

STABILNOŚĆ JEDNORODNEJ FLUIDYZACJI GAZOWEJ EFEKTY DWUWYMIAROWE – ODDZIAŁYWANIE BOCZNYCH ŚCIAN OGRANICZAJĄCYCH

PAWEŁ WIEWIÓRSKI

Połitechnika Łódzka

W ramach modelu dwu przenikających i oddziałujących ze sobą ośrodków rozważono stabilność stanu jednorodnego gazowego złoża fluidalnego. Analizowano przypadek dwuwymiarowych zaburzeń. W warunkach brzegowych na bocznych ściankach ograniczających uwzględniono także oddziaływanie styczne ścianki moderujące ruch fazy cząstek w pobliżu ścianki, co stanowi rozszerzenie w stosunku do poprzednich prac. Wyprowadzono ogólne zależności określające związki dyspersyjne dla małych zaburzeń stanu jednorodnego. Przeprowadzone obliczenia numeryczne pokazały wpływ poszczególnych parametrów charakteryzujących złożę i jego stan jednorodny na kształt związków dyspersyjnych. W szczególności stwierdzono istotny wpływ parametru α charakteryzującego oddziaływanie styczne ścianki. Okazało się, że są możliwe także zaburzenia dwuwymiarowe, które charakteryzują się znacznie większym stopniem niestabilności aniżeli te, które możliwe były w przypadku braku oddziaływań stycznych ścianki ($\alpha = 0$). Własność ta okazała się szczególnie istotna dla małych średnic cząstek ($< 200 \mu\text{m}$). W rezultacie, obliczenia przewidują możliwość obecności powolnie ruchliwej i periodycznie zmiennej (wzdłuż x i y) struktury porowatości złoża, która może być potraktowana jako stan poprzedzający i inicjujący powstawanie pęcherzy.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

\hat{d}_p – średnica cząstki,

$$E_0 = \hat{G}_0 \theta_0 / \hat{\rho}_v \hat{u}_{v0}^2 s (1 - \theta_0) ,$$

\hat{g} – przyspieszenie grawitacyjne,

$$\hat{G}(\theta) = -\partial \hat{p}_d / \partial \theta - \text{moduł sprężystości fazy cząstek,}$$

$$H_0 = (1/\hat{K}_0)(\partial K/\partial \theta)_{\theta=\theta_0} ,$$

\hat{i} – wersor osi x ,

$$i = \sqrt{-1} ,$$

$$k_x - \text{liczba falowa, } k_x = \hat{k}_x \hat{L} ,$$

^oPraca wykonana w ramach problemu CPBP - 02.01 koordynowanego przez IPPT PAN

$\hat{K}_0(\Theta_0, \hat{\rho}_v, \hat{d}_p, \hat{\nu}_{vm})$ - funkcja wymiany pędu między fazami (np. relacja Erguna: $\hat{K}_0 = 150(1 - \Theta_0)^2 \hat{\rho}_v \hat{\nu}_{vm} / \Theta_0 \hat{d}_p^2$),

$2\hat{L}$ - szerokość złoża,

p - ciśnienie, $p = \hat{p} / \hat{\rho}_v \hat{u}_{v0}^2$,

$R_{01} = \hat{L} \hat{u}_{v0} \hat{\rho}_v (1 - \Theta_0) s / \hat{\mu}_{d0}$,

$R_{02} = \hat{L} \hat{u}_{v0} \hat{\rho}_v (1 - \Theta_0) s / (\hat{\lambda}_{d0} + \frac{1}{3} \hat{\mu}_{d0})$,

$R_0 = (1/R_{01} + 1/R_{02})^{-1}$,

r_j - pierwiastki równań charakterystycznych (patrz (2.13)),

$s = \hat{\rho}_d / \hat{\rho}_v$,

$S_0 = \hat{K}_0 \hat{L} / \hat{\rho}_v \hat{u}_{v0}$,

t - czas, $t = \hat{t} \hat{u}_{v0} / \hat{L}$,

$\mathbf{u}(u_x, u_y)$ - wektor prędkości, $\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} / \hat{u}_{v0}$,

\hat{u}_{v0} - prędkość fluidyzacji,

$v = \eta / k_x$ - prędkość fazowa fali, $v = \hat{v} / \hat{u}_{v0}$,

x, y - współrzędne (x - skierowane ku górze) $x = \hat{x}$, $y = \hat{y} / \hat{L}$,

α - współczynnik (patrz objaśnienie (2.7)),

α_j - stałe dowolne w rozwiązaniach ogólnych (2.12),

β - współczynnik tarcia

ε - współczynnik masy pozornej (w obliczeniach przyjęto = 0.5),

η - częstość fali, $\eta = \hat{\eta} \hat{L} / \hat{u}_{v0}$,

$\bar{\Theta}$ - porowatość (dla stanu jednorodnego = Θ_0),

$\Theta = \bar{\Theta} / \Theta_0$,

ξ - współczynnik wzmocnienia fali, $\xi = \hat{\xi} \hat{L} / \hat{u}_{v0}$,

$\xi_m = \max_{(n)}(\xi^{(n)})$,

ρ - gęstość masy,

$\hat{\lambda}_d, \hat{\mu}_d$ - efektywna (makroskopowa) lepkość dylatacyjna i ścinania fazy cząstek,

$\hat{\nu}_{vm}$ - mikroskopowa lepkość kinematyczna gazu,

$\hat{\mu}_{vm}$ - mikroskopowa lepkość dynamiczna gazu,

τ_{xy} - naprężenie styczne,

$\varphi = \xi - i\eta$,

$\Phi(y)$ - funkcje y , ($V_x, V_y, D_x, D_y, T, P \in \Phi$, patrz (2.8)),

('), (0) oznaczają odpowiednio wielkości zaburzone oraz niezaburzone - stan jednorodny,

symbole z $\hat{\quad}$ lub bez $\hat{\quad}$ oznaczają odpowiednio wielkości wymiarowe lub bezwymiarowe,

indeksy (v) oraz (d) odnoszą się odpowiednio do fazy gazowej i fazy cząstek.

1. Wprowadzenie

Temat pracy dotyczy jednego z podstawowych zagadnień fluidyzacji, jakim jest zagadnienie stabilności stanu jednorodnej fluidyzacji. Stan opracowania tego zagadnienia, badanego w ramach modelu dwu przenikających się i oddziałujących wzajemnie ośrodków ciągłych jest zawarty w cytowanej literaturze [1,4 - 13] zasadniczo ograniczającej się do analiz jednowymiarowych, a jej krótki przegląd przedstawiono w [15]. Niedawno przedstawiona analiza jednowymiarowa [13], aczkolwiek oparta na nowym dobrze uzasadnionym fizycznie sformułowaniu równań dynamiki układu fluidalnego, dała wyniki jakościowo zgodne z przewidywaniami uzyskanymi wcześniej. Pokazują one m.in., że stopień niestabilności stanu jednorodnego układu fluidalnego jest tym wyższy, im większy jest stosunek gęstości masy materiału fluidyzowanych cząstek do gęstości masy płynu fluidyzującego ($= s$), im większa jest porowatość układu ($= \Theta_0$) w stanie jednorodnym oraz im większe są rozmiary (średnice $= d_p$) fluidyzowanych cząstek. Stabilne stany układu są możliwe wtedy, gdy moduł sprężystości fazy cząstek osiąga odpowiednio dużą wartość (\hat{G}_{0*}). Moduł sprężystości (\hat{G}_0) charakteryzuje miarę naprężeń przeciwdziałających odkształceniom (zaburzeniom porowatości) fazy cząstek. Źródłem tych naprężeń są bezpośrednie oddziaływania między cząstkami spowodowane zderzeniami cząstek w chaotycznym "mikroruchu" bądź też bardziej permanetnym kontaktem cząstek.

Jest charakterystyczne, że w przypadku fluidyzacji gazowej zaburzenia porowatości przybierają formę pęcherzy gazowych (obszarów prawie całkowicie pozbawionych cząstek) poruszających się w tzw. fazie emulsyjnej, tj. obszarze o wysokiej koncentracji cząstek. W przypadku fluidyzacji cieczą zjawisko pęcherzykowania na ogół nie ma miejsca. Pęcherze gazowe tworzą się także wtedy (w przypadku fluidyzacji gazem), gdy spadek ciśnienia na dystrybutorze czynnika fluidyzującego jest tak duży, że wyciszone są niestabilności typu konwekcyjnego [2,3]. Można sądzić, że pęcherze są głęboko nieliniowymi stadiami procesów niestabilności pojawiającymi się na poziomie małych zaburzeń.

W poprzedniej pracy [15] analizowano stabilność jednorodnej fluidyzacji względem zaburzeń dwuwymiarowych. Stwierdzono tam istotny stabilizujący wpływ parametru charakteryzującego dwuwymiarowość (szczególnego typu) zaburzenia.

Ponieważ analiza ta dotyczyła szczególnego przypadku warunków brzegowych na ściankach ograniczających, tj. braku oddziaływań stycznych ścianki na ruch cząstek, możliwe były zarówno zaburzenia jednowymiarowe jak i dwuwymiarowe.

Niewątpliwie bliższe realności fizycznej w przypadku gazowego złoża drobnych cząstek są warunki brzegowe uwzględniające te styczne oddziaływania ścianek, co wyklucza możliwość istnienia zaburzeń jednowymiarowych.

Celem obecnej pracy było zbadanie wpływu w/w oddziaływania ścianek na charakter związków dyspersyjnych dla małych zaburzeń stanu jednorodnego.

2. Liniowa analiza stabilności

2.1. Równania podstawowe

Równania opisujące dynamikę dyspersyjnego układu dwufazowego w ramach modelu dwu przenikających się i oddziałujących wzajemnie ośrodków ciągłych (równania zachowania masy i pędu dla fazy gazowej (indeks dolny v) oraz dla rozproszonej fazy stałej - fazy cząstek (indeks dolny d) mają następującą postać [1,2,9,15]:

$$\begin{aligned}
 (2.1) \quad & \frac{\partial}{\partial t}(\hat{\rho}_v \bar{\Theta}) + \hat{\nabla} \cdot (\hat{\rho}_v \bar{\Theta} \hat{\mathbf{u}}_v) = 0, \\
 & \frac{\partial}{\partial t}(\hat{\rho}_d(1 - \bar{\Theta})) + \hat{\nabla} \cdot (\hat{\rho}_d(1 - \bar{\Theta}) \hat{\mathbf{u}}_d) = 0, \\
 & \hat{\rho}_v \bar{\Theta} \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_v}{\partial t} + \hat{\mathbf{u}}_v \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_v \right) = -\bar{\Theta} \hat{\nabla} \hat{p} - \hat{K}(\hat{\mathbf{u}}_v - \hat{\mathbf{u}}_d) - \hat{\rho}_v \bar{\Theta} \hat{g} \mathbf{i} - \\
 & \quad - \varepsilon(1 - \bar{\Theta}) \hat{\rho}_v \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_v}{\partial t} + \hat{\mathbf{u}}_v \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_v - \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_d}{\partial t} - \hat{\mathbf{u}}_d \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_d \right), \\
 & \hat{\rho}_d(1 - \bar{\Theta}) \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_d}{\partial t} + \hat{\mathbf{u}}_d \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_d \right) = -(1 - \bar{\Theta}) \hat{\nabla} \hat{p} + \hat{K}(\hat{\mathbf{u}}_v - \hat{\mathbf{u}}_d) - \\
 & \quad - \hat{\rho}_d(1 - \bar{\Theta}) \hat{g} \mathbf{i} + \varepsilon(1 - \bar{\Theta}) \hat{\rho}_v \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_v}{\partial t} + \hat{\mathbf{u}}_v \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_v - \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}_d}{\partial t} - \hat{\mathbf{u}}_d \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_d \right) + \\
 & \quad + \hat{G} \hat{\nabla} \bar{\Theta} + \hat{\nabla} \cdot (\hat{\mu}_d (\hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_d + \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}_d^T)) + \hat{\nabla} \cdot \left((\hat{\lambda}_d - \frac{2}{3} \hat{\mu}_d) \hat{\nabla} \cdot \hat{\mathbf{u}}_d \right).
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Stacjonarne rozwiązania układu równań (2.1) opisujące stan jednorodnej fluidyzacji (indeks dolny 0) otrzymuje się przez uwzględnienie w (2.1): ($\hat{\rho}_d = \text{const}$, $\hat{\rho}_v = \text{const}$, $\hat{\mathbf{u}}_v = \hat{\mathbf{u}}_{v0} = \hat{\mathbf{u}}_{v0} \cdot \mathbf{i} = \text{const}$, $\hat{\mathbf{u}}_d = \mathbf{0}$, $\bar{\Theta} = \theta_0 = \text{const}$, tak więc:

$$\begin{aligned}
 \hat{\nabla} \hat{p}_0 &= -(\theta_0 \hat{\rho}_v + (1 - \theta_0) \hat{\rho}_d) \hat{g} \mathbf{i}, \\
 \hat{K} \hat{\mathbf{u}}_{v0} &= \theta_0(1 - \theta_0)(\hat{\rho}_d - \hat{\rho}_v) \hat{g} \mathbf{i}.
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Dla analizy stabilności rozwiązania (2.2) opisującego stan jednorodny linearyzuje się (2.1) poprzez podstawienia do (2.1) związków ($'$ oznacza małe zaburzenie):

$$\begin{aligned}
 \hat{p} &= \hat{p}_0 + \hat{p}', & \hat{\mathbf{u}}_v &= \hat{\mathbf{u}}_{v0} \cdot \mathbf{i} + \hat{\mathbf{u}}'_v, \\
 \hat{\mathbf{u}}_d &= \hat{\mathbf{u}}'_d, & \bar{\Theta} &= \theta_0 + \bar{\Theta}',
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

oraz pominięcie członów wyższego niż pierwszy rzędu. Uwzględniając (2.2) otrzymuje się potrzebny układ równań opisujący dynamikę małych zaburzeń stanu jed-

norodnego. Równania te mają następującą postać:

$$\begin{aligned}
 \hat{\nabla} \cdot \hat{\mathbf{u}}'_v &= -\frac{1}{\bar{\theta}_0} \left(\frac{\partial \bar{\theta}'}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_{v0} \frac{\partial \bar{\theta}'}{\partial \hat{x}} \right), \\
 \hat{\nabla} \cdot \hat{\mathbf{u}}'_d &= \frac{1}{1 - \theta_0} \frac{\partial \theta'}{\partial \hat{t}}, \\
 \hat{\rho}_v \theta_0 \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_v}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_{v0} \mathbf{i} \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}'_v \right) + \varepsilon_0 (1 - \theta_0) \hat{\rho}_v \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_v}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_{v0} \mathbf{i} \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}'_v - \right. & \quad (2.4) \\
 \left. - \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_d}{\partial \hat{t}} \right) &= -\theta_0 \hat{\nabla} \hat{p}' - \hat{K}_0 (\hat{\mathbf{u}}'_v - \hat{\mathbf{u}}'_d) + \hat{K}_0 \hat{\mathbf{u}}_{v0} \mathbf{i} \left(\frac{1}{\theta_0} - H_0 \right) \bar{\theta}', \\
 \hat{\rho}_d (1 - \theta_0) \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_d}{\partial \hat{t}} - \varepsilon_0 (1 - \theta_0) \hat{\rho}_v \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_v}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{u}}_{v0} \mathbf{i} \cdot \hat{\nabla} \hat{\mathbf{u}}'_v - \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}'_d}{\partial \hat{t}} \right) &= \\
 = -(1 - \theta_0) \hat{\nabla} \hat{p}' + \hat{K}_0 (\hat{\mathbf{u}}'_v - \hat{\mathbf{u}}'_d) + \hat{K}_0 \hat{\mathbf{u}}_{v0} \mathbf{i} \left(\frac{1}{1 - \theta_0} - H_0 \right) \bar{\theta}' + & \\
 + \hat{G}_0 \hat{\nabla} \bar{\theta}' + \hat{\mu}_{d0} \hat{\nabla}^2 \hat{\mathbf{u}}'_d + \left(\hat{\lambda}_{d0} + \frac{1}{3} \hat{\mu}_{d0} \right) \hat{\nabla} (\hat{\nabla} \cdot \hat{\mathbf{u}}'_d), &
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$H_0 = \frac{1}{K_0} \left(\frac{\partial \hat{K}}{\partial \bar{\theta}} \right)_{\bar{\theta}=\bar{\theta}_0}.$$

Równania (2.4) otrzymano przy założeniu nieściśliwości gazu fluidyzującego ($\hat{\rho}'_v = 0$). Jest to uzasadnione. W jednej z poprzednich prac [10] badano wpływ uwzględnienia ściśliwości czynnika fluidyzującego (skończonej wartości prędkości dźwięku w czystym gazie), gdzie stwierdzono tylko nieznaczny wpływ ściśliwości na kształt związków dyspersyjnych dla zaburzeń destabilizujących stan jednorodny. Ponadto, co stwierdzono następnie w [15], destabilizujący wpływ ściśliwości objawiający się m.in. większą niestabilnością długich fal jest niwelowany w przypadku dwuwymiarowych zaburzeń, a także są jedynie możliwe w badanym w obecnej pracy przypadku, przy uwzględnieniu oddziaływania bocznych ścian ograniczających, co będzie pokazane dalej.

Wprowadzając zmienne bezwymiarowe (bez $\hat{\quad}$):

$$x = \frac{\hat{x}}{\hat{L}}, \quad t = \hat{t} \left(\frac{\hat{u}_{v0}}{\hat{L}} \right), \quad \mathbf{u}' = \frac{\hat{\mathbf{u}}'}{\hat{u}_{v0}}, \quad p' = \frac{\hat{p}'}{\hat{\rho}_v} \hat{u}_{v0}^2,$$

oraz oznaczając:

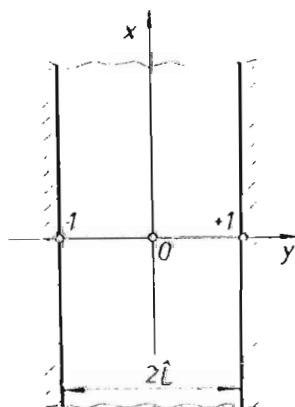
$$\begin{aligned}
 \theta' &= \frac{\bar{\theta}'}{\bar{\theta}_0}, & s &= \frac{\hat{\rho}_d}{\hat{\rho}_v}, & S_0 &= \frac{\hat{K}_0 \hat{L}}{\hat{\rho}_v \hat{u}_{v0}}, \\
 R_{01} &= \frac{\hat{L} \hat{u}_{v0} \hat{\rho}_v (1 - \theta_0) s}{\hat{\mu}_{d0}}, & R_{02} &= \frac{\hat{L} \hat{u}_{v0} \hat{\rho}_v (1 - \theta_0) s}{\hat{\lambda}_{d0} + \frac{1}{3} \hat{\mu}_{d0}}, \\
 E_0 &= \frac{\hat{G}_0 \theta_0}{s (1 - \theta_0) \hat{\rho}_v \hat{u}_{v0}},
 \end{aligned}$$

otrzymuje się wygodniejszą bezwymiarową formę równań (2.4):

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot \mathbf{u}'_v &= -\left(\frac{\partial \theta'}{\partial t} + \frac{\partial \theta'}{\partial x}\right), \\
 \nabla \cdot \mathbf{u}'_d &= \frac{\theta_0}{1 - \theta_0} \frac{\partial \theta'}{\partial t}, \\
 \frac{\partial \mathbf{u}'_v}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{u}'_v}{\partial x} + \varepsilon_0 \frac{1 - \theta_0}{\theta_0} \left(\frac{\partial \mathbf{u}'_v}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{u}'_v}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{u}'_d}{\partial t}\right) &= \\
 &= -\nabla p' + \frac{S_0}{\theta_0} \left(-\mathbf{u}'_v + \mathbf{u}'_d + i(1 - \theta_0 H_0) \theta'\right), \\
 \frac{\partial \mathbf{u}'_d}{\partial t} - \frac{\varepsilon_0}{s} \left(\frac{\partial \mathbf{u}'_v}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{u}'_v}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{u}'_d}{\partial t}\right) &= \\
 &= -\frac{1}{s} \nabla p' + \frac{S_0}{(1 - \theta_0)s} \left(\mathbf{u}'_v - \mathbf{u}'_d + i\left(\frac{\theta_0}{1 - \theta_0} + \theta_0 H_0\right) \theta'\right) + \\
 &+ E_0 \nabla \theta' + \frac{1}{R_{01}} \nabla^2 \mathbf{u}'_d + \frac{1}{R_{02}} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}'_d).
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

2.2. Warunki brzegowe

Rozpatrywane jest dwuwymiarowe złożo fluidalne o nieskończenie dużej wysokości (wzdłuż pionowej osi x) oraz ograniczone dwoma pionowymi ściankami bocznymi odległymi o $2\hat{L}$, pokazuje to schemat na rys.1.



Rys. 1. Schemat obszaru przepływu

Jakkolwiek rzeczywiste złożo fluidalne ma zwykle skończoną wysokość (tj. istnieje "powierzchnia swobodna" - pozioma płaszczyzna, powyżej której istnieje

tylko czysty gaz), tym niemniej rozpatrywanie układu o nieskończenie dużej wysokości jest uzasadnione.

Jak wynika z poprzednich analiz (także jednowymiarowych) zasadniczo niebezpieczne dla stanu jednorodnego są zaburzenia biegnące w górę złoża, natomiast fale biegnące w przeciwnym kierunku są bardzo silnie tłumione. Tym samym odbicie fal od "powierzchni swobodnej" złoża w przypadku jego skończonej wysokości nie ma praktycznie miejsca.

Istnienie pionowych nieprzepuszczalnych bocznych ścianek ograniczających wymusza znikanie prostopadłych do nich składowych prędkości obydwu faz oraz dodatkowo nakłada na ściankach warunek na naprężenie styczne jedynie w fazie cząstek.

Faza gazowa została potraktowana jako nielepka (zwykła - w skali mikrolepkość gazu $\hat{\mu}_{v_m}$ jest oczywiście niezerowa) co ma uzasadnienie w tym, że eksperymentalnie obserwowana lepkość sfuidyzowanej "fazy emulsyjnej" (traktowanej jako całość) nie zależy od tego czy cząstki są fluidyzowane gazem czy cieczą [2]. Nawiasem mówiąc, warunek zerowania się na ściankach składowej stycznej fazy gazowej - w przypadku przyjęcia jej niezerowej lepkości (w skali makro) - nie jest odpowiedni dla dużych koncentracji cząstek, które ma miejsce w przypadku jednorodnego układu fluidalnego. Przyjęcie takiego warunku prowadzi do niespójności z równaniami opisującymi stan jednorodnej fluidyzacji (2.2) i jest to zrozumiałe, bowiem faza gazowa a także faza cząstek są w rozpatrywanym modelu tworami uśrednionymi. Odpowiedni warunek brzegowy dla lepkiej fazy gazowej przy dużej koncentracji cząstek każe dopuszczać "poślizg" (uśrednionej przestrzennie) fazy gazowej, analogicznie jak dopuszcza się "poślizg" między fazami w członie $K(\mathbf{u}_v - \mathbf{u}_d)$ sprzęgającym pędy obydwu faz (patrz równania (2.1) lub (2.4) i (2.5)). Przyjęcie tensora naprężeń w fazie cząstek w postaci charakterystycznej dla płynu newtonowskiego jest zapewne dobrym przybliżeniem dla dużych prędkości ścinania, natomiast dla małych prędkości ścinania należy się liczyć z rozbieżnościami; jak wskazują niektóre badania (np. [17]) jest prawdopodobne, że model Binghamma może być lepszym przybliżeniem. Przyjęte tutaj warunki brzegowe zapisane w bezwymiarowej formie mają postać:

$$\begin{aligned} u'_{vy}(\pm 1) &= 0, \\ u'_{dy}(\pm 1) &= 0, \\ \pm R_{01} \tau'_{d_{xy}}(\pm 1) &= \pm \frac{\partial u'_{dx}}{\partial y}(\pm 1) = -\beta u'_{dx}(\pm 1), \end{aligned} \quad (2.6)$$

gdzie:

$$\tau'_{d_{xy}} = \frac{\hat{\tau}'_{d_{xy}}}{(1 - \Theta_0) \hat{\rho}_v s \hat{u}_{v0}^2}, \quad \beta = \frac{\hat{\beta} \hat{L}}{\hat{\mu}_{d0}}.$$

