POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

MECHANIKA W LOTNICTWIE

ML-XIII 2008

TOM II

pod redakcją Jerzego Maryniaka



Warszawa 2008

Konferencja pod patronatem Polskich Linii Lotniczych LOT S.A.

Organizatorzy

- Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej
- Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej Politechniki Warszawskiej
- Zakład Inżynierii Lotniczej Politechniki Wrocławskiej
- Wydział Mechatroniki Wojskowej Akademii Technicznej
- Wyższa Szkoła Oficerska Sił Powietrznych w Dęblinie
- Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych w Warszawie
- Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia

Patronat medialny

• Oficyna Wydawnicza "MH", wydawca dwumiesięcznika "Nauka, Innowacje, Technika"

Komitet Naukowy

Jerzy Maryniak (PW) – przewodniczący * Krzysztof Arczewski (PW) Wojciech Blajer (PRad) * Józef Gacek (WAT) * Wiktor Gambin (PW) Jacek A. Goszczyński (JMK Institute) * Marek Grzegorzewski (WSOSP) Zygmunt Kitowski (AMW) * Tomasz Korza (MNiI) Ryszard Kostrow (WITU) * Maciej Lasek (PKBWL) Wiesław Nagórko (PTMTS) * Aleksander Olejnik (WAT) Marek Orkisz (PRz) * Roman Róziecki (PWr) * Krzysztof Sibilski (ITWL) Piotr Sierputowski (PW) * Ryszard Szczepanik (ITWL) Gwidon Szefer (PK) * Bogdan Żak (AMW)

ISBN 978-83-902194-8-4

CCopyright by Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej Warszawa 2008

Nakład: 120 egz.

Druk: Drukarnia nr 1, ul. Rakowiecka 37, 02-521 Warszawa

Rozdział V

Rakiety, bomby, uzbrojenie

ANALIZA DYNAMIKI PRZESTRZENNEGO RUCHU RAKIETY STEROWANEJ AUTOMATYCZNIE

Edyta Ładyżyńska-Kozdraś

Wydział Mechatroniki, Politechnika Warszawska e-mail: lady@mech.pw.edu.pl

> W pracy zaprezentowano modelowanie dynamiki lotu automatycznie sterowanej rakiety z zastosowaniem równań Boltzmanna-Hamela dla układów mechanicznych o więzach nieholonomicznych. Prawa sterowania potraktowano jako więzy nieholonomiczne nałożone na dynamiczne równania ruchu pocisku rakietowego. Uzyskano model matematyczny zawierający sprzężenie dynamiki rakiety z nałożonym sterowaniem, wprowadzając związki kinematyczne jako parametry zadane ruchu wynikające z procesu śledzenia celu.

1. Wstęp

W celu opracowania modelu przestrzennego ruchu sterowanego obiektu latającego, a szczególnie przy zastosowaniu systemów komputerowych, należy przyjąć właściwe modele fizyczne i opracować modele matematyczne opisujące jego własności dynamiczne, wprowadzić odpowiednie prawa sterowania, związki kinematyczne naprowadzania i nawigacji, kinematykę i dynamikę systemu wykonawczego oraz sygnalizację bieżących parametrów położenia i ruchu obiektu lub program zadanej trajektorii z nałożonymi ograniczeniami (rys. 1). Sterowanie, czyli wymuszenie mające na celu zapewnienie zachowania się obiektu ruchomego w żądany sposób, może zostać sprowadzone do badania różnic, czyli uchybów między wymaganą i rzeczywistą wartością realizowanej współrzędnej. Wartość tej różnicy, po odpowiednim wzmocnieniu i przekształceniu powoduje zerowanie uchybu.

W artykule przedstawiono proces modelowania i symulacji numerycznej lotu rakiety sterowanej klasy ziemia-powietrze. Rakieta ta naprowadzana jest metodą wiązki prowadzącej. W przypadku naprowadzania rakiety wiązką lot



Rys. 1. Schemat blokowy naprowadzania rakiety na manewrujący cel

jej odbywa się po torze krzywoliniowym, przy czym rakieta utrzymywana jest stale na linii łączącej punkt kierowania z celem (rys. 2). W ten sposób oś obserwacji łączy trzy punkty (naprowadzanie metodą trzech punktów): punkt kierowania, rakietę oraz cel.



Rys. 2. Naprowadzanie rakiety metodą wiązki prowadzącej

2. Model fizyczny rakiety oraz przyjęte układy odniesienia

W pracy przeprowadzono teoretyczne badanie własności dynamicznych obiektu ruchomego, jakim jest pocisk rakietowy klasy ziemia-powietrze. Ważnym elementem jest tu odpowiednie sformułowanie modelu fizycznego, który stanowić będzie podstawę do budowy modelu matematycznego ruchu rakiety.

Przyjęto następujące założenia modelu fizycznego:

- ruch rakiety rozpatrywany jest przy pogodzie bezwietrznej;
- rakieta jest osiowosymetryczną bryłą obrotową: $J_x = J_x(t), J_{(t)} = J_z(t), J_{xy} = J_{xz} = J_z = 0;$
- masa i środek masy rakiety zmieniają się podczas lotu wskutek spalania się paliwa napędowego: $m = m(t), x_C = x_C(t), S_x = S_x(t), S_y = S_z = 0;$
- uwzględniono momenty bezwładności sterów rakiety: J_{xH} , J_{zH} , J_{xV} , J_V względem układu odniesienia związanego z obiektem.



Rys. 3. Przyjęte układy odniesienia oraz prędkości liniowe i kątowe

Ruch rakiety rozpatrywany jest w układzie odniesienia Oxyz, sztywno związanym z poruszającym się pociskiem, o początku w środku masy rakiety po wypaleniu się paliwa napędowego (rys. 3). Innymi układami odniesienia wykorzystywanymi w pracy są: układ inercjalny $O_1x_1y_1z_1$, sztywno związany z Ziemią, układ grawitacyjny $Ox_gy_gz_g$ równoległy do układu $O_1x_1y_1z_1$, układ prędkościowy $Ox_ay_az_a$ związany z kierunkiem przepływu powietrza (rys. 5) oraz nieruchomy układ wiązki prowadzącej $O_1 x_w y_w z_w$ związany z Ziemią o początku w biegunie ruchu kulistego anteny radiolokatora (rys. 4), gdzie θ_w – kąt elewacji, ε_w – kąt azymutu osi wiązki prowadzącej.

3. Związki kinematyczne i związki naprowadzania rakiety na cel

Parametry ruchu wyznaczone zostały w układzie własnym rakiety Oxyz.

Realizowane parametry lotu rakiety odczytywane są automatycznie przez system naprowadzania i zależą jedynie od rzeczywistego zachowania się pocisku rakietowego na torze, a więc od zmian położenia liniowego i kątowego rakiety.

Wektor rzeczywistej prędkości liniowej rakiety (rys. 3) w układzie Oxyz:

$$\boldsymbol{V}_0 = U\boldsymbol{i} + V\boldsymbol{j} + W\boldsymbol{k} \tag{3.1}$$

gdzie:

U,V,W – odpowiednio: prędkości podłużna, boczna i wznoszenia rakiety;
 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ – wektory jednostkowe układu rakietoweg
oOxyz.

Wektor prędkości kątowej:

$$\boldsymbol{\Omega} = P\boldsymbol{i} + Q\boldsymbol{j} + R\boldsymbol{k} \tag{3.2}$$

gdzie: P_R, Q_R, R_R – kątowe prędkości przechylania, pochylania i odchylania (rys. 3).

Związki kinematyczne między składowymi prędkości kątowych i pochodnymi kątów mają następującą postać:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \operatorname{tg} \theta & \cos \phi \operatorname{tg} \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \Lambda_{\Omega}^{-1} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}$$
(3.3)

Związki kinematyczne między składowymi prędkości liniowej \dot{x}_1 , \dot{y}_1 , \dot{z}_1 mierzonymi w układzie inercjalnym $O_1 x_1 y_1 z_1$ a składowymi prędkości U, V, W w układzie odniesienia Oxyz związanym z rakietą są następujące:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\theta\sin\phi + & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \\ & -\cos\phi\cos\psi & & +\sin\phi\cos\psi \\ \sin\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\theta\sin\phi + & \sin\psi\sin\theta\cos\phi + \\ & \sin\psi\cos\theta & -\sin\phi\cos\psi & -\sin\phi\cos\psi \\ & -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = A_V^{-1} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$
(3.4)

Wektor zadanego położenia rakiety na wiązce względem układu ziemskiego $O_1 x_1 y_1 z_1$ (rys. 3):

$$\boldsymbol{r}_{z} = x_{1z}\boldsymbol{i}_{1} + y_{1z}\boldsymbol{j}_{1} + z_{1z}\boldsymbol{k}_{1}$$
 (3.5)

gdzie:

$$x_{1z} = r_R \cos \varepsilon_w \cos \theta_w$$
 $y_{1z} = -r_R \sin \varepsilon_w \cos \theta_w$ $z_{1z} = -r_R \sin \theta_w$

Przy bezwietrznej pogodzie kąty natarcia α i ślizgu β wyrażone są wzorami:

— kąt natarcia:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{W}{U} \tag{3.6}$$

— kąt ślizgu:

$$\beta = \arcsin \frac{V}{V_O} \tag{3.7}$$

Naprowadzanie rakiety na cel odbywa się metodą wiązki prowadzącej. Metoda ta polega na dążeniu rakiety do utrzymania się na osi wiązki, w strefie równych sygnałów sterujących. Ruchy wiązki generowane są przez ruchy celu, za którym ta wiązka się porusza. Są one zadane przez kąty pochylania i odchylania osi wiązki (azymutu i elewacji) oraz przez odpowiednie prędkości kątowe (rys. 4) zadane równaniami [4]:

$$\varepsilon_{w} = \arctan \frac{y_{1C}}{x_{1C}} \qquad \qquad \theta_{w} = \arcsin \frac{-z_{1C}}{r_{C}}$$

$$\varepsilon_{w} = \frac{V_{C}}{r_{C}} \frac{\sin \gamma_{Cw} \cos \eta_{Cw}}{\cos \theta_{w}} \qquad \qquad \theta_{w} = \frac{V_{C}}{r_{C}} \sin \gamma_{Cw} \sin \eta_{Cw} \qquad (3.8)$$

Jak widać, zależności na położenie i na prędkość kątową wiązki są związkami kinematycznymi wynikającymi z zachowania się samolotu-celu śledzonego przez wiązkę naprowadzającą. Są więc one zależne jedynie od położenia i manewrów celu (wyrażenia z indeksem C).

W czasie lotu rakiety odczytywane są bieżące parametry jej lotu, a następnie porównywane są one z parametrami zadanymi, które wyznaczone zostały z ruchu wiązki naprowadzającej rakietę na cel. Parametry zadane są to idealne parametry lotu rakiety, czyli takie, jakie powinna mieć rakieta, aby utrzymać się na osi wiązki prowadzącej w strefie równych sygnałów sterujących.

Wektor zadanej prędkości liniowej, przy idealnym naprowadzaniu:

$$\boldsymbol{V}_{0z} = U_z \boldsymbol{i} + V_z \boldsymbol{j} + W_z \boldsymbol{k} \tag{3.9}$$



Rys. 4. Zależności między rakietą a celem w czasie naprowadzania wiązką

gdzie:

$$\begin{split} U_z &= (\dot{r}_R \cos \varepsilon_w \cos \theta_w - 2r_R \dot{\varepsilon}_w \sin \varepsilon_w \cos \theta_w - 2r_R \dot{\theta}_w \cos \varepsilon_w \sin \theta_w) \cdot \\ &\cdot \cos \psi_z \cos \theta_z - (\dot{r}_R \sin \varepsilon_w \cos \theta_w + 2r_R \dot{\varepsilon}_w \cos \varepsilon_w \cos \theta_w + \\ &- 2r_R \dot{\theta}_w \sin \varepsilon_w \sin \theta_w) \sin \psi_z \cos \theta_z + (\dot{r} \sin \theta_w + 2r_R \dot{\theta}_w \cos \theta_w) \sin \theta_z \\ V_z &= (\dot{r}_R \cos \varepsilon_w \cos \theta_w - 2r_R \dot{\varepsilon}_w \sin \varepsilon_w \cos \theta_w - 2r_R \dot{\theta}_w \cos \varepsilon_w \sin \theta_w) \cdot \\ &\cdot (\sin \phi_z \cos \psi_z \sin \theta_z - \sin \psi_z \sin \phi_z) + \\ &+ (-\dot{r}_R \sin \varepsilon_w \cos \theta_w - 2r_R \dot{\varepsilon}_w \cos \varepsilon_w \cos \theta_w + 2r_R \dot{\theta}_w \sin \varepsilon_w \sin \theta_w) \cdot \\ &\cdot (\sin \phi_z \sin \psi_z \sin \theta_z + \cos \psi_z \cos \phi_z) - (\dot{r} \sin \theta_w + 2r_R \dot{\theta}_w \cos \theta_w) \sin \phi_z \cos \theta_z \\ W_z &= (\dot{r}_R \cos \varepsilon_w \cos \theta_w - 2r_R \dot{\varepsilon}_w \sin \varepsilon_w \cos \theta_w - 2r_R \dot{\theta}_w \cos \varepsilon_w \sin \theta_w) \cdot \\ &\cdot (\cos \phi_z \cos \psi_z \sin \theta_z + \sin \psi_z \sin \phi_z) + \\ &- (\dot{r}_R \sin \varepsilon_w \cos \theta_w + 2r_R \dot{\varepsilon}_w \cos \varepsilon_w \cos \theta_w - 2r_R \dot{\theta}_w \sin \varepsilon_w \sin \theta_w) \cdot \\ &\cdot (\cos \phi_z \cos \psi_z \sin \theta_z - \sin \psi_z \sin \phi_z) + \\ &- (\dot{r}_R \sin \varepsilon_w \cos \theta_w + 2r_R \dot{\varepsilon}_w \cos \varepsilon_w \cos \theta_w - 2r_R \dot{\theta}_w \sin \varepsilon_w \sin \theta_w) \cdot \\ &\cdot (\cos \phi_z \sin \psi_z \sin \theta_z - \cos \psi_z \sin \phi_z) - (\dot{r} \sin \theta_w + 2r_R \dot{\theta}_w \cos \theta_w) \cos \phi_z \cos \theta_z \\ \end{split}$$

Wektor zadanej prędkości kątowej rakiety podczas idealnego naprowadzania:

$$\boldsymbol{\Omega}_z = P_z \boldsymbol{i} + Q_z \boldsymbol{j} + R_z \boldsymbol{k} \tag{3.10}$$

gdzie:

$$\begin{split} P_z &= \theta_w \sin \varepsilon_w \cos \psi_z \cos \theta_z + \theta_w \cos \varepsilon_w \sin \psi_z \cos \theta_z + \varepsilon_w \sin \theta_z \\ Q_z &= \theta_w \sin \varepsilon_w (\sin \phi_z \cos \psi_z \sin \theta_z - \sin \psi_z \cos \phi_z) + \\ &+ \theta_w \cos \varepsilon_w (\sin \phi_z \sin \theta_z \sin \psi_z + \cos \psi_z \cos \phi_z) - \varepsilon_w \cos \theta_z \sin \phi_z \\ R_z &= \theta_w \sin \varepsilon_w (\cos \phi_z \cos \psi_z \sin \theta_z + \sin \psi_z \sin \phi_z) + \\ &+ \theta_w \cos \varepsilon_w (\cos \phi_z \sin \theta_z \sin \psi_z - \sin \phi_z \cos \psi_z) - \varepsilon_w \cos \phi_z \cos \theta_z \end{split}$$

4. Prawa sterowania

Automatyczne sterowanie rakietą odbywa się w dwóch kanałach: w kanale pochylania przez wychylenie steru wysokości i w kanale odchylania przez wychylenie steru kierunku. W kanale przechylania rakieta stabilizowana jest samoczynnie girolotkami, natomiast w kanale prędkości nie występuje sterowanie.

W czasie lotu odczytywane są bieżące (realizowane) parametry ruchu rakiety, a następnie porównywane są one z parametrami zadanymi, wynikającymi z ruchy wiązki podążającej za celem. Więzy nakładane są więc przez powiązanie ruchu linii łączącej punkt naprowadzania z rakietą, z ruchem linii wiązki prowadzącej.

Przy założeniu natychmiastowego wychylenia sterów (nie ma opóźnienia w układzie sterowania), prawa sterowania pocisku rakietowego przyjmują następującą postać:

— prawo sterowania w kanale pochylania:

$$K_{U}^{H}(U - U_{z}) + K_{W}^{H}(W - W_{z}) + K_{Q}^{H}(Q - Q_{z}) + K_{\theta}^{H}(\theta - \theta_{z}) = \delta_{H}$$
(4.1)

— prawo sterowania w kanale odchylania:

$$K_U^V(U - U_z) + K_V^V(V - V_z) + K_V^R(R - R_z) + K_{\psi}^V(\psi - \psi_z) = \delta_V$$
(4.2)

gdzie:

 K_i^H – współczynniki wzmocnienia w kanale pochylania,

 K_i^{V} – współczynniki wzmocnienia w kanale odchylania.

Otrzymane prawa sterowania określają związki między wychyleniami sterów wysokości oraz kierunku a parametrami zadanymi wynikającymi z naprowadzania i bieżącymi parametrami opisującymi zachowanie się pocisku rakietowego. Wystąpienie różnic między parametrami realizowanymi i zadanymi wyznacza wychylenie sterów wysokości δ_H i kierunku δ_V , co z kolei powoduje zmianę sił sterujących i powrót rakiety na zadany tor, w strefę równych sygnałów wiązki naprowadzającej.

Wyznaczone prawa sterowania stanowią dwa równania więzów nieholonomicznych, ponieważ są one niecałkowalne i nakładają ograniczenia na ruch układu [7]. Ograniczenie to bezpośrednio stanowi prędkość kątowa wiązki, a pośrednio położenie i prędkość celu, za którym porusza się wiązka. Wraz z równaniami ruchu wyznaczają one tor lotu pocisku oraz jego zachowanie się na torze.

5. Ogólne równania ruchu sterowanej rakiety – równania Boltzmanna-Hamela dla układów mechanicznych o więzach nieholonomicznych

Opis dynamiki pocisku rakietowego, traktowanego jako nieodkształcalny układ mechaniczny, przeprowadzono w układzie odniesienia sztywno związanym z pociskiem. Prawa sterowania (4.1), (4.2) potraktowano jako więzy nieholonomicze nałożone na ruch układu. W związku z tym, w celu wyznaczenia równań ruchu posłużono się równaniami Boltzmanna-Hamela ruchu układów nieholonomicznych we wspólrzędnych uogólnionych.

Równania Boltzmanna-Hamela są uogólnionymi równaniami Lagrange'a II rodzaju. W postaci ogólnej wyrażone są one zależnością [3, 6, 7]:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T^*}{\partial \omega_{\mu}} - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_{\mu}} + \sum_{r=1}^k \sum_{\alpha=1}^k \gamma_{\mu\alpha}^r \frac{\partial T^*}{\partial \omega_r} \omega_{\alpha} = Q_{\mu}^*$$
(5.1)

gdzie: $\alpha, \mu, r = 1, 2, \ldots, k$; k – liczba stopni swobody, ω_{μ} – quasiprędkości, T^* – energia kinetyczna w quasiprędkościach, π_{μ} – quasiwspółrzędne, Q^*_{μ} – siły uogólnione, $\gamma^r_{\alpha\mu}$ – trójwskaźnikowe mnożniki Boltzmanna określone następującą zależnością:

$$\gamma_{\alpha\mu}^{r} = \sum_{\delta=1}^{k} \sum_{\lambda=1}^{k} \left(\frac{\partial a_{r\delta}}{\partial q_{\lambda}} - \frac{\partial a_{r\lambda}}{\partial q_{\delta}} \right) b_{\delta\mu} b_{\lambda\alpha}$$
(5.2)

Związki między quasiprędkościami i prędkościami uogólnionymi:

$$\omega_{\delta} = \sum_{\alpha=1}^{k} a_{\delta\alpha} q_{\alpha} \qquad q_{\delta} = \sum_{\mu=1}^{k} b_{\delta\mu} \omega_{\mu} \qquad (5.3)$$

gdzie: q_{δ} – prędkości uogólnione, $a_{\delta\alpha} = a_{\delta\alpha}(q_1, q_2, \ldots, q_k)$ – współczynniki będące funkcjami współrzędnych uogólnionych, q_k – współrzędne uogólnione, $b_{\delta\alpha} = b_{\delta\alpha}(q_1, q_2, \ldots, q_k)$ – współczynniki będące funkcjami współrzędnych uogólnionych, przy czym istnieje następująca zależność macierzowa: $[a_{\delta\mu}] = [b_{\delta\mu}]^{-1}$.

Do opisu przyjęto współrzędne uogólnione i quasi-prędkości. Są to:

- współrzędne środka masy rakiety w układzie $O_1 x_1 y_1 z_1$: $q_1 = x_1, q_2 = y_1, q_3 = z_1,$
- kąty quasi-eulerowskie: $q_4 = \phi, q_5 = \theta, q_6 = \psi,$
- kąty sterowania: $q_7 = \delta_H, q_8 = \delta_V,$
- rzuty wektora prędkości środka masy rakiety w układzie Oxyz:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \sin\psi\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\phi\cos\psi\sin\theta - \sin\psi\sin\phi & \sin\phi\sin\psi\sin\theta + \cos\psi\cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\cos\psi\sin\theta + \sin\psi\sin\phi & \cos\phi\sin\psi\sin\theta - \cos\psi\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix}$$

$$(5.4)$$

• rzuty wektora prędkości środka masy rakiety w układzie Oxyz:

$$\begin{bmatrix} \omega_4\\ \omega_5\\ \omega_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P\\ Q\\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta\\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta\\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(5.5)

Ostatnie dwie quasi-prędkości wprowadzono na podstawie praw sterowania (4.1), (4.2), przyrównując je do zera:

$$\omega_{7} = K_{U}^{H}(U - U_{z}) + K_{W}^{H}(W - W_{z}) + K_{Q}^{H}(Q - Q_{z}) + K_{\theta}^{H}(\theta - \theta_{z}) - \delta_{H}$$
(5.6)
$$\omega_{8} = K_{U}^{V}(U - U_{z}) + K_{V}^{V}(V - V_{z}) + K_{V}^{R}(R - R_{z}) + K_{\psi}^{V}(\psi - \psi_{z}) - \delta_{V}$$

Z równań Boltzmanna-Hamela, po obliczeniu wartości mnożników Boltzmanna oraz wyznaczeniu energii kinetycznej w quasi-prędkościach, otrzymano układ równań różniczkowych zwyczajnych drugiego rzędu opisujący zachowanie się pocisku rakietowego na torze podczas naprowadzania: — równanie ruchów podłużnych:

$$m(\dot{U} + QW - RV) - S_x(Q^2 + R^2) + \delta_H R^2 (J_{xH} - J_{zH})(2a_{11}K_x^H + (5.7)) + 2a_{13}K_z^H - QK_W^H) + \delta_V Q^2 (J_{xV} - J_{yV})(2a_{12}K_y^V - QK_W^V - RK_V^V) = X$$

— równanie ruchów bocznych:

$$m(\dot{V} + RU - PW) + S_x(\dot{R} + QP) + \delta_H R^2 (J_{xH} - J_{zH}) (2a_{21}K_x^H + + 2a_{23}K_z^H - RK_U^H) + 2a_{22}K_y^V \delta_V Q^2 (J_{xV} - J_{yV}) = Y$$
(5.8)

— równanie ruchów wznoszących:

$$m(\dot{W} + PV - QU) - S_x(\dot{Q} - PR) + \delta_H R^2 (J_{xH} - J_{zH}) (2a_{31}K_x^H + + 2a_{33}K_z^H - QK_U^H) + 2a_{32}K_y^V \delta_V Q^2 (J_{xV} - J_{yV}) = Z$$
(5.9)

— równanie ruchów przechylających:

$$J_x \dot{P} = L \tag{5.10}$$

— równanie ruchów pochylających:

$$J_{y}\dot{Q} - (J_{z} - J_{x})RP - S_{x}(\dot{W} + VP - UQ) + \\ + \delta_{H}[R^{2}(J_{xH} - J_{zH})](2K_{\theta}^{H}\cos\phi + UK_{W}^{H} - WK_{U}^{H}) +$$
(5.11)
$$\delta_{V}[Q^{2}(J_{xV} - J_{yV})]\Big(UK_{W}^{V} + 2K_{W}^{V}\frac{\sin\phi}{\cos\theta}\Big) = M$$

— równanie ruchów odchylających:

$$J_{z}\dot{R} - (J_{x} - J_{y})PQ - S_{x}(\dot{V} - WP + RU) + \delta_{H}R^{2}(J_{xH} - J_{zH}) \cdot (-2K_{\theta}^{H}\sin\phi + VK_{U}^{H}) + \delta_{V}Q^{2}(J_{xV} - J_{yV})\Big(-UK_{V}^{V} + 2K_{\psi}^{V}\frac{\sin\phi}{\cos\theta}\Big) = N$$
(5.12)

Powyższy układ równań, po wyznaczeniu składowych sił i momentów sił uogólnionych, stanowi ogólny model matematyczny ruchu sterowanej rakiety naprowadzanej wiązką.

6. Siły i momenty sił zewnętrznych działających na rakietę w locie

Siły i momenty sił zewnętrznych działających na pocisk rakietowy w locie, stanowiące prawe strony równań ruchu, w ogólnym przypadku mają postać:

$$Q^* = Q^a + Q^g + Q^T + Q^{\delta} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^a \\ Y^a \\ Z^a \\ L^a \\ M^a \\ N^a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X^g \\ Y^g \\ Z^g \\ L^g \\ M^g \\ N^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X^T \\ Y^T \\ Z^T \\ L^T \\ M^T \\ N^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X^{\delta} \\ Y^{\delta} \\ Z^{\delta} \\ L^{\delta} \\ M^{\delta} \\ N^{\delta} \end{bmatrix}$$
(6.1)

gdzie: $\mathbf{Q}^* = [X, Y, Z, L, M, N]^\top$ – wektor sił zewnętrznych, będących sumą oddziaływań ośrodka, w którym porusza się obiekt, tworzony jest przez siły: aerodynamiczne \mathbf{Q}^a , grawitacyjne \mathbf{Q}^g , ciągu silnika rakietowego \mathbf{Q}^T i sterowania (wychyleń sterów aerodynamicznych) \mathbf{Q}^δ (rys. 5).



