowolne w rozwiązaniach ogólnych (10),

β — współczynnik tarcia,

η — częstość fali, $\eta = \hat{\eta}(\hat{L}/\hat{u}_{v_0})$,

$\bar{\Theta}$ — porowatość (dla stanu jednorodnego $= \Theta_0$),

$\Theta = \bar{\Theta}/\Theta_0$,

ξ — współczynnik wzmocnienia fali, $\xi = \hat{\xi}(\hat{L}/\hat{u}_{v_0})$,

ϱ — gęstość masy, $\varrho = \hat{\varrho}/\varrho_{v_0}$,

$\hat{\lambda}_d, \hat{\mu}_d$ — efektywna (makroskopowa) lepkość dylatacyjna i ścinania fazy cząstek,

$$\bar{\mu}_d = \hat{\lambda}_{d_0} + (4/3)\hat{\mu}_{d_0},$$

$\hat{\nu}_v$ — mikroskopowa lepkość kinematyczna gazu (w obliczeniach przyjęto

$$\hat{\nu}_v = 0.1548 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}),$$

τ_{xy} — naprężenie styczne,

$$\varphi = \xi - i\eta,$$

$\Phi(y)$ — funkcje $y(V_x, V_y, D_x, D_y, T, R, P \in \Phi)$, patrz wzór (7),

('), (o) oznaczają odpowiednio wielkości zaburzone oraz niezaburzone (stan jednorodny),

symbole z „^” lub bez „^” oznaczają odpowiednio wielkości wymiarowe lub bezwymiarowe,

indeksy (v) oraz (d) odnoszą się odpowiednio do fazy gazowej i fazy cząstek.

1. Wprowadzenie

Z dotychczasowych analiz stabilności stanu jednorodnej fluidyzacji prowadzonych w ramach opisu dynamiki układu za pomocą modelu dwu przenikających się ośrodków ciągłych wynika, że stan jednorodny jest niestabilny w stosunku do małych zaburzeń,

a zwiększenie ilorazu (s) gęstości masy materiału cząstek i gęstości płynu powoduje znaczący wzrost stopnia niestabilności, t.j. wzrost dodatnich współczynników wzmocnienia fal niestabilności, np. [1]. Eksperymentalne badania rozwoju fal niestabilności w złożu cieczowym [4] potwierdziły wynikający z jednowymiarowej liniowej analizy [5] potęgowy, w początkowej fazie wzrost amplitudy biegnących w górę złoża fal niestabilności.

Taka jednowymiarowa analiza, bez uwzględnienia ściśliwości czynnika fluidyzującego, została rozciągnięta na przypadek złoża gazowego [6, 7, 9]. Wynika z niej, że stabilny stan jednorodny złoża gazowego jest możliwy, o ile parametr charakteryzujący sprężystość fazy cząstek (fazy dyspersyjnej) osiągnie odpowiednio dużą wartość graniczną (G_{0*}). Postuluje się [7, 9], że za pojawienie się odpowiednio dużej sprężystości fazy dyspersyjnej są odpowiedzialne siły kohezji, co powoduje istnienie mechanicznej struktury tej fazy. W pracy [10] analizowano wpływ ściśliwości czynnika fluidyzującego na związki dyspersyjne fal niestabilności w przypadku jednowymiarowym i stwierdzono pewien nieznaczny destabilizujący wpływ ściśliwości gazu.

Bardziej złożona, dwuwymiarowa analiza [2, 3] dotycząca powstawania niestabilności typu konwekcyjnego w złożu o ograniczonych wymiarach, pokazała stabilizujące działanie zwiększonego spadku ciśnienia na dystrybutorze czynnika fluidyzującego. Tym niemniej, eksperymentalna próba weryfikacji dla złoża cieczowego pokazała, że w okolicznościach, dla których teoria przewidywała niestabilność — rzeczywiście ją obserwowano, natomiast w odwrotnym przypadku teoretyczne przewidywania nie zawsze się sprawdzały [11, 9].

Z drugiej strony, wspomniane już badania złoża cieczowego [4, 5] przy nieobecności niestabilności typu konwekcyjnego (wyciszonych dużym spadkiem ciśnienia na dystrybutorze), pokazują rozwój biegnących ku górze złoża fal. Można przypuszczać, że stabilizacja tego typu fal jest istotna w przypadku gazowego złoża drobnych cząstek (które ekspandują w sposób jednorodny do pewnej wartości Θ_0) ponieważ współczynniki wzmocnienia fal mimo dużej wartości (s) są niewielkie z powodu małych średnic cząstek [10]. Tym czynnikiem stabilizującym może być obecność bocznych ścian ograniczających.

Zbadanie tego efektu w przypadku gazowego złoża drobnych cząstek jest celem prezentowanej pracy.

2. Liniowa analiza stabilności

Równanie opisujące dynamikę układu dwufazowego w ramach modelu dwu przenikających się i oddziałujących ze sobą ośrodków ciągłych [1, 2, 9] (równania zachowania masy i pędu dla obydwu faz — fazy gazowej (indeks „ v ”) i rozproszonej fazy stałej (indeks „ d ”)) mają następującą postać:

$$-\frac{\partial}{\partial t} (\hat{\rho}_v \bar{\Theta}) + \hat{\nabla} \cdot (\hat{\rho}_v \bar{\Theta} \hat{\mathbf{u}}_v) = 0, \quad (1a)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} (\hat{\rho}_d (1 - \bar{\Theta})) + \hat{\nabla} \cdot ((1 - \bar{\Theta}) \hat{\rho}_d \hat{\mathbf{u}}_d) = 0, \quad (1b)$$

$$\hat{\varrho}_v \bar{\Theta} \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_v}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_v \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_v \right) = -\bar{\Theta} \hat{\nabla} \hat{p} - \hat{K}(\hat{\mathbf{u}}_v - \hat{\mathbf{u}}_d) - \hat{\varrho}_v \bar{\Theta} \hat{\mathbf{g}} \mathbf{i} + \\ - \varepsilon(1 - \bar{\Theta}) \hat{\varrho}_v \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_v}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_v \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_v - \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_d}{\partial \hat{t}} - \hat{\mathbf{u}}_d \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_d \right), \quad (1c)$$

$$\hat{\varrho}_d(1 - \bar{\Theta}) \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_d}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_d \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_d \right) = -(1 - \bar{\Theta}) \hat{\nabla} \hat{p} + \hat{K}(\hat{\mathbf{u}}_v - \hat{\mathbf{u}}_d) + \\ - \hat{\varrho}_d(1 - \bar{\Theta}) \hat{\mathbf{g}} \mathbf{i} + \varepsilon(1 - \bar{\Theta}) \hat{\varrho}_v \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_v}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_v \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_v - \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_d}{\partial \hat{t}} - \hat{\mathbf{u}}_d \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_d \right) + \\ + \hat{G} \hat{\nabla} \bar{\Theta} + \hat{\nabla} \cdot (\hat{\mu}_d (\hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_d + \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_d)) + \hat{\nabla} \cdot ((\hat{\lambda}_d - 2/3 \hat{\mu}_d) \hat{\nabla} \cdot \hat{\mathbf{u}}_d). \quad (1d)$$