Warunek (2.6₃) opisuje dość ogólnie możliwe fizycznie sytuacje. Dla $\beta = 0$ brak jest oddziaływań stycznych ścianki na ruch fazy cząstek (poślizg bez siły

hamującej). Dla $\beta \rightarrow \infty$ warunek (2.6₃) daje $u'_{dx}(\pm 1) = 0$, czyli zwykły dla (jednofazowej) cieczy lepkiej warunek znikania składowej stycznej prędkości na nieruchomej ściance. Obserwacja zachowania się sfuidyzowanych gazem drobnych cząstek (a takie są przedmiotem zainteresowania) wskazuje, że siły adhezji mogą dawać zdolność przenoszenia pewnej małej wartości naprężenia bez powodowania poślizgu. Dla $0 < \beta < \infty$ związek (2.6₃) wyraża proporcjonalność siły hamującej ruch cząstek na ściance. Jeżeli przyjąć, że poruszające się względem ścianki cząstki oddziela od ścianki film gazowy o pewnej średniej grubości $\hat{\delta}$ to można oszacować, że wtedy:

$$\beta = \frac{\hat{\beta}L}{\hat{\mu}_{d0}} = \Theta \left(\frac{\hat{\mu}_{vm} \hat{L}}{\hat{\mu}_{d0} \hat{\delta}} \right).$$

Wyrażając współczynnik β inaczej – za pomocą współczynnika α , tj. $\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, można zapisać warunek (2.6₃) w wygodniejszej dla obliczeń formie:

$$(1 - \alpha) \frac{\partial u'_{dx}}{\partial y}(\pm 1) \pm \alpha u'_{dx}(\pm 1) = 0. \quad (2.7)$$

Jest prawdopodobne, że w przypadku fluidyzacji gazem bardzo drobnych cząstek ($\leq 100 \mu\text{m}$) i istnienia jeszcze stanu jednorodnego przy umiarkowanej ekspansji złoża (porowatości Θ_0) współczynnik α jest bliski 1 (odpowiada to "przylepieniu" cząstek do ścianki). W przypadku fluidyzacji cieczą α jest mniejsze od 1 ze względu na utrudniony – przez obecność płynu o dużej gęstości – bezpośredni kontakt cząstek ze ścianką.

2.3. Równanie stabilności

Ponieważ, jak wspomniano, rozpatrywany obszar przepływu jest ograniczony pionowymi ściankami bocznymi $y = \pm 1$ (czyli $-\infty < x < \infty$, $-1 \leq y \leq +1$) to zgodnie z ogólnymi zasadami poszukuje się rozwiązań układu równań (2.5) w postaci fali biegnącej z modulowaną po y amplitudą:

$$\Psi(x, y, t) = \Phi(y) \exp(ik_x x + \varphi t), \quad (2.8)$$

gdzie:

$$\Psi = \begin{bmatrix} u'_{xv} \\ u'_{vy} \\ u'_{dx} \\ u'_{dy} \\ \Theta' \\ p' \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ D_x \\ D_y \\ T \\ P \end{bmatrix},$$

$$\varphi = \xi - i\eta,$$

ξ - współczynnik wzmocnienia fali ($\xi > 0$ - zaburzenia o rosnącej w czasie amplitudzie, $\xi < 0$ - zaburzenia gasnące),

η - częstość fali ($\eta > 0$ - fale biegnące w górę złoża tj. w stronę dodatnich x),

k_x - liczba falowa ($\lambda_x = 2\pi/k_x$ - długość fali),

$v = \eta/k_x$ - prędkość fazowa fali.

Po względnieniu (2.8) w równaniach (2.5) otrzymuje się następujący układ równań różniczkowych zwyczajnych z niewiadomymi funkcjami T , P , D_x , D_y , V_x , V_y :

$$\begin{aligned} \frac{dV_y}{dy} + ik_x V_x + (\varphi + ik_x)T &= 0, \\ \frac{dD_y}{dy} + ik_x D_x - \frac{\Theta_0}{1 - \Theta_0} \varphi T &= 0, \\ (\varphi + ik_x)V_x + \varepsilon_0 \frac{1 - \Theta_0}{\Theta_0} ((\varphi + ik_x)V_x - \varphi D_x) + \\ &+ ik_x P - \frac{S_0}{\Theta_0} (D_x - V_x + (1 - \Theta_0 H_0)T) = 0, \\ (\varphi + ik_x)V_y + \varepsilon_0 \frac{1 - \Theta_0}{\Theta_0} ((\varphi + ik_x)V_y - \varphi D_y) + \\ &+ \frac{dP}{dy} - \frac{S_0}{\Theta_0} (D_y - V_y) = 0, \tag{2.9} \\ \varphi D_x - \frac{\varepsilon_0}{s} ((\varphi + ik_x)V_x - \varphi D_x) + \frac{ik_x}{s} P - \frac{S_0}{(1 - \Theta_0)s} \cdot \\ &\cdot (V_x - D_x + (\frac{\Theta_0}{1 - \Theta_0} + \Theta_0 H_0)T) - \frac{1}{R_{01}} (\frac{d^2 D_x}{dy^2} - k_x^2 D_x) - \\ &- \frac{1}{R_{02}} (ik_x \frac{dD_y}{dy} - k_x^2 D_x) - ik_x E_0 T = 0, \\ \varphi D_y - \frac{\varepsilon_0}{s} ((\varphi + ik_x)V_y - \varphi D_y) + \frac{1}{s} \frac{dP}{dy} - \\ &- \frac{S_0}{(1 - \Theta_0)s} (V_y - D_y) - \frac{1}{R_{01}} (\frac{d^2 D_y}{dy^2} - k_x^2 D_y) - \\ &- \frac{1}{R_{02}} (ik_x \frac{dD_x}{dy} + \frac{d^2 D_y}{dy^2}) - E_0 \frac{dT}{dy} = 0. \end{aligned}$$

Warunki brzegowe (2.6) i (2.7) można z pomocą (2.8) i (2.9) przedstawić następująco:

$$\frac{dP}{dy}(\pm 1) = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{dD_x}{dy}(\pm 1) - X \frac{dT}{dy}(\pm 1) &= 0, \\ (1 - \alpha) \frac{dD_x}{dy}(\pm 1) \pm \alpha D_x(\pm 1) &= 0, \end{aligned} \quad (2.10)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} X &= -i \frac{R_{01}}{k_x} \left(\frac{\Theta_0}{1 - \Theta_0} \frac{1}{R_0} \varphi + E_0 \right), \\ R_0 &= \left(\frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{02}} \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Po dość żmudnych przekształceniach układ równań zwyczajnych (2.9) można przedstawić w następującej formie:

$$\begin{aligned} A \frac{d^2 T}{dy^2} - BT &= 0, \\ \frac{d^2 P}{dy^2} - k_x^2 P &= CT, \\ \frac{d^2 D_x}{dy^2} - a D_x &= bT + eP, \\ D_y &= \left(A \frac{\Theta_0}{1 - \Theta_0} \frac{dT}{dy} - \frac{ik_x}{R_{01}} \frac{dD_x}{dy} - \left(\frac{f_2}{f_3} + \frac{1}{s} \right) \frac{dP}{dy} \right) \frac{R_{01}}{a}, \\ V_x &= \left(f_4 D_x - ik_x P + \frac{S_0}{\Theta_0} (1 - \Theta_0 H_0) T \right) \frac{1}{f_3}, \\ V_y &= \left(f_4 D_y - \frac{dP}{dy} \right) \frac{1}{f_3}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{R_0} \varphi + \frac{1 - \Theta_0}{\Theta_0} E_0, \\ B &= \varphi^2 + \frac{1 - \Theta_0}{s \Theta_0} (\varphi + ik_x)^2 + \frac{\varepsilon_0}{s} \left(\frac{(1 - 2\Theta_0)(1 - \Theta_0)}{\Theta_0^2} (\varphi + ik_x)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\Theta_0} \varphi^2 \right) + Ak_x^2 + \frac{S_0}{s \Theta_0^2 (1 - \Theta_0)} (\varphi + ik_x (2 - 3\Theta_0 - (1 - \Theta_0) \Theta_0 H_0)), \\ C &= (\varphi + ik_x)^2 + \varepsilon_0 \left(\frac{1 - \Theta_0}{\Theta_0} (\varphi + ik_x)^2 + \varphi^2 \right) + \\ &\quad + \frac{S_0}{\Theta_0} \left(\frac{1}{1 - \Theta_0} \varphi + ik_x (2 - \Theta_0 H_0) \right), \\ a &= \left(f_1 - \frac{f_4 f_2}{f_3} \right) R_{01}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b &= -\left(\frac{f_2 S_0}{f_3 \Theta_0}(1 - \Theta_0 H_0) + \frac{S_0}{(1 - \Theta_0)s} \left(\frac{\Theta_0}{1 - \Theta_0} + \Theta_0 H_0\right) + \right. \\
&\quad \left. + ik_x \left(\frac{1}{R_{02}} \frac{\Theta_0}{(1 - \Theta_0)} \varphi + E_0\right)\right) R_{01}, \\
e &= ik_x \left(\frac{f_2}{f_3} + \frac{1}{s}\right) R_{01}, \\
f_1 &= \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{s}\right) \varphi + \frac{S_0}{(1 - \Theta_0)s} + \frac{k_x^2}{R_{01}}, \\
f_2 &= \frac{\varepsilon_0}{s} (\hat{\varphi} + ik_x) + \frac{S_0}{(1 - \Theta_0)s}, \\
f_3 &= (\varphi + ik_x) \left(1 + \varepsilon_0 \frac{1 - \Theta_0}{\Theta_0}\right) + \frac{S_0}{\Theta_0}, \\
f_4 &= \varepsilon_0 \frac{1 - \Theta_0}{\Theta_0} \varphi + \frac{S_0}{\Theta_0}.
\end{aligned}$$

Rozwiązanie ogólne układu (2.11) znajduje się całkując kolejno pierwsze trzy równania (uwzględniając wynik w następnym kroku). Ma ono postać następującą:

$$\begin{aligned}
T &= \sum_{j=1}^2 \alpha_j \{\exp(r_j y)\}, \\
P &= \sum_{j=1}^2 \alpha_j \left\{ \frac{C}{r_j^2 - k_x^2} \exp(r_j y) \right\} + \sum_{j=3}^4 \alpha_j \{\exp(r_j y)\}, \\
D_x &= \sum_{j=1}^2 \alpha_j \left\{ \frac{1}{r_j^2 - a} \left(b + \frac{eC}{r_j^2 - k_x^2} \right) \exp(r_j y) \right\} + \\
&\quad + \sum_{j=3}^4 \alpha_j \left\{ \frac{e}{r_j^2 - a} \exp(r_j y) \right\} + \sum_{j=5}^6 \alpha_j \{\exp(r_j y)\},
\end{aligned} \tag{2.12}$$

gdzie:

α_j - stałe dowolne ($j = 1, \dots, 6$),

r_j - pierwiastki odpowiednich równań charakterystycznych

$$r_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{B}{A}}, \quad r_{3,4} = \pm k_x, \quad r_{5,6} = \pm \sqrt{a}. \tag{2.13}$$

Pozostałe niewiadome funkcje D_y , V_x , V_y można otrzymać z trzech ostatnich równań (2.11), ale nie jest to teraz konieczne, bowiem warunki brzegowe (2.10) wyrażone są poprzez wyznaczone już funkcje T , P oraz D_x .