Rys. 5. Siły i momenty sił zewnętrznych działające na sterowaną rakietę

Macierz sił i momentów sił grawitacyjnych (rys. 5):

$$\boldsymbol{Q}^{g} = \begin{bmatrix} -mg\sin\theta \\ mg\cos\theta\sin\phi \\ mg\cos\theta\cos\phi \\ 0 \\ -mgx_{c}\cos\theta\cos\phi \\ mgx_{c}\cos\theta\sin\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^{g} \\ Y^{g} \\ Z^{g} \\ L^{g} \\ M^{g} \\ N^{g} \end{bmatrix}$$
(6.2)

Macierz sił i momentów sił aerodynamicznych (rys.6) ma postać [4]:

$$\boldsymbol{Q}^{a} = [X^{a}, Y^{a}, Z^{a}, L^{a}, M^{a}, N^{a}]^{\top}$$
(6.3)



Rys. 6. Siły i momenty sił aerodynamicznych działające na rakietę w locie

gdzie:

$$\begin{split} X^{a} &= -\frac{1}{2}\rho SV_{0}^{2}(C_{xa}\cos\beta\cos\alpha + C_{ya}\sin\beta\cos\alpha - C_{za}\sin\alpha) + X_{Q}Q\\ Y^{a} &= -\frac{1}{2}\rho SV_{0}^{2}(C_{xa}\sin\beta - C_{ya}\cos\beta) + Y_{P}P + Y_{R}R\\ Z^{a} &= -\frac{1}{2}\rho SV_{0}^{2}(C_{xa}\cos\beta\sin\alpha + C_{ya}\sin\beta\sin\alpha + C_{za}\cos\alpha) + Z_{Q}Q\\ L^{a} &= \frac{1}{2}\rho SV_{0}^{2}[-y_{a}(C_{xa}\cos\beta\sin\alpha + C_{ya}\sin\beta\sin\alpha + C_{za}\cos\alpha) + \\ &+ z_{a}(C_{xa}\sin\beta - C_{ya}\cos\beta) - l_{a}(C_{mxa}\cos\beta\cos\alpha + C_{mya}\sin\beta\sin\alpha + \\ &- C_{mza}\sin\alpha)] + L_{P}P + L_{R}R\\ M^{a} &= \frac{1}{2}\rho SV_{0}^{2}[-z_{a}(C_{xa}\cos\beta\cos\alpha + C_{ya}\sin\beta\cos\alpha - C_{za}\sin\alpha) + \\ &- x_{a}(C_{xa}\cos\beta\sin\alpha + C_{ya}\sin\beta\sin\alpha - C_{za}\cos\alpha) + \\ &- l_{a}(C_{mxa}\sin\beta + C_{mza}\cos\beta)] + M_{Q}Q + M_{\dot{W}}\dot{W}\\ N^{a} &= \frac{1}{2}\rho SV_{0}^{2}[x_{a}(-C_{xa}\sin\beta + C_{ya}\cos\beta) + y_{a}(C_{xa}\sin\beta\cos\alpha + C_{ya}\sin\beta\cos\alpha + \\ &+ C_{ya}\sin\beta\cos\alpha - C_{za}\sin\alpha) - l_{a}(C_{mxa}\cos\beta\sin\alpha + \\ &+ C_{mya}\sin\beta\sin\alpha + C_{mza}\cos\alpha)] + N_{P}P + N_{R}R \end{split}$$

Przy czym [2, 4, 5, 6]:

— gęstość powietrza na danej wysokości $h=-z_1,$ gdzie ρ_0 – gęstość powietrza na poziomie morza $h=-z_1=0$

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{z_1}{44300} \right)^{4256} \tag{6.4}$$

— położenie środka aerodynamicznego A względem środka masy C:

$$\boldsymbol{r}_A = x_a \boldsymbol{i} + y_a \boldsymbol{j} + z_a \boldsymbol{k} \tag{6.5}$$

- S powierzchnia odniesienia, poprzeczny przekrój kadłuba rakietobomby,
- C_{xa}, C_{ya}, C_{za} bezwymiarowe współczynniki aerodynamiczne oporu, siły bocznej i wznoszenia,
- $C_{mxa}, C_{mya}, C_{mza}$ bezwymiarowe współczynniki aerodynamiczne momentu przechylającego, pochylającego i odchylającego,
- $X_Q, Y_P, Y_R, Z_Q, L_P, L_R, M_Q, N_P, N_R$ pochodne aerodynamiczne.

Wektor siły ciągu silnika rakietowego T pokrywa się z osią Ox układu własnego rakiety, stąd macierz sił ciągu:

$$\boldsymbol{Q}^{T} = [T, 0, 0, 0, 0, 0] = [X^{T}, Y^{T}, Z^{T}, L^{T}, M^{T}, N^{T}]$$
(6.6)

Rakieta w locie jest sterowana automatycznie. Sterowanie odbywa się w dwóch kanałach pochylania przez wychylenie steru wysokości δ_H i odchylania przez wychylenie steru kierunku δ_V .

Macierz sił i momentów sił od sterowania w sposób ogólny przedstawia zależność:

$$\boldsymbol{Q}^{\delta} = \boldsymbol{\mathsf{U}}\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} X_{\delta H} & X_{\delta V} \\ 0 & Y_{\delta V} \\ Z_{\delta H} & 0 \\ 0 & L_{\delta V} \\ M_{\delta H} & 0 \\ 0 & N_{\delta V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{H} \\ \delta_{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^{\delta} \\ Y^{\delta} \\ Z^{\delta} \\ L^{\delta} \\ M^{\delta} \\ N^{\delta} \end{bmatrix}$$
(6.7)

Siły i momenty sił zewnętrznych działających na obiekt latający wyznaczone w quasiprędkościach i quasiwspółrzędnych po podstawieniu do równań Boltzmanna-Hamela dają ogólny model dynamiki sterowanej rakiety wyprowadzony w układzie własnym pocisku rakietowego.

7. Wnioski

Równania ruchu pocisku rakietowego, wyprowadzone przy zastosowaniu równań Boltzmanna-Hamela (5.7)-(5.12), wraz z równaniami więzów nieholonomiznych (4.1) i (4.2) oraz równaniami związków kinematycznych i związków naprowadzania (3.1)-(3.10), stanowią układ równań różniczkowych zwyczajnych, z których przy zadanych warunkach początkowych można wyznaczyć 14 niezerowych funkcji czasu, które określają składowe prędkości liniowej i kątowej rakiety U, V, W, P, Q, R, jej chwilowe położenie na torze podczas naprowadzania $x_1, y_1, z_1, \phi, \theta, \psi$ oraz kąty wychyleń sterów aerodynamicznych δ_H, δ_V .

W ten sposób otrzymano pełny dynamiczny model ruchu rakiety naprowadzanej wiązką. Poprzez powiązanie ruchu rakiety z ruchem celu, za którym podąża wiązka prowadząca, generując parametry zadane lotu rakiety, uzyskano model matematyczny zawierający silne sprzężenie równań ruchu rakiety z prawami sterowania.

Bibliografia

- 1. ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ E., 2006, Prawa sterowania obiektów w ruchu przestrzennym jako uchyby między parametrami realizowanymi i zadanymi – proste i skuteczne zastosowania przy naprowadzaniu rakiet, Naukowe Aspekty Bezpilotowych Aparatów Latających, Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce
- ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ E., WOLSKI K., MARYNIAK J., SIBILSKI K., 2005, Modeling of motion of an automatically controlled beam-riding guided missile in terms of the Maggi equations, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, San Francisco, California
- ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ E., MARYNIAK J., 2003, Modelowanie matematyczne naprowadzania rakiet przeciwlotniczych na manewrujące cele; Systemy przeciwlotnicze i obrony powietrznej, Zbiór prac V Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej "CRAAS", Tarnów-Zakopane
- MARYNIAK J., ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ E., ŻYLUK A., CICHOŃ M., 2007, Badania aerodynamiczne – wyznaczanie charakterystyk aerodynamicznych lotniczej rakiety NLPR-70, Cz. I – Badania aerodynamiczne, Systemy przeciwlotnicze i obrony powietrznej', praca zbiorowa pod redakcją Cz. Niżankowskiego, Olszanica, 265-273
- 5. MARYNIAK J., 1975, *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Wydawnictwa Naukowe Politechniki Warszawskiej, Warszawa
- MARYNIAK J., 2005, Dynamika lotu, w: Mechanika techniczna, tom II Dynamika układów mechanicznych, pod redakcją J. Nizioła, Wyd. Komitet Mechaniki PAN, IPPT Polska Akademia Nauk, Warszawa, 363-472
- 7. NEJMARK J., FUFAJEW N., 1971, *Dynamika układów nieholonomicznych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Wrocław

Dynamical analysis of a 3D missile motion under automatic control

Abstract

Dynamical modeling of a missile flight under automatic control has been presented in ten paper in terms of the Boltzmann-Hamel equations for mechanical systems with non-holonomic constraints. The control laws were considered as non-holonomic constraints imposed upon dynamical equations of a missile motion. A mathematical model has been developed combining dynamics of a missile with control in speed, in which the kinematical relations played the roles of the given flight parameters resulting from the target tracking process.

Praca finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2010 jako projekt badawczy nr ${\rm O\,N501\,003534}$

Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej MECHANIKA W LOTNICTWIE ML-XIII 2008

METODA IDENTYFIKACJI WSPÓŁCZYNNIKA SIŁY OPORU OBIEKTÓW BALISTYCZNYCH NA PODSTAWIE POMIARU PRĘDKOŚCI RADIALNEJ

Leszek Baranowski

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki e-mail: leszek.baranowski@wat.edu.pl

> W pracy przedstawiono algorytm procesu identyfikacji współczynnika siły oporu obiektów balistycznych w funkcji liczby Macha na podstawie informacji o prędkości radialnej pocisku pomierzonej na torze lotu. Proces identyfikacji jest procesem iteracyjnym i oparty jest na zależności między zmierzoną szybkością zmian prędkości radialnej pocisku na torze a jego przyspieszeniem. Analizę poprawność działania algorytmu przeprowadzono na przykładzie identyfikacji współczynnika siły oporu 122 mm pocisku artyleryjskiego OF-462.

1. Wstęp

Skuteczność działania współczesnej artylerii polowej zależy w dużej mierze od dokładności i szybkości działania systemu kierowania ogniem. Jądrem systemu jest model symulacyjny lotu pocisku w rzeczywistych warunkach atmosferycznych. Wiarygodność modeli symulacyjnych uwarunkowana jest przede wszystkim jakością identyfikacji charakterystyk aerodynamicznych modelowanych pocisków.

Podstawowymi metodami wyznaczenia współczynnika siły oporu pocisku oraz pozostałych współczynników aerodynamicznych są badania w tunelu aerodynamicznym oraz modelowanie opływu pocisku w oparciu o numeryczną dynamikę płynów. Niestety, dokładność tych metod zależy od wielu czynników (np. nierzeczywistych założeń upraszczających stosowanych w modelowaniu numerycznym czy też sposobu uwzględnienia interferencji pocisku ze ścianą tunelu aerodynamicznego) i najczęściej uzyskane tą drogą charakterystyki aerodynamiczne nie są dostatecznie dokładne. Z tego też względu w nowoczesnej dynamice lotu, w procesie identyfikacji charakterystyk aerodynamicznych, wykorzystuje się dane pomiarowe z badań poligonowych rzeczywistego lotu pocisków.

W artykule przedstawiono koncepcję, algorytm i wyniki z weryfikacji metody identyfikacji współczynnika siły oporu obiektu balistycznego $C_D(Ma)$ na przykładzie identyfikacji współczynnika siły oporu 122 mm pocisku artyleryjskiego OF-462. Proces identyfikacji jest procesem iteracyjnym i oparty jest na zależności między zmierzoną szybkością zmian prędkości radialnej pocisku na torze a jego przyspieszeniem. Aktualnie do pomiaru prędkości radialnej, podczas strzelań poligonowych, wykorzystywany jest radar dopplerowski.



Rys. 1. Radary Dopplera na stanowisku ogniowym

2. Idea metody identyfikacji

Opracowana w pracy metoda polega na iteracyjnym wyznaczeniu współczynnika siły oporu C_D w funkcji liczby Macha dla modelu punktu materialnego zgodnego ze Stanagiem 4355 [3]. Zależność na współczynnik siły oporu C_D wyprowadzimy z równania ruchu pocisku wyrażającego zmianę pędu pocisku w układzie związanym z Ziemią [1, 2]

$$m\dot{\boldsymbol{u}} = -\frac{\pi\rho i d^2}{8}C_D v \boldsymbol{v} + m\boldsymbol{g} + m\boldsymbol{\Lambda}$$
(2.1)

gdzie Λ jest przyspieszeniem siły Coriolisa.

Po przemnożeniu skalarnym obustronnie równania (2.1) przez wektor prędkości v i prostych przekształceniach otrzymujemy

$$-\frac{\pi\rho i d^2}{8m} C_D v \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v} = (\boldsymbol{\dot{u}} - \boldsymbol{g} + \boldsymbol{\Lambda}) \cdot \boldsymbol{v}$$
(2.2)

Oznaczając indeksem r prędkości i przyspieszenia pocisku uzyskane z badań radarem Dopplera oraz uwzględniając fakt, iż $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v} = v^2$, otrzymujemy następującą zależność na współczynnik siły oporu

$$C_D = \frac{-8m}{\pi \rho i d^2 v^3} (\dot{\boldsymbol{u}}_r - \boldsymbol{g} - \boldsymbol{\Lambda}) \cdot \boldsymbol{v}_r$$
(2.3)

Uwzględniając zależność między prędkością pocisku względem powietrza v_r a prędkością pocisku względem ziemi u_r w postaci

$$\boldsymbol{v}_r = \boldsymbol{u}_r - \boldsymbol{w} \tag{2.4}$$

zależność (2.3) można wyrazić następująco

$$C_D = \frac{-8m}{\pi \rho i d^2 v^3} (\dot{\boldsymbol{u}}_r - \boldsymbol{g} - \boldsymbol{\Lambda}) \cdot (\boldsymbol{u}_r - \boldsymbol{w})$$
(2.5)

gdzie w – wektor prędkości wiatru.

Rozpisując iloczyny skalarne występujące w zależności (2.5) za pomocą składowych wektorów w układzie ziemskim (osie układu ziemskiego zgodnie ze Stanagiem 4355 mają oznaczenie 1, 2, 3), otrzymujemy następujący wzór na współczynnik C_D

$$C_D = \frac{-8m}{\pi\rho i d^2 v^3} [(u_{1r} - w_1)(\dot{u}_{1r} - g_1 - \Lambda_1) + (u_{2r} - w_2)(\dot{u}_{2r} - g_2 - \Lambda_2) + (u_{3r} - w_3)(\dot{u}_{3r} - g_3 - \Lambda_3)]$$

$$(2.6)$$

Z powyższej zależności wynika, iż wyznaczenie współczynnika siły oporu C_D wymaga określenia składowych prędkości \boldsymbol{u}_r i przyspieszenia pocisku względem ziemi $\dot{\boldsymbol{u}}_r$ na podstawie danych pomierzonych radarem Dopplera.

Metoda wyznaczenia tych wielkości jest następująca. Oznaczając indeksem t teoretyczne prędkości i przyspieszenia pocisku, uzyskane z modelu matematycznego ruchu pocisku, zależność między prędkością teoretyczną (uzyskaną dla kolejnych przybliżeń iteracyjnych współczynnika siły oporu) a prędkością rzeczywistą pocisku występującą podczas strzelań poligonowych, można wyrazić następującą zależnością

$$\boldsymbol{u}_r = \frac{\dot{r}}{\dot{r}_t} \boldsymbol{u}_t \tag{2.7}$$

gdzie:

 \dot{r} – prędkość radialna pocisku mierzona przez radar Dopplera,

 $\dot{r_t}~-$ prędkość radialna pocisku wyznaczona z modelu symulacyjnego.

Ponieważ prędkość radialna pocisku jest rzutem prędkości postępowej pocisku na kierunek promienia r, prędkość radialna w modelu symulacyjnym może być wyznaczona z następującej zależności

$$\dot{r}_t = u_t \cos(r_t u_t) = \frac{1}{r_t} (\boldsymbol{r}_t \cdot \boldsymbol{u}_t)$$
(2.8)

Różniczkując zależność (2.7) po czasie, otrzymujemy

$$\dot{\boldsymbol{u}}_r = \frac{d\boldsymbol{u}_r}{dt} = \frac{\dot{r}}{\dot{r}_t} \frac{d\boldsymbol{u}_t}{dt} + \frac{\dot{r}_t \ddot{r} - \dot{r} \ddot{r}_t}{\dot{r}_t^2} \boldsymbol{u}_t$$
(2.9)

Wyrażenie na przyspieszenie radialne \ddot{r}_t obliczane w modelu symulacyjnym uzyskamy, różniczkując po czasie zależność (2.8)

$$\ddot{r}_t = \frac{d}{dt}(\dot{r}_t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\boldsymbol{r}_t \cdot \boldsymbol{u}_t}{\boldsymbol{r}_t} \right)$$
(2.10)

Obliczając pochodną z ilorazu, otrzymujemy

$$\ddot{r}_t = \left(\frac{d\boldsymbol{r}_t}{dt} \cdot \boldsymbol{u}_t\right) + \left(\boldsymbol{r}_t \cdot \frac{d\boldsymbol{u}_t}{dt}\right) - \frac{\dot{r}_t}{r_t}(\boldsymbol{r}_t \cdot \boldsymbol{u}_t)$$
(2.11)

Uwzględniając, i
ż $d\boldsymbol{r}_t/dt=\boldsymbol{u}_t,$ równanie (2.11) przyjmuje postać

$$\ddot{r}_t = (\boldsymbol{u}_t \cdot \boldsymbol{u}_t) + (\boldsymbol{r}_t \cdot \dot{\boldsymbol{u}}_t) - \frac{\dot{r}_t}{r_t} (\boldsymbol{r}_t \cdot \boldsymbol{u}_t)$$
(2.12)

Do wyznaczenia przyspieszenia rzeczywistego $\dot{\boldsymbol{u}}_r$ można również wykorzystać zależność analogiczną do zależności między prędkościami postępowymi pocisku (2.7), a mianowicie

$$\frac{d\boldsymbol{u}_r}{dt} = \frac{\ddot{r}}{\ddot{r}_t} \frac{d\boldsymbol{u}_t}{dt} \tag{2.13}$$

Stosując notację pochodnej po czasie jako kropki nad zmienną, równanie powyższe można zapisać następująco

$$\dot{\boldsymbol{u}}_r = \frac{\ddot{r}}{\ddot{r}_t} \dot{\boldsymbol{u}}_t \tag{2.14}$$

3. Algorytm identyfikacji

Algorytm iteracyjnego obliczenia współczynnika siły oporu C_D w funkcji liczby Macha z zależności (2.6) jest następujący:

- 1) dysponując pomierzonymi prędkościami radialnymi \dot{r} , należy wyznaczyć przyspieszenia radialne \ddot{r} , stosując jeden z algorytmów różniczkowania numerycznego funkcji zadanej w sposób dyskretny,
- ustalić pierwsze przybliżenie współczynnika siły oporu w funkcji liczby Macha, na przykład na podstawie obliczeń teoretycznych lub podobieństwa pocisku do innych pocisków, dla których współczynnik siły oporu jest znany,
- następnie należy przeprowadzić symulacje lotu pocisku w warunkach odpowiadających strzelaniom badawczym na poligonie, podczas których zostały zarejestrowane prędkości radialne,
- 4) dysponując w danej chwili lotu obliczoną z modelu symulacyjnego prędkością \boldsymbol{u}_t , przyspieszeniem $\dot{\boldsymbol{u}}_t$, prędkością radialną \dot{r}_t , przyspieszeniem radialnym \ddot{r}_t oraz danymi z radaru \dot{r} i \ddot{r} , należy z zależności (2.7) policzyć \boldsymbol{u}_r , a z zależności (2.9) lub (2.14) $\dot{\boldsymbol{u}}_r$,
- 5) obliczone wielkości pozwalają z zależności (2.6) wyznaczyć poszukiwany współczynnik siły oporu C_D w danych chwilach lotu,
- 6) ponownie wykonać czynności z punktów 3, 4 i 5, przyjmując do kolejnych obliczeń postać współczynnika siły oporu w funkcji liczby Macha wyznaczoną w kroku poprzednim,
- 7) obliczenia zakończyć w przypadku osiągnięci zadawalającej zgodności między prędkością radialną \dot{r} i \dot{r}_t . Decyzję o zakończeniu procesu identyfikacji najlepiej podejmować w oparciu o wartość odpowiednio określonego funkcjonału jakości.

4. Weryfikacja działania algorytmu identyfikacji

Celem sprawdzenia poprawności działania algorytmu i określenia wpływu kąta podniesienia lufy działa na jakość procesu identyfikacji współczynnika siły oporu, przeprowadzono następujące badania.

Dla przyjętego za wzorcowy współczynnika siły oporu $C_D(Ma)$, stanowiącego w dalszych badaniach charakterystykę odniesienia, przeprowadzono symulację strzelania 122 mm pociskiem artyleryjskim wystrzelonym na ładunku pełnym ($V_0 = 687 \text{ m/s}$) dla trzech wartości kąta podniesienia lufy działa QE = 25, 50 i 80 deg. Podczas tych symulacji dla każdego z wariantów zostały wyznaczone prędkości radialne pocisku względem głowicy radaru śledzącego usytuowanej za działem w odległości 4 m na wysokości 1,5 m. W ten sposób, dla znanego wzorcowego współczynnika siły oporu $C_D(Ma)$, uzyskano pozbawione zakłóceń dyskretne przebiegi prędkości radialnej co 0,01 s, które w dalszych obliczeniach były traktowane jako parametry pomierzone przez radar Dopplera w strzelaniach poligonowych.

Przyspieszenia radialne wyznaczono z pochodnej wielomianu 2-go stopnia aproksymującego metodą średniokwadratową prędkość radialną z przedziału 0,5 s (w rozważanym przypadku dla 51 punktów pomiarowych). Pochodna (przyspieszenie radialne) była liczona w środku przedziału.

Przystępując do identyfikacji współczynnika $C_D(Ma)$ według algorytmu przedstawionego w pkt. 3, celowo w pierwszym przybliżeniu przyjęto współczynnik $C_D(Ma) = 0.5 = \text{const}$, aby sprawdzić skuteczność procesu identyfikacji w sytuacji, gdy początkowy (hipotetyczny) przebieg współczynnika siły oporu znacznie odbiega od jego rzeczywistego przebiegu.

Wyniki przeprowadzonych obliczeń przebiegu identyfikacji współczynnika siły oporu i wykresy prędkości radialnej odpowiadające kolejnym przybliżeniom współczynnika siły oporu (w kolejnych iteracjach) oraz dodatkowo (dla polepszenia przejrzystości rysunków) wykresy prędkości radialnej tylko w końcowej fazie lotu, przedstawiono na rysunkach od 2 do 9.



Rys. 2. Przebieg identyfikacji współczynnika siły oporu $C_D(Ma)$ dla $QE = 25 \deg$



Rys. 3. Wykresy prędkości radialnej w kolejnych iteracjach dla $QE=25\deg$



Rys. 4. Przebieg identyfikacji współczynnika siły oporu $C_D(Ma)$ dla $QE = 50 \deg$

Przedstawione na wykresach wyniki obliczeń pozwalają stwierdzić, iż bez względu na wartość kąta podniesienia lufy QE proces iteracji współczynnika siły oporu jest zbieżny. Powoduje to, że i przebiegi prędkości radialnej obliczane dla kolejnych współczynników siły oporu w kolejnych krokach iteracji również przybliżają się do prędkości radialnej wzorcowej. Proces identyfikacji współczynnika siły oporu najszybciej jest osiągany (już po dwóch, trzech iteracjach) dla prędkości lotu pocisku w środkowej fazie lotu.



Rys. 5. Wykresy prędkości radialnej w kolejnych iteracjach dla $QE = 50 \deg$



Rys. 6. Wykresy prędkości radialnej w końcowej fazie lotu w kolejnych iteracjach dla $QE = 50 \deg$

Należy zwrócić uwagę na kilka charakterystycznych cech prezentowanego algorytmu identyfikacji:

• Zaraz po wylocie z lufy (dla maksymalnych liczb Macha) identyfikacja współczynnika C_D jest mocno zakłócona (rys. 2). Pojawiają się duże wartości współczynnika, zarówno dodatnie, jak i ujemne. Problem ten występuje niezależnie od tego, czy rozpatrujemy tory płaskie, czy strome (rys. 4 i rys. 7). Niestety, problem utrzymuje się nawet przy dużej liczbie iteracji, co świadczy o tym, iż dla maksymalnych prędkości brak jest zbieżności.



Rys. 7. Przebieg identyfikacji współczynnika siły oporu $C_D(Ma)$ dla $QE = 80 \deg$



Rys. 8. Wykresy prędkości radialnej w kolejnych iteracjach dla $QE = 80 \deg$

• Wraz ze wzrostem stromizny toru pojawiają się coraz to większe oscylacje identyfikowanego współczynnika w okolicach wierzchołkowej, gdy prędkość pocisku jest minimalna (rys. 4). W zakresie liczb Macha, dla których to następuje, należy do kolejnej iteracji przyjmować stałą wartość współczynnika C_D odpowiadającą liczbie Macha przed pojawieniem się oscylacji. Stosując tę zasadę, uzyskujemy zbieżność procesu identyfikacji nawet dla przypadku strzelania dla kąta $QE = 80 \deg$ (rys. 7).



Rys. 9. Wykresy prędkości radialnej w końcowej fazie lotu w kolejnych iteracjach dla $QE=80\deg$

• Dla torów o bardzo dużej stromiźnie pojawią się również oscylacje w przedziale średnich prędkości (rys. 7), należy wówczas do kolejnych iteracji wykorzystać aproksymację współczynnika C_D opartą na wartościach spoza tego feralnego przedziału.

5. Podsumowanie i wnioski końcowe

Przeprowadzone badania numeryczne w pełni potwierdzają poprawność i skuteczność przedstawionego w pracy algorytmu identyfikacji współczynnika siły oporu pocisku $C_D(Ma)$ przy wykorzystaniu danych o prędkości radialnej pocisku, zarejestrowanej podczas jego lotu.

Należy jednak pamiętać, iż obliczenia zostały wykonane na podstawie prędkości radialnej "pomierzonej" bezbłędnie (pozbawionej zakłóceń i szumów) oraz przy założeniu pełnej wiedzy o parametrach atmosfery.

W przypadku rzeczywistych pomiarów, prędkość radialna obarczona jest błędami pomiaru, a warunki atmosferyczne określone z pewnym przybliżeniem. Należy się liczyć z tym, iż wówczas proces zbieżności może być wolniejszy, a w przypadku niskiego stosunku sygnału do szumu może nawet nie być zbieżny.