Stacjonarne rozwiązanie równań (1) opisujące stan jednorodnej fluidyzacji (indeks „o”) otrzymuje się przez uwzględnienie w (1):

$$\hat{\varrho}_v = \hat{\varrho}_{v_0}, \varrho_d = \text{const}, \hat{\mathbf{u}}_v = \hat{\mathbf{u}}_{v_0} = \hat{\mathbf{u}}_{v_0} \cdot \mathbf{i}, \hat{\mathbf{u}}_d = 0, \bar{\Theta} = \Theta_0,$$

tak więc:

$$\hat{\nabla} \hat{p}_0 = -(\Theta_0 \hat{\varrho}_{v_0} + (1 - \Theta_0) \hat{\varrho}_d) \hat{\mathbf{g}} \mathbf{i}, \quad (2a)$$

$$\hat{K}_0 \hat{\mathbf{u}}_{v_0} = \Theta_0(1 - \Theta_0)(\hat{\varrho}_d - \hat{\varrho}_{v_0}) \hat{\mathbf{g}} \mathbf{i}. \quad (2b)$$

Poszukując odpowiedzi na pytanie co do stabilności (2) linearyzuje się (1) podstawiając ((') oznacza małe zaburzenie stanu jednorodnego (o)):

$$\left. \begin{aligned} \hat{p} &= \hat{p}_0 + \hat{p}', & \hat{\mathbf{u}}_v &= \hat{\mathbf{u}}_{v_0} \cdot \mathbf{i} + \hat{\mathbf{u}}'_v, & \hat{\mathbf{u}}_d &= \hat{\mathbf{u}}'_d, \\ \bar{\Theta} &= \Theta_0 + \bar{\Theta}', & \hat{\varrho}_v &= \hat{\varrho}_{v_0} + \hat{\varrho}'_v, \\ \text{oraz:} & & \hat{p}' &= \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{\varrho}_v} \bigg|_0 \hat{\varrho}'_v = \hat{\alpha}_0^2 \hat{\varrho}'_v, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

odrzucając człony wyższego niż pierwszy rzędu oraz uwzględniając (2). Otrzymuje się w ten sposób układ równań opisujący dynamikę małych zaburzeń stanu jednorodnego.

Równania te mają postać następującą:

$$\hat{\nabla} \cdot \hat{\mathbf{u}}'_v = - \left(\frac{1}{\Theta_0} \frac{\partial \bar{\Theta}'}{\partial \hat{t}} + \frac{1}{\hat{\varrho}_{v_0}} \frac{\partial \hat{\varrho}'_v}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_{v_0} \cdot \left(\frac{1}{\Theta_0} \frac{\partial \bar{\Theta}'}{\partial \hat{x}} + \frac{1}{\hat{\varrho}_{v_0}} \frac{\partial \hat{\varrho}'_v}{\partial \hat{x}} \right) \right), \quad (4a)$$

$$\hat{\nabla} \cdot \hat{\mathbf{u}}'_d = \frac{1}{1 - \Theta_0} \frac{\partial \bar{\Theta}'}{\partial \hat{t}}, \quad (4b)$$

$$\hat{\varrho}_{v_0} \Theta_0 \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_v}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_{v_0} \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}'_v \right) + \varepsilon_0(1 - \Theta_0) \hat{\varrho}_{v_0} \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_v}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_{v_0} \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}'_v - \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_d}{\partial \hat{t}} \right) = \\ = -\Theta_0 \hat{\nabla} \hat{p}' - \hat{K}_0(\hat{\mathbf{u}}'_v - \hat{\mathbf{u}}'_d) + \hat{K}_0 \hat{\mathbf{u}}_{v_0} \cdot \left(\left(\frac{1}{\Theta_0} - H_0 \right) \bar{\Theta}' - \left(\frac{1}{(1 - \Theta_0)(s - 1)} + D_0 \right) \frac{\hat{\varrho}'_v}{\hat{\varrho}_{v_0}} \right), \quad (4c)$$

$$\hat{\varrho}_d(1 - \Theta_0) \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_d}{\partial \hat{t}} - \varepsilon_0(1 - \Theta_0) \hat{\varrho}_{v_0} \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_v}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_{v_0} \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}'_v - \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_d}{\partial \hat{t}} \right) =$$

$$= -(1-\Theta_0)\hat{\nabla}\hat{p}' + \hat{K}_0(\hat{u}'_v - \hat{u}'_d) + \hat{G}_0\hat{\nabla}\bar{\Theta}' + \mu_{d_0}\hat{\nabla}^2\hat{u}'_d +$$

$$+ (\hat{\lambda}_{d_0} + 1/3\hat{\mu}_{d_0})\hat{\nabla}(\hat{\nabla} \cdot \hat{u}'_d) + \hat{K}_0\hat{u}'_{v_0}i\left(\left(\frac{1}{1-\Theta_0} + H_0\right)\bar{\Theta}' + D_0\frac{\hat{\varrho}'_v}{\hat{\varrho}_{v_0}}\right),$$

$$\hat{p}' = \hat{a}_0^2\hat{\varrho}'_v, \quad (4e)$$

gdzie:

$$H_0 = \frac{1}{\hat{K}_0} \left(\frac{\partial \hat{K}}{\partial \bar{\Theta}} \right)_0, \quad D_0 = \hat{\varrho}_{v_0} \frac{1}{\hat{K}_0} \left(\frac{\partial \hat{K}}{\partial \varrho_v} \right)_0, \quad s = \hat{\varrho}_d / \hat{\varrho}_{v_0}.$$