Uwzględniając warunki brzegowe (2.10) w rozwiązaniu ogólnym (2.12) oraz po

uwzględnieniu także (2.13) otrzymuje się układ sześciu równań:

$$\sum_{j=1}^2 \alpha_j \{F r_j \exp(\pm r_j)\} + \sum_{j=3}^4 \alpha_j \{r_j \exp(\pm r_j)\} = 0,$$

$$\sum_{j=1}^2 \alpha_j \{(N - X) r_j \exp(\pm r_j)\} + \sum_{j=3}^4 \alpha_j \{K r_j \exp(\pm r_j)\} +$$

$$+ \sum_{j=5}^6 \alpha_j \{r_j \exp(\pm r_j)\} = 0, \quad (2.14)$$

$$\sum_{j=1}^2 \alpha_j \{N((1 - \alpha)r_j \pm \alpha) \exp(\pm r_j)\} + \sum_{j=3}^4 \alpha_j \{K((1 - \alpha)r_j \pm \alpha) \exp(\pm r_j)\} +$$

$$+ \sum_{j=5}^6 \alpha_j \{((1 - \alpha)r_j \pm \alpha) \exp(\pm r_j)\} = 0,$$

gdzie:

$$F = \frac{C}{r_1^2 - k_x^2}, \quad K = \frac{e}{k_x^2 - a}, \quad N = \frac{b + eF}{r_1^2 - a}.$$

Układ równań (2.14) jest liniowym jednorodnym układem równań ze względu na α_j ($j = 1, \dots, 6$) i może być zapisany skrótowo jako:

$$\{M_{ij}\}[\alpha_j] = 0. \quad (2.15)$$

Warunkiem istnienia niezerowych rozwiązań układu (2.15), a także niezerowych rozwiązań (2.12) spełniających warunki brzegowe (2.10) jest znikanie wyznacznika macierzy współczynników, zatem:

$$\det\{M_{ij}\} = 0. \quad (2.16)$$

Równanie (2.16) jest równaniem wielowym postawionego zadania na wartości własne układu równań (2.5). Równanie (2.16) jest równaniem typu:

$$W(\varphi; k_x, \Pi_n) = 0, \quad (2.17)$$

gdzie: W – jest zespoloną funkcją zmiennej zespolonej oraz rzeczywistych: k_x oraz Π_n (parametrów określających stan jednorodny układu fluidalnego, $\Pi_n \ni s, \Theta_0, R_{01}, R_0, \varepsilon_0, S_0, E_0, \dot{L}/\dot{a}_p, \alpha$).

Pierwiastki (2.17), tj. wartości $\varphi^{(n)}$ spełniające równanie (2.17) dają poszukiwane związki dyspersyjne dla małych zaburzeń stanu jednorodnego:

$$\varphi^{(n)} = \varphi^{(n)}(k_x, \Pi_n), \quad (2.18)$$

lub:

$$\xi^{(n)} = \xi^{(n)}(k_x, \Pi_n), \quad (2.19)$$

$$v^{(n)} = \frac{\eta^{(n)}}{k_x} = v^{(n)}(k_x, \Pi_n).$$

Z punktu widzenia stabilności stanu jednorodnego interesujące są te pierwiastki $\varphi^{(n)}$, które mają największe i dodatnie wartości części rzeczywistej, tj. $\xi_{max} > 0$. Powierzchnie $\xi_{max} = 0$ w przestrzeni (k_x, Π_n) ograniczają obszary stabilności i niestabilności.

Bardziej szczegółową formę równania wiekowego (2.17) otrzymuje się po rozwinięciu wyznacznika w (2.16) oraz po uwzględnieniu wg (2.13) $r_1 = -r_2$, $r_3 = -r_4$ oraz $r_5 = -r_6$. Ma ona postać następującą:

$$\begin{aligned} W = & \left\{ (FK - N + X)r_1 r_3 \cosh r_1 \cosh r_3 \left((1 - \alpha)r_5 \cosh r_5 + \alpha \sinh r_5 \right) - \right. \\ & - FK r_1 r_5 \cosh r_1 \cosh r_5 \left((1 - \alpha)r_3 \cosh r_3 + \alpha \sinh r_3 \right) + \\ & \left. + N r_3 r_5 \cosh r_3 \cosh r_5 \left((1 - \alpha)r_1 \cosh r_1 + \alpha \sinh r_1 \right) \right\} \cdot \quad (2.20) \\ & \cdot \left\{ (FK - N + X)r_1 r_3 \sinh r_1 \sinh r_3 \left((1 - \alpha)r_5 \sinh r_5 + \alpha \cosh r_5 \right) - \right. \\ & - FK r_1 r_5 \sinh r_1 \sinh r_5 \left((1 - \alpha)r_3 \sinh r_3 + \alpha \cosh r_3 \right) + \\ & \left. + N r_3 r_5 \sinh r_3 \sinh r_5 \left((1 - \alpha)r_1 \sinh r_1 + \alpha \cosh r_1 \right) \right\} = 0. \end{aligned}$$

Można zauważyć, że dla $\alpha = 0$ równanie (2.20) przekształca się jak być powinno, do postaci (2.21) (otrzymanej w poprzedniej pracy [15] przy założeniu braku oddziaływań stycznych ścianki):

$$(W)_{\alpha=0} = x^2 r_1^2 r_3^2 r_5^2 \sinh(2r_1) \sinh(2r_3) \sinh(2r_5) = 0. \quad (2.21)$$

W tym przypadku jednym z rozwiązań jest $r_1 = 0$, które opisuje fale płaskie, o frontach prostopadłych do osi x (patrz. [15]).

Z (2.20) także wynika, że $W = 0$, gdy $r_1 = 0$, nawet gdy $\alpha > 0$ (zeruje się wyrażenie w pierwszym nawiasie klamrowym). Nie znaczy to jednak, że jest to rozwiązanie zagadnienia na wartości własne w przypadku $\alpha > 0$, bowiem gdy $r_1 = 0$ mamy do czynienia z pierwiastkiem podwójnym $r_1 = r_2 = 0$ odpowiedniego równania charakterystycznego, a odpowiadające mu rozwiązanie ogólne jest oczywiście różne od (2.12). Wynikająca stąd różna od (2.20) postać W (np. dla $\alpha = 1$) jest następująca:

$$\begin{aligned} (\bar{W})_{r_1=0} = & \tilde{N} r_3 r_5 \sinh(2r_3) \sinh(2r_5) + 2r_3 (\tilde{F} \tilde{K} - \tilde{N} + \tilde{X}) \sinh(2r_3) \cdot \\ & \cdot \sinh^2(r_5) - 2r_5 \tilde{F} \tilde{K} \sinh(2r_5) \sinh^2(r_3) \neq 0. \end{aligned}$$

Znakiem \sim oznaczono wartość funkcji N , F , K , X , dla tych wartości φ , które spełniają $r_1 = 0$. W tym punkcie (tj. dla $r_1 = 0$): $(\tilde{W})_{r_1=0} \neq 0$ bo $r_3 > 0$ oraz $r_5 \neq 0$ (bowiem $r_5 \neq r_1$). W sposób analogiczny dotyczy to także przypadku $r_5 = 0$ (zawsze jest bowiem $r_5 \neq r_1$ i $(\tilde{W})_{r_5=0} \neq 0$). Zatem dla $\alpha > 0$ nie są możliwe zaburzenia jednowymiarowe propagujące się wzdłuż osi x .

Wracając do przypadku $\alpha = 0$, oprócz wspomnianego rozwiązania $r_1 = 0$, czynnik $\sinh(2r_1) = 0$ w (2.21) generuje rozwiązanie ogólniejsze [15]:

$$r_1 = \pm i \frac{\Pi}{2} n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.22)$$

opisujące zaburzenia dwuwymiarowe (dla n parzystych rozwiązanie z symetrycznym rozkładem wzdłuż y amplitudy fali, dla n nieparzystych rozwiązania asymetryczne), przy czym interesujące z punktu widzenia stabilności jest tylko jedna z gałęzi związku dyspersyjnego (opisanego przez (2.22)) odpowiadająca falom biegnącym w górę złoża; druga rodzina fal – propagująca się w dół złoża charakteryzuje się bardzo silnym tłumieniem [15]. Dodatkowo, także możliwe i niezależne rozwiązanie w przypadku $\alpha = 0$ ($r_5 = \pm i \frac{\Pi}{2} n$) generowane przez czynnik $\sinh(2r_5) = 0$ w (2.21) opisuje fale nie powodujące zmian porowatości układu ($\theta' = 0$), które są zresztą bardzo silnie tłumione.

W przypadku $0 < \alpha \leq 1$, tj. w przypadku uwzględnienia siły hamującej ruch cząstek przy ścianie, takie "rozdwojenie" nie zachodzi i w rezultacie następuje modyfikacja rozwiązań $\alpha = 0$, co jest opisane równaniem (2.20). Tutaj, z punktu widzenia stabilności, interesujące są modyfikacje przez $\alpha > 0$ tych rozwiązań, które, jak wspomniano wyżej, opisują fale propagujące się w górę złoża i mogące mieć dodatnie współczynniki wzmocnienia. Na tym się skoncentrowano wykonując obliczenia numeryczne, tj. poszukując miejsc zerowych funkcji W (2.20). Poszukiwanie miejsc zerowych funkcji zespolonej W na płaszczyźnie zespolonej (ξ, η) okazało się problemem samym w sobie ze względu na jej skomplikowany charakter: silną nieliniowość i "szybką zmienność". Opracowane programy obliczeniowe realizujące metodę, którą można określić jako "ukierunkowane przeszukiwanie", pozwoliły przebadać zasadnicze własności związków dyspersyjnych opisanych równaniem (2.20), aczkolwiek obliczenia były bardzo żmudne i czasochłonne, choćby ze względu na wielkość zmiennych parametrów. Ze względu na szczupłość miejsca, trudno tu opisywać szczegóły metody obliczeń oraz dyskutować możliwość zastosowania innych sposobów.

3. Wyniki obliczeń i ich omówienie

Na kolejnych rysunkach przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń numerycznych pokazujące charakterystyczne cechy otrzymanego rozwiązania (2.20).

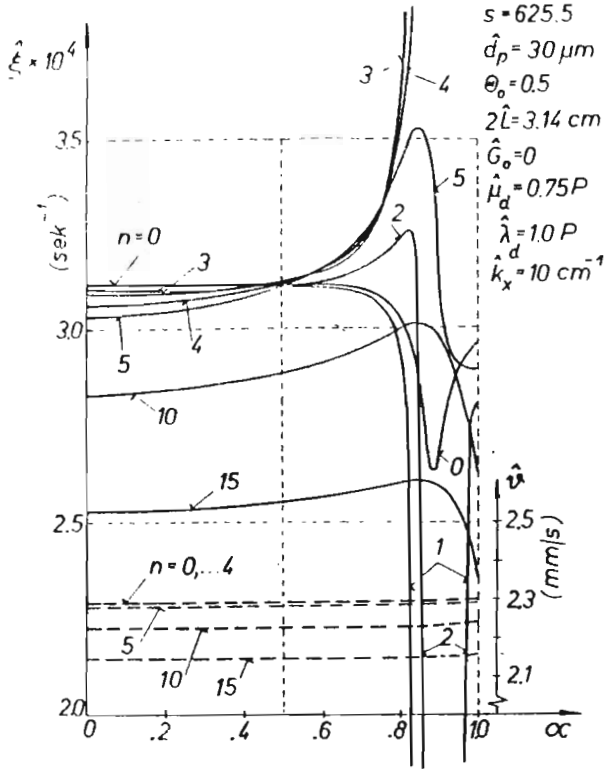
Przedstawione zależności dotyczą tej gałęzi związku dyspersyjnego, która reprezentuje zaburzenia propagujące się w górę złoża ($\hat{\eta} > 0$) i mogą mieć dodatnie wartości współczynników wzmocnienia ξ .