Bibliografia

- BARANOWSKI L., 2006, Modelowanie numeryczne dynamiki lotu pocisków stabilizowanych obrotowo w oparciu o modele matematyczne o różnym stopniu uproszczenia, Materiały II Międzynarodowej Konferencji "Mechanika w Lotnictwie" ML-XII, Warszawa, 171-192
- BARANOWSKI L., GACEK J., DEC R., 2005, Model symulacyjny ruchu pocisku artyleryjskiego zgodny ze Stanagiem 4355, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej Politechniki Śląskiej, 29, Gliwice, 81-86
- 3. The Modified Point Mass Trajectory Model, STANAG 4355, Edition 3
- 4. Tabele strzelnicze do 122 mm haubicy samobieżnej 2S1

Method of identification of drag coefficient for ballastic object based on measurement of radial velocity

Abstract

The paper presents a concept of identification of the drag coefficient of ballistic objects from Doppler radar data. The basis of the data reduction is the relationship between the measured time rate of change of the slant range and the projectile acceleration. The identification process is an iteration process. The usefulness and effectiveness of the algorithm has been tested on an example of the identification of the drag coefficient for a 122 mm projectile OF-462.

Praca naukowa finansowana ze środków Komitetu Badań Naukowych w latach 2004-2006 jako projekt badawczy 0T00B00127.

UKŁAD NAWIGACJI BOMB LATAJĄCYCH

Przemysław Bibik Robert Głębocki

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej, Politechnika Warszawska e-mail: pbibik@meil.pw.edu.pl; rgleb@meil.pw.edu.pl

W referacie przedstawiono zagadnienie sterowania bombami lotniczymi w oparciu o układ nawigacji wykorzystujący informacje z układu nawigacji bezwładnościowej INS i układu nawigacji satelitarnej GPS. Układy tego typu są z powodzeniem stosowane w bombach takich jak JDAM. W opisywanym rozwiązaniu system sterowania pierwotnie kalibrowany jest przez określenie pozycji sterowanego obiektu przy użyciu urządzeń systemu GPS. Następnie określane jest położenie celu misji i ewentualnych punktów pośrednich oraz trajektorii, jaką ma sterowany obiekt przebyć. Dalsze sterowanie przebiega już jedynie na podstawie wskazań z układu inercjalnego lub inercjalnego i GPS zainstalowanego na pokładzie obiektu sterowanego. Połączenie opisywanych dwóch systemów daje dobre wyniki, ponieważ obiekt jest sterowany z układu bezwładnościowego INS, który jest kalibrowany z GPS w odcinkach czasowych, gdy błąd INS zaczyna przekraczać błąd z GPS.

W pracy przedstawiono wyniki pomiarów i uzyskane dokładności wskazań z doświadczeń wykonanych z posiadanymi czujnikami inercyjnymi i GPS różnych typów posiadanymi przez Zakład Automatyki i Osprzętu Lotniczego Politechniki Warszawskiej. Następnie, na tej podstawie przedstawiono koncepcję układu nawigacji i sterowania bomby lotniczej opartego na współpracy INS i GPS.

1. Wprowadzenie

Od czasu osiągnięcia pełnej gotowości przez system GPS w 1995 roku obserwujemy szybki rozwój konstrukcji bomb i pocisków sterowanych naprowadzanych na podstawie wskazań GPS lub przy jego udziale. Zastosowanie tego typu broni ma tę zaletę, że pozwala na precyzyjne bombardowanie pozycji przeciwnika nawet w pobliżu własnych pozycji i przy braku widoczności. Precyzyjne bombardowanie przy użyciu bomb naprowadzanych przy udziale GPS pozwala również na dużo większą skuteczność bombardowania, a przez to nawet kilkukrotnie pozwala zmniejszyć liczbę niezbędnych lotów bojowych i dokonywać precyzyjnych bombardowań z dużych wysokości. Dzięki możliwość ataku z dużej odległości od celu, samoloty podczas bombardowań nie wchodzą w zasięg bezpośredniej obrony przeciwlotniczej. Ponadto, jeden lot bojowy pozwala na zaatakowanie kilku celów jednocześnie (rys. 1). Idzie za tym zdecydowane zmniejszenie strat własnych. W trakcie operacji Desert Storm około 18% zrzuconych bomb stanowiły bomby sterowane. W operacji Iraq Freedom bomby sterowane stanowiły już 66%.



Rys. 1. Możliwości ataku przy użyciu bomb sterowanych

Podstawową wadą systemów sterowania wykorzystujących GPS jest to, że system ten jest całkowicie kontrolowany przez Stany Zjednoczone i armie innych państw muszą się liczyć z możliwością uniemożliwienia im korzystania z systemu GPS przez rząd USA. Problem ten jednak częściowo zniknie wraz z powstaniem bliźniaczego dla GPS systemu Galileo. System ten powstający w Unii Europejskiej pozwoli na rozwój systemów sterowania opartych na nawigacji satelitarnej niezależnych od woli politycznej Stanów Zjednoczonych. W związku z tym również poza USA powstają tego typu konstrukcje. Bomby sterowane własnej konstrukcji wyposażone w system nawigacji oparty na INS/GPS posiadają już Francja i Izrael, a nawet Grecja i podobno Serbia. Na rysunku 2 przedstawiono bomby AASM firmy Sagem i SPICE firmy IAI.

Konstrukcje oparte na GPS i INS były poprzedzone bombami sterowanymi naprowadzanymi przy użyciu znacznika laserowego. Jednak te drugie są obecnie wypierane przez te używające GPS. Podstawową zaletą tych pierwszych jest brak konieczności podświetlania celu oświetlaczem laserowym w trakcie procesu naprowadzania. Jednak celem zwiększenia precyzji trafienia konstruk-



Rys. 2. Bomby sterowane AASM i SPICE; AASM – głowica bojowa 250 kg, zasięg 50 km (przy zrzucie z dużej wysokości), nawigacja na podstawie INS/GPS oraz głowicy IR lub laser; SPICE – głowica bojowa 1000 lub 2000 lb, zasięg 60 km (przy zrzucie z dużej wysokości), nawigacja na podstawie INS/GPS oraz głowicy VIS lub IR

cje te są czasem wzbogacone w możliwość zamontowania głowic podczerwieni, światła widzialnego lub naprowadzania na cel oświetlony laserem jako uzupełnienie nawigacji INS/GPS.

W sterowaniu bomb naprowadzanych przy pomocy INS/GPS wykorzystujemy metody trzypunktowe. Wymagają one dokładnego określenia pozycji celu oraz pozycji własnej względem układu związanego, w tym przypadku z Ziemią. Określenie położenia celu względem bomby jest wyliczane poprzez wyznaczenie ich pozycji względem Ziemi. Wymaga to posiadania większej mocy obliczeniowej na pokładzie obiektu sterowanego niż w przypadku korzystania z metod dwupunktowych. Bomba w trakcie lotu jest sterowana według zadanej trajektorii, po jakiej powinna zbliżać się do wyznaczonego celu. Trajektoria ta jest wyliczana przez komputer pokładowy nosiciela bezpośrednio przed zrzutem i przekazywana do komputera sterującego bomby. Do momentu zrzutu układ nawigacji bomby jest pod kontrolą układu nawigacji nosiciela. W trakcie samego procesu sterowania uchyb jest wyliczany na podstawie relacji pozycji sterowanego obiektu do planowanej trajektorii a nie bezpośrednio do celu.

2. Zintegrowany układ INS/GPS

Użycie do nawigacji połączenia systemów inercjalnego i nawigacji satelitarnej jest rozwiązaniem od pewnego czasu już stosowanym w lotnictwie oraz w układach naprowadzania pocisków sterowanych. Układy oparte na nawigacji inercjalnej, jak INS, dają pomiar stabilny i niezależny od zakłóceń zewnętrznych. Problemem jest jednak narastający w czasie błąd wynikający z procesu całkowania wskazań przyspieszeniomierzy i giroskopów prędkościowych stanowiących podstawę pomiaru. Z tego względu dokładny pomiar dają jedynie przez krótki czas. Z kolei system GPS daje mniej więcej stały błąd niezależny od czasu. Może on jednak podlegać skokowym zmianom. Mogą wówczas następować zakłócenia związane ze zmianami konstelacji obserwowanych satelitów oraz odbiciami sygnału od budynków lub innych wysokich obiektów. Taki charakter sygnałów uniemożliwiał sterowanie obiektem w sposób ciągły na podstawie jedynie sygnałów GPS.

Przykładem zastosowania zintegrowanego układu INS/GPS do sterowania bombą lotniczą jest amerykański system *Joint Direct Attack Munition* (JDAM). Bomby JDAM produkowane są seryjnie od roku 1998 i do chwili obecnej wyprodukowano ponad 190 tys. egzemplarzy. Zasięg ataku bomb JDAM przy zrzucie z wysokości 12 tys. metrów wynosi 24 km. Błąd trafienia wynosi 13 m przy wykorzystaniu zintegrowanego układu INS/GPS oraz około 30 m przy wykorzystaniu jedynie układu INS. Bardzo istotnym dla powodzenia programu JDAM jest niski koszt produkcji wynoszący około 20 tys. USD. Samoloty wykorzystujące bomby JDAM mają możliwość atakowania celów naziemnych w każdych warunkach pogodowych, w dzień i w nocy. Dodatkowym atutem jest możliwość zaprogramowania dla każdej przenoszonej bomby oddzielnego celu i zaatakowanie wielu celów w jednym przelocie.

Bazując na programie JDAM w przeprowadzonych w Politechnice Warszawskiej badaniach przyjęto założenia do opracowania układu. Zgodnie z nimi, głównym układem odpowiedzialnym za sterowanie bombą będzie układ INS. System ten wspierany będzie informacją z odbiornika GPS, zarówno przed zrzutem bomby, jak i w trakcie jej lotu. W opracowywanym układzie sterowania i nawigacji zdecydowano się na zastosowanie powszechnie dostępnych na rynku urządzeń w celu zminimalizowania kosztów rozwoju systemu.

Na rysunku 3 przedstawiono schemat integracji układu INS z układem GPS. Układ INS wykorzystujący 3 przyspieszeniomierze i 3 giroskopy do wyliczenia pozycji i orientacji przestrzennej połączony jest z odbiornikiem GPS poprzez filtr Kalmana. Pozycja wyliczona w tym bloku wykorzystywana jest do aktualizacji wartości początkowych wykorzystywanych w całkowaniu przyspieszeń i prędkości w systemie INS. Założono, że aktualizacja pozycji w układzie INS dokonywana jest, gdy błąd wyliczonej pozycji przekroczy założony próg i sygnał z GPS jest dostępny. Bardzo istotną kwestią w procesie integracji jest dobór współczynników filtru Kalmana. W tym celu przeprowadzono serię badań laboratoryjnych oraz terenowych. Ich wyniki przedstawiono w dalszej części referatu.


Rys. 3. Schemat zintegrowanego układu nawigacji i sterowania INS/GPS

3. Badania

W przeprowadzonych badaniach wykorzystano posiadany w Zakładzie Automatyki i Osprzętu Lotniczego sprzęt. Jednostkę centralną stanowi komputer klasy PC-104 – rys. 4.



Rys. 4. Komputer klasy PC-104

Na platformie tej zainstalowano system operacyjny Neutrino firmy QNX. System ten wybrano ze względu na stabilność działania oraz pracę w czasie rzeczywistym. Oprogramowanie poszczególnych czujników, jak również aplikacje sterujące i nawigacyjne napisano w języku C++. W dotychczas przeprowadzonych badaniach wykorzystano odbiornik GPS FlexPak firmy Novatell (rys. 5a) oraz bezwładnościową jednostkę pomiarową IMU typu 3DM-GX2 firmy Mi-



Rys. 5. (a) GPS FlexPak; (b) IMU 3DM-GX2; (c) Konsola operatorska

croStrain – rys. 5b. Komputer obsługiwany jest za pomocą konsoli operatora – rys. 5c.

W pierwszym etapie prac przygotowano oprogramowanie rejestrujące dane z wykorzystywanych czujników, oraz przeprowadzono próby laboratoryjne działania poszczególnych elementów układu. W trakcie tych prób wykonywano rejestracje stacjonarne oraz w ruchu.

W drugim etapie prac wykonano rejestracje w trakcie jazdy po wcześniej zmierzonej trasie. Pomiaru trasy przejazdu dokonano z użyciem dalmierzy laserowych. W trakcie prób pokonano zmierzoną trasę samochodem osobowym, na którym zamontowano czujnik IMU oraz odbiornik GPS. Na podstawie uzyskanych wyników dokonano identyfikacji współczynników przeliczających pozycję otrzymaną z odbiornika GPS do układu lokalnego. W dalszych etapach pracy wykonane pomiary posłużą również do doboru współczynników obu filtrów Kalmana występujących w zintegrowanym układzie nawigacji INS/GPS. Poniżej na rys. 6-rys. 8 przedstawiono wyniki rejestracji wykonanych podczas jazdy po trasie zamkniętej.





Rys. 7. Porównanie wyników rejestracji GPS z punktami pomiarowymi uzyskanymi z pomiarów geodezyjnych

Potrzebę integracji różnych czujników nawigacyjnych bardzo dobrze obrazuje porównanie kątów azymutu otrzymanych z odbiornika GPS oraz wyliczonych z układu bezwładnościowego – rys. 9.

Na rys. 9 widać, że w momentach, gdy pojazd był zatrzymany (por. rys. 6, otrzymany z odbiornika kąt azymutu waha się w zakresie od 0 do 360°. Wy-





Rys. 9. Porównanie kątów azymutu otrzymanych z GPS oraz układu INS

nika to ze sposobu, w jaki GPS wylicza kąt azymutu, porównując pozycję sąsiednich próbek. W tej sytuacji bardzo korzystne jest wykorzystanie informacji z układu bezwładnościowego. Jak widać, azymut wyliczony z układu INS (wykorzystano algorytm kwaternionowy) zmienia się nawet w trakcie jazdy po

prostej lub w trakcie postoju. Wynika to z błędów numerycznych związanych z wyliczaniem położenia układu. Jednak w krótkich odcinkach czasu, w których sygnał z GPS nie jest dostępny, można wykorzystać informację z INS do oszacowania orientacji i pozycji układu. Widoczne na rys.9 gwałtowne skoki wartości otrzymanych z INS są wynikiem sprowadzenia kąta azymutu do zakresu od 0 do 360°.

4. Wnioski

Z przeprowadzonych badań wynika, że sprzęt wyselekcjonowany do opracowania systemu posiada dostateczną dokładność i uzyskane wyniki mogą być podstawą do dalszych badań. Jednak bezpośrednie wyniki pozyskane jedynie z IMU lub GPS są niedostatecznej jakości dla systemu sterowania bomby. Dlatego dalsze prace muszą skupić się na opracowaniu i doskonaleniu integracji tych systemów poprzez metody filtracji Kalmana. Kolejnym obszarem wymagającym dalszego rozwoju jest model przeliczający dane pozyskiwane z IMU. Dokładniejsze zamodelowania i uwzględnienie nawet niewielkich sił występujących w ziemskim polu grawitacyjnym poprawi jakość wyników uzyskiwanych z układu nawigacji.

Badania wykonano w ramach grantu MNiSW n
r $516\,\mathrm{G}\,1132\,0364\,000\,$ "Autonomiczny system sterowania bomb lotniczych".

W pracach wykorzystano oprogramowanie Neutrino i Momentics udostępnione przez firmę QNX.

Bibliografia

- 1. GLĘBOCKI R., VOGT R., 2007, Układ Automatycznego sterowania bomb lotniczych oparty na systemie INS, *Konferencja Awioniki*, Rzeszów
- 2. DOTY J.H., 2004, Revolution in GPS, GPS World, September
- 3. KLOTZ H.A., DERBAK C.B., 1998, GPS-aided navigation and unaided navigation on the Joint Direction Attack Munition, *IEEE*
- 4. OHLMEYER E.J., 2002, Guidance, navigation and control without gyros: a gunlaunched munnition concept, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Monterey California

- 5. KLOTZ H., DERBAK C., 1998, GPS-aided navigation and unaided navigation on the Joint Direct Attack Munition, *IEEE*
- GLEBOCKI R., VOGT R., 2007, Guidance system of smart mortar missile, The Archive of Mechanical Engineering, LIV, 1, 47-63
- IGLESIAN P.A., URBAN T.J., 2000, Loop shaping design for missile autopilot, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 23, 3, 516-525
- 8. CHEN W.H., 2003, Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 26, 1, 161-166
- ETKIN B., REID D., 1996, Dynamics of Flight Stability and Control, 3rd Ed., Wiley, New York

Flying bomb navigation system

Abstract

In this paper, the flying bomb control system based on inertial and satellite navigation sensors is described. Such systems are already used with JDAM bombs. In the presented research GPS receiver is used only for system calibration and for designating position of the bomb. In the next step, the position of the target, as well as desired points on the trajectory of the bomb, are designated. From then on, the navigation is performed using the inertial system.

Navigation based on inertial and satellite systems has been already used in aviation and in guided missile control units. Signals acquired from systems based on inertial navigation are stable and independent from external influence. The main problem of inertial navigation is the time growing error resulting from time integration of accelerations and angular velocities. Because of this, precision of inertial navigation systems measurements degrades with time. On the contrary, measurements of GPS units include an approximately time invariant error, however the level of this error can change. This can be a result of variations of the visible satellite constellation or signal reflections from buildings and other objects. Such a signal makes the continuous guidance of an object based only on GPS impossible. Combination of both INS and GPS systems gives good results, because the object is navigated by the inertial system which is calibrated using a GPS signal anytime the INS error exceeds the one of GPS. In the paper results of measurements and positions accuracies obtained during a test of IMU and GPS receivers of different types being in possession of the Department of Automation and Aeronautical Systems of Warsaw University of Technology are presented. On this background, a concept of the navigation and guidance system of a flying bomb based on combined INS and GPS is presented. Presented measurements were acquired at the laboratory (fixed position trials) and on a moving vehicle. The acquired measurements were used in the process of system calibration.

ANALIZA MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA WIRUJĄCYCH BOMB STEROWANYCH

Robert Głębocki Marcin Żugaj

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej, Politechnika Warszawska e-mail: rglebocki@meil.pw.edu.pl; zugaj@meil.pw.edu.pl

W pracy przedstawiono zagadnienie sterowanych bomb lotniczych. Dotychczasowe konstrukcje tego typu broni są sterowane dwukanałowo. Zastosowanie sterowania jednokanałowego ograniczy i uprości układ wykonawczy sterowania. Wymaga jednak, aby bomba wirowała w trakcie lotu. Umożliwi to chociażby zastosowanie sterowania gazodynamicznego i eliminację elementów ruchomych. Wzrasta wówczas ilość obliczeń, jakie musi w czasie rzeczywistym wykonać układ sterowania, jednak znacznemu uproszczeniu ulega układ wykonawczy sterowania. Rozwiązania takie są stosowane z powodzeniem w pociskach moździerzowych i artyleryjskich. Wymaga to jednak, aby obiekt sterowany wirował w trakcie lotu.

Współczesne bomby lotnicze nie wirują w trakcie lotu. Wymuszenie ruchu wirowego powoduje zmianę ich parametrów aerodynamicznych i zachowania się w trakcie lotu. W pracy przedstawiono własny model bomby wirującej. Ponadto zaprezentowano wyniki badań symulacyjnych nad takimi obiektami. Przedstawiono ich możliwości i ograniczenia oraz zaproponowano metody automatycznego sterowania.

1. Wstęp

Doświadczenia ostatnich wojen bliskowschodnich zwiększyły wyraźnie zapotrzebowanie na konstrukcje bomb sterowanych. Wiąże się to z toczeniem walk w trudnym górskim lub zurbanizowanym terenie, przy braku sprecyzowanych stałych pozycji bojowych przeciwnika. Ponadto toczenie walk w miastach i terenach gęsto zamieszkałych powoduje straty wśród ludności cywilnej. Bombardowania i ostrzał amunicją precyzyjną pozwala na znaczne zmniejszenie tych strat. Dotyczy to zarówno ofiar ludzkich, jak i zniszczeń infrastruktury. W przeciągu kilku lat bomby sterowane wyprą z arsenałów amerykańskich te tradycyjne. Zresztą bomby takie jak JDAM nie są całkowicie nowymi konstrukcjami. Klasyczne bomby niesterowane są doposażane w uniwersalny zestaw pozwalający na jej naprowadzanie. Koszty bomb sterowanych przez układ oparty na GPS i INS są wielokrotnie niższe niż pocisków manewrujących, co sprzyja ich upowszechnieniu.

Dotychczasowe konstrukcje sterowanych bomb lotniczych, niezależnie od metod nawigacji, sa wyposażone w układ wykonawczy sterowania oparty na sterach aerodynamicznych. Rozwiązanie to sprawdzone i powszechnie stosowane wymaga jednak zastosowania ruchomych powierzchni sterowych, wytwarzających siły aerodynamiczne w kanałach pochylenia i odchylenia. Wiąże się to z koniecznością wykonania dość precyzyjnego usterzenia oraz wygenerowania na pokładzie bomby energii zdolnej zasilić siłowniki sterów. W ramach badań nad tego typu pociskami postanowiliśmy zaproponować nowe rozwiązanie w postaci sterów gazodynamicznych. W rozwiązaniu tym sterowanie jest realizowane za pomocą jednorazowych rakietowych silników korekcyjnych rozmieszczonych promieniście wokół środka ciężkości pocisku. Uruchomienie poszczególnych silników powoduje powstanie impulsu siły skierowanego prostopadle do osi symetrii pocisku i skierowanego wzdłuż prostej przechodzącej przez jego środek ciężkości. Zadziałanie silnika oddziaływuje bezpośrednio na zmianę wektora prędkości lotu pocisku, zarówno co do kierunku, jak i do wartości. Precyzyjne naprowadzanie na cel realizuje się poprzez kolejne odpalanie kilku silników. W prezentowanym rozwiązaniu sterowanie odbywa się w jednym kanale. Wymagany jest więc ruch wirowy bomby. Ruch ten wywołany będzie aerodynamicznie poprzez przekoszenie stabilizatorów. Jednokanałoweimpulsowe bezpośrednie sterowanie lotem umożliwia uzyskanie wymaganej jakości sterowania przy odpowiednim doborze algorytmów odpalania silników, jak również stateczności dynamicznej pocisku. Rozwiązania takie są dotychczas stosowane do sterowania pocisków moździerzowych i artyleryjskich.

W odróżnieniu od skokowo-zmiennego pośredniego sterowania, nie zachodzi konieczność zachowania kompromisu między statecznością a sterownością, stąd stateczność pocisków z bezpośrednim sterowaniem może być dowolnie duża. Bardzo złożone, przy takim sterowaniu, są algorytmy odpalania silników. Przy ich wyznaczaniu należy uwzględnić taką kolejność odpalania silników, przy której niewyważenie dynamiczne pocisków będzie minimalne. Algorytmy te muszą zapewnić wymaganą jakość sterowania, m.in. dzięki proporcjonalności średniego efektu sterowania do wartości sygnału sterowania.

Sterowanie tego typu nie pozwala na sterowanie bomb na tak duże odległości, jak stery aerodynamiczne, jednak znacząco upraszcza konstrukcję układu wykonawczego sterowania. Ogranicza również zapotrzebowanie na energię na pokładzie bomby jedynie do zasilania elektroniki układu nawigacji i sterowania. Brak elementów ruchomych zwiększa również znacząco niezawodność działania takiej konstrukcji.

2. Nieliniowy model bomby sterowanej

Do opisu przestrzennego ruchu bomby przyjęto następujące kartezjańskie, prawoskrętne układy współrzędnych (rys. 1):



Rys. 1. Układy współrzędnych

- inercjalny, nieruchomy układ współrzędnych $O_1x_1y_1z_1$, którego początek O_1 znajduje się w dowolnie wybranym punkcie na powierzchni ziemi, kierunek i zwrot osi O_1z_1 pokrywa się z kierunkiem i zwrotem wektora przyspieszenia ziemskiego, płaszczyzna $O_1x_1y_1$ jest styczna do powierzchni ziemi, oś Ox_1 skierowana jest w kierunku północy geograficznej i zwrócona w stronę bieguna północnego, oś Oy_1 dopełnia układ do prawoskrętnego i skierowana jest na wschód,
- grawitacyjny układ współrzędnych $O_g x_g y_g z_g)g$, związany jest z poruszającym się obiektem, początek układu O_g znajduje się w osi symetrii bomby w połowie jej długości, układ jest przesunięty równolegle względem układu inercjalnego $O_1 x_1 y_1 z_1$, zwroty osi obu układów są zgodne,
- układ Oxyz związany jest z bombą, początek układu O pokrywa się z początkiem układu grawitacyjnego O_q , oś Ox leży w płaszczyźnie

symetrii samolotu Oxz i jest skierowana do przodu kadłuba samolotu, oś Oz skierowana jest "w dól", dodatni zwrot w stronę podwozia, a oś Oy dopełnia układ do prawoskrętnego i jest zwrócona "w prawo".

Kąty: pochylenia θ , przechylenia ϕ i odchylenia ψ opisują orientację kątową bomby, a wektor $\mathbf{r}_1 = [x_1, y_1, z_1]$ jej położenie w przestrzeni. Związek pomiędzy wektorem przemieszczenia i orientacji kątowej $\mathbf{y} = [x_1, y_1, z_1, \phi, \theta, \psi]^{\top}$, a wektorem prędkości liniowych i kątowych (wektorem stanu) $\mathbf{x} = [U, V, W, P, Q, R]^{\top}$ wyrażona jest przez zależność:

$$\dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{\mathsf{T}}\boldsymbol{x} \qquad \boldsymbol{\mathsf{T}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathsf{T}}_V & \boldsymbol{\mathsf{0}} \\ \boldsymbol{\mathsf{0}} & \boldsymbol{\mathsf{T}}_\Omega \end{bmatrix}$$
 (2.1)

gdzie macierze transformacji \mathbf{T}_V i \mathbf{T}_W mają postać:

$$\mathbf{T}_{V} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \sin\theta\sin\phi\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi\\ \cos\theta\sin\psi & \sin\theta\sin\phi\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi\\ -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}$$
(2.2)
$$\mathbf{T}_{\Omega} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\,\mathrm{tg}\,\theta & \cos\phi\,\mathrm{tg}\,\theta\\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi\\ 0 & \sin\phi\,\mathrm{sec}\,\theta & \cos\phi\,\mathrm{sec}\,\theta \end{bmatrix}$$

Matematyczny model ruchu przestrzennego bomby zapisać można w postaci macierzowego równania:

$$\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{x})\mathbf{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}_{A}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) + \boldsymbol{f}_{G}(\boldsymbol{y}) + \boldsymbol{f}_{S}(\boldsymbol{y},k_{S},n_{S})$$
(2.3)

gdzie macierze bezwładności A i prędkości $\Omega(x)$ mają postać:

$$\mathbf{\mathcal{D}}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} -Q & P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -W & V & 0 & -R & Q \\ W & 0 & -U & R & 0 & -H \\ -V & U & 0 & -Q & P & 0 \end{bmatrix}$$

Na bombę działają obciążenia aerodynamiczne $\boldsymbol{f}_A(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$, ciężkości $\boldsymbol{f}_G(\boldsymbol{y})$ i gazodynamiczne od silników korekcyjnych $\boldsymbol{f}_S(\boldsymbol{y}, k_S, n_S)$.