Wprowadzając zmienne bezwymiarowe (bez „^”):

$$x = \hat{x} / \hat{L}, \quad t = \hat{t} \cdot \hat{u}_{v_0} / \hat{L}, \quad u' = \hat{u}' / \hat{u}_{v_0}, \quad \varrho'_v = \hat{\varrho}'_v / \hat{\varrho}_{v_0}, \quad p' = \hat{p}' / \hat{p}_{00},$$

oraz oznaczając:

$$\Theta' = \bar{\Theta}' / \Theta_0, \quad S_0 = \hat{K}_0 \hat{L} / \hat{\varrho}_{v_0} \hat{u}_{v_0}, \quad M_0 = \hat{u}_{v_0} / \hat{a}_0,$$

$$R_{01} = \hat{L} \hat{u}_{v_0} \hat{\varrho}_{v_0} (1 - \Theta_0) s / \hat{\mu}_{d_0}, \quad R_{02} = \hat{L} \hat{u}_{v_0} \hat{\varrho}_{v_0} (1 - \Theta_0) s / (\hat{\lambda}_{d_0} + 1/3 \hat{\mu}_{d_0}),$$

$$E_0 = (\Theta_0 / (1 - \Theta_0)) (\hat{G}_0 / \hat{\varrho}_{v_0} s \hat{u}_{v_0}^2)$$

otrzymuje się wygodniejszą bezwymiarową formę równań (4):

$$\nabla \cdot u'_v = - \left(\frac{\partial \Theta'}{\partial t} + \frac{\partial \varrho'_v}{\partial t} + \frac{\partial \Theta'}{\partial x} + \frac{\partial \varrho'_v}{\partial x} \right), \quad (5a)$$

$$\nabla \cdot u'_d = \frac{\Theta_0}{1 - \Theta_0} \frac{\partial \Theta'}{\partial t}, \quad (5b)$$

$$\frac{\partial u'_v}{\partial t} + \frac{\partial u'_v}{\partial x} + \varepsilon_0 \frac{1 - \Theta_0}{\Theta_0} \left(\frac{\partial u'_v}{\partial t} + \frac{\partial u'_v}{\partial x} - \frac{\partial u'_d}{\partial t} \right) = - \frac{1}{M_0^2} \nabla \varrho'_v +$$

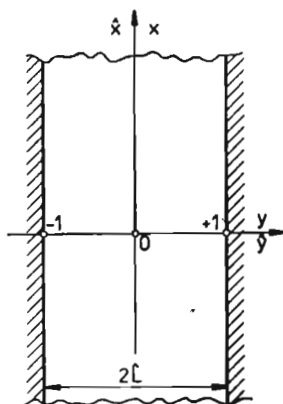
$$+ \frac{S_0}{\Theta_0} \left(-u'_v + u'_d + i(1 - \Theta_0 H_0) \Theta' - i \left(\frac{1}{(1 - \Theta_0)(s - 1)} + D_0 \right) \varrho'_v \right), \quad (5c)$$

$$\frac{\partial u'_d}{\partial t} - \frac{\varepsilon_0}{s} \left(\frac{\partial u'_v}{\partial t} + \frac{\partial u'_v}{\partial x} - \frac{\partial u'_d}{\partial t} \right) = - \frac{1}{M_0^2 s} \nabla \varrho'_v + \frac{1}{R_{01}} \nabla^2 u'_d +$$

$$+ \frac{1}{R_{02}} \nabla (\nabla \cdot u'_d) + E_0 \nabla \Theta' + \frac{S_0}{s(1 - \Theta_0)} \left(u'_v - u'_d + i \left(\frac{\Theta_0}{1 - \Theta_0} + \Theta_0 H_0 \right) \Theta' + i D_0 \varrho'_v \right), \quad (5d)$$

$$p' = \kappa \varrho'_v. \quad (5e)$$

Rozpatrywane jest płaskie złożo fluidalne o nieskończenie dużej wysokości (wzdłuż osi x) oraz ograniczone pionowymi ściankami bocznymi odległymi o $2\hat{L}$, pokazuje to rys. 1.



Rys. 1. Schemat obszaru przepływu

Istnienie pionowych nieprzepuszczalnych ścianek ograniczających wymusza zerowanie poziomych składowych prędkości obydwu faz na tych ściankach oraz nakłada warunek na naprężenie styczne w fazie cząstek na ściance. Zatem warunki brzegowe zapisane w bezwymiarowej formie mają postać:

$$u'_{v_y}(\pm 1) = 0, \quad (6a)$$

$$u'_{d_y}(\pm 1) = 0, \quad (6b)$$

$$\pm R_{01} \tau'_{d_{xy}}(\pm 1) = \pm \frac{\partial u'_{d_x}}{\partial y}(\pm 1) = -\beta u'_{d_x}(\pm 1), \quad (6c)$$

gdzie: $\tau'_{d_{xy}} = \hat{\tau}_{d_{xy}} / (1 - \Theta_0) \hat{q}_{v_0} s \hat{u}_{v_0}^2$, β — bezwymiarowy współczynnik tarcia.

Można zauważyć, że warunek (6c) opisuje ogólnie możliwe fizycznie sytuacje. Dla $\beta = 0$ mamy brak oddziaływań stycznych ścianki na ruch fazy cząstek (poślizg bez oddziaływań stycznych). Dla $\beta \rightarrow \infty$ warunek (6c) daje $u'_{d_x}(\pm 1) = 0$, czyli zwykły dla cieczy lepkiej warunek znikania składowej stycznej prędkości na ściance. Obserwacje zachowania się złoza małych cząstek o średnicach rzędu dziesiątek μm (a takie nas interesują), wskazują, że siły kohezji mogą dawać zdolność przenoszenia pewnej wartości naprężenia τ'_{xy} bez spowodowania poślizgu, dopiero przekroczenie pewnej wartości naprężenia τ_* zapoczątkowuje poślizg. Zatem ogólniej rzecz biorąc, $\beta \rightarrow \infty$ dla $\tau'_{xy}(\pm 1) < \tau_*$ oraz $\beta = \text{skończonej}$ wartości (lub $= 0$) dla $\tau'_{xy}(\pm 1) > \tau_*$.

Zauważyć należy ponadto, że nie postawiono warunków na naprężenia styczne dla fazy gazowej ponieważ przyjęto, że efektywna lepkość tej fazy jest zerowa (zwykła lepkość „mikro” gazu jest oczywiście > 0). Ma to dwojakie uzasadnienie, po pierwsze, jest obserwowane doświadczalnie, że efektywna lepkość fazy cząstek pokazuje podobne wartości niezależnie czy cząstki są fluidyzowane gazem czy cieczą [1, 2], co świadczy o tym, że efektywna lepkość fazy gazowej jest tu mało istotna, po drugie, przy przyjęciu niezerowej wartości efektywnej lepkości fazy gazowej i przy próbie nałożenia warunku np. znikania składowej stycznej prędkości gazu na ściance wchodzimy w niespójność z równaniami (2) opisującymi stan jednorodnej fluidyzacji.