Obliczenia wykonano dla wybranego zespołu parametrów charakteryzujących badany układ. Ograniczono się do złoża drobnych cząstek ($\hat{d}_p \leq 100\mu\text{m}$), bo takie gazowe układy fluidalne rzeczywiście bywają jednorodne w pewnym zakresie porowatości powyżej porowatości początku fluidyzacji (Θ_{mf}).

Ponadto, do obliczeń przyjęto relację Erguna dla określenia funkcji K sprzęgającej pędy obydwu faz. (Nawiasem mówiąc, zależność Erguna jest odpowiednia tylko dla porowatości $\Theta_0 < 0.7$, co mieści się w interesującym zakresie. Przy większych wartościach porowatości bardziej odpowiednia jest zależność Richardsona - Zaki, która dobrze się zachowuje w szczególności dla $\Theta_0 \rightarrow 1$. Daje to w konsekwencji m.in. tę własność, że stopień niestabilności stanu jednorodnego wypada najwyższy dla porowatości $\Theta_{0m} = 1 - \frac{1}{m}$ (m - jest wykładnikiem w zależności $R\&Z$: $\hat{u}_{v0}/\hat{u}_t = \Theta_0^{m-1}$, \hat{u}_t - prędkość swobodnego opadania pojedynczej cząstki) i dla $\Theta_{0m} < \Theta_0 < 1$ obserwuje się ponowne zmniejszenie stopnia niestabilności. Własność ta wynika zarówno z zastosowania w niniejszej pracy modelu jak i nieco innego (jednowymiarowego) opisu zastosowanego w [13] i jest jakościowo zgodna z obserwacjami eksperymentalnymi, które pokazują, że "pęcherzykujące złożo powraca przy wysokich porowatościach do zachowania się jak jednorodne" [18]).

Zawsze też w obliczeniach przyjmowano: gęstość powietrza fluidyzującego $\hat{\rho}_v = 1.189 \text{ kg/m}^3$, lepkość kinematyczną (mikroskopową) powietrza $\hat{\nu}_{vm} = 0.1548 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$, przyspieszenie grawitacyjne $\hat{g} = 9.81 \text{ m/s}^2$. Wartości pozostałych parametrów charakteryzujących układ są podane w opisie poszczególnych wykresów. Tutaj należy dodać, że wartość $s = 625.5$ odpowiada wartości gęstości katalizatora krakingowego, a przyjęte wartości efektywnej lepkości fazy cząstek $\hat{\mu}_d$ i $\hat{\lambda}_d$ odpowiadają rzędowi wartości obserwowanych eksperymentalnie [17] i używanych w obliczeniach w poprzednich pracach.

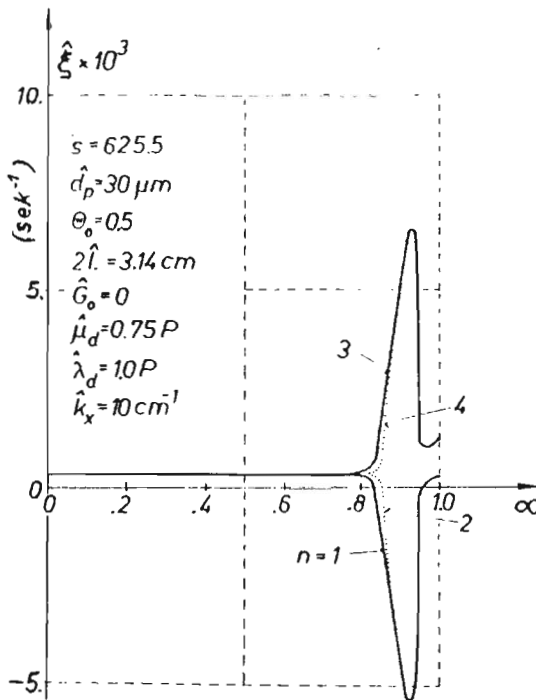
Na rys.2 pokazano przykładowy i charakterystyczny wpływ α - współczynnika opisującego stopień wyhamowania ruchu fazy cząstek stycznego do ścianki bocznej (dla przypomnienia: $\alpha = 0$ odpowiada przypadkowi braku statyczności siły hamującej ruch cząstek przy ścianie, $\alpha = 1$ - odpowiada całkowitemu wyhamowaniu ruchu cząstek, "przyklepaniu" cząstek na ścianie) na wartość współczynnika wzmocnienia fali ξ (linie ciągle) oraz prędkości propagacji zaburzenia v (linie przerywane) dla konkretnej wybranej długości fali zaburzenia odpowiadającej liczbie falowej $\hat{k}_x = 10\text{cm}^{-1}$. Krzywe oznaczone $n = 0, 1, 2, \dots$ odpowiadają kolejnym możliwym rozwiązaniom (wartościom własnym), które reprezentują różne rozkłady (wzdłuż y) amplitudy parametrów - w szczególności rozkłady porowatości. (Dla ścisłości należy dodać, że wyszczególnione wartości $n = 0, 1, 2, \dots$ wchodzą formalnie do rozwiązania dla $\alpha = 0$ (2.22), natomiast dla $\alpha > 0$ spełniają jedynie rolę identyfikatora - nie pojawiają się w rozwiązaniu (2.20) obowiązującym dla $\alpha > 0$.



Rys. 2. Współczynnik wzmocnienia zaburzenia $\hat{\xi}$ oraz prędkość propagacji zaburzenia \hat{v} w funkcji parametru α dla wybranej długości fali zaburzenia

Wpływ α na prędkość propagacji fali (\hat{v}) jest nieznaczny – jakkolwiek numerycznie widoczny. Natomiast współczynnik wzmocnienia ($\hat{\xi}$) zmienia się w charakterystyczny sposób. Po pierwsze – zmienia się tylko w zakresie większych wartości α ; po drugie – istotne zmniejszenie współczynnika $\hat{\xi}$ występuje tylko dla dwu z możliwych rozwiązań (ściślej: dla jednego rozwiązania niesymetrycznego – nieparzyste n oraz dla jednego rozwiązania symetrycznego – parzyste n – tutaj odpowiednio dla $n = 1$ oraz 2), a istotne zwiększenie współczynnika występuje dla dwu kolejnych możliwych rozwiązań, tutaj dla $n = 3$ oraz 4; po trzecie – te istotnie zmieniające się z α rozwiązania posiadają charakterystyczne ekstrema, które pokazuje rys.3 wykonany ze zmienioną w porównaniu z rys.2 o rząd skalą rzędnych. Szczególnie istotne z punktu widzenia stabilności są oczywiście te rozwiązania, tutaj $n = 3$ i 4, które odpowiadają bardzo dużym zwiększeniom współczynnika $\hat{\xi}$ (o rząd wielkości i więcej) w stosunku do wartości dla $\alpha = 0$, $n = 0$ – tj. tym,

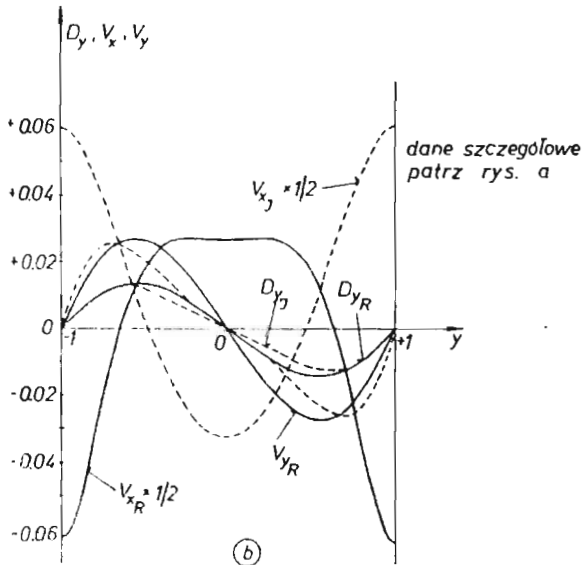
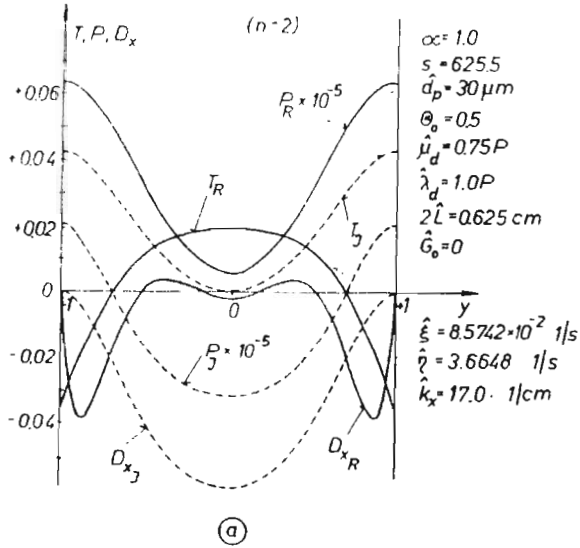
które odpowiadają zaburzeniom jednowymiarowym (falom płaskim, o powierzchni falowej prostopadłej dla osi x).



Rys. 3. Współczynnik wzmocnienia zaburzenia $\hat{\xi}$ oraz prędkość propagacji zaburzenia \hat{v} w funkcji parametru α dla wybranej długości fali zaburzenia

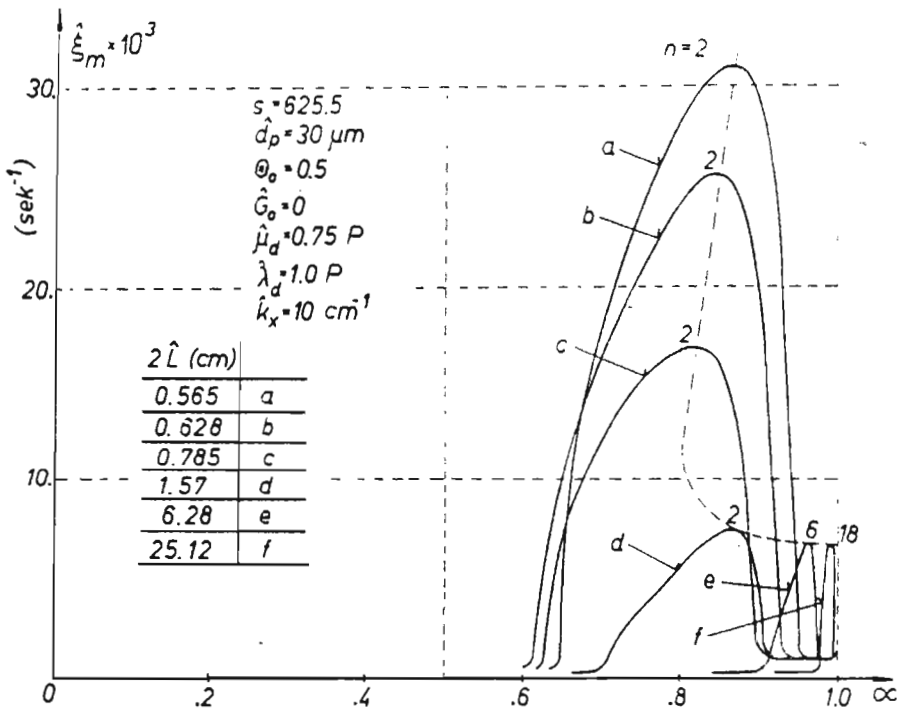
Powstaje pytanie, na czym polega różnica w strukturze rozkładów amplitudy poszczególnych parametrów fal, tutaj np. dla $n = 2$ i 4 , dając w efekcie tak zasadniczo różne współczynniki wzmocnienia (przy $n = 2$ silne tłumienie, przy $n = 4$ silne wzmocnienie) przy niemalże tej samej prędkości propagacji obydwu zaburzeń. Dla wyliczonych z (2.20) odpowiednich wartości ξ i η można rozwiązać układ równań (2.14) względem α ; i zakładając jedną z wartości, np. α_1 , wyliczyć z (2.12) oraz (2.11) interesujące rozkłady (wzdłuż y) zespolonych amplitud fali Φ , $\Phi \ni T$, P , D_x , D_y , V_x , V_y . Przykład wyniku takich obliczeń pokazany jest na rys.4a,b, gdzie wartość $\alpha_1 = 0.01 + i \cdot 0$, a wartości $\hat{\xi}$ i $\hat{\eta}$ odpowiadają fali "wzmocnianej" (wartości te odpowiadają maksimum krzywej $\alpha = 1$ pokazanej na rys.7). Pamiętajając, że fizyczne znaczenie ma tylko rzeczywista część zależności (2.8) opisującej zaburzenie, tj:

$$\Psi_R = \exp(\xi t) \left(\Phi_R \cos(k_x x - \eta t) - \Phi_I \sin(k_x x - \eta t) \right), \quad (3.1)$$