Wektor obciążeń od siły ciężkości ma postać:

$$\boldsymbol{f}_G(\boldsymbol{y}) = [\boldsymbol{f}_g(\boldsymbol{y}), \boldsymbol{m}_g(\boldsymbol{y})]^\top$$
(2.5)

gdzie wektor siły ciężkości $\boldsymbol{f}_q(\boldsymbol{y})$ i momentu od siły ciężkości $\boldsymbol{m}_g(\boldsymbol{y})$ są równe:

$$\boldsymbol{f}_{g}(\boldsymbol{y}) = mg \begin{bmatrix} -\sin\theta\\\cos\theta\sin\phi\\\cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{m}_{g}(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{r}_{C} \times \boldsymbol{f}_{g}(\boldsymbol{y}) \qquad (2.6)$$

przy czym wektor \mathbf{r}_C określa położenie środka ciężkości bomby w układzie współrzędnych 0xyz, m jest masą bomby, a g przyspieszeniem ziemskim.

Siła i moment aerodynamiczny obliczane są z zależności:

$$\boldsymbol{f}_{a}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \frac{1}{2}\rho(z_{1})vS[C_{X}(\boldsymbol{x}), C_{Y}(\boldsymbol{x}), C_{Z}(\boldsymbol{x})]^{\top}$$

$$\boldsymbol{m}_{a}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \frac{1}{2}\rho(z_{1})vSl[C_{R}(\boldsymbol{x}), C_{M}(\boldsymbol{x}), C_{N}(\boldsymbol{x})]$$
(2.7)

gdzie: S określa maksymalną wartość pola przekroju poprzecznego korpusu bomby (rys. 2), l jest długością bomby, $\rho(z_1)$ gęstością powietrza, a v wartością prędkości opływu.



Rys. 2. Geometria bomby

Współczynniki siły aerodynamicznej C_X , C_Y , C_Z oraz momentu aerodynamicznego C_R , C_M , C_N uzyskano analitycznie przy wykorzystaniu metod numerycznych mechaniki płynów. Wektor obciążeń aerodynamicznych ma zatem postać:

$$\boldsymbol{f}_A(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = [\boldsymbol{f}_a(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}), \boldsymbol{m}_a(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})]^\top$$
(2.8)

W przyjętym rozwiązaniu konstrukcyjnym bomba sterowana jest impulsowymi silnikami korekcyjnymi umieszczonymi na obwodzie korpusu w środku ciężkości bomby (rys. 3). Wykorzystanie takiego sterowania wymaga, aby bomba wykonywała ruch wirowy wokół osi podłużnej 0x. Ruch wirowy wywoływany jest przez odpowiednie zaklinowanie (przekoszenie) stabilizatorów bomby. Dla takiej konfiguracji składowa momentu aerodynamicznego względem osi 0x wyrażony jest przez zależność:

$$L_A = (b_1 P + b_2 v)\rho v \tag{2.9}$$

gdzie b_1 jest aerodynamicznym współczynnikiem momentu tłumiącego obrót, a b_2 dynamicznym współczynnikiem obracającym, przy czym zależności opisujące te współczynniki mają postać:

$$b_1 = m_D^P S c_a^2$$
 $b_2 = \frac{m_{ax} S c_a}{2}$ (2.10)

gdzie c_a jest średnią cięciwą aerodynamiczną stabilizatorów bomby, m_D^P jest pochodną aerodynamiczną momentu tłumiącego przechylenia, a m_{ax} jest współczynnikiem momentu aerodynamicznej asymetrii.



Rys. 3. Położenie silników korekcyjnych

Z równania (2.9) wynika, że bomba wiruje ze stałą prędkością, gdy moment wywołujący obrót wirowy kompensowany jest przez moment tłumiący, czyli gdy spełnione jest równanie:

$$b_1 P + b_2 v = 0 \tag{2.11}$$

Prędkość obrotowa bomby zależy od jej konstrukcji oraz prędkości lotu (opadania). Dla stałej konfiguracji aerodynamicznej i geometrycznej bomby prędkość obrotowa bomby jest funkcją prędkości lotu, a stosunek prędkości lotu do prędkości obrotowej określa współczynnik transmisji obrotów k_{ω} :

$$k_{\omega} = \frac{v}{P} = -\frac{b_1}{b_2} \tag{2.12}$$

Dla ustalonej konfiguracji aerodynamicznej zadane parametry wirowania bomby (zadany współczynnik k_{ω}) uzyskać można przez przeskalowanie geometrii stabilizatorów tak, aby średnia cięciwa aerodynamiczna c_a była równa:

$$c_a = \frac{k_\omega}{2} \frac{m_{ax}}{m_D^P} \tag{2.13}$$

Zestaw silników korekcyjnych umieszczony jest tak, że ich wektory ciągu przecinają oś symetrii bomby w środku ciężkości pod kontem prostym (rys. 3). W ten sposób silniki korekcyjne nie wywołują momentu od sterowania, co powoduje jedynie przesunięcie środka ciężkości bomby (rys. 4). Czas pracy silnika korekcyjnego decyduje o kierunku wypadkowego wektora siły sterującej (rys. 4).



Rys. 4. Siła sterująca od silników korekcyjnych

Wypadkowy wektor siły sterującej *i*-tego silnika korekcyjnego przedstawia równanie:

$$\boldsymbol{f}_{Si}(\boldsymbol{y}, k_S, n_S) = P_{Si}k_S \begin{bmatrix} 0\\ -\cos\gamma_{Si}\\ \sin\gamma_{Si} \end{bmatrix}$$
(2.14)

gdzie P_{Si} jest wartością wypadkowego ciągu silnika, γ_{Si} kątem określającym położenie silnika na obwodzie korpusu, n_S numerem identyfikacyjnym silnika, a k_S sygnałem sterującym (uruchamiającym silnik).

Równanie momentu od siły ciągu wyraża zależność:

$$\boldsymbol{m}_{Si}(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{r}_C \times \boldsymbol{f}_{Si}(\boldsymbol{y}, k_S, n_S)$$
(2.15)

a wektor obciążeń od sterowania ma postać:

$$\boldsymbol{f}_{S}(\boldsymbol{y}, k_{S}, n_{S}) = [\boldsymbol{f}_{Si}(\boldsymbol{y}, k_{S}, n_{S}), \boldsymbol{m}_{Si}(\boldsymbol{y})]^{\top}$$
(2.16)

3. Badanie właściwości bomby wirującej

Przeprowadzone badania miały na celu sprawdzenie możliwości sterowania bombami lotniczymi przy wykorzystaniu impulsowych silników korekcyjnych. W początkowym etapie badań oszacowano parametry układu sterowania oraz zbadano właściwości lotne bomby.

Analiza układu sterowania wskazała, że efektywność sterowania zależy od: siły ciągu silników korekcyjnych, czasu pracy silnika korekcyjnego, liczby silników korekcyjnych, prędkości obrotowej bomby oraz liczby obrotów w trakcie opadania.



Rys. 5. zależność siły sterującej od czasu trwania impulsu sterującego: a) wpływ czasu pracy silnika na efektywność sterowania; b) wpływ siły ciągu na efektywność sterowania; c) czas trwania impulsu sterującego odniesiony do wielkość obrotu bomby

Siła ciągu i czas pracy silnika oraz prędkość obrotowa bomby wpływają na wartość przesunięcia środka ciężkości bomby podczas odpalenia pojedynczego silnika. Na rys. 5 przedstawiono wpływ wartości siły ciągu oraz czasu pracy silnika korekcyjnego na efektywność sterowania. Badania pokazały, że impuls sterujący powinien trwać krócej niż połowę obrotu bomby, ponieważ uzyskanie żądanej efektywności sterowania wymaga krótszego czasu pracy silnika korekcyjnego (rys. 5a). Jednak impuls ten nie może być zbyt krótki, gdyż uzyskanie żądanego efektu sterowania wymaga użycia silnika o znacznie większym ciągu (rys. 5b).

Liczba silników korekcyjnych oraz liczba obrotów bomby w trakcie opadania decydują o zakresie korygowanego uchybu. Im mniejsza jest liczba obrotów, tym mniej silników korekcyjnych zostanie wykorzystana, a tym samym uzyskana zostanie mniejsza wartość całkowitego przemieszczenia środka ciężkości bomby.

Wstępna analiza wykazała, że sterowanie bombą o masie 100 kg wymaga użycia od 12 do 20 silników korekcyjnych, których czas pracy będzie krótszy niż czas 40% obrotu bomby.

Badania właściwości bomby miały na celu określenie wpływu wirowania na zachowanie się bomby podczas opadania. W tym celu wykorzystano opracowany model matematyczny bomby. Przeprowadzono badanie wpływu prędkości wirowania na lot bomby oraz wykonano charakterystykę obrotową. Badania przeprowadzono dla bomby o masie 100 kg, długości 1.5 m oraz średnicy 0.18 m. Badano bombę o trzech współczynnikach transmisji obrotów $k_{\omega} = 5.8$, 12.3, 37, którą zrzucano z wysokości H = 1000, 2000, 4000 m.



Rys. 6. Trajektoria opadania bomby

Badania pokazały, że wartość prędkość wirowania powoduje odchylenie trajektorii bomby, co spowodowane jest powstaniem momentu giroskopowego (rys. 6). W badanych przypadkach odchylenie trajektorii bomby dochodzi do ponad 140 m dla współczynnika transmisji obrotów k_{ω} równego 5.8. Jedno-cześnie następuje zmniejszenie zasięgu bomby o około 9%.

Oprócz odchylenia trajektorii opadania obrót wirowy bomby powoduje zaburzenie kąta odchylenia i pochylenia (rys. 7a,b). W badanym przypadku bomba niewirująca wykazywała pewne oscylacje kąta pochylenia. Wprowadzenie bomby w obrót wirowy spowodowało zmniejszenie tych oscylacji, co świadczy o tym że ruch wirowy działa stabilizująco, a także zwiększenie kąta pochylenia (rys. 7b).



Rys. 7. a) Kąt odchylenia bomby; b) kąt pochylenia bomby



Rys. 8. a) Zmiana prędkości wirowania bomby; b) liczba obrotów bomby w trakcie opadania

Wykorzystując opracowany model symulacyjny bomby, wyznaczono charakterystyki obrotowe bomby. Charakterystyki te opisują zmianę prędkości wirowania bomby w czasie opadania (rys. 8a), a także zależność liczby obrotów od czasu trwania opadania, którego miarą jest wysokość zrzutu, i współczynnika transmisji obrotów (rys. 8b). Charakterystyki te pomogą w określeniu właściwości układu sterowania (liczby silników korekcyjnych, czasu trwania impulsu sterującego).

4. Wnioski

Badania polegały na określeniu właściwości bomby wirującej. W trakcie badań wstępnie oszacowano parametry układu sterowania bomby. Opracowano również nieliniowy model bomby lotniczej, który umożliwia badanie bomby zarówno wirujących, jak i niewirujących. Wstępne badania umożliwiły określenie podstawowych właściwości bomby wirującej, które posłużą do opracowania układu sterowania takiego typu obiektu. Badania wykonano w ramach grantu MNiSW nr 516 G 1132 0364 000 "Autonomiczny system sterowania bomb lotniczych".

Bibliografia

- 1. KORUBA Z., OSIECKI J., 2006, Budowa dynamika i nawigacja wybranych broni precyzyjnego rażenia, Wyd. Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce
- 2. GLĘBOCKI R., 2000, Dynamika impulsowego naprowadzania małych obiektów przy pomocy rakietowych silników korekcyjnych, Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, MEiL, Warszawa
- 3. GACEK J., 1999, Balistyka zewnętrzna, Wyd. WAT, Warszawa
- GLEBOCKI R., VOGT R., 2007, Guidance system for smart mortar missiles, Archive of Mechanical Engeering, 1
- VOGT R., GLEBOCKI R., ŻUGAJ M., 2006, Smart mortar missile attitude detection based on the algorithm that take advantage of artificial neural networks, *AIAA Guidance Navigation and Control Conference*, Keystone USA
- MARYNIAK J., 1975, Dynamiczna teoria obiektów ruchomych, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Mechanika, 32, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa
- IGLESIAN P.A., URBAN T.J., 2000, Loop shaping design for missile autopilot, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 23, 3, 516-525

- 8. CHEN W.H., 2003, Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 26, 1, 161-166
- ETKIN B., REID D., 1996, Dynamics of Flight Stability and Control, 3rd Ed., Wiley, New York

The feasibility study of guided spinning bomb

Abstract

In this paper, a new concept of guided bomb control system has been presented. The bomb uses a set of correction engines to produce the control force. The bomb has to rotate along the axis of symmetry to provide the required direction of control the force. Unlike classical guided bombs, this one can be equipped with a single channel control system. This control system is easily manufactured but requires much more calculation to generate a proper control force. This kind of the control system has been successfully used to guide artillery munitions.

The bomb spin changes its flight and control performances. The model of a spinning bomb has been developed to evaluate the new control system. The results of numerical simulation have been presented in this paper. A proposal of the automatic guided system structure has been presented as well.

WPŁYW BURZLIWOŚCI ATMOSFERY NA ZRZUT BOMBY

Grzegorz Kowaleczko Andrzej Żyluk

Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa e-mail: g.kowaleczko@chello.pl

> W pracy pokazany został model dynamiki zrzutu bomby, na którą oddziałuje zmienne pole wiatru. Omówiony został zastosowany sposób opisu tego pola z uwzględnieniem jego stochastycznej natury. Pokazane zostały przykładowe wyniki numerycznej symulacji bombardowania oraz sformułowane wnioski.

1. Wstęp

Zrzut bomby przez nosiciela powinien być wykonywany w taki sposób, aby cel był osiągany z możliwie dużą dokładnością. Warunki zrzutu mogą być zasadniczo różne. Różnice dotyczą prędkości w momencie uwolnienia bomby, wysokości zrzutu oraz kąta, pod którym dokonywany jest zrzut. W zależności od tych parametrów osiągany jest różny punkt na powierzchni Ziemi. Dodatkowym czynnikiem, który może wywierać wpływ na trajektorię lotu, jest wiatr. Jeżeli wiatr ma stałą wartość i kierunek, to ich uwzględnienie nie nastręcza trudności. Natomiast wpływ turbulencji atmosfery może być różny, gdyż ma ona charakter stochastyczny. Zatem trajektorie lotu, nawet przy tych samych warunkach początkowych, będą różnić się między sobą.

Celem badań, których rezultaty pokazano poniżej, było określenie wpływu stochastycznego pola wiatru na lot małej bomby ćwiczebnej. Wykonano szereg symulacji numerycznych, w których wykorzystano model ruchu o sześciu stopniach swobody opisujący szybowanie bomby w przestrzeni trójwymiarowej. Do wyznaczenia pola wiatru zastosowano metodę Shinozukiego służącą do modelowania procesów stochastycznych.

2. Opis matematyczny ruchu bomby

2.1. Założenia modelu fizycznego

W celu analizy zagadnień dynamiki lotu bomby przyjęto następujące założenia pozwalające określić matematyczny opis ruchu:

- bomba jest ciałem sztywnym o stałej masie, momentach bezwładności i niezmiennym położeniu środka masy,
- bomba ma dwie płaszczyzny symetrii. Są to płaszczyzny *Oxz* oraz *Oxy* (rys. 1), które są płaszczyznami symetrii geometrycznej, masowej i aerodynamicznej.



Rys. 1. Układy współrzędnych i kąty przejścia pomiędzy nimi

2.2. Układy współrzędnych

W celu określenia modelu matematycznego bomby wykorzystano następujące prawoskrętne, prostokątne układy współrzędnych (rys. 1):

- $\bullet \ Oxyz$ układ związany z bombą o początku w środku masy bomby,
- $Ox_a y_a z_a$ układ osi przepływu,
- $Ox_g y_g z_g$ układ ziemski o początku w środku masy bomby.

Układy te związane są następującymi kątami:

- układy Oxyz i $Ox_g y_g z_g$: kątem odchylenia bomby Ψ , kątem pochylenia bomby Θ , kątem przechylenia bomby Φ ,
- układy Oxyzi $Ox_ay_az_a:$ kątem ślizgu $\beta,$ kątem natarcia $\alpha.$

Dokonując kolejno obrotów o kąty Ψ , Θ i Φ , można określić macierz przejścia z układu $Ox_g y_g z_g$ do Oxyz:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{s/g} \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix}$$
(2.1)

gdzie macierz przejścia $L_{s/q}$ jest równa:

$$\begin{split} \mathbf{L}_{s/g} &= (2.2) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \Psi \cos \Theta & \sin \Psi \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \cos \Psi \sin \Theta \sin \Phi - \sin \Psi \cos \Phi & \sin \Psi \sin \Theta \sin \Phi + \cos \Psi \cos \Phi & \cos \Theta \sin \Phi \\ \cos \Psi \sin \Theta \cos \Phi + \sin \Psi \sin \Phi & \sin \Psi \sin \Theta \cos \Phi - \cos \Psi \sin \Phi & \cos \Theta \cos \Phi \end{bmatrix} \end{split}$$

Dokonując kolejno obrotów o kąty $-\beta$ i α , określa się macierz przejścia z układu $Ox_a y_a z_a$ do Oxyz:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{s/a} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix}$$
(2.3)

gdzie macierz przejścia $L_{s/a}$ jest równa:

$$\mathbf{L}_{s/a} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha\\ \sin\beta & \cos\beta & 0\\ \sin\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix}$$
(2.4)

2.3. Określenie równań ruchu bomby

2.3.1. Ogólna postać równań ruchu

Ze względu na to, że pomiary tunelowe sił aerodynamicznych odbywają się zwykle w układzie osi przepływu $Ox_a y_a z_a$, równania równowagi sił zostaną określone w tym układzie. Natomiast równania równowagi momentów zapisane zostaną w układzie związanym z bombą Oxyz, gdyż w tym układzie tensor momentów bezwładności jest niezależny od czasu.

Wektorowe równanie ruchu środka masy bomby ma postać:

$$\frac{d(m\mathbf{V})}{dt} = \frac{\partial(m\mathbf{V})}{\partial t} + \mathbf{\Omega} \times (m\mathbf{V}) = \mathbf{F}$$
(2.5)

i może być przedstawione w postaci trzech równań skalarnych w dowolnym prostokątnym ruchomym układzie współrzędnych:

$$m(\ddot{U} + QW - RV) = X \qquad m(\ddot{V} + RU - PW) = Y$$

$$m(\ddot{W} + PV - QU) = Z \qquad (2.6)$$

gdzie:

m – masa bomby,

- \boldsymbol{V} wektor prędkości o składowych $\boldsymbol{V} = [U,V,W]^\top$ w ruchomym układzie współrzędnych,
- $\boldsymbol{\Omega}$ wektor prędkości obrotowej układu ruchomego względem układu inercjalnego o składowych $\boldsymbol{\Omega} = [P, Q, R]^{\top}$ w ruchomym układzie współrzędnych,
- \pmb{F} wypadkowy wektor sił działających na bombę o składowych $[X,Y,Z]^\top.$

W układzie osi przepływu $Ox_a y_a z_a$ wektor prędkości ma tylko jedną składową $U_a = V$ (nie należy jej mylić z drugą składową wektora V zgodnie z oznaczeniami pokazanymi powyżej). Równania (2.6) przyjmują postać:

$$m\dot{V} = X_a$$
 $mR_aV = Y_a$ $-mQ_aV = Z_a$ (2.7)

Zakładając, że znana jest prędkość obrotowa układu związanego z bombą Oxyz względem układu inercjalnego Ω_s oraz prędkość układu Oxyz względem układu $Ox_ay_az_a$, określić można wektor prędkości obrotowej układu $Ox_ay_az_a$ względem układu inercjalnego:

$$\boldsymbol{\Omega}_{a} = \boldsymbol{\Omega}_{s} + \boldsymbol{\Omega}_{s/a} = \boldsymbol{\Omega}_{s} + \boldsymbol{\beta} - \dot{\boldsymbol{\alpha}}$$
(2.8)

Wektor Ω_s ma w układzie Oxyz składowe $\Omega_s = [P, Q, R]^{\top}$, wektor $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ ma w układzie $Ox_a y_a z_a$ składowe $\dot{\boldsymbol{\beta}} = (0, 0, \dot{\boldsymbol{\beta}})^{\top}$, zaś wektor $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ ma w układzie Oxyz składowe $\dot{\boldsymbol{\alpha}} = (0, \dot{\alpha}, 0)^{\top}$. Uwzględniając to i wykorzystując macierz przejścia (2.4), na podstawie (2.8) otrzymuje się:

$$P_{a} = P \cos \alpha \cos \beta + (Q - \dot{\alpha}) \sin \beta + R \sin \alpha \cos \beta$$

$$Q_{a} = -P \cos \alpha \sin \beta + (Q - \dot{\alpha}) \cos \beta - R \sin \alpha \sin \beta$$

$$R_{a} = -P \sin \alpha + R \cos \alpha + \dot{\beta}$$
(2.9)

Wykorzystując (2.9) w równaniach (2.7), po przekształceniach otrzymuje się następujący układ równań:

$$\dot{V} = \frac{1}{m} X_a \qquad \dot{\beta} = \frac{1}{mV} Y_a + P \sin \alpha - R \cos \alpha$$

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{\cos \beta} \Big[\frac{Z_a}{mV} + Q \cos \beta - (P \cos \alpha + R \sin \alpha) \sin \beta \Big] \qquad (2.10)$$

Wektorowe równanie równowagi momentów sił ma postać:

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial t} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{K} = \mathbf{M}$$
(2.11)

gdzie M to wypadkowy moment sił działających na bombę o składowych $M = [L, M, N]^{\top}$ w ruchomym układzie współrzędnych.

Wektor krętu (momentu pędu) bomby jest równy:

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{\mathsf{I}}\boldsymbol{\varOmega} \tag{2.12}$$

gdzie tensor momentów bezwładności I jest określony następująco:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zx} & I_z \end{bmatrix}$$
(2.13)

Jak zaznaczono wcześniej, równanie (2.11) zapisane zostanie w układzie Oxyz związanym z bombą. Stałość charakterystyk masowych bomby w tym układzie oznacza, że wszystkie pochodne składowych tensora momentów bezwładności względem czasu są równe zeru. Oznacza to, że:

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial t} = \frac{\partial (\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}_s)}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial t} \boldsymbol{\Omega}_s + \mathbf{I} \frac{\partial \boldsymbol{\Omega}_s}{\partial t} = \mathbf{I} \frac{\partial \boldsymbol{\Omega}_s}{\partial t}$$
(2.14)

Po przekształceniach, na podstawie (2.11), wykorzystując (2.14), otrzymuje się układ trzech równań skalarnych opisujących ruch obrotowy bomby w ruchomym układzie współrzędnych Oxyz związanym z bombę. Ma on następującą postać:

$$I_{x}\dot{P} - I_{yz}(Q^{2} - R^{2}) - I_{zx}(\dot{R} + PQ) - I_{xy}(\dot{Q} - RP) - (I_{y} - I_{z})QR = L$$

$$I_{y}\dot{Q} - I_{zx}(R^{2} - P^{2}) - I_{xy}(\dot{P} + QR) - I_{yz}(\dot{R} - PQ) - (I_{z} - I_{x})RP = M$$
(2.15)
$$I_{z}\dot{R} - I_{xy}(P^{2} - Q^{2}) - I_{yz}(\dot{Q} + RP) - I_{zx}(\dot{P} - QR) - (I_{x} - I_{y})PQ = N$$

Natomiast ze względu na to, że płaszczyzny Oxz i Oxy są płaszczyznami symetrii bomby, zachodzą następujące zależności:

$$I_{xy}, I_{yx}, I_{zy}, I_{yz} = 0 (2.16)$$

Na tej podstawie układ równań (2.15) upraszcza się do postaci:

$$I_{x}\dot{P} - (I_{y} - I_{z})QR = L \qquad I_{y}\dot{Q} - (I_{z} - I_{x})RP = M$$

$$I_{z}\dot{R} - (I_{x} - I_{y})PQ = N \qquad (2.17)$$

Ostatecznie po elementarnych przekształceniach układ (2.17) przyjmuje postać:

$$\dot{P} = \frac{1}{I_x} [L + (I_y - I_z)QR] \qquad \dot{Q} = \frac{1}{I_y} [M + (I_z - I_x)RP] \dot{R} = \frac{1}{I_x I_z} [L + (I_y - I_z)QR]$$
(2.18)

Uzupełnieniem układów (2.10) i (2.18) są związki kinematyczne pozwalające w oparciu o znajomość prędkości kątowych P, Q, R wyznaczyć prędkości zmiany kątów Ψ, Θ i Φ :

$$\dot{\Phi} = P + (R\cos\Phi + Q\sin\Phi) \operatorname{tg}\Theta \qquad \qquad \dot{\Theta} = Q\cos\Phi - R\sin\Phi$$

$$\dot{\Psi} = \frac{1}{\cos\Theta} (R\cos\Phi + Q\sin\Phi) \qquad (2.19)$$

Dodatkowo, wykorzystując relacje (2.1) i (2.3), określono wektor prędkości środka masy bomby w układzie $Ox_g y_g z_g$:

$$\begin{bmatrix} U_g \\ V_g \\ W_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{y}_g \\ \dot{z}_g \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{s/g}^{-1} \mathbf{L}_{s/a} \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.20)

Poszczególne składowe są odpowiednio równe:

- $\dot{x}_g = V[\cos\alpha\cos\beta\cos\Theta\cos\Psi + \sin\beta(\sin\Phi\sin\Theta\cos\Psi \cos\Phi\sin\Psi) + \\ + \sin\alpha\cos\beta(\cos\Phi\sin\Theta\cos\Psi + \sin\Phi\sin\Psi)]$
- $\dot{y}_g = V[\cos\alpha\cos\beta\cos\Theta\sin\Psi + \sin\beta(\sin\Phi\sin\Theta\sin\Psi + \cos\Phi\cos\Psi) \text{(2.21)} + \sin\alpha\cos\beta(\cos\Phi\sin\Theta\sin\Psi + \sin\Phi\cos\Psi)]$
- $\dot{z}_q = V[-\cos\alpha\cos\beta\sin\Theta + \sin\beta\sin\Phi\cos\Theta + \sin\alpha\cos\beta\cos\Phi\sin\Theta]$

Równania (2.10), (2.18), (2.19) i (2.21) tworzą układ dwunastu równań różniczkowych zwyczajnych opisujących przestrzenny ruch bomby traktowanej jako bryła sztywna. Można zapisać go w następujący sposób:

$$\mathbf{A}(t, \mathbf{X})\frac{d\mathbf{X}}{dt} + \mathbf{B}(t, \mathbf{X}) = \mathbf{F}^*(t, \mathbf{X}, \mathbf{S})$$
(2.22)

gdzie $\mathbf{A}_{12\times 12}$ jest macierzą jednostkową $\mathbf{A} = \mathbf{1}$, zaś B jest wektorem zerowym. X jest 12-to elementowym wektorem parametrów lotu bomby:

$$\boldsymbol{X} = [V, \alpha, \beta, P, Q, R, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{x}_g, \boldsymbol{y}_g, \boldsymbol{z}_g]^\top$$

gdzie:

V	—	prędkość lotu bomby (długość wektora prędkości lotu),
α	—	kąt natarcia bomby,
β	_	kąt ślizgu bomby
P, Q, R	_	prędkości kątowe: przechylania, pochylania i odchylania
		bomby w układzie współrzędnych $Oxyz$,
Θ, \varPhi, Ψ	_	kąty: pochylenia, przechylenia i odchylenia bomby.