Ponieważ jak wspomniano, płaski (w płaszczyźnie x, y) obszar przepływu jest ogra-

niczony ściankami $y = \pm 1$, to zgodnie z ogólnymi zasadami poszukuje się rozwiązań układu równań (5) w postaci fali biegnącej z modulowaną (po y) amplitudą:

$$\Psi(x, y, t) = \Phi(y) \exp(ik_x x + \varphi t), \quad (7)$$

gdzie:

$$\Psi' = \begin{bmatrix} u'_{vx} \\ u'_{vy} \\ u'_{dx} \\ u'_{dy} \\ \Theta' \\ \varrho'_v \\ p' \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ D_x \\ D_y \\ T \\ R \\ P \end{bmatrix},$$

$$\varphi = \xi - i\eta,$$

ξ — współczynnik wzmocnienia fali ($\xi > 0$ — zaburzenie o amplitudzie rosnącej w czasie, $\xi < 0$ — fala gasnąca),

η — częstość fali ($\eta > 0$ — fale biegnące w górę złoża),

k_x — liczba falowa,

$v = \eta/k_x$ — prędkość fazowa fali, $\left(\lambda_x = \frac{2\pi}{k_x}$ — długość fali).

Po uwzględnieniu (7) w (5) otrzymuje się układ równań różniczkowych zwyczajnych:

$$\frac{dV_y}{dy} + V_x ik_x + (T + R)(\varphi + ik_x) = 0, \quad (8a)$$

$$\frac{dD_y}{dy} + D_x ik_x - \frac{\Theta_0}{1 - \Theta_0} T \varphi = 0, \quad (8b)$$

$$V_x(\varphi + ik_x) + \varepsilon_0 \frac{1 - \Theta_0}{\Theta_0} (V_x(\varphi + ik_x) - D_x \varphi) + \frac{1}{M_0^2} Ri k_x + \\ - \frac{S_0}{\Theta_0} \left(-V_x + D_x + (1 - \Theta_0 H_0) T - \left(1 + \frac{1}{(1 - \Theta_0)(s - 1)} \right) R \right) = 0, \quad (8ca)$$

$$V_y(\varphi + ik_x) + \varepsilon_0 \frac{1 - \Theta_0}{\Theta_0} (V_y(\varphi + ik_x) - D_y \varphi) + \frac{1}{M_0^2} \frac{dR}{dy} + \\ - \frac{S_0}{\Theta_0} (-V_y + D_y) = 0, \quad (8cb)$$

$$D_x \varphi - \frac{\varepsilon_0}{s} (V_x(\varphi + ik_x) - D_x \varphi) + \frac{1}{M_0^2 s} Ri k_x + \\ - \frac{S_0}{(1 - \Theta_0)s} \left(V_x - D_x + \left(\frac{\Theta_0}{1 - \Theta_0} + \Theta_0 H_0 \right) T + R \right) - \frac{1}{R_{01}} \left(\frac{d^2 D_x}{dy^2} - k_x^2 D_x \right) + \\ - \frac{1}{R_{02}} \left(\frac{dD_y}{dy} ik_x - k_x^2 D_x \right) - E_0 T ik_x = 0, \quad (8da)$$

$$D_y \varphi - \frac{\varepsilon_0}{s} (V_y (\varphi + i k_x) - D_y \varphi) + \frac{1}{M_0^2 s} \frac{dR}{dy} - \frac{S_0}{(1 - \Theta_0) s} (V_y - D_y) + \quad (8db)$$

$$- \frac{1}{R_{01}} \left(\frac{d^2 D_y}{dy^2} - k_x^2 D_y \right) - \frac{1}{R_{02}} \left(\frac{dD_x}{dy} i k_x + \frac{d^2 D_y}{dy^2} \right) - E_0 \frac{dT}{dy} = 0, \quad (8e)$$

$$P = \kappa R, \quad (9e)$$

(κ — wykładnik izentropy).

Warunki brzegowe (6) można z pomocą (8) wyrazić następująco:

$$\frac{dR}{dy} (\pm 1) = 0, \quad (9a)$$

$$X \frac{dT}{dy} (\pm 1) - \frac{dD_x}{dy} (\pm 1) = 0, \quad (9b)$$

$$\frac{dD_x}{dy} (\pm 1) \pm \beta D_x (\pm 1) = 0, \quad (9c)$$

gdzie:

$$X = \frac{R_{01}}{i k_x} \left(\frac{\Theta_0}{1 - \Theta_0} \frac{1}{R_0} \varphi + E_0 \right),$$

$$1/R_0 = 1/R_{01} + 1/R_{02}.$$

Po dość żmudnych przekształceniach można znaleźć rozwiązanie ogólne układu równań (8), ma ono postać:

$$R = \sum_{j=1}^4 \alpha_j \{ \exp(r_j y) \}, \quad (10a)$$

$$T = \sum_{j=1}^4 \alpha_j \{ (f_1 + r_j^2 f_2) \exp(r_j y) \}, \quad (10b)$$

$$D_x = \sum_{j=1}^4 \alpha_j \left\{ \frac{1}{r_j^2 + f} [f_R + f_T (f_1 + r_j^2 f_2)] \exp(r_j y) \right\} + \sum_{j=5}^6 \alpha_j \{ \exp(r_j y) \}, \quad (10c)$$

gdzie: α_j — stałe dowolne,

r_j — pierwiastki wielomianów: $r_{j=1 \dots 4}$ pierwiastki równania

$$A r^4 + B r^2 + C = 0, \quad (10'a)$$

$r_{j=5,6}$ pierwiastki równania

$$r^2 + f = 0, \quad (10'b)$$

$$A = \tilde{a}_2 \tilde{b}_1,$$

$$B = a_2 \tilde{b}_1 + \tilde{a}_2 b_1 - \tilde{b}_2 a_1,$$

$$C = a_2 b_1 - b_2 a_1,$$

$$a_1 = \left(1 + \frac{1-\Theta_0}{\Theta_0} \varepsilon_0\right) (\varphi + ik_x)^2 + \varepsilon_0 \varphi (\varphi + ik_x) + \frac{S_0}{\Theta_0} \left(\frac{1}{1-\Theta_0} \varphi + (2-\Theta_0 H_0) ik_x\right),$$