Rys. 4. Przykład rozkładów amplitud parametrów fali zaburzenia;
 (a) $T(y)$, $P(y)$, $D_x(y)$; (b) $D_y(y)$, $V_x(y)$, $V_y(y)$

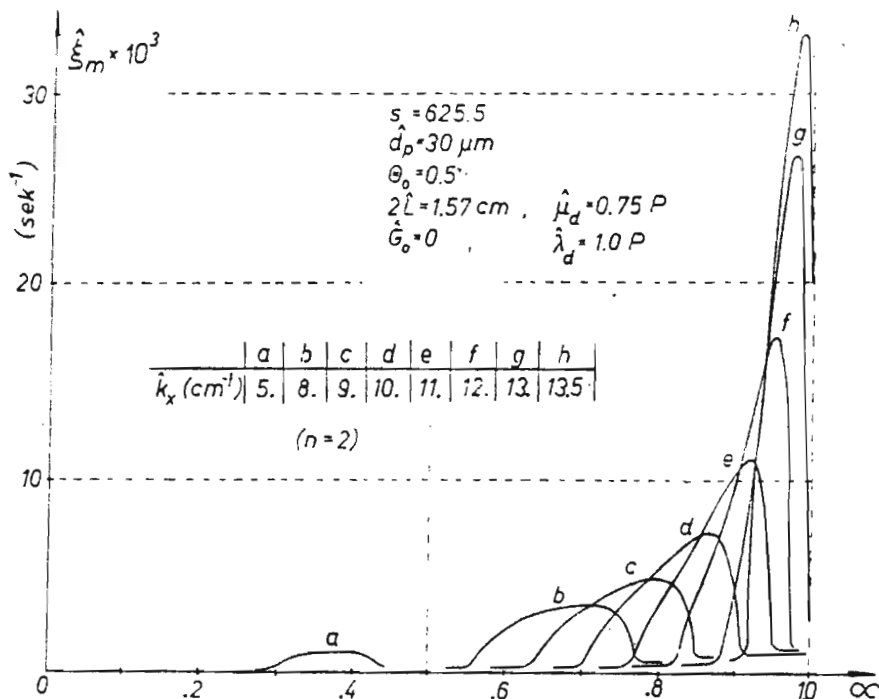
(indeksy R i I odpowiadają odpowiednio części rzeczywistej i urojonej), można – dysponując obliczonymi rozkładami $\Phi(y)$ – wyliczyć rozkłady amplitud poszczególnych parametrów fali $\Psi_R(y)$ ($\Psi_R \ni \theta', p', u'_{d_x}, u'_{d_y}, u'_{v_x}, u'_{v_y}$) dla odpowiedniej wartości fazy fali $k_x x - \eta t$), tj. np. dla ustalonego x wyliczyć rozkłady amplitud w kolejnych chwilach okresu fali. Obliczenie przekonuje, że odpowiednia do pokazanej na rys.4a i b "tłumiona" fala (wartości $\hat{\xi}$ i $\hat{\eta}$ dla niej są: $\hat{\xi} = -8.3395 \times 10^{-2} s^{-1}$, $\hat{\eta} = 3.6650 s^{-1}$) posiada w charakterystycznych punktach fazy niemalże te same rozkłady amplitudy, ale sekwencja ich zmian w czasie jest odwrotna aniżeli w przypadku fali "wzmacnianej". To tłumaczy niemalże "lustrzane" odbicie krzywych odpowiadających fali silnie wzmacnianej i silnie tłumionej ukazywane na rys.3.



Rys. 5. Współczynnik wzmocnienia $\hat{\xi}_m$ zaburzenia o przykładowej długości fali w funkcji parametru α obliczony dla różnych szerokości złoza $2L$

Opisany obraz zmienności $\hat{\xi}(\alpha)$ pokazany na rys.2 i 3 jest charakterystyczny także dla innych wartości parametrów. Na rys.5 pokazano przebieg $\hat{\xi}_m(\alpha)$ ($\hat{\xi}_m = \max(\hat{\xi}^{(n)})$), tj. zmienność $\hat{\xi}(\alpha)$ dla najbardziej wzmacnianych fal (te są istotne z punktu widzenia stabilności) dla różnych szerokości złoza. Dla jasności podano tylko przebiegi dotyczące fal "symetrycznych". Widoczne jest wraz z

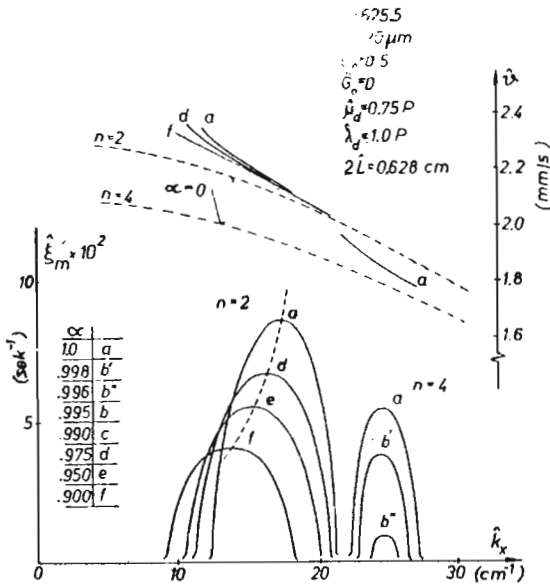
zwiększaniem szerokości złoza przesuwanie się i zwięźanie obszaru zmienności ξ w stronę większych α . Ponadto widać, że dla wzrastających $2\tilde{L}$ wyraźnemu wzmocnieniu podlegają fale o coraz to wyższym n , przy czym maksimum krzywej $\hat{\xi}_m(\alpha)$ nie zależy od $2\tilde{L}$ dla większych wartości $2\tilde{L}$ ($>$ kilku cm).



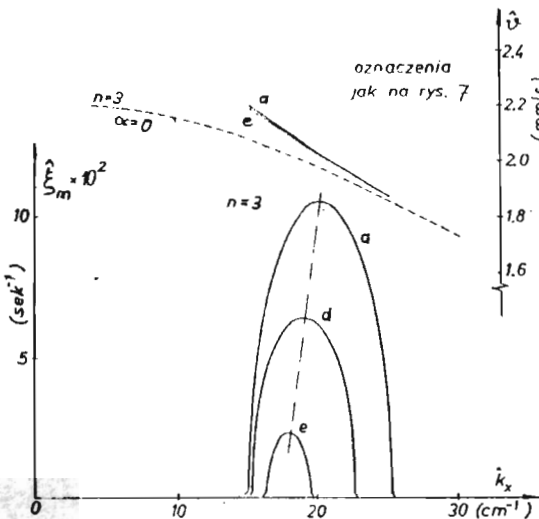
Rys. 6. Współczynnik wzmocnienia $\hat{\xi}_m$ w funkcji parametru α obliczony dla różnych długości fali zaburzenia

Na rys.6 pokazano wpływ liczby falowej \hat{k}_x na przebieg zmienności $\hat{\xi}(\alpha)$. Tu również przedstawiono przebiegi $\hat{\xi}_m(\alpha)$. Wraz ze zwiększaniem \hat{k}_x (zmniejszaniem długości fali $\hat{\lambda}_x$) następuje przesuwanie w stronę większych wartości α obszaru istotnej zmienności $\hat{\xi}_m(\alpha)$ oraz narastanie (ograniczone) wartości maksymalnych $\hat{\xi}_m$. Dla jeszcze większych – niż pokazano na wykresie – wartości \hat{k}_x maksimum $\hat{\xi}_m(\alpha)$ opuszcza obszar zmienności α tj. $0 \leq \alpha \leq 1$) i wtedy obserwuje się monotoniczny przebieg $\hat{\xi}_m(\alpha)$, a wartości maksymalne maleją ze wzrostem \hat{k}_x . Można stwierdzić, że istotny fizycznie wpływ α na przebieg zależności $\hat{\xi}_m(\alpha)$ ma miejsce jedynie dla większych wartości α .

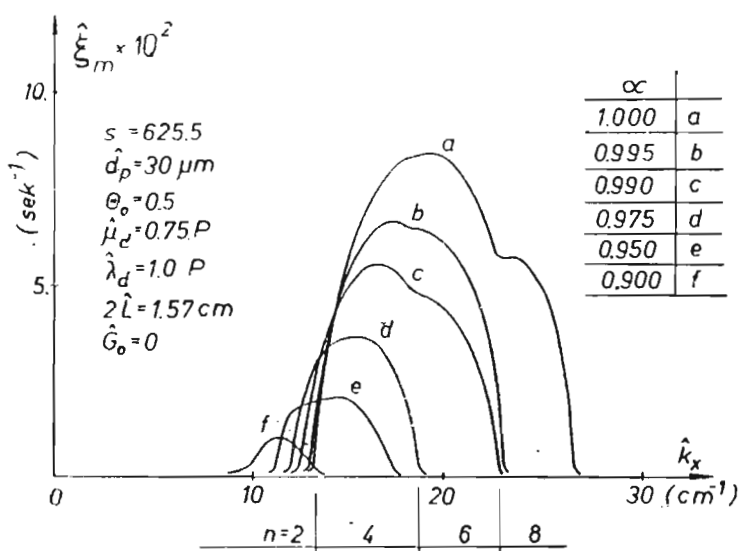
Efektem powyżej pokazanych własności są pokazane na kolejnych rysunkach spektra współczynników wzmocnienia i prędkości propagacji najbardziej wzmac-



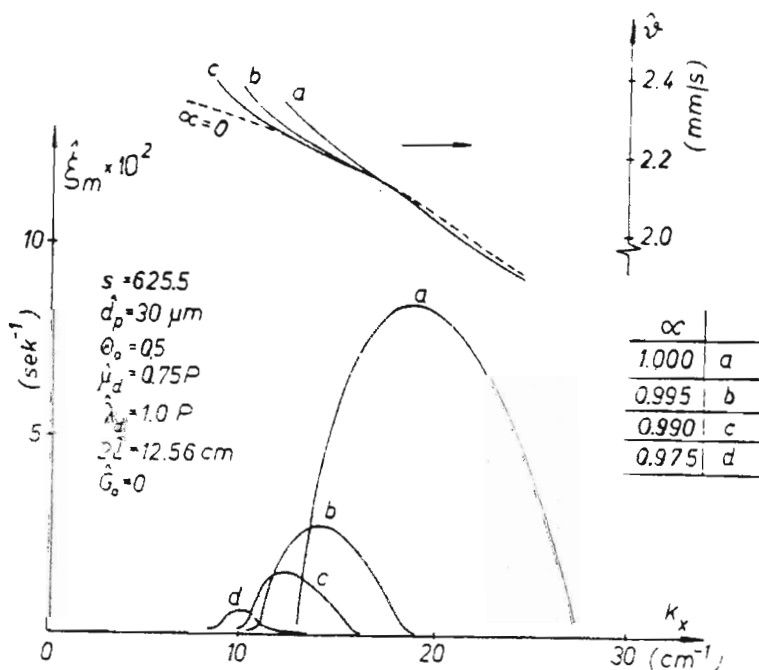
Rys. 7. Spektrum współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m(k_x)$ i prędkości propagacji zaburzenia $\hat{v}(k_x)$ dla różnych wartości parametru α . Szerokość złoża $2\tilde{L} = 0.628 \text{ cm}$. Fale symetryczne



Rys. 8. Spektrum współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m(k_x)$ i prędkości propagacji zaburzenia $\hat{v}(k_x)$ dla różnych wartości parametru α . Szerokość złoża $2\tilde{L} = 0.628 \text{ cm}$. Fale niesymetryczne



Rys. 9. Spektrum współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m(k_x)$ i prędkości propagacji zaburzenia $\hat{v}(k_x)$ dla różnych wartości parametru α . Szerokość złoza $2\hat{L} = 1.57 \text{ cm}$



Rys. 10. Spektrum współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m(k_x)$ i prędkości propagacji zaburzenia $\hat{v}(k_x)$ dla różnych wartości parametru α . Szerokość złoza $2\hat{L} = 12.56 \text{ cm}$

nianych zaburzeń w funkcji liczby falowej \hat{k}_x .