2.3.2. Ogólne wyrażenia określające siły i momenty działające na bombę

Siły działające na bombę

Prawa strona równania (2.5) reprezentuje siły działające na bombę:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{Q} + \boldsymbol{T} + \boldsymbol{R} \tag{2.23}$$

Ma ona zgodnie z oznaczeniami we wzorach (2.7) następujące składowe:

$$X_{a} = Q_{x_{a}} + T_{x_{a}} + R_{x_{a}} Y_{a} = Q_{y_{a}} + T_{y_{a}} + R_{y_{a}}$$

$$Z_{a} = Q_{z_{a}} + T_{z_{a}} + R_{z_{a}} (2.24)$$

Poszczególne składniki występujące w wyrażeniu $\left(2.24\right)$ określono poniżej. Są to:

– ciężar bomby Q, który w układzie $Ox_g y_g z_g$ ma jedną składową $Q = [0, 0, mg]^{\top}$. Wykorzystując związki (2.1) i (2.3), obliczyć można składowe wektora Q w układzie $Ox_a y_a z_a$:

$$\begin{bmatrix} Q_{x_a} \\ Q_{y_a} \\ Q_{z_a} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{s/a}^{-1} \mathbf{L}_{s/g} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix}$$
(2.25)

Otrzymuje się:

$$Q_{x_a} = mg(-\cos\alpha\cos\beta\sin\Theta + \sin\beta\cos\Theta\sin\Phi + \sin\alpha\cos\beta\cos\Theta\cos\Phi)$$

 $Q_{y_a} = mg(\cos\alpha\sin\beta\sin\Theta + \cos\beta\cos\Theta\sin\Phi - \sin\alpha\sin\beta\cos\Theta\cos\Phi)$

$$Q_{z_a} = mg(\sin\alpha\sin\Theta + \cos\alpha\cos\Theta\cos\Phi)$$
(2.26)

– siła aerodynamiczna R, która ma w układzie $Ox_a y_a z_a$ następujące składowe:

$$R_{x_{a}} = -P_{xa} = -C_{xa} \frac{\rho V^{2}}{2} S \qquad \qquad R_{y_{a}} = P_{ya} = C_{ya} \frac{\rho V^{2}}{2} S \qquad (2.27)$$
$$R_{z_{a}} = -P_{za} = -C_{za} \frac{\rho V^{2}}{2} S$$

gdzie:

Momenty sił działających na bombę

Prawe strony równań (2.17) zawierają składowe wektora $\boldsymbol{M} = [L, M, N]^{\top}$, który jest wypadkowym wektorem momentów sił działających na bombę. Ze względu na to, że równania (2.18) określono w układzie centralnych osi bezwładności bomby z początkiem w środku masy bomby, jedynymi momentami działającymi na bombę są momenty aerodynamiczne. Zgodnie z tym poszczególne składowe są równe:

$$L = C_l \frac{\rho V^2}{2} Sd \qquad M = C_m \frac{\rho V^2}{2} Sd \qquad N = C_n \frac{\rho V^2}{2} Sd \qquad (2.28)$$

gdzie:

 C_l, C_m, C_n – współczynniki momentu przechylającego, pochylającego i odchylającego, d – średnica bomby.

2.4. Siły i momenty aerodynamiczne działające na bombę

Siły i momenty aerodynamiczne działające na bombę opisane wyrażeniami (2.27), (2.28) określa się w oparciu o znajomość ich współczynników aerodynamicznych. Współczynniki te zależą od wielu czynników, takich jak: kształt bomby, kąt natarcia, kąt ślizgu, liczby Macha i Reynoldsa oraz prędkości kątowe. Nie ma ogólnych metod wyznaczania tych charakterystyk dla dowolnego przestrzennego położenia bomby. Z tego powodu stosuje się różne sposoby, w zależności od rozpatrywanego zagadnienia, dostępności danych źródłowych o bombie i bazy badawczej, która jest do dyspozycji.

Jedną z najczęściej stosowanych metod są badania wykonywane w tunelach aerodynamicznych. Badane mogą być zarówno obiekty rzeczywiste, jak i ich modele. Wykonując badania modelowe, należy uwzględnić tzw. kryteria podobieństwa, których spełnienie zapewnia wiarygodność otrzymanych wyników. Innym sposobem określania współczynników aerodynamicznych jest zastosowanie metod numerycznej mechaniki płynów. Metody te, bazując na równaniach opisujących przepływy ośrodków ciągłych, pozwalają na numeryczne obliczenie podstawowych charakterystyk aerodynamicznych różnego rodzaju obiektów. Jeszcze innym sposobem są metody tzw. identyfikacji, gdzie charakterystyki wyznacza się w oparciu o szereg prób w locie. Podczas tych prób dokonuje się szeregu pomiarów różnych parametrów pozwalających na identyfikację charakterystyk aerodynamicznych badanej bomby.

Zarówno w przypadku sił aerodynamicznych, jak i momentów aerodynamicznych założono, że sumaryczny współczynnik aerodynamiczny jest sumą składnika statycznego oraz składników będących efektem niezerowych prędkości kątowych bomby. Tak rozumiana zasada superpozycji może być zastosowana w następującej ogólnej postaci:

$$C_a = C_{a\,statyczny}(\alpha,\beta) + C_a^p P + C_a^q Q + C_a^r R + C_a^{pq} P Q + C_a^{pr} P R + C_a^{qr} Q R \quad (2.29)$$

Dla poszczególnych współczynników aerodynamicznych niektóre składniki powyższej sumy są równe zeru lub pomijalnie małe.

Szczegółowy opis sposobu wyznaczania wszystkich współczynników aerodynamicznych znaleźć można m.in. w [1] i [2]. W obliczeniach wykorzystano otrzymane w wyniku badań tunelowych statyczne charakterystyki aerodynamiczne. Pokazano je na rysunkach 2, 3 i 4.



Rys. 2. Współczynnik siły oporu aerodynamicznego $C_{xa}(\alpha)$

Pochodne dynamiczne wyznaczono, stosując zależności zaczerpnięte z [2]. Najważniejsze z nich to pochodne określające momenty tłumiące. Są one równe:

$$C_m^q = -C_{zaH}^{\alpha_H} \frac{S_H L_H^2}{Sd}$$
(2.30)

gdzie:

 $C^{\alpha_H}_{zaH}$ – pochodna współczynnika siły nośnej względem kąta natarcia, $C^{\alpha_H}_{zaH} = \partial C_{zaH} / \partial \alpha_H,$

$$S_H$$
 – pole powierzchni usterzenia "poziomego" bomby,

 L_H – odległość usterzenia od środka masy bomby.



Rys. 3. Współczynnik aerodynamicznej siły nośnej (bocznej) $C_{za}(\alpha)$ ($C_{ya}(\beta)$)



Rys. 4. Współczynnik aerodynamicznej momentu pochylającego (odchylającego) $C_m(\alpha) \ (C_n(\beta))$

Ze względu na symetrię zachodzi równość:

$$C_n^r = C_m^q \tag{2.31}$$

Przy określaniu współczynnika siły oporu aerodynamicznego uwzględniono wpływ ściśliwości powietrza na zmianę wartości tego współczynnika przy zerowym kącie natarcia. Przyjęto, że współczynnik ten pozostaje stały aż do krytycznej liczby Macha. Powyżej tej liczby wzrasta i osiąga maksymalną wartość dla liczby Macha Ma = 1.1. Obliczenia dały następujące wyniki:

$$C_{xa0} = \begin{cases} 0.11 & \text{dla} & \text{Ma} < \text{Ma}_{kr} \approx 0.7 \\ 0.5 & \text{dla} & \text{Ma} = 1.1 \end{cases}$$
(2.32)

W przedziale liczb Macha pomiędzy 0.7 i 1.1 współczynnik ten wzrasta według zależności:

$$C_{xa0} = 0.11 + 0.39 \left[\cos\left(3\pi \frac{\text{Ma} - 0.7}{0.4}\right) - 9\cos\left(\pi \frac{\text{Ma} - 0.7}{0.4}\right) + 8 \right]$$
(2.33)

3. Model pola wiatru

W pracach dotyczących oddziaływania wiatru na obiekty latające często stosuje się modelowanie pola wiatru w postaci zależności funkcyjnych przybliżających rzeczywiste zjawiska atmosferyczne jedynie z ograniczoną dokładnością [5]. Przyczyną jest fakt, że w rzeczywistości wiatr ma zmienny, stochastyczny charakter. Zatem wiarygodne odtworzenie oddziaływania wiatru na obiekt wykonujący lot (takim obiektem jest bomba) powinno uwzględniać tę cechę pola wiatru [6, 7, 8].

W najbardziej ogólnym opisie należy przyjąć, że wiatr jest zmienny zarówno w funkcji czasu, jak i położenia w przestrzeni:

$$\boldsymbol{V}_w = \boldsymbol{V}_w(t, x_g, y_g, z_g) \tag{3.1}$$

Częstym uproszczeniem jest założenie, że turbulencja jest niezależna od czasu. Natomiast zależność od współrzędnych przestrzennych oznacza, że dla dostatecznie dużych obiektów turbulencje w różnych punktach na powierzchni poruszającego się obiektu mogą być różne. Zmienia to zasadniczo lokalne kąty natarcia i musi być uwzględnione w analizie. Jeżeli rozmiary obiektu są niewielkie w porównaniu z wymiarem charakterystycznym oddziałujących na niego podmuchów, to można założyć, że wiatr zmienia kąt natarcia i/lub kąt ślizgu o tę samą wartość dla całego obiektu. Zmienione kąty można wyznaczyć, znając wektor prędkości względem powietrza (rys. 5). Prędkość ta, oznaczana V_* , jest równa różnicy prędkości obiektu względem Ziemi $V = [u, v, w]^{\top}$ i prędkości wiatru względem Ziemi $V_w = [u_w, v_w, w_w]^{\top}$:

$$\boldsymbol{V}_* = \boldsymbol{V} - \boldsymbol{V}_w \tag{3.2}$$

3.1. Wpływ wiatru na kąt natarcia i kąt ślizgu

W związku z tym kąt natarcia i kąt ślizgu są odpowiednio równe:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{w_*}{u_*} = \operatorname{arctg} \frac{w - w_w}{u - u_w}$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{v_*}{\sqrt{u_*^2 + w_*^2}} = \operatorname{arctg} \frac{v - v_w}{\sqrt{(u - u_w)^2 + (w - w_w)^2}}$$
(3.3)



Rys. 5. Określenie kąta ślizgu i kąta natarcia

Występujące tu składowe wektorów V i V_w odnoszą się do układu związanego z obiektem (bombą).

3.2. Metoda Shinozukiego

Analizując wpływ burzliwości atmosfery na lot, kluczowym zagadnieniem, które należy rozwiązać, jest odtworzenie stochastycznej struktury pola wiatru. Przydatna jest tu metoda zaproponowana przez Shinozukiego [7, 8], która pozwala na numeryczną symulację procesów stochastycznych. Metoda ta bazuje na założeniu, ze proces losowy jest sumą przebiegów okresowych, których amplitudy zależą od tzw. gęstości widmowej mocy Φ , zaś fazy są funkcjami losowymi typu "biały szum". Podstawowe wyrażenie pozwalające obliczyć pole wiatru jako proces stochastyczny ma następującą postać (patrz [6]):

$$\upsilon_i(\boldsymbol{r}) = \sum_{j=1}^{i} \sum_{l=1}^{L} |H_{ij}(\boldsymbol{\Omega}_l)| \sqrt{2\Delta \boldsymbol{\Omega}} \cos(\boldsymbol{\Omega}_l' \boldsymbol{r} + \phi_{jl})$$
(3.4)

gdzie: Ω – zaburzony wektor częstości "przestrzennej"; r – wektor określający położenie rozpatrywanego punktu, ϕ_{jl} – wzajemnie niezależne, losowo zmienne przesunięcia fazowe o wartościach z przedziału $\langle 0, 2\pi \rangle$. H jest macierzą trójkątną dolną amplitud związaną z macierzą gęstości widmowej mocy Φ zależnością:

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\Omega}) = \boldsymbol{\mathsf{H}}(\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{\mathsf{H}}^{\top}(\boldsymbol{\Omega}) \tag{3.5}$$

W ogólnym przypadku, znając elementy macierzy $\Phi(\Omega)$, można obliczyć elementy macierzy $H(\Omega)$, wykorzystując związki wynikające z zależności:

$$H_{11} = \sqrt{\Phi_{11}} \qquad H_{31} = \frac{\Phi_{31}}{H_{11}}$$

$$H_{21} = \frac{\Phi_{21}}{H_{11}} \qquad H_{32} = \frac{\Phi_{32} - H_{31}H_{21}}{H_{22}} \qquad (3.6)$$

$$H_{22} = \sqrt{\Phi_{22} - (H_{21})^2} \qquad H_{33} = \sqrt{\Phi_{33} - (H_{31})^2 - (H_{32})^2}$$

Wyrażenie (3.4) umożliwia obliczenie składowych wiatru w układzie zwiazanym z Ziemią. W pracy założono, że charakterystyki wiatru zależne są od współrzędnej x_g . Oznacza to, że przyjmuje ono postać:

$$u_{wgt}(x_g) = \sum_{l_x=1}^{L_x} |H_{11}(\Omega_{xl_x})| \sqrt{2\Delta\Omega_x} \cos(\Omega'_{xl_x}x_g + \phi_{1l_x})$$

$$v_{wgt}(x_g) = \sum_{l_x=1}^{L_x} |H_{21}(\Omega_{xl_x})| \sqrt{2\Delta\Omega_x} \cos(\Omega'_{xl_x}x_g + \phi_{1l_x}) +$$

$$+ \sum_{l_x=1}^{L_x} |H_{22}(\Omega_{xl_x})| \sqrt{2\Delta\Omega_x} \cos(\Omega'_{xl_x}x_g + \phi_{2l_x})$$
(3.7)
$$w_{wgt}(x_g) = \sum_{l_x=1}^{L_x} |H_{31}(\Omega_{xl_x})| \sqrt{2\Delta\Omega_x} \cos(\Omega'_{xl_x}x_g + \phi_{1l_x}) +$$

$$+ \sum_{l_x=1}^{L_x} |H_{32}(\Omega_{xl_x})| \sqrt{2\Delta\Omega_x} \cos(\Omega'_{xl_x}x_g + \phi_{2l_x}) +$$

$$+ \sum_{l_x=1}^{L_x} |H_{33}(\Omega_{xl_x})| \sqrt{2\Delta\Omega_x} \cos(\Omega'_{xl_x}x_g + \phi_{3l_x})$$

W celu wykonania obliczeń zakłada się graniczne częstości, między którymi mieszczą się "częstości obliczeniowe":

$$\Omega_{x \ dolne} \leqslant \Omega_{x} \leqslant \Omega_{x \ g\acute{o}rne} \tag{3.8}$$

Każdy z przedziałów dzielony jest na L_i podprzedziałów o długości:

$$\Delta \Omega_x = \frac{\Omega_{x \, g\acute{o}rne} - \Omega_{x \, dolne}}{L_x} \tag{3.9}$$

Występujące w formułach (3.7) jako argumenty elementów macierzy $H(\Omega)$ częstości są równe:

$$\Omega_{xl_x} = \Omega_{x \, dolne} + (l_x - 1)\Delta\Omega_x \tag{3.10}$$

Natomiast występujące w argumentach funkcji cosinus częstości oznaczone dodatkowo "primami" są równe:

$$\Omega'_{xl_x} = \Omega_{xl_x} + \delta \Omega_{xl_x} \tag{3.11}$$

Zaburzenia $\delta \Omega$ generowane są w sposób losowy i są dodawane w celu uniknięcia pojawienia się periodyczności symulowanego podmuchu. Spełniają one następujące nierówności:

$$-\frac{\Delta'\Omega_x}{2} \leqslant \delta\Omega_{xl_x} \leqslant \frac{\Delta'\Omega_x}{2} \tag{3.12}$$

gdzie:

$$\Delta' \Omega_x \ll \Delta \Omega_x \tag{3.13}$$

Przesunięcia fazowe ϕ_{jl_x} (j = 1, 2, 3) są wzajemnie niezależne, losowo zmienne i mieszczą się w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

3.3. Spektrum mocy Drydena

Zgodnie z powyższym, aby efektywnie wyznaczyć proces losowy, należy znać gęstość widmową mocy. Spektrum takie można określić, bazując bezpośrednio na dostępnych wynikach pomiarów fluktuacji pola wiatru lub na prezentowanych w literaturze konkretnych wyrażeniach. W badaniach dotyczących zrzutu bomby wykorzystano stosowane w zagadnienach mechaniki lotu spektrum Drydena. W wyrażeniach (3.7) konieczna jest znajomość spektrum jednowymiarowego. Ma ono następującą postać:

$$\Phi(\Omega_x) = \frac{L_w}{2\pi} \frac{\sigma^2}{(1+L_w^2 \Omega_x^2)^2} \begin{bmatrix} 2(1+L_w^2 \Omega_x^2) & 0 & 0\\ 0 & 1+3L_w^2 \Omega_x^2 & 0\\ 0 & 0 & 1+3L_w^2 \Omega_x^2 \end{bmatrix} (3.14)$$

gdzie: L_w – skala turbulencji, σ – odchylenie standardowe.

Przykłady przebiegów występujących tu spektrów pokazano na rysunkach 6 i 7.



Rys. 6. Dwustronne jednowymiarowe spektrum $\Phi_{11}(\Omega_x)$



Rys. 7. Dwustronne jednowymiarowe spektrum $\Phi_{22}(\Omega_x) = \Phi_{33}(\Omega_x)$

4. Symulacja zrzutu bomby w warunkach turbulencji atmosfery

Przeprowadzono symulacje zrzutu małej bomby ćwiczebnej z uwzględnieniem burzliwości atmosfery. Wykonano 213 "zrzutów" bomby. Założono, że bomba o masie 15 kg zrzucana jest z wysokości 2000 m. Samolot wykonuje lot poziomy z prędkością 236 m/s (850 km/h). Odchylenie standardowe jest takie samo dla każdej składowej wiatru i wynosi 10 m/s, zaś pole wiatru opisane jest zależnościami omówionymi powyżej.

Pokazane poniżej wyniki dotyczą jednego, losowo wybranego wyniku symulacji. Rysunki 8-10 zawierają przebiegi poszczególnych składowych pola wiatru, które oddziaływały na bombę, zmieniając jej kąt natarcia i kąt ślizgu i wpływając bezpośrednio na siły i momenty aerodynamiczne. Widać, że składowe wiatru cechują się brakiem jakiejkolwiek periodyczności i regularności – mają one charakter losowy, tak jak założono.



Rys. 8. Przebieg składowej $\,u_{wg}$ wiatru na torze bomby



Rys. 9. Przebieg składowej v_{wg} wiatru na torze bomby



Rys. 10. Przebieg składowej w_{wg} wiatru na torze bomby

Kolejne rysunki przedstawiają przykładowe przebiegi parametrów lotu. Na każdym z wykresów dla porównania uwzględniono wyniki dotyczące zrzutu bez wpływu wiatru (BWW). Są one reprezentowane linią pogrubioną. Przebieg prędkości lotu bomby (rys. 11) zasadniczo nie odbiega od prędkości, która dotyczy przypadku BWW. Jedynie w początkowej fazie zrzutu spadek prędkości jest większy. Przyczyną jest pojawienie się dużych kątów natarcia (rys. 12), co powoduje wzrost siły oporu i wyhamowanie bomby na początkowej, stosunkowo płaskiej części trajektorii. Kąt natarcia bomby, podobnie jak kąt ślizgu (rys. 13) cały czas oscyluje, jednak kąty te nie narastają dzięki temu, że badana bomba jest stateczna statycznie i dynamicznie. Stateczność bomby potwierdza też przebieg kąta natarcia dla przypadku BWW – widać zanikające oscylacje tego parametru.



Rys. 11. Przebieg prędkości lotu bomby



Rys. 12. Przebieg kąta natarcia bomby



Rys. 13. Przebieg kąta ślizgu bomby

Kąt pochylenia toru lotu (rys. 14) przy braku wiatru maleje niemal liniowo. Oznacza to, że bomba porusza się po trajektorii bliskiej paraboli (pierwsza pochodna jest równa kątowi pochylenia toru lotu, który przy bliskim zeru kątowi natarcia, jest równy kątowi pochylenia bomby). Przy udziale wiatru kąt pochylenia bomby maleje oscylując jednocześnie wokół przebiegu dotyczącego BWW.



Rys. 14. Przebieg kąta pochylenia bomby

Efektem oddziaływania wiatru są też oscylacje kąta odchylenia bomby (rys. 15), co z kolei wpływa na odchylanie się toru bomby od płaszczyzny pionowej, w której leży trajektoria w przypadku BWW. Odchylenie to pokazano na rysunku 16, z którego widać, że bomba zbacza w lewo. Porównanie rzutów trajektorii na płaszczyznę pionową (rys. 17) dla przypadku BWW oraz z udziałem wiatru jest niemożliwe ze względu duże zmiany współrzędnych.


Rys. 15. Przebieg kąta odchylenia bomby



Rys. 16. Rzut trajektorii lotu na płaszczyznę poziomą ${\cal O} x_g y_g$



Rys. 17. Rzut trajektorii lotu na płaszczyznę pionową ${\cal O} x_g z_g$

Przeprowadzone obliczenia pokazują, że wiatr wpływa znacznie na dokładność zrzutu bomby. Wyjaśnia to rysunek 18, na którym pokazano położenie punktów upadku bomby na płaszczyznę Ziemi. Na rysunku tym kwadratem zaznaczono punkt odpowiadający punktowi upadku dla przypadku BWW. Ma on współrzędne (4332;0). Widać, że większość punktów odpowiadających zrzutowi z wiatrem położonych jest bliżej punktu początkowego. Oznacza to, że wiatr zmniejsza zasięg zrzutu. Przyczyną jest wzrost średniego współczynnika oporu aerodynamicznego w wyniku zwiększonych kątów natarcia (rys. 19).



Rys. 18. Punkty upadku bomby na płaszczyznę poziomą $Ox_q y_q$



Rys. 19. Współczynnik siły oporu bomby w czasie zrzutów

Punkty upadku te tworzą zbiór, który poddano analizie. Obliczając wartości średnie współrzędnych tych punktów, określono położenie "uśrednionego punktu upadku bomby". Na rysunku 18 zaznaczono go w postaci trójkąta. Jego współrzędne to: (4317.66; -0.07). Punkt ten jest położony o 14.34 m bliżej niż punkt upadku BWW. Potwierdza to, że zasięg zrzutu maleje, jeśli uwzględnić oddziaływanie wiatru.

Określono też wariancje i na ich podstawie odchylenie standardowe współrzędnych punktów upadku bomby. Odchylenia te wynoszą: 9.145 m dla współrzędnej x_g i 2.436 m dla współrzędnej y_g . Oznacza to, że jeżeli na bombę oddziałuje wiatr stochastyczny, to punkty upadku mieszczą się w elipsie o dłuższej półosi wzdłuż osi Ox_q .

5. Wnioski

Przeprowadzono badania wykazały, że wpływ wiatru na celność zrzutu bomby jest istotny i musi być uwzględniony przy planowaniu bombardowania. Stochastyczny charakter zaburzeń atmosferycznych skutkuje losowym rozkładem punktów upadku. Podmuchy wiatru zwiększając kąty natarcia w czasie szybowania bomby powodują zmniejszenie zasięgu zrzutu. Dalsze prace będą dotyczyły określenia parametrów końcowych szybowania bomby w wietrze w zależności od wysokości zrzutu, kąta zrzutu, masy bomby oraz wielkości opisujących pole wiatru.

Bibliografia

- 1. LEBEDEW A.A., CZERNOBROWKIN L.C., 1973, *Dinamika poleta*, Maszinostroenie
- 2. OSTOSLAWSKIJ I.W., 1957, Aerodinamika samoleta, Gosudarstwiennoe Izdatelstwo Oboronnoj Promyslennosti
- 3. OSTOSLAWSKIJ I.W., STRAVEWA I.W., 1964, Dinamika poleta Traektorii letatelnyh apparatow, Maszinostroenie
- 4. KOWALECZKO G., 2003, Zagadnienie odwrotne w dynamice lotu statków powietrznych, Wydawnictwo WAT, Warszawa
- 5. HOLBIT F.M., 1988, *Gust Loads on Aircraft: Concepts and Applications*, AIAA Education Series, Washington D.C.
- MNITOWSKI S., 2006, Modelowanie lotu samolotu w burzliwej atmosferze, Rozprawa Doktorska, WAT

- 7. Shinozuka M., 1971, Simulation of multivariate and multidimensional random processes, *Journal of the Acoustical Society of America*, **49**
- 8. SHINOZUKA M., JAN C.-M., 1972, Digital simulations of random processes and its applications, *Journal of Sound and Vibrations*, **25**

Effect of atmospheric turbulence on the airdrop of a bomb

Abstract

In the paper, a dynamical model of the airdrop of a bomb subject to variable wind interactions is presented. The applied method of description of such interactions with their stochastic nature taken into account is discussed. Exemplary results of numerical analysis simulating bombing and concluding remarks are shown and formulated.