$$\tilde{a}_2 = -\left(\frac{1}{R_0} \varphi + \frac{1-\Theta_0}{\Theta_0} E_0\right),$$

$$a_2 = \varphi^2 - \frac{1}{s} (\varphi + ik_x)^2 - \frac{S_0}{\Theta_0(1-\Theta_0)s} ik_x + k_x^2 \left(\frac{1}{R_0} \varphi + \frac{1-\Theta_0}{\Theta_0} E_0\right),$$

$$b_1 = \left(1 + \frac{1-\Theta_0}{\Theta_0} \varepsilon_0\right) (\varphi + ik_x)^2 + \frac{S_0}{\Theta_0} \left(\varphi - \frac{1}{(1-\Theta_0)(s-1)} ik_x\right) + \frac{1}{M_0^2} k_x^2,$$

$$b_2 = -\frac{1}{s} (\varphi + ik_x)^2 - \frac{1}{M_0^2 s} \frac{1}{\Theta_0} k_x^2 + \frac{S_0}{s\Theta_0} \frac{1}{(1-\Theta_0)(s-1)} ik_x,$$

$$\tilde{b}_1 = -\frac{1}{M_0^2},$$

$$\tilde{b}_2 = \frac{1}{M_0^2 s \Theta_0},$$

$$f_1 = -b_1/a_1,$$

$$f_2 = -\tilde{b}_1/a_1,$$

$$f_R = \left\{ -\frac{\left(\frac{1}{M_0^2} ik_x + \frac{S_0}{\Theta_0} \left(1 + \frac{1}{(1-\Theta_0)(s-1)}\right)\right) \left(\frac{\varepsilon_0}{s} (\varphi + ik_x) + \frac{S_0}{(1-\Theta_0)s}\right)}{\left(1 + \varepsilon_0 \frac{1-\Theta_0}{\Theta_0}\right) (\varphi + ik_x) + S_0/\Theta_0} + \right. \\ \left. -\frac{1}{M_0^2} ik_x + \frac{S_0 s}{(1-\Theta_0)} \right\} R_{01},$$

$$f_T = \left\{ \frac{\frac{S_0}{\Theta_0} (1-\Theta_0 H_0) \left(\frac{\varepsilon_0}{s} (\varphi + ik_x) + \frac{S_0}{(1-\Theta_0)s}\right)}{\left(1 + \varepsilon_0 \frac{1-\Theta_0}{\Theta_0}\right) (\varphi + ik_x) + S_0/\Theta_0} + \right. \\ \left. + \left(\frac{\Theta_0}{1-\Theta_0} + \Theta_0 H_0\right) \frac{S_0}{(1-\Theta_0)s} + E_0 ik_x + \frac{1}{R_{02}} \frac{\Theta_0}{(1-\Theta_0)} \varphi ik_x \right\} R_{01},$$

$$f = \left\{ \frac{\left(\varepsilon_0 \frac{1-\Theta_0}{\Theta_0} \varphi + \frac{S_0}{\Theta_0}\right) \left(\frac{\varepsilon_0}{s} (\varphi + ik_x) + \frac{S_0}{(1-\Theta_0)s}\right)}{\left(1 + \varepsilon_0 \frac{1-\Theta_0}{\Theta_0}\right) (\varphi + ik_x) + S_0/\Theta_0} + \right.$$

$$-\varphi \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{s} \right) - \frac{S_0}{(1 - \Theta_0)s} - \frac{k_x^2}{R_{01}} \Bigg\} R_{01}.$$

Dysponując funkcjami R , T , D_x można wyznaczyć pozostałe funkcje D_y , V_x , V_y , P posługując się równaniami (8a, 8b, 8ca i 8e), ale nie jest to konieczne, ponieważ warunki brzegowe (6) są wyrażone za pomocą już wyznaczonych funkcji R , T oraz D_x (10).

Uwzględniając w (10) warunki brzegowe (9) otrzymuje się następujący układ sześciu równań:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^4 \alpha_j \{r_j \exp(\pm r_j)\} &= 0, \\ \sum_{j=1}^4 \alpha_j \left\{ \left(X(f_1 + f_2 r_j^2) - \frac{1}{r_j^2 + f} (f_R + f_T(f_1 + f_2 r_j^2)) \right) r_j \exp(\pm r_j) \right\} + \\ &- \sum_{j=5}^6 \alpha_j \{r_j \exp(\pm r_j)\} = 0, \\ \sum_{j=1}^4 \alpha_j \left\{ \frac{f_R + f_T(f_1 + f_2 r_j^2)}{r_j^2 + f} (r_j \pm \beta) \exp(\pm r_j) \right\} + \sum_{j=5}^6 \alpha_j \{(r_j \pm \beta) \exp(\pm r_j)\} &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Równania (11) stanowią liniowy jednorodny układ równań ze względu na α_j ($j = 1 \dots 6$), który może być zapisany skrótowo jako:

$$\{M_{ij}\}[\alpha_j] = 0. \quad (11a)$$

Warunkiem istnienia niezerowych rozwiązań układu (11) (a także niezerowych rozwiązań (10) spełniających warunki brzegowe (9)) jest znikanie wyznacznika macierzy jako współczynników, czyli:

$$\det \{M_{ij}\} = 0. \quad (12)$$

Równanie (12) jest równaniem wielowymiarowym postawionego zadania na wartości własne dla układu równań (5). Równanie (12) jest równaniem typu:

$$W(\varphi; k_x, \Pi_n) = 0, \quad (13)$$

gdzie: W — jest zespoloną funkcją zmiennej zespolonej φ ,

rzeczywistych: k_x oraz Π_n (parametrów określających stan jednorodny układu).

Pierwiastki (13), tj. wartości φ_p spełniające równanie (13) dają poszukiwane związki dyspersyjne:

$$\varphi_p = \varphi_p(k_x, \Pi_n), \quad (14)$$

lub inaczej:

$$\xi_p = \xi_p(k_x, \Pi_n), \quad (14a)$$

oraz:

$$v_p = \eta_p/k_x = v_p(k_x, \Pi_n).$$

Z punktu widzenia stabilności stanu jednorodnego interesujące są oczywiście te pierwiastki równania (13), które mają dodatnie części rzeczywiste (tj. $\xi_p > 0$).