Na rys.7 i 8 pokazano spektra $\hat{\xi}_m(\hat{k}_x)$ dla bardzo małej szerokości złoza $2\hat{L} = 0.628$ cm (na rys.7 dla wzmacnianych fal symetrycznych - $n = 2, 4$, a na rys.8 dla fal asymetrycznych - $n = 3$). Na rys.9 i 10 pokazano spektra odpowiednio dla szerokości złoza $2\hat{L} = 1.57$ cm i dla $2\hat{L} = 12.56$ cm. Jest widoczne, że przebieg wartości współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m$ zależą silnie od α (największe wypadają dla $\alpha = 1$) przy czym spadek wartości $\hat{\xi}_m$ wraz ze zmniejszeniem α jest gwałtowniejszy przy większej szerokości złoza $2\hat{L}$. Prędkość propagacji zaburzeń dwuwymiarowych wymuszonych przez $\alpha > 0$ nawet dla α bliskich 1 odbiega niewiele od prędkości zaburzeń dla $\alpha = 0$, różnice pojawiają się jedynie dla małych \hat{k}_x , tj. dla długich fal. Ponadto, różnice w przebiegach $\hat{\xi}_m(\hat{k}_x)$ dla fal symetrycznych i asymetrycznych objawiają się tylko dla małych szerokości złoza, natomiast dla $2\hat{L}$ większych od kilku cm przebiegi $\hat{\xi}_m(\hat{k}_x)$ są dla obydwu fal praktycznie identyczne.

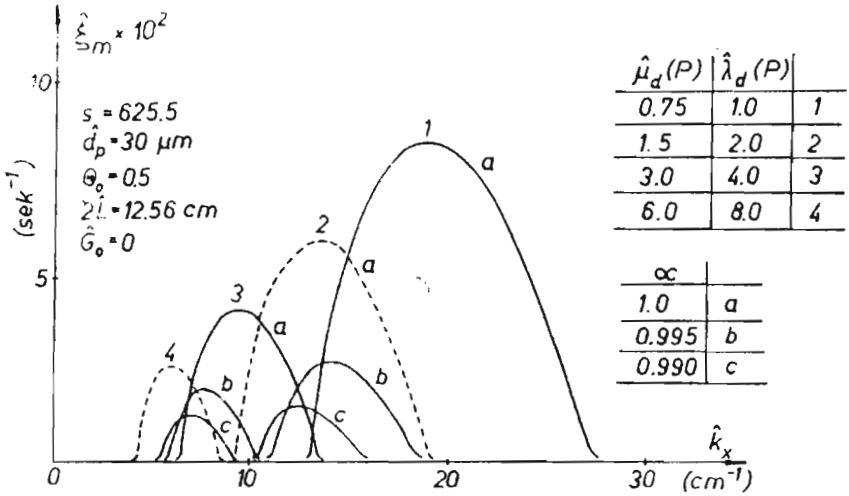
Na rys.11a pokazano wpływ efektywnych lepkości fazy cząstek $\hat{\mu}_d$ i $\hat{\lambda}_d$ na spektrum współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m(\hat{k}_x)$. Zwiększenie $\hat{\mu}_d$ i $\hat{\lambda}_d$ powoduje zmniejszenie wartości maksymalnych współczynnika wzmocnienia przesuwając widmo w stronę mniejszych liczb falowych \hat{k}_x (podobnie jak dla $\alpha = 0$).

Jest interesujące, że najbardziej wzmacniane dwuwymiarowe zaburzenia wymuszane przez $\alpha = 1$ odpowiadające maksimum funkcji $\hat{\xi}_m(\hat{k}_x)$ charakteryzują się ściśle określoną wartością $(\lambda_x/\lambda_y)_{\hat{\xi}=\hat{\xi}_{max}}$ ($\lambda_x/\lambda_y = r_{1I}/k_x$, r_{1I} - część urojona r_1 , λ_y - długość "fali" rozkładu wzdłuż y amplitudy porowatości, patrz (2.12)), która jest jedynie funkcją $\hat{\lambda}_d/\hat{\mu}_d$ dla $2\hat{L} > \sim 5$ cm. Przebieg $(\lambda_x/\lambda_y)_{\hat{\xi}=\hat{\xi}_{max}}$ pokazano na rys.11b.

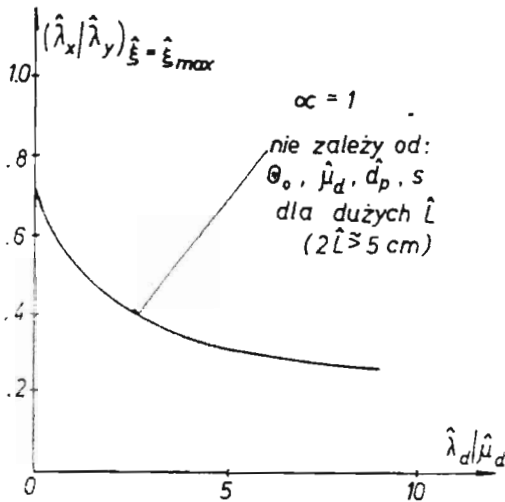
Na rys.12 pokazano zwiększenie wartości maksymalnych i przesuwanie się w stronę dłuższych fal widma współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m(\hat{k}_x)$ dla $\alpha = 1$ wyliczonego dla różnych wartości porowatości Θ_0 stanu jednorodnego.

Na rys.13 pokazano spektra współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m(\hat{k}_x)$ obliczone dla różnych średnic cząstek, tj. dla $\hat{d}_p = 30\mu\text{m}$, $60\mu\text{m}$ i $100\mu\text{m}$. Wraz ze zwiększeniem \hat{d}_p następuje przesunięcie spektrum $\hat{\xi}_m(\hat{k}_x)$ w stronę dłuższych fal oraz zwiększenie wartości maksymalnych. Taki wpływ jest charakterystyczny także dla zaburzeń jednowymiarowych ($\alpha = 0$, $n = 0$) ukazany przez odpowiednie linie przerywane. Zwraca jednak uwagę fakt, że wartości maksymalne są znacząco większe dla $\alpha = 1$ aniżeli dla zaburzeń jednowymiarowych: ok. 10^2 razy dla $\hat{d}_p = 30\mu\text{m}$, ok. 15 razy dla $\hat{d}_p = 60\mu\text{m}$, ok. 4 razy dla $\hat{d}_p = 100\mu\text{m}$. Można zatem stwierdzić, że zwiększenie współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m$ spowodowane swoistą strukturą fali wymuszoną przez przyhamowanie ruchu cząstek przy ścianie jest tym bardziej istotne im mniejsze są średnice cząstek, a dla małych cząstek ($< 100\mu\text{m}$) jest bardzo istotne. Trzeba tu zwrócić uwagę, że dla bardzo małych średnic cząstek, współczynniki wzmocnienia zaburzeń jednowymiarowych wypadają bardzo małe (patrz rys.13) i jest nieprawdopodobne, ażeby jednowymiarowa teoria wyjaśniła utratę stabilności stanu jednorodnego i przejście w stan pęcherzykowania; powsta-

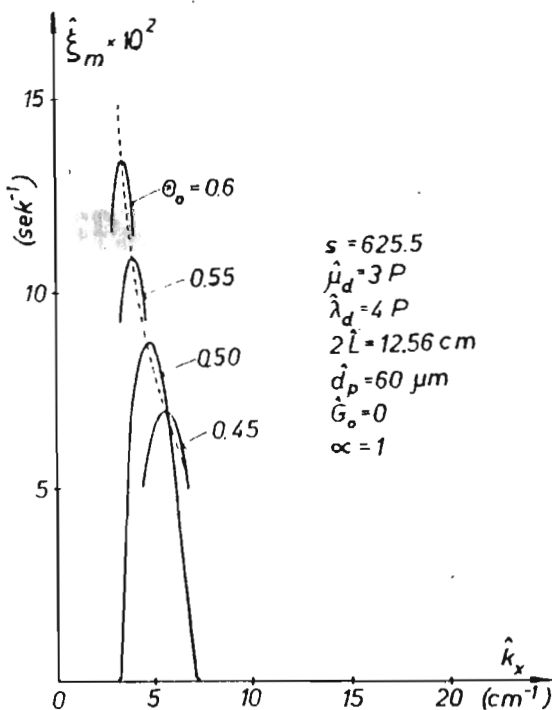
(a)



(b)



Rys. 11. Wpływ efektywnych lepkości fazy czastek $\hat{\mu}_d$ i $\hat{\lambda}_d$
 (a) spektrum współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m(k_x)$ dla różnych wartości lepkości
 (b) stosunek λ_x/λ_y dla najbardziej wzmocnianych zaburzeń (odpowiadający wierzchołkowi widma $\hat{\xi}_m(k_x)$) w funkcji $\hat{\lambda}_d/\hat{\mu}_d$

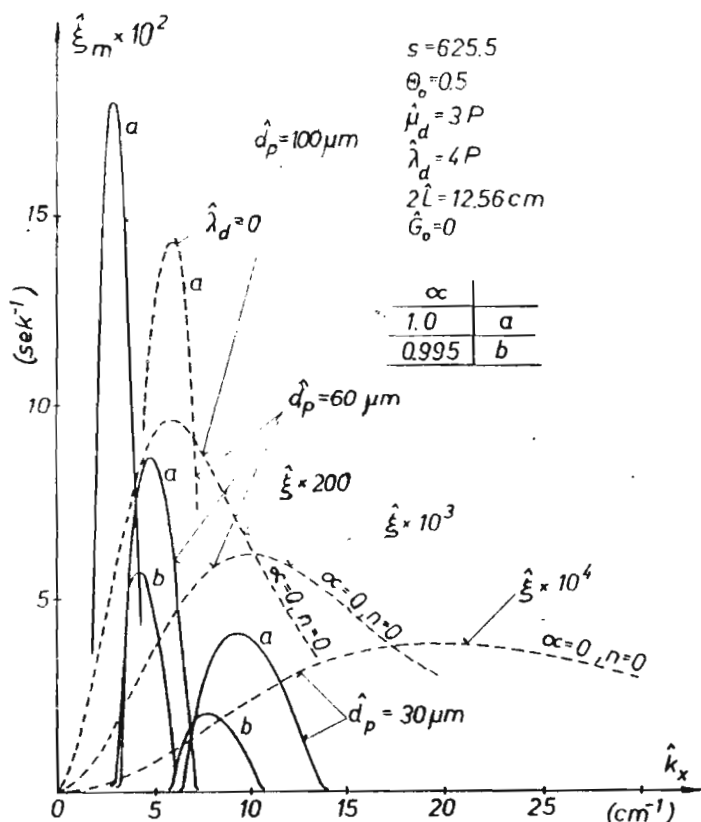


Rys. 12. Wpływ porowatości stanu jednorodnego θ_0 na spektrum współczynnika wzmocnienia zaburzeń $\hat{\xi}_m(\hat{k}_x)$, $\alpha = 1$

wanie pęcherzy nawet dla bardzo małych średnic cząstek, jest zjawiskiem dość szybkim. Z drugiej strony, można spodziewać się, że bardzo drobne cząstki mogą wykazywać zdolność adhezji na powierzchni ścianki, co odpowiada warunkowi $\alpha \cong 1$.