TENDENCJE ROZWOJOWE BRONI LASEROWEJ W LOTNICTWIE

Józef Gacek Monika Niedźwiedź

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki e-mail: mniedzwiedz@o2.pl

> Dotychczas podejmowane prace nad bronią laserową miały na celu opracowanie konstrukcji umożliwiającej szybkie i precyzyjne zniszczenie bądź obezwładnienie celu znajdującego się nawet na znacznej odległości.

> Wielkie korporacje prześcigają się w opracowywaniu i udoskonalaniu nowoczesnych systemów broni w celu spełnienia rosnących wymagań potencjalnych użytkowników. Firmy uzbrojeniowe wykorzystują w tym celu nowoczesne technologie, materiały konstrukcyjne oraz źródła energii. Niektóre z tych firm współpracują z siłami militarnymi nad rozwojem lasera w roli broni.

> W referacie przedstawiono przykładowe programy podjęte w ramach obrony antybalistycznej. Jednym z ważnych elementów tych programów jest broń laserowa. Programy te uwzględniają zapewnienie skutecznej obrony antybalistycznej jednostek powietrznych, lądowych oraz morskich.

1. Wstęp

Obecnie "broń przyszłości" jest w centrum zainteresowania wiodących armii świata. Zmiany charakteru prowadzenia działań militarnych wymagają wprowadzania odpowiednich koncepcji strategii i praktyki, gdzie dużą rolę odgrywa zastosowanie nowych środków bojowych oraz technologii. Jedną z nowych typów broni, której przeznaczeniem jest skuteczniejsza obrona i atak poprzez wykorzystanie zaawansowanej technologii, jest broń laserowa. Przewiduje się, że lasery chemiczne będą zamontowane na pokładzie specjalnie przystosowanych wersji samolotów. Lasery mogą stanowić skuteczne narzędzie w procesie obrony aktywnej przeciwko rosnącym zagrożeniom trudnym lub niemożliwym obecnie do efektywnego przeciwstawienia się przed atakiem takich środków napadu, jak pociski artylerii polowej – klasycznej i rakietowej oraz rakiety balistyczne. Wykorzystanie lasera w wojskowej technice obronnej może spowodować zmiany poglądów z zakresu strategii zwalczania współczesnych środków napadu powietrznego. To oznacza, że rozwój nowych typów broni jest bardzo ważny dla naszego bezpieczeństwa narodowego i stąd też zasługuje na najwyższy priorytet w procesie rozwoju krajowego potencjału obronnego.

2. Zalety broni laserowej

Broń laserowa ma szereg zalet, między innymi umożliwia szybkie i precyzyjne zniszczenie bądź obezwładnienie celu. Ponadto broń laserowa charakteryzuje się małą rozbieżnością wiązki laserowej oraz wartościami mocy wiązki rzędu MW. Bronią laserową można również razić cele w znacznej odległości, do około 700 km. Kolejną zaletą broni omawianego typu jest możliwość montowania na platformach różnych obiektów, w tym m.in. samolotów, transporterów, okrętów itp. Dodatkowymi zaletami broni laserowej jest brak odrzutu broni oraz wygoda w użyciu tego rodzaju uzbrojenia, co pozwala na stosunkowo szybką reakcję na wydarzenia zaistniałe na polu walki.

Broń laserowa może stanowić skuteczne narzędzie w procesie obrony aktywnej przeciwko rosnącym zagrożeniom trudnym lub niemożliwym obecnie do efektywnego przeciwstawienia się przed atakiem m.in. takich środków napadu jak pociski klasycznej i rakietowej artylerii polowej lub rakiety balistyczne.

3. Wady broni laserowej

Broń laserowa ma również i wady. Jedną z wad broni laserowej jest problem związany z koncentracją wiązki w celu i w przypadku gdy przechodzi ona przez ogień, chmury dymu bądź jakiekolwiek inne aerozolowe zanieczyszczenia powietrza efekt rozpraszający może wręcz uniemożliwić skuteczne używanie tego rodzaju uzbrojenia. Dużym problemem w trakcie używania broni laserowej jest tzw. "thermal blooming", czyli rozpraszanie energii wiązki przez powietrze rozgrzane przez samą wiązkę (charakterystyczne dla lasera o promieniu ciągłym). Jednym z wrażliwych miejsc tej broni jest układ soczewkujący. Jednak w prawidłowo zaprojektowanych konstrukcjach bezpośredni dostęp do tego układu podczas prowadzenia ognia jest możliwy tylko od strony wiązki laserowej.

4. Przykłady zastosowania broni laserowej w lotnictwie

Przykładem broni laserowej jest ABL (*Airborne Laser*). ABL stanowi element amerykańskiego systemu obrony antybalistycznej. ABL składa się z chemicznego lasera tlenowo-jodowego, *Chemical Oxygen Iodine Laser* (COIL) o mocy trzech megawatów zainstalowanego na specjalnej wersji samolotu Boeing 747-400F (rys. 1) [1, 7].



Rys. 1. Laser zainstalowany na pokładzie statku powietrznego (ABL – Airborne Laser) [7]

ABL jest jedną z najdroższych broni laserowych, na którą wydano wiele miliardów dolarów. ABL ma odznaczać się zdolnością niszczenia wycelowanych w niego rakiet z odległości setek kilometrów. Jeszcze w tym dziesięcioleciu lotnictwo amerykańskie zamierza dysponować eskadrą 7 samolotów wyposażonych w ABL, których przeznaczeniem będzie dotarcie do każdego miejsca potencjalnego konfliktu na Ziemi w ciągu 24 godzin i wzięcie na cel rakiety balistycznej we wczesnej fazie lotu [2].

ABL ma za zadanie zwalczanie pocisków balistycznych przeciwnika (krótkiego i średniego zasięgu) w pierwszej atmosferycznej fazie ich lotu, do momentu zaprzestania pracy silników napędzających pocisk balistyczny (*Boost Phase Defense*) (rys. 2) [3].



Rys. 2. Amerykański system obrony antybalistycznej. Przechwycenie i zniszczenie wrogich pocisków balistycznych przez ABL w pierwszej atmosferycznej fazie lotu do momentu opuszczenia przez nie egzosfery (*Boost Phase Defense*) [4]

Ponadto ABL ma być zintegrowany z pozostałymi elementami amerykańskiego systemu "*Missile Defense*", wielowarstwowego systemu obrony antybalistycznej przed pociskami balistycznymi typu ziemia-ziemia oraz woda-ziemia – krótkiego, średniego, pośredniego oraz dalekiego zasięgu (rys. 3) [8].

W celu zapewnienia skuteczniejszej obrony antybalistycznej w każdej z faz musi zostać wykonany zespół zadań (rys. 4). Podstawowym warunkiem skutecznej obrony wielowarstwowej jest szybkie wykrycie ataku oraz określenie liczby i prawdopodobnych celów atakujących pocisków. Po wykryciu celu następuje wycelowanie i jego śledzenie. Cel powinien być śledzony z dokładnością wymaganą przez ABL. Natomiast przekazywanie informacji od celu do ABL powinno odbywać się w czasie rzeczywistym. Następnie odbywa się kompensacja atmosfery, by uwidocznić przebieg wiązki. Aby dokonać zniszczenia, należy dostarczyć do celu wystarczającą ilość skoncentrowanej energii lasera [4].



Rys. 3. Lasery na pokładzie statków powietrznych jako elementy przechwytywania w fazie startowej w zintegrowanym systemie obrony przeciwrakietowej [6]



Rys. 4. Etapy działania ABL (z lewej) [4]: 1 – wykrycie celu, 2 – śledzenie celu, 3 – kompensacja atmosfery, 4 – atakowanie celu, 5 – zniszczenie celu

Kolejnym przykładem zastosowania lasera w siłach powietrznych jest zainstalowany na pokładzie specjalnie przystosowanej wersji amerykańskiego wojskowego samolotu transportowego C-130H chemiczny laser tlenowo-jodowy (ATL – Advanced Tactical Laser) (rys. 5). ATL został opracowany w ramach amerykańskiego programu ACTD. Program ACTD nadzoruje dowództwo sił specjalnych armii USA. Celem prac badawczych ATL było wdrożenie broni zdolnej do niszczenia celów punktowych, z minimalnym prawdopodobieństwem zadania strat ludności cywilnej, na przykład w terenie zurbanizowanym.



Rys. 5. Idea działania lasera zamontowanego na pokładzie samolotu C-130H. Broń jest przeznaczona do likwidowania przeciwników (np. celów punktowych, terrorystów) w krajach o słabej obronie przeciwlotniczej przy ograniczeniu rażenia celów cywilnych [5]

Do tej pory przeprowadzono testy lasera na stanowisku naziemnym. Następnie wykonano próby systemu sterowania i lasera małej mocy z pokładu C-130H. Ponadto sprawdzono poprawność działania systemu kontroli promienia laserowego, a także konsoli systemu uzbrojenia z wyświetlaczami wysokiej rozdzielczości i możliwością śledzenia celu oraz działanie sensorów. Przeprowadzono wiele testów, za każdym razem uzyskując trafienie zarówno w cele stacjonarne, jak i ruchome. Ostatnio przeprowadzone prace doprowadziły do zamontowania w kabinie samolotu zintegrowanego modułu lasera o masie 5400 kg. Na rok 2008 zaplanowano testy całego systemu w locie, które mają potwierdzić skuteczność oraz prawidłowe działanie lasera dużej mocy podczas niszczenia celów punktowych [5].

5. Efekty działania broni laserowej

Efekt działania broni laserowej zależy przede wszystkim od rodzaju i właściwości celu, wielkości padającego na niego energii (uzależnionej od mocy lasera), tłumienia atmosfery, rozproszenia wiązki, dokładności celowania oraz trafienia. W wyniku użycia broni laserowej mogą wystąpić następujące efekty:

- olśniewanie i oślepianie załóg pojazdów bojowych, samolotów, śmigłowców (utrata kontroli nad kierowanym sprzętem uzbrojenia),
- poparzenie termiczne (różnego stopnia),
- unieszkodliwianie i zakłócanie pracy urządzeń optoelektronicznych (kamer telewizyjnych, noktowizorów, ostrzegaczy laserowych, itp.) [9].

6. Sposoby obrony przed bronią laserową

Aby przeciwstawić się efektom działania broni laserowej, rozpyla się w powietrzu substancje uwidaczniające przebieg wiązki oraz jednocześnie używa się systemów do samoczynnego wykrywania stanowisk broni laserowej na podstawie przebiegu wiązki. Ochronę przed promieniowaniem laserowym stanowią również ostrzegacze laserowe, w które wyposaża się sprzęt wojskowy. Ponadto do obrony przed bronią laserową mogą być stosowane także dymy przesłaniające i granaty dymne. Ochronę dla siły żywej stanowią specjalnie przystosowywane, w zależności od określonych warunków użytkowania, okulary ochronne [10].

7. Podsumowanie

Broń laserowa stanowi element ważnych programów rozwojowych podejmowanych w ramach skuteczniejszej ochrony balistycznej oraz zwalczania celów.

Dotychczas prowadzone prace nad wykorzystaniem promieniowania laserowego jako broni taktycznej nie spowodowały jeszcze wprowadzenia jej oficjalnie na uzbrojenie. Jednakże fakt realizowania kolejnych zamówień na egzemplarze prototypowe broni laserowej oraz testowanie ich przez siły zbrojne świadczy wyraźnie o dążeniach do ich urzeczywistnienia w najbliższej przyszłości. Liczba laserów mających zastosowanie na polu walki stale rośnie. Występują one w systemach kierowania ogniem czy układach naprowadzania pocisków, ale prowadzone są również prace nad realizacją koncepcji broni laserowej, której głównym celem będzie obezwładnianie stanów osobowych oraz niszczenie lub uszkadzanie techniki wojskowe, np. poprzez porażanie urządzeń optoelektronicznych.

Aktualnie prace nad bronią laserową prowadzone są przez czołowe firmy światowe, takie jak: Boeing, Lockheed Martin czy Northrop Grumman.

Masowe zastosowanie laserów spowoduje większe prawdopodobieństwo porażenia wzroku ludzi, jak i sprzętu uzbrojenia, dlatego niezbędne jest podejmowanie działań zmierzających do opracowania skutecznych metod i środków ochrony stanów osobowych oraz podniesienia odporności sprzętu wojskowego na działanie tego typu broni.

Na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzono, że zasadny jest rozwój konstrukcji broni laserowej w Polsce.

Bibliografia

- 1. http://www.analysiscenter.northropgrumman.com/files/ Operational_Implications_of_Laser_Weapons.pdf
- 2. http://www.specops.com.pl/download/files/Lasery.pdf
- 3. http://pl.wikipedia.org/wiki/Airborne_Laser
- 4. http://www.boeing.com/defense-space/military/abl/mission.html
- 5. http://www.altair.h2.pl/start-530
- 6. http://www.bbn.gov.pl/dokumenty/rozdzial_2.pdf
- 7. http://commons.wikimedia.org/wiki/YAL-1_Airborne_Laser
- 8. www.mda.mil/mdalink/pdf/bmdsbook.pdf
- 9. SŁAWOMIR STĘPNIAK, 2003, Taktyczna broń laserowa, *Problemy Techniki* Uzbrojenia, **3**, WITU, Warszawa
- SŁAWOMIR STĘPNIAK, 2003, Ochrona ludzi i sprzętu przed bronią wykorzystującą promieniowanie laserowe, Problemy Techniki Uzbrojenia, 3, WITU, Warszawa

Development trends of air force laser weapon

Abstract

Works undertaken up to now with the laser weapon were focused at developing a construction enabling quick and precise destruction or disabling of targets being aimed even from a considerable distance.

Great corporations outrun each other in working out and improviming modern weapon systems to meet growing requirements of potential users. The manufacturers of the armament use for this purpose modern technologies, constructional materials and sources of energy. Some of these firms cooperate with military forces on development of laser systems as weapon.

Exemplary programmes of the antiballistic missile defence are presented in this paper. One of important elements of these programmes is the laser weapon. These programmes are devoted to provide effective antiballistic defence for the air force, army and navy units.

Rozdział VI

Dynamika lotu

Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej MECHANIKA W LOTNICTWIE ML-XIII 2008

MODELOWANIE DYNAMIKI TWARDEGO PRZYZIEMIENIA SAMOLOTU KOMUNIKACYJNEGO NA PRZYKŁADZIE BOEING 767-300

JERZY MARYNIAK

Wyższa Szkoła Oficerska Sił Powietrznych, Dęblin

Edyta Ładyżyńska-Kozdraś

Politechnika Warszawska, Wydział Mechatroniki, Zakład Mechaniki Stosowanej e-mail: lady@mech.pw.edu.pl

PAWEŁ BARTKIEWICZ

 $Politechnika\ Warszawska,\ Wydzial\ Mechaniczny\ Energetyki\ i\ Lotnictwa$

W pracy przedstawiono analizę techniczną twardego przyziemienia samolotu komunikacyjnego w fazie lądowania na przykładzie samolotu typu Boeing 767-300. Wypadki te zdarzyły się 16.01.1992 r. na lotnisku Cheju Island w Korei (samolot Asiana) oraz 31.12.1993 r. na lotnisku Okęcie w Warszawie (samolot LOT-u).

Przedstawiono obciążenia konstrukcji kadłuba samolotów i obszary wyboczenia poszycia, podłużnic oraz wręgi. Firma Boeing zwiększyła wytrzymałość konstrukcji w zagrożonych obszarach.

1. Wstęp

W pracy przedstawiono modelowanie fizyczne i matematyczne dynamiki samolotu komunikacyjnego w fazie przyziemienia oraz rozwiązanie numeryczne tego zagadnienia. Rozpatrzone zostaną przypadki twardego lądowania spowodowanego zbyt dużą prędkością opuszczania podwozia przedniego po kontakcie kół głównych z podłożem oraz zbadane zostanie zachowanie się samolotu dla różnych dodatnich prędkości pochylania przy podejściu do lądowania (problem "tailstrike").

Przedmiotem analizy jest samolot Boeing 767-300 (rys. 1).

Celem pracy jest uzyskanie przebiegu podstawowych parametrów lotu takich jak prędkość samolotu, wychylenie steru kierunku, kąt pochylenia, prędkość pochylania obciążeń podwozia głównego i przedniego oraz wyznaczenie



Rys. 1. Samolot Boeing 767-300

sił i momentów działających na samolot od chwili przyziemienia podwozia głównego do chwili przyziemienia podwozia przedniego. Przy badaniu problemu "tailstrike" interesujące wydaje się określenie wpływu zbyt dużej prędkości pochylania przy podejściu samolotu do lądowania na możliwość uderzenia tylną częścią kadłuba o ziemię.

W pracy dokonano symulacji numerycznej dla dwóch rzeczywistych przypadków twardego przyziemienia samolotów tego typu:

- 1. LOT Boeing 767-300 z dnia 31.12.1993 r., lotnisko Okęcie w Warszawie,
- 2. Asiana Boeing 767-300 z dnia l6.01.1992 r., lotnisko Cheju Island w Korei.

Trzeci zaistniały przypadek – American Boeing 767-300 z dnia 26.10.1992 r. – nie został on rozpatrzony z powodu braku danych.



Rys. 2. Wydłużenie kadłuba samolotu Boeing 767-300 w porównaniu z wersją wcześniejszą oraz rozmieszczenie bagażników

Samolot Boeing 767-300 (rys. 1) powstał jako modyfikacja wersji Boeing 767-200 poprzez wydłużenie kadłuba w przedniej części przed skrzydłami i tylnej za skrzydłami, z nienaruszoną częścią centralną (rys. 2). Takie zmiany spowodowały przesunięcie przedniego podwozia względem głównego do przodu o 2,66 m (rys. 3), co przy zwiększeniu pojemności kadłuba oraz obciążenia pomieszczenia bagażowni, bez dodatkowego zwiększenia wytrzymałości konstrukcji, stworzyło zagrożenie nadmiernego obciążenia przy lądowaniu.



Rys. 3. Zmiany konstrukcyjne samolotu Boeing 767-300 w porównaniu z 767-200

2. Związki kinematyczne

Przy opracowywaniu modelu matematycznego przyjęto następujące założenia modelu fizycznego:

- samolot stanowi bryłę nieodkształcalną o sześciu stopniach swobody,
- samolot porusza się ruchem symetrycznym,
- $\bullet\,$ początek układuOxyzjest sztywno związany z położeniem środka masy samolotu,
- kąty odchylenia ψ i ślizgu β są równe zeru,
- kąty wychylenia lotek δ_L i steru kierunku δ_V są równe zeru,
- $\bullet\,$ prędkość kątowa odchylania Ri przechylania Psą równe zeru,
- masa samolotu oraz moment bezwładności J_y podczas lądowania i dobiegu są stałe,

• samolot znajduje się w konfiguracji do lądowania – podwozie wypuszczone, klapy w położeniu 30° .

Związki kinematyczne między składowymi prędkości katowych i pochodnymi katów maja następująca postać:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \operatorname{tg} \theta & \cos \phi \operatorname{tg} \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \Lambda_{\Omega}^{-1} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}$$
(2.1)

Związki kinematyczne między składowymi prędkości liniowej $\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1$ mierzone w układzie inercjalnym $O_1 x_1 y_1 z_1$ a składowymi prędkości U, V, W w układzie odniesienia Oxyz związanym z rakietą są następujące:

 $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\theta\sin\phi + & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \\ & -\cos\phi\cos\psi & & +\sin\phi\cos\psi \\ \sin\psi\sin\theta\sin\phi + & \sin\psi\sin\theta\cos\phi + \\ & \sin\psi\cos\theta & -\sin\phi\cos\psi & -\sin\phi\cos\psi \\ & -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \Lambda_V^{-1} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$ (2.2)

Przy bezwietrznej pogodzie kąty natarcia α i ślizgu β wyrażone są wzorami:

— kat natarcia:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{W}{U} \tag{2.3}$$

— kat ślizgu:

$$\beta = \arcsin \frac{V}{V_O} \tag{2.4}$$

gdzie:

U,V,W – składowe prędkości liniowej V_0 w układzie związanym z bombą, P,Q,R – składowe prędkości kątowych bomby.

3. Ogólne równania ruchu

Dla obiektów latających traktowanych jako mechaniczne układy swobodne o więzach holonomicznych wygodne jest stosowanie równań mechaniki klasycznej. Równania ruchu w układzie względnym wyprowadzono w samolotowym



Rys. 4. Przyjęte układy odniesienia oraz składowe prędkości liniowych i kątowych

układzie odniesienia Oxyz (rys. 2, rys. 3), którego początek znajduje się w dowolnie przyjętym punkcie nie będącym środkiem masy [5]:

— pochodna pędu $\boldsymbol{\varPi}$ względem czasu:

$$\frac{\delta \boldsymbol{\Pi}}{\delta t} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{F} \tag{3.1}$$

— pochodna krętu \boldsymbol{K}_0 względem czasu równa się momentowi sił zewnętrznych:

$$\frac{\delta \boldsymbol{K}_0}{\delta t} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{K}_0 + \boldsymbol{V}_0 \times \boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{M}_0 \tag{3.2}$$

przy czym

$$\boldsymbol{\Pi} = m(\boldsymbol{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}_C) \tag{3.3}$$

gdzie $\, {\pmb r}_C = |OC|$ – wektor położenia środka masy względem początku układu odniesienia.

Równania (3.1)-(3.3) po przekształceniach, w postaci macierzowej:

$$\mathbf{M}\dot{\boldsymbol{V}} + \mathbf{K}\mathbf{M}\boldsymbol{V} = \boldsymbol{Q}^* \tag{3.4}$$

gdzie:

- K macierz związków kinematycznych,
- \mathbf{M} zmodyfikowana macierz bezwładności, $\mathbf{M} = \mathbf{M} + \mathbf{M}_{\dot{W}}$,
- $\dot{\boldsymbol{V}}$ wektor przyspieszeń, $\dot{\boldsymbol{V}} = [\dot{U}, \dot{V}, \dot{W}, \dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}]^{\top},$

$$V$$
 – wektor prędkości, $V = [[U, V, W, P, Q, R]^{\top},$

 $\dot{\boldsymbol{Q}}$ – wektor sił zewnętrznych, będących sumą oddziaływań ośrodka, w którym porusza się obiekt; tworzony jest przez siły i momenty sił: aerodynamicznych \boldsymbol{Q}^a , grawitacyjnych \boldsymbol{Q}^g , sterowania \boldsymbol{Q}^{δ} , od zespołu napędowego \boldsymbol{Q}^T oraz od kontaktu z pasem startowym $\boldsymbol{Q}^N, \ \boldsymbol{Q}^* = [X, Y, Z, L, M, N]^{\top}$.



Rys. 5. Siły i momenty sił zewnętrznych

Układ równań dynamiki samolotu przy lądowaniu symetrycznym w płaszczyźnie grawitacyjnej upraszcza się do postaci:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{W} \\ \dot{Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & mQ & 0 \\ 0 & 0 & -mU \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ W \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Z \\ M \end{bmatrix}$$
(3.5)

Przy czym składowe sił i momentów sił zewnętrznych działające na samolot w fazie lądowania przyjmują postać:

$$X = -mg\sin\theta + (N_1 + 2N_2)\sin\theta - (\mu_1N_1 + 2\mu_2N_2)\cos\theta + -\frac{1}{2}\rho SV_0^2(C_X\cos\alpha - C_Z\sin\alpha) + 2T\cos\varphi_{Tzi}\cos\varphi_{Tyi} + X_{\delta_H}\delta_H + + X_{\alpha_{zH}}\alpha_H + X_QQ$$

$$\begin{split} Z &= mg\cos\theta - (N_1 + 2N_2)\cos\theta - (\mu_1N_1 + 2\mu_2N_2)\sin\theta + \\ &- \frac{1}{2}\rho SV_0^2(C_X\sin\alpha - C_Z\cos\alpha) + 2T\cos\varphi_{Tzi}\cos\varphi_{Tyi} + Z_{\delta_H}\delta_H + \\ &+ Z_{\alpha_{zH}}\alpha_H + Z_QQ \\ M &= N_1(z_{N1}\sin\theta + x_{N1}\cos\theta) + N_2(z_{N2}\sin\theta + x_{N2}\cos\theta) + \\ &+ (\mu_1N_1x_{T1} + 2\mu_2N_2x_{T2})\sin\theta - (\mu_1N_1z_{T1} + 2\mu_2N_2z_{T2})\cos\theta + \\ &+ \frac{1}{2}\rho SV_0^2[z_A(-C_X\cos\alpha + C_Z\cos\alpha) + x_A(C_X\sin\alpha + C_Z\cos\alpha] + \\ &+ 2T(z_T\cos\varphi_{Tzi}\cos\varphi_{Tyi} + x_T\sin\varphi_{Tzi}\sin\varphi_{Tyi}) + \\ &+ M_{\delta_H}\delta_H + M_{\alpha_{zH}}\alpha_H + M_{\dot{W}}\dot{W} + M_QQ \end{split}$$

4. Model matematyczny przyjęty w symulacji numerycznej

Do symulacji numerycznej został przyjęty symetryczny model samolotu w układzie centralnym. Stąd: kąt odchylenia i kąt ślizgu $\psi = \beta = 0$, prędkości kątowe przechylania i odchylania P = R = 0, kąty wychylenia lotek i steru kierunku $\delta_L = \delta_V = 0$, momenty statyczne $S_x = S_y = S_z = 0$, współrzędne środka masy $x_C = y_C = z_C = 0$, momenty dewiacyjne $J_{yz} = J_{xy} = 0$.

Założono, że w pierwszej fazie lądowania, od przyziemienia podwozia głównego do przyziemienia podwozia przedniego, hamulce nie są włączone $H_2 - H_3 = 0$ oraz siły nacisku działające na podwozie $N_2 = N_3$.