3. Obliczenia numeryczne i ich omówienie

Ponieważ funkcja W w równaniu (13) jest zespoloną funkcją bardzo wielu zmiennych (zespolonej φ , rzeczywistych k_x i II_n) nie jest możliwe bezpośrednie poszukiwanie powierzchni neutralnej ($\xi = 0$), a pozostaje jedynie numeryczne poszukiwanie związków dyspersyjnych dla konkretnych (i bliskich realnym) wartości parametrów charakteryzujących układ. Jednakże i to nie jest łatwe ponieważ funkcja W jest w ogólnym przypadku niezwykle skomplikowana (aczkolwiek wyraża się przez funkcje elementarne).

Tutaj ograniczono się do obliczeń numerycznych dla szczególnego przypadku warunków brzegowych na ściankach ograniczających, tj. dla $\beta = 0$ (jest to przypadek poślizgu fazy cząstek na ścianie przy nieobecności sił hamujących; patrz równania (6) lub (9)). W tym przypadku zagadnienia ogólne znacznie się upraszcza.

Warunki brzegowe (9) upraszczają się do:

$$\begin{aligned}\frac{dR}{dy}(\pm 1) &= 0, \\ \frac{dT}{dy}(\pm 1) &= 0, \\ \frac{dD_x}{dy}(\pm 1) &= 0,\end{aligned}\tag{15}$$

równania (11) upraszczają się do:

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^4 \alpha_j \{r_j \exp(\pm r_j)\} &= 0, \\ \sum_{j=1}^4 \alpha_j \{r_j^3 \exp(\pm r_j)\} &= 0, \\ \sum_{j=1}^4 \alpha_j \left\{ \frac{\{f_R + f_r(f_1 + f_2 r_j^2)\}}{r_j^2 + f} r_j \exp(\pm r_j) \right\} + \sum_{j=5}^6 \alpha_j \{r_j \exp(\pm r_j)\} &= 0,\end{aligned}\tag{16}$$

a równanie wiekowe (12) (po uwzględnieniu, że dla pierwiastków r_j równań (10') obowiązują zależności $r_1 = -r_2$, $r_3 = -r_4$, $r_5 = -r_6$ oraz po rozwinięciu wyznacznika) przedstawi się w formie:

$$r_1^2 r_3^2 (r_1^2 - r_3^2)^2 r_5^2 \sinh(2r_1) \sinh(2r_3) \sinh(2r_5) = 0.\tag{17}$$

Biorąc pod uwagę krotność pierwiastków r_j równań (10') (i uwzględniając, że w przypadku krotnych pierwiastków r_j wyznacznik przybiera różną od postaci (17) formę) można stwierdzić, że równanie (17) jest spełnione i stanowi to rozwiązanie postawionego zadania na wartości własne gdy:

$$C + k_y^2 (A k_y^2 - B) = 0,\tag{18}$$

lub:

$$f - k_y^2 = 0, \quad (19)$$

gdzie $k_y = \pm \frac{\Pi}{2} \cdot m$, $m = 0, 1, 2, \dots$,

(funkcje S, B, C, f są podane w objaśnieniach równań (10)).

Równania (18) i (19) można zapisać w formie:

$$W_I(\varphi; k_x, k_y, \Pi_n) = 0, \quad (18a)$$

$$W_{II}(\varphi; k_x, k_y, \Pi_n) = 0. \quad (19a)$$

Nie wypisując szczegółowych postaci funkcji W_I i W_{II} można podać, że W_I jest wielomianem czwartego stopnia ze względu na φ (z zespolonymi współczynnikami będącymi funkcjami k_x, k_y oraz Π_n), a W_{II} jest wielomianem drugiego stopnia. Pierwiastki tych wielomianów będą odpowiednio $\varphi_{1...4}$ oraz $\varphi_{5,6}(\varphi = \xi - i\eta)$.

Bliższa analiza (19a) wskazuje, że pierwiastki φ_5 oraz φ_6 mają w całym zakresie liczb falowych ujemne części rzeczywiste ($\xi_{5,6} < 0$) i nie są tu interesujące. (Fale te nie powodują zaburzeń porowatości ($\theta' = 0$)).

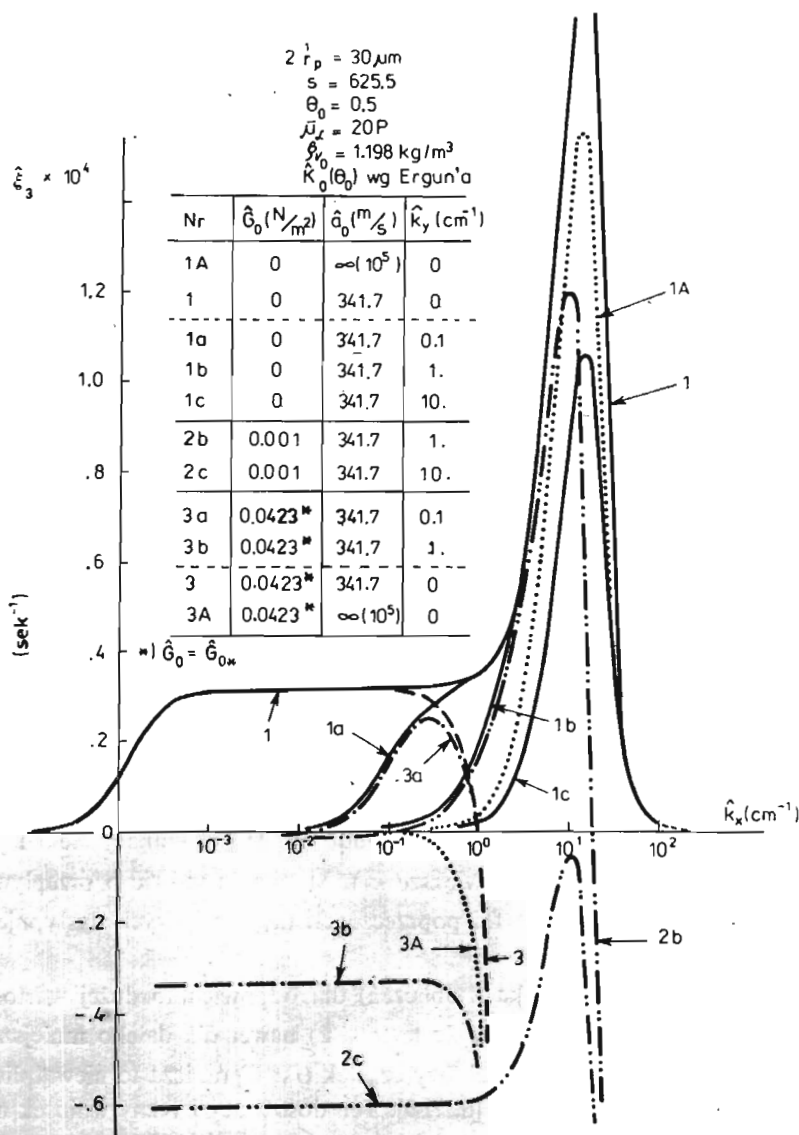
Z równania (18) dla szczególnej wartości $k_y = 0$ wynika $C = 0$, a to jest, jak być powinno, relacja otrzymana w poprzedniej pracy [10] przy rozważaniu przypadku jednowymiarowych zaburzeń stanu jednorodnego (fal płaskich — o frontach prostopadłych do osi x).