Na rys.14a pokazano stabilizujący zaburzenia wpływ modułu sprężystości fazy cząstek \hat{G}_0 . W miarę zwiększania wartości \hat{G}_0 następuje zmniejszanie współczynników wzmocnienia, pozostają niestabilnymi zaburzenia o długościach fal z wąskiego pasma (np. krzywa a4), a po przekroczeniu wartości $\hat{G}_0 > G_{0**}$ całe widmo współczynników wzmocnienia leży w zakresie $\hat{\xi}_m < 0$ (np. krzywa a5), co oznacza stabilność stanu jednorodnego.

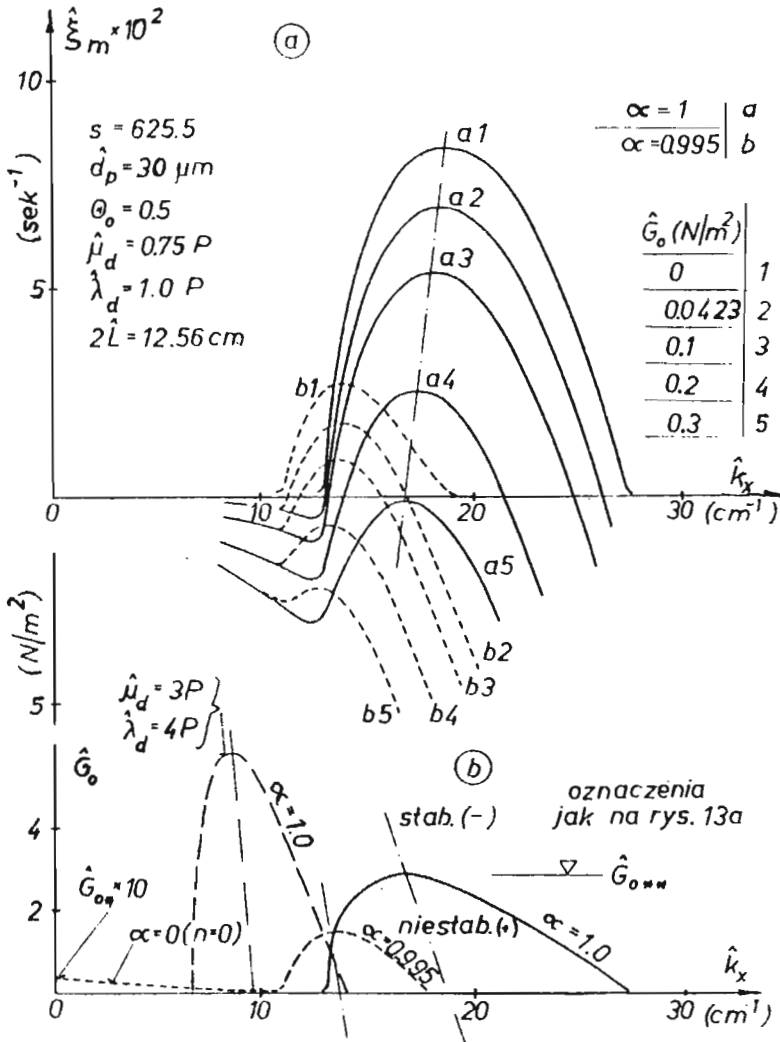
Stabilizujący wpływ \hat{G}_0 przedstawiono inaczej na rys.14b, gdzie odpowiednie krzywe reprezentują krzywą naturalną stabilności ($\hat{\xi} = 0$). Obszar pod krzywą jest obszarem niestabilności ($\hat{\xi} = 0$). Jest charakterystyczne, że krzywa neutralna ($\hat{\xi} = 0$) w przypadku dużego (w szczególności $\alpha = 1$) różni się jakościowo od



Rys. 13. Spektrum współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m$ obliczone dla różnych średnic cząstek \hat{d}_p (krzywe odpowiadające zaburzeniom jednowymiarowym ($\alpha = 0, n = 0$) narysowane są w różnych - zaznaczonych - skalach

analogicznej krzywej w przypadku $\alpha = 0$.

W tym pierwszym przypadku krzywa $\alpha = 1$, ma wyraźne maksimum ($= \hat{G}_{0**}$) dla określonej liczby falowej \hat{k}_x , natomiast dla zaburzeń jednowymiarowych ($\alpha = 0, n = 0$) największa wartość $\hat{G}_0 (= \hat{G}_{0*})$, która stabilizuje zaburzenia z całego zakresu liczb falowych, wypada dla $\hat{k}_x \rightarrow 0$ co odpowiada bardzo długim falom. Jest ważne, że wartość \hat{G}_{0*} nie zależy od efektywnych lepkości $\hat{\mu}_d$ i $\hat{\lambda}_d$ fazy cząstek, zależy natomiast m.in. od \hat{d}_p, θ_0, s . Wartość \hat{G}_{0**} jest analogicznie funkcją \hat{d}_p, θ_0, s ale także zależy od $\hat{\mu}_d, \hat{\lambda}_d$ oraz α ; nie zależy natomiast od $2\hat{L}$ (dla $2\hat{L} >$ kilku cm). Ten ostatni wynik jest zgodny z obserwacjami eksperymentalnymi [16], zmiana rozmiarów (średnicy) kolumny fluidyzacyjnej z 5 cm na 20 cm nie



Rys. 14. Wpływ modułu sprężystości fazy cząstek \hat{G}_0
 (a) spektrum współczynnika wzmocnienia $\hat{\xi}_m(k_x)$ obliczone dla różnych wartości \hat{G}_0 ,
 (b) krzywe neutralne stabilności w płaszczyźnie (\hat{G}_0, k_x)

pokazuje wpływu na moment (Θ_{obp}) destabilizacji stanu jednorodnego i pojawienia się pęcherzykowania. Warto dodać, że wartości \hat{G}_{0**} tutaj obliczone dla $\alpha = 1$ oraz dla zbliżonych do realnych [17] wartości lepkości fazy cząstek wypadają większe aniżeli wartości \hat{G}_0 odpowiadające zaburzeniom jednowymiarowym.

Przeprowadzone obliczenia pokazują, że najbardziej wzmacniane fale mogą dawać charakterystyczną periodycznie zmienną (wzdłuż x i y) strukturę porowatości złoza. Rzeczywiście, taka powoli zmieniająca się struktura może być obserwowana w płaskiej kolumnie o przezroczystych ściankach [8]. Ta przewidywana przez obliczenia obecność dwuwymiarowej (trójwymiarowej?) struktury rozkładu porowatości wymuszonej przez hamowanie ruchu cząstek przez ścianki ($\alpha \cong 1$) może być potraktowana jako stan poprzedzający i inicjujący powstawanie pęcherzy – czyli wznoszących się wyraźnie zlokalizowanych obszarów pozbawionych cząstek, w sytuacji, gdy rzeczywiste wartości modułu sprężystości \hat{G}_0 jest odpowiednio bliska lub mniejsza aniżeli \hat{G}_{0**} , tj. wartości stabilizującej zaburzenia o największych współczynnikach wzmocnienia. Okoliczności, które ponadto czynią ten wniosek prawdopodobnym są następujące: w stanach niestabilnych ($\hat{G}_0 < G_{0**}$) maksymalne współczynniki wzmocnienia zaburzeń są znacząco większe dla $\alpha = 1$, aniżeli dla $\alpha = 0$ (patrz rys.7); w przypadku złoza gazowego można się spodziewać istotnego hamującego oddziaływania ścianek na ruch cząstek (w szczególności dla bardzo drobnych cząstek siły adhezji mogą dawać spełnienie warunku $\alpha \cong 1$); w przypadku fluidyzacji cieczowej (małe α) na ogół nie obserwuje się pęcherzy.

4. Podsumowanie

Przeprowadzona liniowa analiza sralbilności stanu jednorodnego fluidyzacji względem zaburzeń dwuwymiarowych pokazuje, rozszerzając wyniki poprzednich prac i wnosząc nowe informacje, istotny wpływ obecności bocznych ścianek ograniczających i ich hamującego oddziaływania na ruch fazy cząstek na charakter związków dyspersyjnych dla małych zaburzeń stanu jednorodnego. Wpływ ten jest szczególnie istotny w przypadku fluidyzacji drobnych cząstek.

W szczególności stwierdzono, że w przypadku silnego hamowania ruchu cząstek przez ścianki (a ma to miejsce w gazowym złożu drobnych cząstek), najbardziej "uprzywilejowane" (wzmacniane) zaburzenia z wąskiego – ściśle określonego – pasma długości fal generują charakterystyczną powolnie ruchliwą przestrzenną strukturę porowatości układu, która może być potraktowana jako stan poprzedzający i inicjujący powstawanie niejednorodności, która w stadiach nielinowych przybiera formę pęcherzy.

Uzyskanie odpowiedzi na ważne praktyczne pytania co do ścisłości korelacji między zjawiskami przewidywanymi na poziomie małych zaburzeń a strukturą

swobodnie pęcherzkującego złoża jest celem planowanych przez autora dalszych prac teoretycznych i doświadczalnych.

Literatura

1. ANDERSON T.B., JACKSON R., Ind.Eng.Chem.Fundam., vol 7, no.1, 1968, 12-21
2. MADLIN J., WONG H., JACKSON R., Ind.Eng.Chem.Fundam., vol 13, no.3, 1974, 247-259
3. MADLIN J., JACKSON R. Ind.Eng.Chem.Fundam., vol 14, 1975, 315-321
4. EL-KAISSY M.M., HOMSY G.M., Int.J.of Multiphase Flow, vol 2, 1976, 379-395
5. HOMSY G.M., EL-KAISSY M.M., DIDWANIA A., Int.J.of Multiphase Flow, vol 6, 1980, 305-318
6. GARG S.K., PRITCHETT J.W., J.of Appl.Phys., vol 46, no.10, 1975, 4493-4500
7. MUSTSERS S.M.P., RIETEMA K., Powder Techn., vol 18, 1977, 239-248
8. RIETEMA K., Chem.Eng.Sci., vol 34, 1979, 571-578
9. RIETEMA K., Chem.Eng.Sci., vol 37, 1982, 1125-1150
10. WIEWIÓRSKI P., Mech.Teoret.i Stos., nr 1, 27, 1989, 163-173
11. AGARWALL G.P., HUDSON J.L., JACKSON R., Ind.Eng.Chem.Fundam., vol 19, 15, 1980
12. KURDJUMOV W.N., SERGIEJEV J.A., Mech.Židk.i Gaza, nr 2, 1987, 81-89
13. BATCHELOR G.K., J.Fluid Mech., vol 193, 1988, 75-110
14. ARAI M., Nuclear Sci.Eng., vol 74, 1980, 77-83
15. WIEWIÓRSKI P., Mech.Teoret.i Stos., nr 3, 27, 1989, 499-514
16. JONG J.A.H., NOMDEN J.F., Powder Techn., vol 9, 1974, 91-97
17. LANGENBERG G.V.D., Doct.Dissert., Eindhoven Univ.of Techn., 1982
18. FOSCOLO P.U., GIBILARO L.G., Chem.Eng.Sci., vol 39, 1984, 1667-1675

Summary

Whithin the framework of the two-fluid model the stability of the uniform fluidization state has been analysed. The two-dimensional bed has been taken into consideration. In contrast to previous works the tangential force which moderates the particles motion near the wall has been taken into account in boundary conditions on vertical walls. For a strong tangential interaction (in particular, in the non-slip case) the most amplified disturbances give a characteristic two-dimensional unsteady structure of porosity distribution that can be treated as a state which is a prelude to the birth of bubbles.

Praca uptynęła do Redakcji dnia 29 listopada 1990 roku