Związki kinematyczne:

$$\dot{Q} = \theta$$
 $\dot{x}_1 = U\cos\theta + W\sin\theta$ $\dot{z}_1 = -U\sin\theta + W\cos\theta$ (4.1)

Siły nacisku działające w pierwszej fazie przyziemienia:

$$N_1 = 0 \tag{4.2}$$

$$N_{2} = -\left\{\frac{1}{2}\rho SV_{0}^{2}[z_{A}(-C_{X}\cos\alpha + C_{Z}\sin\alpha) + x_{A}(C_{X}\sin\alpha + C_{Z}\cos\alpha) + cC_{My}] + 2T(z_{T}\cos\varphi_{Tzi}\cos\varphi_{Tyi} + x_{T}\sin\varphi_{Tzi}\sin\varphi_{Tyi}) + M_{\delta_{H}}\delta_{H} + M_{\alpha_{zH}}\alpha_{H} + M_{\dot{W}}\dot{W} + M_{Q}Q\right\} \cdot \left[2(z_{N2}\sin\theta + x_{N2}\cos\theta + \mu_{2}x_{T2}\sin\theta + \mu_{2}z_{T2}\cos\theta)]^{-1}$$

Siły nacisku działające w drugiej fazie przyziemienia:

$$N_1 = \frac{DA + B}{1 - CA}C + D \qquad N_2 = N_1A + B \tag{4.3}$$



Rys. 6. Pierwsza faza przyziemienia – lądowanie na koła główne bez hamowania

gdzie:

$$A = -\frac{z_{N1}\sin\theta + x_{N1}\cos\theta + \mu_1 x_{T1}\sin\theta - \mu_1 z_{T1}\cos\theta}{2(z_{N2}\sin\theta + x_{N2}\cos\theta + \mu_2 x_{T2}\sin\theta - \mu_2 z_{T2}\cos\theta)}$$

$$B = -\left\{\frac{1}{2}\rho SV_0^2[z_A(-C_X\cos\alpha + C_Z\sin\alpha) + x_A(C_X\sin\alpha + C_Z\cos\alpha) + cC_{My}] + 2T(z_T\cos\varphi_{Tzi}\cos\varphi_{Tyi} + x_T\sin\varphi_{Tzi}\sin\varphi_{Tyi}) + M_{\delta_H}\delta_H + M_{\alpha_{zH}}\alpha_H + M_{\dot{W}}\dot{W} + M_QQ\right\} [2(z_{N2}\sin\theta + x_{N2}\cos\theta + \mu_2 x_{T2}\sin\theta + \mu_2 z_{T2}\cos\theta)]^{-1}$$

$$C = \frac{2(\cos\theta + \mu_2\sin\theta)}{\cos\theta + \mu_1\sin\theta}$$

$$D = \frac{1}{2(\cos\theta + \mu_1\sin\theta)} \left[mg\cos\theta - \frac{1}{2}\rho SV_0^2 (C_X\sin\alpha + C_Z\cos\alpha) + -2T\cos\varphi_{Tzi}\sin\varphi_{Tyi} + Z_{\delta_H}\delta_H + Z_{\alpha_{zH}}\alpha_H + Z_QQ\right]$$



Rys. 7. Druga faza przyziemienia – opuszczanie przedniego podwozia i hamowania

5. Problem "tailstrike"

"Flight Crew Training Manuał" wydany przez firmę Boeing, jak i praktyka lotnicza wielokrotnie przestrzegają przed możliwością uderzenia tylną częścią kadłuba samolotu o ziemię podczas lądowania, w którym pilot dopuści się do zbytniego "zadarcia" nosa samolotu. Niebezpieczeństwo uderzenia tylną częścią kadłuba przy lądowaniu potwierdzone jest bazą danych IATA, która notuje wiele podobnych przypadków. Sytuacje tego typu mogą być spowodowane podejściem do lądowania na zbyt dużym kącie pochylenia lub przy zbyt dużej dodatniej wartości prędkości pochylania. Na możliwość zaistnienia tego typu zjawiska może mieć również wpływ porywisty wiatr. Na rysunkach 8-16 przedstawiono wyniki problemu "tailstrike". Liczba stojąca przy danym parametrze określa początkową wartość prędkości pochylania. Czas na wykresach podany jest w sekundach.

Z przedstawionych wyników obliczeń numerycznych "TAILSTRIKE" możliwości uderzenia tylną częścią kadłuba w pas startowy w fazie lądowania wynika, iż parametry kinematyczne (rys. 9-11) oraz dynamiczne (rys. 12-16) zależne są od wychylenia steru wysokości (rys. 8), czyli od umiejętności pilota sterującego samolotem.









Rys. 13. Obciążenie podwozia głównego [N]



Rys. 14. Rozkład sił zewnętrznych działających wzdłuż osi OX [N]



Rys. 15. Rozkład sił zewnętrznych działających wzdłuż osi $OZ \ [\mathrm{N}]$



Rys. 16. Rozkład momentu pochylającego [Nm]

6. Opis wypadków i badań powypadkowych

Obciążenia samolotu, które występują podczas użytkowania, powinny być przenoszone przez konstrukcję statku powietrznego bez wystąpienia trwałych

odkształceń materiału na skutek przekroczenia zakresu sprężystego. Struktura płatowca limitowana jest szeregiem czynników, z których najważniejsze to:

- obciążenia od sterowania,
- obciążenia od burzliwej atmosfery,
- obciążenia od reakcji podłoża podczas lądowania,
- reakcje od podłoża podczas manewrów naziemnych,
- ciśnienie atmosferyczne konstrukcji uszczelnionej.

W czasie wieloletniej eksploatacji samolotów Boeing 767-300 miały miejsce trzy podobne przypadki przekroczenia obciążeń dopuszczalnych podczas lądowania spowodowane zbyt dużą prędkością pochylania samolotu. Były to lądowania samolotów LOT 767-300, Asiana 767-300, American 767-300.

6.1. Twarde przyziemienie samolotu Asiana 767-300

Wypadek samolotu Asiana 767-300 maił miejsce 16 stycznia 1992 roku podczas lądowania na Cheju Island w Korei. Boeing 767-300 odbył 1813 lotów. W chwili lądowania wiał porywisty wiatr z prędkością 40-45 km/h (20-22 KNOTS). Prędkość podejścia wynosiła 257 km/h (139 KNOTS), klapy wypuszczone 30°. W wyniku dużej prędkości opuszczania przedniego podwozia obciążenie na jego goleni wynosiło 1,3 g (rys. 17-25). Porównanie obciążeń rzeczywistych, obliczeniowych i wynikających z wytrzymałości materiału przedstawia rys. 26.

W wyniku przekroczenia obciążenia obliczeniowego nastąpiło pofalowanie pokrycia w okolicy wręgi 654 oraz lokalne pęknięcie poszycia (rys. 27).



Rys. 17. Kąt wychylenia steru wysokości [deg]





Rys. 23. Rozkład sił zewnętrznych działających wzdłuż osi $OX \ [\mathrm{N}]$



Rys. 24. Rozkład sił zewnętrznych działających wzdłuż osi OZ [N]



Rys. 25. Rozkład momentu pochylającego [Nm]



Rys. 26. Porównanie obciążeń rzeczywistych, obliczeniowych i wynikających z wytrzymałości materiału dla samolotu Asiana 767-300



Rys. 27. Uszkodzenia samolotu Asiana 767-300

6.2. Twarde przyziemienie samolotu LOT 767-30

Wypadek miał miejsce 31 grudnia 1993 roku podczas lądowania na lotnisku Okęcie w Warszawie. Samolot Boeing 767-300 odbył 2061 lotów, z nalotem całkowitym 10457 godzin. W czasie lądowania padał deszcz, prędkość wiatru wynosiła 33 km/h (18 KNOTS). Podczas lądowania przyziemienie podwozia głównego trwało 1,25 s (według układu "ground logic"), następnie nastąpiło odbicie (układ "ground logic" zmienił status na "air" na 1,5 s). Po odbiciu nastąpiło najpierw przyziemienie podwozia przedniego z dużą prędkością kątową względem osi poprzecznej samolotu (ok. 7,5 deg/s), następnie po czasie 0,15 s nastąpiło przyziemienie podwozia głównego (rys. 28-35). W wyniku zaistniałego zdarzenia nastąpiło wyboczenie poszycia i podłużnic pomiędzy wręgami 610 i 632 po lewej stronie i pomiędzy wręgami 654 i 720 po stronie prawej (efekt naprężeń ściskających). Oprócz tego wystąpiło wyboczenie wręgi 287 w bezpośrednim sąsiedztwie komory podwozia oraz zgięcie goleni podwozia przedniego (rys. 36). Porównanie obciążeń rzeczywistych, obliczeniowych i wynikających z wytrzymałości materiału przedstawia rys. 37. Duża prędkość kątowa obrotu kadłuba podczas przyziemienia była skutkiem zamierzonego wychylenia steru wysokości przez pilota, mającym na celu maksymalne skrócenie dobiegu.





Rys. 33. Rozkład sił zewnętrznych działających wzdłuż os
i $OX\ [\mathrm{N}]$



Rys. 34. Rozkład sił zewnętrznych działających wzdłuż osi $OZ \ [\mathrm{N}]$



Rys. 35. Rozkład momentu pochylającego [Nm]



Rys. 36. Uszkodzenia samolotu LOT 767-300



Rys. 37. Porównanie obciążeń rzeczywistych, obliczeniowych i wynikających z wytrzymałości materiału dla samolotu LOT 767-300

Cechą charakterystyczną tych wypadków było twarde uderzenie kół podwozia przedniego o pas startowy w końcowej fazie podejścia samolotu do lądowania spowodowane zbyt gwałtownym wychyleniem prze pilota do przodu drążka sterowego. Firma Boeing stwierdziła, że piloci powinni być świadomi możliwości wystąpienia uszkodzenia struktury samolotu wynikającego z twardego lądowania oraz jakie działania mogą zapobiegać takim wypadkom.

Zbyt szybkie przyziemienie może być przyczyną dużych obciążeń przedniego koła i podwozia, co wpływa na wzrost naprężeń przenoszonych pomiędzy pokładem oraz przednim dźwigarem skrzydła, które mogą być przyczyną deformacji wręg, pękania podłużnic, wybrzuszania się i pękania kadłuba samolotu. Stwierdzono, że odpowiednie mechanizmy zachowań stosowane przez załogę podczas lotu mogą zapobiegać powstawaniu podobnych wypadków.

Cechą charakterystyczną wszystkich trzech wypadków było to, że po prawidłowym przyziemieniu podwoziem głównym samolotu, następowało gwałtowne uderzenie podwoziem przednim o powierzchnię pasa startowego. Wydłużenie kadłuba zwiększyło ramię momentu działającego na miejsce zamocowania skrzydeł do kadłuba, który wywoływała siła pochodząca od reakcji podwozia przedniego na powierzchnię pasa startowego podczas przyziemienia.

7. Zmiany dokonane przez firmę Boeing

W następstwie dwu podobnych zdarzeń przekroczenia obciążeń dopuszczalnych przy lądowaniu (Asiana 767-300, American 767-300), firma Boeing wydała O1.02.1993 r. specjalny biuletyn dotyczący techniki lądowania tego typu samolotu. Zasadniczym jego elementem jest wyraźny zakaz wysterowanego opuszczania nosa samolotu po przyziemieniu na podwozie główne. Opuszczanie nosa samolotu ma się odbywać – cytat: "by relaxing aft column pressure. Do not use down elevator". Wcześniejsze opracowania instrukcji dotyczących lądowania wydane przez firmę Boeing zalecały szybkie opuszczanie nosa samolotu zaraz po przyziemieniu i nie ostrzegały przed dużą wrażliwością samolotu na nadmierną prędkość kątową opuszczania kadłuba.



Rys. 38. Modyfikacje struktury kadłuba

W oparciu o doświadczenia z dwu powyższych zdarzeń wprowadzono zmiany konstrukcyjne wzmacniające obszar kadłuba, w którym nastąpiły uszkodzenia. Wzmocnienie polega na zwiększeniu grubości podłużnic na grzbiecie kadłuba od numeru S-7L do S-7R pomiędzy wręgami 634 i 654 z pierwotnej wartości 0,32 cala do 0,4 cala. Ponadto zaproponowano zmianę charakterystyki amortyzatora zmierzającą do zwiększenia zdolności pochłaniania energii przez układ przedniego podwozia. Wprowadzone poprawki prezentują rys. 38 i rys. 39.

Trzy nieudane lądowania samolotów Boeing 767-300 należących do różnych firm lotniczych, pilotowanych przez różne załogi świadczy o wadliwości konstrukcji tych samolotów. Po wydłużeniu kadłuba nie sprawdzono dostatecznie możliwego wzrostu obciążeń i nie skorygowano, przed dopuszczeniem do eksploatacji, struktury wytrzymałościowej kadłuba tego skądinąd dużego samolotu pasażerskiego.


Rys. 39. Charakterystyki wytrzymałościowe samolotu Boeing 767-300

Bibliografia

- BARTKIEWICZ P., 1997, Analiza numeryczna, modelowanie fizyczne i matematyczne dynamiki samolotu komunikacyjnego w fazie twardego przyziemienia na przykładzie samolotu Boeing 767-300, praca dyplomowa magisterska, Wydział MEiL PW, promotor prof. J. Maryniak, Warszawa
- MARYNIAK J., 1975, Dynamiczna teoria obiektów ruchomych, Wydawnictwa Naukowe Politechniki Warszawskiej
- MARYNIAK J., 2005, Dynamika lotu, w: Mechanika techniczna, tom II Dynamika układów mechanicznych, pod redakcją J. Nizioła, Wyd. Komitet Mechaniki PAN, IPPT Polska Akademia Nauk, Warszawa, 363-472
- MARYNIAK J., ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ E., LASEK M., 2004, Bezpieczeństwo lotów statków powietrznych – zagrożenia, analiza, profilaktyka, Aspekty Bezpieczeństwa Nawodnego i Podwodnego oraz Lotów nad Morzem, VII Konferencja Morska, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia, 125-147
- Samolot B-767-200 ER /-300 ER. Krótka charakterystyka, PLL LOT Warszawa 1989
- SUCHLABOWICZ D., 1994, Modelowanie fizyczne i matematyczne dynamiki samolotu komunikacyjnego w fazie twardego przyziemienia na przykładzie samolotu Boeing 767-300, praca dyplomowa magisterska, Wydział MEiL PW, promotor prof. J. Maryniak, Warszawa

- WASILEWSKI T., 2006, Błędy techniczne i technologiczne jako przyczyny wypadków lotniczych, praca dyplomowa inżynierska, Wydział MEiL PW, promotor dr inż. K. Kustroń, Warszawa
- 8. www.boeing.com/commercial/aeromagazine/aero_18/
- 9. www.boeing.com/commercial/767family/images/767experiors.jpg

Dynamical behaviour of the passenger aircraft Boeing 737-300 in hard landing

Abstract

A hard landing of the passenger aircraft Boeing 737-300 has been analysed in the paper, focusing on the touch-down phase. Accidents of that type happened on January 16, 1992 at Chej Island airport in Korea (ASIANA Liner) and on December 31, 1993 at Okęcie airport in Warsaw (LOT Liner). The loading acting upon the aircraft fuselage together with buckling zones within the skin plating, longitudinal and frame, respectively, have been shown. The Boeing Company has improved the strength properties of the fuselage in the threatened zones. Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej MECHANIKA W LOTNICTWIE ML-XIII 2008

MODELOWANIE I SYMULACJA NUMERYCZNA DYNAMIKI SAMOLOTU W STROMYM LOCIE PO OTWARCIU HAMULCÓW AERODYNAMICZNYCH NA PRZYKŁADZIE SAMOLOTU I-22 IRYDA

JERZY MARYNIAK Wyższa Szkoła Oficerska Sil Powietrznych, Dęblin

Edyta Ładyżyńska-Kozdraś

Politechnika Warszawska, Wydział Mechatroniki, Zakład Mechaniki Stosowanej e-mail: lady@mech.pw.edu.pl

MARCIN KOŁACZ

Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa, Politechnika Warszawska

W pracy przedstawiono modelowanie i symulację numeryczną dynamiki samolotu w stromym locie w fazie otwarcia aerodynamicznych hamulców płytowych na kadłubie samolotu. Na przykładzie samolotu I-22 Iryda rozważono wpływ na parametry lotu momentu otwarcia hamulców, czasu lotu z hamowaniem oraz kontynuację lotu po zamknięciu hamulców. Wyniki symulacji przedstawiono w sposób graficzny. Obliczenia wykonano z wykorzystaniem tunelowych badań aerodynamicznych wykonanych w Instytucie Lotnictwa w Warszawie.

1. Wstęp

Hamulce aerodynamiczne jest to zespół urządzeń, które poprzez wychylenie powierzchni ruchomych powodują oderwanie opływu aerodynamicznego na statku powietrznym, a co za tym idzie – wzrost oporu aerodynamicznego.

Stosuje się je na samolotach i szybowcach w celu zmniejszenia ich prędkości podczas lądowania (zwłaszcza w fazie dobiegu), nurkowania i wykonywania manewru. Hamulce aerodynamiczne wykorzystywane do zmniejszenia prędkości podczas wykonywania manewru i lotu stromego zazwyczaj umieszczane są na kadłubie (np. samolot PZL-I22 Iryda, rys. 1) choć zdarza się, że są one umieszczane na końcówkach skrzydeł (np. SU-25). Hamulce aerodynamiczne używane podczas lądowania umieszczane są na skrzydłach. Powodują one nie



Rys. 1. Samolot PZL-I22 Iryda w fazie lądowania z otwartymi hamulcami aerodynamicznymi

tylko wzrost siły oporu, ale też spadek siły nośnej, a co za tym idzie wzrost siły tarcia pomiędzy kołami a podłożem. Hamulce aerodynamiczne powinny być umieszczone na płatowcu tak, żeby ich wychylenie nie powodowało oderwania opływu aerodynamicznego na usterzeniu oraz w trakcie i po wychyleniu hamulców nie występował dodatkowy moment pochylający na nurkowanie, a wartość zmiany tego momentu była odpowiednio mała (wymagania wynikające z przepisów). Do hamulców aerodynamicznych zaliczyć można: klapy hamulcowe, spadochron hamujący i przerywacze (w przypadku, gdy są wychylone parami na obu skrzydłach).

Na rys. 2 przedstawiono zmiany toru niemieckiego bombowca Junkers Ju-87 podczas nurkowania z zamkniętymi i otwartymi hamulcami aerodynamicznymi. Widoczny jest wpływ otwarcia hamulców na promień wyrwania samolotu, a przez to na zwiększenie skuteczności zrzutu bomb.

W celu właściwego doboru hamulców aerodynamicznych w Instytucie Lotnictwa w Warszawie przeprowadzono badania aerodynamiczne dla różnej konfiguracji, powierzchni i kąta wychylenia hamulców (rys. 3) oraz wagowe badania w tunelu aerodynamicznym określając w ten sposób przyrost bezwymiarowego współczynnika minimalnego oporu aerodynamicznego (rys. 4).

2. Przyjęty model fizyczny i związki kinematyczne

Model fizyczny samolotu opiera się na następujących założeniach:

• samolot jest traktowany jako nieodkształcalna bryła sztywna o sześciu stopniach swobody,



Rys. 2. Tor zrzutu w fazie nurkowania samolotu Ju-87 z zamkniętymi (A) i otwartymi (B) hamulcami aerodynamicznymi [1]

OZNACZENIE BADANEGO WARIANTU HAMULCÓW	POWIERZCHNIA CAŁKOWITA PŁYT HAMULCÓW (m²)	PROCENTOWY PRZYROST POWIERZCHNI HAMULCÓW	PROCENTOWY PRZYROST WSPÓŁCZYNNIKA OPORU	WIDOK
2H/0	0,4	100	100	Y
2H/H	0,63	156	137	Y
2Нр/Н	0,78	192	154	Ŷ
2Hp/Hp	0,88	220	172	Ø
2Hp2/Hp2	1,05	265	182	A

Rys. 3. Wymiary hamulców aerodynamicznych [2, 7, 8, 10]



Rys. 4. Wpływ kąta wychylenia hamulca aerodynamicznego samolotu I-22 Iryda na przyrost współczynnika minimalnego oporu [2, 7, 8, 10]

- ciąg silnika jest zmienny i zależy od gęstości powietrza oraz prędkości samolotu,
- przyjęto, że stery są nieważkie, a ich wychylenia mają wpływ na zmianę sił i momentów sił aerodynamicznych przy zastosowaniu aerodynamiki quazistacjonarnej,
- początek układu Oxyz, związanego sztywno z samolotem znajduje się w l/4 średniej cięciwy aerodynamicznej (rys. 5),
- masa samolotu jest stała,
- uwzględniono wpływ działania hamulców aerodynamicznych; wychylenie hamulców aerodynamicznych ma parametryczny wpływ na siły i momenty sił aerodynamicznych działające na samolot w locie.

Stosując kąty quasieulerowskie (lotnicze) i odpowiednie składowe prędkości (rys. 5), wyprowadzono związki kinematyczne, które przedstawiono w postaci macierzowej:

— wektor chwilowej prędkości liniowej:

$$\boldsymbol{V}_0 = U\boldsymbol{i} + V\boldsymbol{j} + W\boldsymbol{k} \tag{2.1}$$



Rys. 5. Przyjęte układy odniesienia, współrzędne kątowe, składowe prędkości liniowych i kątowych samolotu

— wektor chwilowej prędkości kątowej:

$$\boldsymbol{\Omega} = P\boldsymbol{i} + Q\boldsymbol{j} + R\boldsymbol{k} \tag{2.2}$$

— związki kinematyczne prędkości liniowych:

$$\begin{aligned} [\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1]^\top &= \\ &= \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \cos\phi\cos\psi & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\phi\cos\psi\\ \sin\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\phi\cos\psi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\phi\cos\psi\\ \sin\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\phi\cos\phi & \sin\psi\sin\phi\cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U\\ V\\ W \end{bmatrix} \end{aligned}$$

— związki kinematyczne prędkości kątowych:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \operatorname{tg} \theta & \cos \phi \operatorname{tg} \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \Lambda_{\Omega}^{-1} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}$$
(2.4)

— kąt natarcia:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{W}{U} \tag{2.5}$$

— kąt ślizgu:

$$\beta = \arcsin \frac{V}{V_O} \tag{2.6}$$

3. Ogólne równania ruchu

Samolot traktowano jako obiekt nieodkształcalny o sześciu stopniach swobody. Do opracowania modelu matematycznego zastosowano podstawowe równania mechaniki klasycznej na pochodną pędu i krętu. Równania ruchu w układzie względnym wyprowadzono w samolotowym układzie odniesienia Oxyz(rys. 5):

— pochodna pędu $\boldsymbol{\varPi}$ względem czasu:

$$\frac{\delta \boldsymbol{\Pi}}{\delta t} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{F} \tag{3.1}$$

— pochodna krętu K_0 względem czasu równa się momentowi sił zewnętrznych:

$$\frac{\delta \boldsymbol{K}_0}{\delta t} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{K}_0 + \boldsymbol{V}_0 \times \boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{M}_0$$
(3.2)

przy czym

$$\boldsymbol{\Pi} = m(\boldsymbol{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}_C) \tag{3.3}$$

gdzie $\mathbf{r}_{C} = |OC|$ – wektor położenia środka masy względem początku układu odniesienia.

Równania (3.1)-(3.3) po przekształceniach można zapisać w postaci macierzowej:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{V}} + \mathbf{K}\mathbf{M}\mathbf{V} = \mathbf{Q}^{*}$$

$$\mathbf{Q}^{*} = \mathbf{Q}^{a} + \mathbf{Q}^{g} + \mathbf{Q}^{T} + \mathbf{Q}^{H} + \mathbf{Q}^{\delta}$$
(3.4)

gdzie:

- K macierz związków kinematycznych,
- \mathbf{M} zmodyfikowana macierz bezwładności, $\mathbf{M} = \mathbf{M} + \mathbf{M}_{\dot{W}}$,
- $\dot{\boldsymbol{V}}$ wektor przyspieszeń, $\dot{\boldsymbol{V}} = [\dot{U}, \dot{V}, \dot{W}, \dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}]^{\top}$,
- \boldsymbol{V} wektor prędkości, $\boldsymbol{V} = [[U, V, W, P, Q, R]^{\top},$
- $\dot{\boldsymbol{Q}}$ wektor sił zewnętrznych, tworzony przez siły i momenty sił: aerodynamicznych \boldsymbol{Q}^{a} , grawitacyjnych \boldsymbol{Q}^{g} , sterowania \boldsymbol{Q}^{δ} , od zespołu napędowego \boldsymbol{Q}^{T} oraz od wychylenia hamulców aerodynamicznych \boldsymbol{Q}^{H} .