Obliczenia numeryczne pierwiastków $\varphi_{1...4}$ równania (18a) wykonano dla wartości parametrów charakteryzujących złożę analogicznych jak w poprzedniej pracy [10], tj. dla małych średnic cząstek ($2\hat{r}_p = 30\mu m$) oraz gęstości materiału cząstek charakterystycznej dla katalizatora krakingowego. Szczegółowe wartości parametrów podane są na rys. 2 oraz w wykazie oznaczeń. Obliczenia pokazują, że pierwiastki φ_1 i φ_2 opisujące propagację zaburzeń charakteryzujących się porównywalnymi bezwymiarowymi amplitudami gęstości gazu i porowatości mają w całym zakresie liczb falowych k_x ujemne części rzeczywiste ($\xi_{1,2} < 0$) i nie będą tu omawiane. Pierwiastki φ_3 i φ_4 opisujące propagację zaburzeń, w których na ogół bezwymiarowe amplitudy porowatości dominują, mogą mieć dodatnie części rzeczywiste i te będą bliżej omówione.

Jak pokazano w [10], w przypadku jednowymiarowych zaburzeń (tutaj odpowiada to przypadkowi $k_y = 0$) uwzględnienie ściśliwości gazu fluidyzującego (skończonej wartości prędkości dźwięku w czystym gazie $\hat{a}_0$) daje m.in. w zakresie małych liczb falowych k_x dodatnie wartości części rzeczywistej pierwiastka φ_4 , co wskazuje na niestabilność bardzo długich fal biegnących „w dół” złoża. Z fizycznego punktu widzenia jest mało prawdopodobne, ażeby te zaburzenia istotnie były przyczyną powstawania niejednorodności, bowiem te długofalowe zaburzenia propagują się w dół złoża z dużą prędkością (równą

tzw. „wmrożonej” prędkości dźwięku $= (\hat{a}_0/\theta_0) \left(\frac{(1-\theta_0)s}{\theta_0} + 1 \right)^{-1/2}$ co daje w efekcie bardzo małą wartość przestrzennego współczynnika wzmocnienia ($= \xi/v$), w obliczanym przypadku: $(\hat{\xi}_4/\hat{v}_4)_{max} \cong 6.6 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$.

Niestabilność tych zaburzeń znika gdy $\hat{a}_0 \rightarrow \infty$ dla $k_y = 0$ [10], a także co stwierdzono obecnie, znika już dla niewielkich wartości $\hat{k}_y > 0$ przy skończonej wartości $\hat{a}_0$.



Rys. 2. Współczynnik wzmocnienia fal ξ_3 jako funkcja liczby falowej $\hat{k}_x$. Wpływ $\hat{a}_0$, $\hat{G}_0$ oraz $\hat{k}_y$

Na rys. 2 pokazano najbardziej istotne, z punktu widzenia stabilności stanu jednorodnego, zachowanie się pierwiastka φ_3 (dokładniej mówiąc, jego części rzeczywistej (ξ_3)) charakteryzującego zaburzenia propagujące się „w górę” złoża. Pokazano zależności $\xi_3(\hat{k}_x)$ dla różnych wartości parametrów charakteryzujących złożo $\hat{a}_0$, $\hat{G}_0$ oraz różnych wartości $\hat{k}_y$ charakteryzujących samo zaburzenie.

Krzywe 1, 1A, 3, 3A dotyczą jednowymiarowych zaburzeń ($\hat{k}_y = 0$); porównanie krzywych 1 i 1A oraz 3 i 3A pokazuje wpływ $\hat{a}_0$ oraz $\hat{G}_0$; dla $\hat{G}_0 = 0$ i dla skończonej

wartości $\hat{a}_0$ (krzywa 1), wartości $\hat{\xi}_3 > 0$ a zależność posiada charakterystyczne plateau w zakresie długich fal oraz charakterystyczne maksimum w zakresie krótkich fal, natomiast dla $\hat{a}_0 \rightarrow \infty$ (krzywa 1A) brak jest wspomnianego wyżej plateau oraz następuje obniżenie wartości maksimum; dla $\hat{G}_0 = \hat{G}_{0*}$ i dla $\hat{a}_0 \rightarrow \infty$ (krzywa 3A) $\hat{\xi}_3(\hat{k}_x) < 0$ w całym zakresie długości fal (definiuje to wartość $\hat{G}_{0*}$ [6, 7, 9, 10]), natomiast dla skończonej wartości $\hat{a}_0$ (krzywa 3) istnieje zakres długich fal, w którym $\hat{\xi}_3(\hat{k}_x)$ pozostaje > 0 .

Pozostałe krzywe (1a, b, c; 2b, c; 3a, b) pokazują stabilizujący wpływ $\hat{k}_y \neq 0$. Dla $\hat{G}_0 = 0$ (krzywe 1a, b, c) i dla zwiększającego się $\hat{k}_y$ widać obcinanie plateau krzywej 1, a dla największej wartości $\hat{k}_y$ (krzywa 1c) widać także, w porównaniu z krzywą 1, obniżenie wartości maksymalnych; tym niemniej $\hat{\xi}_3$ pozostaje dodatnie w całym zakresie długości fal. Dla wartości $\hat{G}_0$ różnej od zera, choć niewielkiej (krzywe 2b, c), widać stabilizujący wpływ obydwu parametrów: $\hat{G}_0$ i $\hat{k}_y$. Krzywa 2b pokazuje obniżenie w stosunku do krzywej 1b maksimum, oraz że $\hat{\xi}_3$ jest > 0 w skończonym przedziale długości fal (bardzo długie oraz bardzo krótkie fale mają $\hat{\xi}_3 < 0$). Dla jeszcze większych wartości $\hat{k}_y$ (krzywa 2c) $\hat{\xi}_3(\hat{k}_x)$ przebiega w całości w polu $\hat{\xi}_3 < 0$ przy zachowaniu charakterystycznego maksimum w zakresie krótkich fal. Dla $\hat{G}_0 = \hat{G}_{0*}$ (krzywe 3a, b) widać, że bardzo mała wartość $\hat{k}_y$ (krzywa 3a) pozostawia skończony lecz wąski zakres dość długich fal niestabilnych, ale nieco większa wartość $\hat{k}_y$ (krzywa 3b) wprowadza już wartości $\hat{\xi}_3$ w pole $\hat{\xi}_3 < 0$.

Z fizycznego punktu widzenia stabilizujące działanie parametru $\hat{k}_y \neq 0$ charakteryzującego dwuwymiarowość zaburzenia ($\Phi(y) \neq \text{const}$, patrz wzór (7)) jest dość zrozumiałe, bowiem dla wzrastających $\hat{k}_y$ intensyfikują się naprężenia lepkie związane ze zmianą formy odkształceń elementu płynu (fazy cząstek), a wiadomo, że dyssypujący efekt lepkości jest tym większy im krótsze zaburzenia (większe $\hat{k}_y$). Można tu mówić o przepływie energii od długich fal podłużnych ($\hat{k}_x$) do fal poprzecznych ($\hat{k}_y$), w których dyssypuje się część energii fal podłużnych [12].

Jest interesujące, że (jak wynika z obliczeń) dla odpowiednio dużej wartości $\hat{k}_y$ jest możliwa stabilizacja zaburzeń (krzywa 2c na rys. 2) nawet dla daleko mniejszej od $\hat{G}_{0*}$ (ale $\neq 0$) wartości modułu sprężystości fazy cząstek $\hat{G}_0$. Ogranicza to niewątpliwie zasadność jednowymiarowych interpretacji [6, 7, 9]. Ten dość kategoriyczny wniosek należy jednak na razie nieco osłabić, bowiem przeprowadzone tutaj obliczenia dotyczą szczególnego przypadku ($\beta = 0$) warunków brzegowych (6) na ściankach ograniczających i formalnie rzecz biorąc, możliwe są zarówno zaburzenia jednowymiarowe ($\hat{k}_y = 0$) jak i dwuwymiarowe ($\hat{k}_y \neq 0$), patrz objaśnienie wzorów (18) i (19). Tym niemniej, w realnym przypadku gazowego złoża małych cząstek β jest z pewnością różne od 0, a tym samym wykluczone są przez obecność ścianek zaburzenia jednowymiarowe.

Przebieg krzywej 2c na rys. 2 nasuwa ponadto przypuszczenie, że obserwowana [8] eksperymentalnie ruchliwość jednorodnego gazowego złoża drobnych cząstek może być związana ze stabilnymi, ale bardzo słabo tłumionymi kilkumilimetrowymi falami ukazywanymi przez maksimum krzywej 2c.

4. Uwagi końcowe

Przedstawiona liniowa analiza stabilności stanu jednorodnego gazowego złoża fluidalnego względem zaburzeń dwuwymiarowych jest uogólnieniem przedstawionej w [10] analizy jednowymiarowej i pokazuje istotny efekt stabilizujący parametru k , charakteryzującego dwuwymiarowość zaburzeń. Przeprowadzone obliczenia numeryczne pokazują na możliwość stabilizacji stanu jednorodnego przy mniejszej od $\hat{G}_{0*}$, ale różnej od zera, wartości $\hat{G}_0$ modułu sprężystości fazy cząstek, co jest wynikiem, stawiającym pod znakiem zapytania niektóre ustalenia literaturowe [9]. Dla zupełnego udokumentowania powyższego wniosku oraz dla pełniejszego zbadania własności układu istnieje potrzeba uwzględnienia w analizie numerycznej ogólnej formy ($\beta \neq 0$) warunków brzegowych przedstawionych w niniejszej pracy. Jest zamiarem autora przeprowadzenie takiej analizy.

Literatura

1. T. B. ANDERSON, R. JACKSON, Ind. Eng. Chem. Fundam., vol. 7, no 1, 12 - 21, 1968.
2. J. MADLIN, H. WONG, R. JACKSON, Ind. Eng. Chem. Fundam., vol. 13, no 3, 247 - 259, 1974.
3. J. MADLIN, R. JACKSON, Ind. Eng. Chem. Fundam., vol. 14, 315 - 321, 1975.
4. M. M. EL-KAISSY, G. M. HOMSY, Int. J. of Multiphase Flow, vol. 2, 379 - 395, 1976.
5. G. M. HOMSY, M. M. EL-KAISSY, A. DIDWANIA, Int. J. of Multiphase Flow, vol. 6, 305 - 318, 1980.
6. S. K. GARG, J. W. PRITCHETT, J. of Appl. Phys., vol. 46, no 10, 4493 - 4500, 1975.
7. S. M. P. MUTSERS, K. RIETEMA, Powder Techn., vol. 18, 239 - 248, 1977.
8. K. RIETEMA, Chem. Eng. Sci., vol. 34, 571 - 578, 1979.
9. K. RIETEMA, Chem. Eng. Sci., vol. 37, 1125 - 1150, 1982.
10. P. WIEWIÓRSKI, Mech. Teoret. i Stos., vol. 27, nr 1, 1989.
11. G. P. AGARWAL, J. L. HUDSON, R. JACKSON, Ind. Eng. Chem. Fundam., vol. 19, 15, 1980.
12. M. ARAI, Nuclear Sci. Eng., vol. 74, 77 - 83, 1980.

Резюме

УСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОРОДНОГО ПСЕВДООЖИЖЕННОГО СЛОЯ (ДВУХМЕРНАЯ ЗАДАЧА)

В пределах двухскоростной модели сплошной среды рассмотрено устойчивое однородного состояния псевдоожигенного слоя. Рассмотрено двухмерную задачу. Выведено общую зависимость которая определяет законы дисперсии малых возмущений однородного состояния. Показано результаты вычислений для особенного случая краевых условий.

S u m m a r y

STABILITY OF UNIFORM STATE OF GAS FLUIDIZED BED
(TWO-DIMENSIONAL ANALYSIS)

In the framework of the two-fluid model the stability of the uniform fluidization state has been analysed. The two-dimensional bed has been taken into consideration. The general form of the secular equation describing dispersion relations for small disturbances has been derived. Some results of numerical calculations for the particular case of boundary conditions have been presented.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 27 listopada 1987 roku.