Przy wyznaczaniu sił i momentów sił zewnętrznych działających na samolot w locie (rys. 6) otrzymano pełne równania ruchu samolotu sterowanego z uwzględnieniem hamulców aerodynamicznych:



Rys. 6. Siły i momenty sił działających na samolot w locie

— równanie ruchów podłużnych:

$$m(\dot{U} + QW - RV) - S_x(Q^2 + R^2) + S_Z(\dot{Q} + PR) = -m_R g \sin\theta + -\frac{1}{2}\rho SV_0^2(C_x \cos\beta\cos\alpha + C_y \sin\beta\cos\alpha - C_z \sin\alpha) + T_1 \cos\varphi_{T1z} \cos\varphi_{T1y} + +T_2 \cos\varphi_{T2z} \cos\varphi_{T2y} + X_{\delta_H}\delta_H + X_{\delta_{HG}}\delta_{HG} + X_{\alpha_{zH}}\alpha_H + X_Q Q$$
(3.5)

— równanie ruchów poprzecznych:

$$m(\dot{V} - RU - PW) - S_x(\dot{R} + QP) - S_z(\dot{P} - QP) = m_R g \cos\theta \sin\phi + (3.6)$$

+ $\frac{1}{2}\rho SV_0^2(-C_x \sin\beta + C_y \cos\beta) + T_1 \sin\varphi_{T1z} + T_2 \sin\varphi_{T2z} + Y_P P + Y_R R$

— równanie ruchów wznoszących:

$$m(\dot{W} - PV - QU) - S_x(\dot{Q} - PR) - S_z(Q^2 - P^2) = m_R g \cos \theta \cos \phi + T_1 \cos \varphi_{T1z} \sin \varphi_{T1y} - T_2 \cos \varphi_{T2z} \sin \varphi_{T2y} - \frac{1}{2} \rho S V_0^2 (C_x \cos \beta \sin \alpha + (3.7)) + C_y \sin \beta \sin \alpha + C_z \cos \alpha) + Z_Q Q + Z_{\alpha ZH} \alpha_{ZH} + Z_{\delta H} \delta_H + Z_{\delta HG} \delta_{HG} + Z_{\delta HD} \delta_{HD}$$

— równanie ruchów przechylających:

$$J_{x}\dot{P} - S_{z}(\dot{V} - PW + UR) + (J_{z} - J_{y})QR - J_{xy}(\dot{R} + PQ) = = -m_{R}gz_{c}\cos\theta\sin\phi + \frac{1}{2}\rho SV_{0}^{2}c(C_{mx}\cos\beta\sin\alpha + C_{my}\sin\beta\sin\alpha + (3.8)) + C_{mz}\sin\alpha) + L_{P}P + L_{R}R - T_{1}(y_{T1}\cos\varphi_{T1z}\sin\varphi_{T1y} + z_{T1}\sin\varphi_{T1z}) + + J_{T1}\omega_{T1}(R\sin\varphi_{T1y} + Q\cos\varphi_{T1y}\sin\varphi_{T1y}) - T_{2}(y_{T2}\cos\varphi_{T2z}\sin\varphi_{T2y} + + z_{T2}\sin\varphi_{T2z}) + J_{T2}\omega_{T2}(R\sin\varphi_{T2y} + Q\cos\varphi_{T2y}\sin\varphi_{T2y})$$

— równanie ruchów pochylających:

$$\begin{aligned} J_y \dot{Q} - S_x (\dot{W} - PV + UQ) + S_z (\dot{U} - RV + WQ) - (J_z - J_x) PR + \\ -J_{xz} (R^2 - P^2) &= -m_R g(z_c \sin \theta - x_c \cos \theta \cos \phi) + \frac{1}{2} \rho S V_0^2 c(C_{mx} \sin \beta + \\ +C_{my} \cos \beta) + M_Q Q - T_1 (z_{T1} \cos \varphi_{T1z} \cos \varphi_{T1y} + x_{T1} \cos \varphi_{T1z} \sin \varphi_{T1y}) + \\ -J_{T1} \omega_{T1} (R \cos \varphi_{T1z} \cos \varphi_{T1y} + P \cos \varphi_{T1z} \sin \varphi_{T1y}) + \\ (3.9) \\ -T_2 (z_{T2} \cos \varphi_{T2z} \cos \varphi_{T2y} + x_{T2} \cos \varphi_{T2z} \sin \varphi_{T2y}) + \\ -J_{T2} \omega_{T2} (R \cos \varphi_{T2z} \cos \varphi_{T2y} + P \cos \varphi_{T2z} \sin \varphi_{T2y}) + \\ +M_{\dot{W}} \dot{W} + Z_{\alpha Z H} \alpha_{Z H} + M_{\delta H} \delta_H + M_{\delta HG} \delta_{HG} + M_{\delta HD} \delta_{HD} \end{aligned}$$

— równanie ruchów odchylających:

$$J_{z}\dot{R} - S_{x}(\dot{V} - PW + RU) - (J_{x} - J_{y})PQ - J_{xz}(\dot{P} - RQ) =$$

$$= m_{R}gx_{c}\sin\theta\cos\phi) + \frac{1}{2}\rho SV_{0}^{2}c(C_{mx}\cos\beta\sin\alpha + C_{my}\sin\beta\sin\alpha + C_{mz}\cos\alpha) + N_{P}P + N_{R}R - T_{1}(x_{T1}\sin\varphi_{T1z} - y_{T1}\cos\varphi_{T1z}\cos\varphi_{T1y}) +$$

$$+J_{T1}\omega_{T1}(Q\cos\varphi_{T1z}\cos\varphi_{T1y} + P\sin\varphi_{T1z}) + (3.10)$$

$$-T_{2}(x_{T2}\sin\varphi_{T2z} - y_{T2}\cos\varphi_{T2y} + P\sin\varphi_{T2z}) +$$

$$+J_{T2}\omega_{T2}(Q\cos\varphi_{T2z}\cos\varphi_{T2y} + P\sin\varphi_{T2z})$$

Uproszczony model turbinowego silnika odrzutowego przyjęto w następującej postaci [3-5]:

— równanie obrotów silnika:

$$n_T = K_1(Ma, \tau, \rho_H) \frac{n_{max} - n_0}{\delta_{T max}} \delta_T$$
(3.11)

— równanie ciągu silnika:

$$T = K_2(Ma) \frac{T_{max} - T_0}{n_{max} - n_0} n_T$$
(3.12)

gdzie:

K_{1}, K_{2}	_	współczynniki zmienne, zależne od podanych parametrów,				
		ustalone dla całego cyklu obliczeń,				
n_{max}	_	maksymalna (dopuszczalna) prędkość obrotowa silnika				
		[obr/min],				
n_0	_	obroty jałowe silnika,				
δ_{Tmax}	_	maksymalny kąt wychylenia dźwigni sterowej [deg],				
δ_0	_	kąt wychylenia dźwigni sterowej [deg],				
T_{max}	_	maksymalny ciąg silnika,				
T_0	_	jałowy ciąg silnika.				

Równania dynamiki samolotu (3.5)-(3.12) z uwzględnieniem parametrów silnika (3.11) i (3.12) oraz ze związkami kinematycznymi (2.1)-(2.6) stanowią model matematyczny lotu samolotu w konfiguracji gładkiej, w stromym locie z otwartymi hamulcami aerodynamicznymi.

4. Symulacja numeryczna

Przedstawiony w pracy model matematyczny umożliwia pełną analizę przestrzennego lotu samolotu po otwarciu hamulców aerodynamicznych.

Dostępne były jedynie dane dotyczące konfiguracji gładkiej oraz konfiguracji z pełnym otwarciem hamulców. Nie były natomiast dostępne dane dotyczące wzrostu oporu w funkcji otwarcia hamulców oraz przebiegu ich otwierania (wynikającego z kinematyki mechanizmu otwierającego). W związku z tym przyjęto liniowy przebieg narastania oporu w funkcji czasu. Założono czas otwierania hamulców do pełnego ich otwarcia równy 5 sekund (tj. hamulce górne wychylone na kąt 65,5 deg oraz hamulec dolny wychylony na kąt 75,36 deg).

Symulacje przeprowadzono dla następujących wariantów lotu:

- 1. Dla lotu poziomego, kat toru lotu 0°
- 2. Dla lotu stromego, kąt toru lotu -35° .

Dla tych dwóch wariantów wykonano obliczenia dla dwóch różnych prędkości rzeczywistych $V_0 = 140 \text{ m/s}$ i $V_0 = 180 \text{ m/s}$.

Warunki początkowe obliczeń są następujące:

- współrzędne: $x_0 = 0, y_0 = 0,$
- prędkość kątowa przechylania P = 0,
- prędkość kątowa pochylania Q = 0,
- prędkość kątowa odchylania R = 0.



Rys. 7. Zmiana wysokości lotu samolotu w czasie dla lotu poziomego i stromego



Rys. 8. Zmiana współczynnika obciążenia w czasie dla lotu poziomego i stromego



Rys. 9. Zmiana kąta i prędkości kątowej przechylania w czasie dla lotu stromego

Przeprowadzona symulacja numeryczna pokazuje wpływ fazy przejściowej lotu samolotu, związanej z otwarciem hamulców aerodynamicznych, na jego dynamikę. Na wykresach przedstawiających zmianach parametrów lotu (rys. 7-rys. 11) widoczna jest duża skuteczność ich działania. Po wychyleniu hamulców aerodynamicznych w trakcie lotu poziomego zaobserwować moż-







Rys. 11. Zmiana kąta i prędkości kątowej odchylania w czasie dla lotu stromego

na wyraźny spadek wysokości lotu w czasie, jednak w locie stromym różnica zmiany wysokości dla samolotu z wychylonymi hamulcami aerodynamicznymi i dla samolotu ze schowanymi hamulcami zaciera się. Obciążenia normalne wzrastają w trakcie wychylania hamulców. Ich wzrost jest jednak nieznaczny, a po całkowitym wychyleniu hamulców wartość ich stopniowo maleje w czasie. Zmiany kątów i prędkości kątowych w czasie są niewielkie, co świadczy o prawidłowym zachowaniu się samolotu w locie stromym.

Bibliografia

- BĄCZKOWSKI W., 1990, Samolot bombowy nurkujący Junkers Ju 87 A-C Stuka, TBiU, 139, Wydawnictwo MON, Warszawa
- 2. KOŁACZ M., 1998, Modelowanie i symulacja numeryczna dynamiki samolotu w locie stromym po otwarciu hamulców aerodynamicznych, praca dyplomowa magisterska, Wydział MEiL PW, promotor prof. J. Maryniak, Warszawa

- 3. MARYNIAK J., 1975, *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Wydawnictwa Naukowe Politechniki Warszawskiej, Warszawa
- MARYNIAK J., 2005, Dynamika lotu, w: Mechanika techniczna, tom II Dynamika układów mechanicznych, pod redakcją J. Nizioła, Wyd. Komitet Mechaniki PAN, IPPT Polska Akademia Nauk, Warszawa, 363-472
- 5. MARYNIAK J., 1993, Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu, w: Mechanika w Lotnictwie ML-VI, Wydawnictwo PTMTS, Warszawa
- 6. MILKIEWICZ A., 1978, Podstawy praktycznej aerodynamiki i mechaniki lotu samolotu odrzutowego dla pilota, Wydawnictwo MON, Warszawa
- Sprawozdanie 205/BA/96/A Badania wpływu kąta wychylenia zmodyfikowanych hamulców aerodynamicznych na skuteczność i charakterystyki aerodynamiczne modelu samolotu I-22 Iryda M96 w tunelu N-3, Instytut Lotnictwa, Warszawa
- Sprawozdanie 206/BA/96/A Analiza obliczeniowa skuteczności zmodyfikowanych hamulców aerodynamiczne modelu samolotu I-22 Iryda, Instytut Lotnictwa, Warszawa
- 9. PZL I-22 Iryda PKL, zeszyt nr 3, Altair Ltd, Warszawa 1991
- Sprawozdanie z badań aerodynamicznych samolotu PZL I-22 Iryda M96, Instytut Lotnictwa, Warszawa

Modelling and numerical simulation of diving I-22 Iryda aircraft dynamical behaviour after the air brahes fave been opened

Abstract

Modeling and numerical simulations of dynamical behaviour of a diving aircraft have been presented at the phase when air brakes (plates situated on the fuselage) are opened. Analysing the I-22 IRYDA aircraft, the influence was examined upon flight parameters excited at the air brake opening instant, flight time with opened brakes and performance after the brakes were closed. The simulation results are presented in diagrams. The calculations were based on results obtained during wind tunnel tests at the Institute of Aviation in Warsaw.

Praca finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2010 jako projekt badawczy nr ${\rm O}\,{\rm N501}\,003534$

INFLUENCE OF FREE-PLAY AND FRICTION IN CONTROL SYSTEM ON AIRCRAFT FLIGHT DYNAMICS

Krzysztof Sibilski

Air Force Institute of Technology e-mail: krzysztof.sibilski@itwl.pl

Wiesław Wróblewski

Wrocław University of Technology e-mail: wieslaw.wroblewski@pwr.wroc.pl

> The Faults such as actuator failures in aircraft result in significant deviation from the nominal dynamics and may cause departure in to highly nonlinear regimes. In this work we introduce: the models of friction in kinematics' peers of control system, the models of free-play, as well as the model of servomechanism dynamics, regarding the limitations putting on movement of individual executive units of arrangement of control system. We use continuation methods to identify bifurcation points of the fighter aircraft model for the nominal system and various single actuator failure situations.

1. Introduction

The faults such as actuator failures in aircraft result in significant deviation from the nominal dynamics and may cause departure into highly nonlinear regimes. There is need for the development of relevant nonlinear analysis and simulation tools to aid the design and verification of reconfigured control laws. Since the impaired aircraft operate with a restricted maneuverability envelope relative to fully functional vehicles it is necessary to be able to evaluate post failure flight control system performance. Understanding the behavior near operational limits and developing control and recovery strategies for these circumstances is fundamental to achieving flight safety goals.

The problem of flight control reconfiguration following actuator failure has been formulated as a nonlinear regulator problem (see for example refs. [1, 2, 20]). The post-fault controller uses the remaining functional actuators. It is designed to regulate key flight parameters while rejecting the disturbance induced by the failed actuator. The idea is that the pilot would maneuver the impaired aircraft by specifying the desired flight parameters. The post fault system dynamics can differ significantly from normal conditions, and the aircraft can be expected to operate within limited stability boundaries. The ability of the impaired aircraft to maneuver needs to be valuated. This can be accomplished by analyzing the aircraft equilibrium point structure.

Using a continuation method the equilibrium surface is generated by varying a single parameter such as airspeed or flight path angle. Thus, a codimension one surface is obtained in the space of states and (functional) controls. On this surface we identify:

- points at which stability is lost,
- functional actuator limits,
- static bifurcation points.

The most binding of these identify the limits of variability associated with the continuation parameter. Thus, we can identify the maneuverability envelope associated with any failure

2. The continuation and bifurcation approach

2.1. Bifurcation-based analysis technique

Bifurcation analysis essentially finds solutions (or "continues") along surfaces of solutions expressed as a function of a state vector \boldsymbol{x} and a continuation parameter vector μ . In aircraft problems x is a vector of aircraft states and μ is a vector of control inputs. The solution surfaces are typically folded, i.e. they bifurcate, and hence difficult to continue along. The power of Bifurcation Analysis lies in its ability to systematically search for these bifurcating solution surfaces. Nonlinear Bifurcation methods were originally developed and applied for departure prediction and spin analysis [8, 9, 11, 14-16, 18, 21-23, 28]. Bifurcation Analysis principally provides a picture of the globally attainable steady state equilibrium conditions by a platform with a given set of control powers. "Equilibrium" is used here in the global sense, i.e. straight and level flight as well as limit cycle oscillations such as wing rock regimes or oscillatory spins. The technique is smart in that, once it finds an initial trim solution, it generates the entire set of equilibrium solutions (or "branch" of solutions) on a continuous solution space very rapidly and without significant user intervention.

The methods are well suited to the analysis of highly non-linear regions of the flight envelope where significant aerodynamic and inertial or kinematic coupling is exhibited due to vortex flow breakdown. This coupling typically manifests as spin and other undesired modes that are unique a particular air plat-form and that must be avoided by careful design of the stabilizing flight control system. Bifurcation Analysis provides an understanding of the basic airframe characteristics and underlying causes of instability and uncontrollability. It enables classification of "safe" and "unsafe" regions of the flight envelope and accurate pinpointing of control critical flight conditions, e.g. where there may be insufficient control powers for departure recovery.

The methodology is founded upon the use of "continuation methods", which are a fundamental tool in numerical bifurcation analysis. Bifurcation analysis is a process used to study the behavior of non-linear dynamical systems in terms of the geometry of their underlying structure, as characterized by the evolution of steady state solutions as parameters vary. Steady states include in general stationary point equilibria and periodic orbits (and other attractors) and non-linear systems can have multiple steady states for the same values of input parameters.

One means of visualizing the numerical output is the "one-parameter bifurcation diagram": projections of the steady state solution paths as a parameter varies, plotted as one state component at a time versus the parameter. The algorithms used to generate this information are known as "continuation methods" – and it is principally this that is adapted to form the bifurcation-based analysis technique.

Given a non-linear dynamical system, $\dot{x} = f(x, \mu)$, where x is the state vector, μ is a vector of parameters and f is a smooth vector function, we choose one member of μ as the parameter to vary (the continuation parameter, λ) and fix the remaining components of μ . For equilibria steady states (the only type considered in this paper), we then solve for $\dot{x} = f(x, \lambda) = 0$ as λ varies; the idea is to find all solutions within the required range of λ . The continuation method is thus a path-following algorithm which, given a starting guess, attempts to continue along the solution branch. Bifurcation points are identified along the path and often it is required to solve also for the new solution branches that arise from them. Usually, local stability along the branches is indicated by use of different line types on the bifurcation diagrams; bifurcation points are also indicated where necessary.

When applied to aircraft flight dynamics models the parameters are usually the inputs to the system (control surfaces or pilot demands). However, for the purposes of control law clearance analysis, the parameters include uncertainty parameters and model variabilities. The process of applying continuation methods to clearance analysis involves generating the steady state solution branch, as in standard bifurcation analysis. The model used is set up to represent whatever form of 'trim' is specified for the clearance task.

Once each solution point is found, one or more clearance criteria is evaluated at that point. The criteria may use a different form of the model, such as with controller command path omitted or with an actuator loop cut, to match the clearance requirement. Thus the versatility of continuation methods is exploited in the process: using one form of model for finding the steady state solution and one or more others for application of criteria at each solution (this is referred to as the 'dual-model' continuation framework). Note that the criteria are implemented as in a conventional baseline clearance process, so there is no conservatism involved. The "bifurcation diagrams" generated during the analysis may adopt line-type definitions corresponding to the outcome of a clearance criterion.

A detailed description of the analysis cycle is given in ref. [10, 13, 17, 26, 27]. In principle, the process is as follows: first, for each FC, evaluate each clearance criterion along the required trim points across the specified α range for the nominal model (no uncertainties applied). This involves a continuation run, with an appropriate pilot input as continuation parameter; it shows α 's where the nominal system violates the criteria, or values where it comes closest to doing so. These points may be referred to as nominal critical points and suggest where the system should be studied further (it is this logic that provides the majority of time saving relative to the conventional gridded approach¹).

The next step is to evaluate each criterion in the neighborhoods of each critical nominal point, with uncertainties applied. The continuation method is now run at each such point, with α fixed, and the uncertainty parameters used as continuation parameter, one at a time. In the first iteration, the remaining uncertainties are fixed at their nominal value. Each of these non-linear sensitivity bifurcation diagrams indicates the change in clearance criterion as the variable uncertainty ranges from its minimum to maximum value; it reveals the value of this uncertainty that gives the worst case (biggest degradation in criterion measure) while the others are fixed at their nominal value. We repeat this step of varying one uncertainty at a time but now the others take on their

¹Violation of a criterion with uncertainties applied at an α far from the nominal critical points is not likely unless there is a discontinuity in the system – e.g. a non-smooth mode change - that occurs when uncertainties are applied but not in the nominal case. Such situations can be missed also in the conventional gridding method.

worst-case value from the first iteration. This approach allows the worst-case value of each uncertainty to lie anywhere between its minimum and maximum values, but we follow the conventional clearance process and choose either the minimum or the maximum value. Iterations continue until there is no change relative to the previous iteration.

This yields the worst-case combination of uncertainties for that specific solution point for the criterion under consideration. Furthermore, since it gives a quantitative change in criterion measure for each uncertainty, it is possible to invoke the reduction factors for aerodynamic uncertainties. This allows the choice of all the uncertainties to be compared with a selection of a subset of the uncertainties – something that the conventional baseline method does not do.

Finally, a continuation run with the pilot input as continuation parameter is conducted again but this time using the worst-case combination of uncertainties. This identifies the α at which the system violates the criterion under worst-case conditions. It is only strictly applicable in the local neighborhood of the nominal critical point because the worst-case combination was determined at that specific α . This is repeated in the region of each nominal critical point for each criterion at each flight condition, giving the desired cleared and uncleared α regions.

Generally speaking, bifurcation analysis is the study of the global behavior of nonlinear systems in an (n+m) dimensional space where n is the number of state variables and m is the number of control variables in the system.



Fig. 1. Different equilibrium structures: a) Fold; b) Cusp, c) Butterfly

The bifurcation surfaces are the projection of the equilibrium surfaces (n) onto the control space (m). A bifurcation surface divides regions in the control space where different numbers of equilibrium states are possible. As examples, Fig. 1 show scenarios of bifurcation structures with one state variable and a one or two control variable space corresponding to Fold, Cusp and Butterfly, respectively. As controls vary in such a way as to cross the bifurcation surface, catastrophes in the form of sudden "jumps" between equilibrium solutions occur. The solution is said to bifurcate to a new equilibrium branch in state

space. The bifurcation surface marks the boundary between the stable and unstable equilibrium solutions. Hysteresis effects may be prevalent where bifurcations occur. The above facts raise the possibility that control recovery actions, which are effective in stable and/or linear regions of the equilibrium state space, may be ineffective or actually counterproductive, once a bifurcation has occurred.

2.2. The mathematical model of aircraft and control system dynamics

Non-linear equations of aircraft motion and the kinematic relations will be expressed by using moving co-ordinate systems, the common origin of which is located at the aircraft center of mass (Fig. 2). In our approach we include mechanical model of control system. As example could be kinematic scheme of longitudinal control system of the fighter aircraft (Fig. 3).



Fig. 2. System of co-ordinates attached to the aircraft

The formalism of analytical mechanics allows to present dynamic equations of motion of mechanical systems in quasi-coordinates, giving incredibly interesting and comfortable tool for construction of equation of motion of aircraft. An example can be Boltzman-Hamel equations, which are generalization of Lagrange equations of the second kind for quasi-coordinates. Boltzmann-Hamel equations have the following form [22]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \omega_{\sigma}} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_{\sigma}} + \sum_{\mu=1}^k \sum_{\lambda=1}^k \gamma^{\mu}_{\sigma\lambda} \frac{\partial T^*}{\partial \omega_{\mu}} \omega_{\lambda} = Q^*_{\sigma}$$
(2.1)

where:



Fig. 3. The kinematic scheme of longitudinal control system [28]

 T^* – kinetic energy (function of quasi-coordinates and quasi-velocities), ω_{σ} – quasi-velocity,

 π_{σ} – quasi-coordinate,

k

- q_{λ}, q_{σ} generalized coordinates,
- Q_{σ}^* a coordinates of generalized force vector, $Q_{\sigma}^* = \sum_{\sigma=1}^k Q_{\sigma} b_{\sigma\mu}$,
 - number of degree of freedom of mechanical system,
- $\gamma^r_{\mu\alpha}$ Boltzmann symbols [22]

$$\gamma_{\mu\alpha}^{r} = \sum_{r=1}^{k} \sum_{\alpha=1}^{k} \left(\frac{\partial a_{r\sigma}}{\partial q_{\lambda}} - \frac{\partial a_{r\lambda}}{\partial q_{\sigma}} \right) b_{\sigma\mu} b_{\lambda\alpha}$$
(2.2)

and $a_{r\sigma}$, $b_{r\sigma}$ are elements of transformation matrix. Relations between quasivelocities and generalized velocities are shown in equations are following:

$$\omega_{\sigma} = \sum_{\alpha=1}^{k} a_{\sigma\alpha}(q_1, q_2, \dots, q_k) \dot{q}_{\alpha}$$
(2.3)

$$\dot{q}_{\sigma} = \sum_{m=1}^{\infty} b_{\sigma\mu}(q_1, q_2, \dots, q_k) \omega_{\mu} \qquad \sigma = 1, \dots, k$$

Eqs. (2.3) can be written in the matrix form:

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{A}_T \dot{\boldsymbol{q}} \qquad \dot{\boldsymbol{q}} = \mathbf{A}_T^{-1} \boldsymbol{\Omega} = \mathbf{B}_T \boldsymbol{\Omega}$$
(2.4)

where $\, {oldsymbol \Omega}\,$ – vector of quasi-velocities, $\, {oldsymbol q}\,$ – vector of generalized coordinates

$$\boldsymbol{\Omega} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k]^\top \qquad \boldsymbol{q} = [q_1, q_2, \dots, q_k]^\top \qquad (2.5)$$

The construction of matrix \mathbf{A}_T depends on explored issue. For example, for model of the rigid airplane with movable control surfaces the matrix \mathbf{A}_T has a following construction:

$$\mathbf{A}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_G & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$
(2.6)

where \mathbf{I} is the unit matrix, \mathbf{A}_G and \mathbf{C}_T are classical matrices of transformations of kinematics and can be found in Ref. [4]. The unit matrix \mathbf{I} has dimension: 14×14 .

In case when we consider model of aircrafts as systems containing rigid fuselage and 3 elements of longitudinal control system the vectors of quasivelocities, quasi coordinates, and generalized coordinates have the following forms:

$$\boldsymbol{\Omega} = [U, V, W, P, Q, R, \dot{\delta}_{H}, \dot{\delta}_{V}, \dot{\delta}_{A}]^{\top}$$
$$\boldsymbol{\pi}_{\Omega} = [\pi_{U}, \pi_{V}, \pi_{W}, \pi_{P}, \pi_{Q}, \pi_{R}, \delta_{H}, \delta_{V}, \delta_{A}]^{\top}$$
$$\boldsymbol{q} = [x_{s}, y_{s}, z_{s}, \Psi, \Theta, \Phi, \delta_{H}, \delta_{V}, \delta_{A}]^{\top}$$
(2.7)

Matrices \mathbf{D}_i can be determine as follows

$$\mathbf{D}_{i} = \frac{d\mathbf{a}_{i}}{d\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_{11}}{\partial q_{1}} & \cdots & \frac{\partial a_{1k}}{\partial q_{k}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial a_{k1}}{\partial q_{1}} & \cdots & \frac{\partial a_{kk}}{\partial q_{k}} \end{bmatrix}$$
(2.8)

where the vector a_i means *i*-th row of the matrix A_T .

In the matrix notation the Boltzmann symbols can be presented in the form of elements of block matrix $\Gamma_{(k \times (k \times k))}$:

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}^{1} \\ \boldsymbol{\Gamma}^{2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Gamma}^{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{T}^{\top} (\boldsymbol{D}_{1} - \boldsymbol{D}_{1}^{\top}) \boldsymbol{B}_{T} \\ \boldsymbol{B}_{T}^{\top} (\boldsymbol{D}_{2} - \boldsymbol{D}_{2}^{\top}) \boldsymbol{B}_{T} \\ \vdots \\ \boldsymbol{B}_{T}^{\top} (\boldsymbol{D}_{k} - \boldsymbol{D}_{k}^{\top}) \boldsymbol{B}_{T} \end{bmatrix}$$
(2.9)

where $\mathbf{B}_T = \mathbf{A}_T^{-1}$. At last the matrix Γ can be presented in the short matrix form:

$$\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\mathsf{B}}_T^\top (\boldsymbol{\mathsf{D}} - \boldsymbol{\mathsf{D}}^\top) \boldsymbol{\mathsf{B}}_T$$
(2.10)

Finally, Boltzmann-Hamel equations written in the matrix form can be presented as follows:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \boldsymbol{\Omega}} \right) + (\boldsymbol{\Gamma}^\top \boldsymbol{\Omega}) \frac{\partial T^*}{\partial \boldsymbol{\Omega}} - \boldsymbol{B}_T^\top \frac{\partial T^*}{\partial \boldsymbol{q}} = \boldsymbol{Q} - \boldsymbol{B}^\top \frac{U_e}{\partial \boldsymbol{q}}$$
(2.11)

Eq. (2.12) are very comfortable to use in procedures of automatic formulation of equation of motion. In the case when we considered dynamics of aircraft with movable control surfaces, and control system elements, vector of quasivelocities is given by Eqs. (2.8). In that case total kinetic energy of the whole system is the sum of the kinetic energy of the rigid fuselage and movable control surfaces, and control elements

$$T^* = T_s^* + T_H^* + T_V^* + T_A^*$$
(2.12)

According to the general theorem, the kinetic energy of airframe can be calculated as follows:

$$T_s^* = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}_k^{\top} \mathbf{J}_A \boldsymbol{\Omega}_k$$
(2.13)

The kinetic energy rudder and elements of longitudinal control system can be calculated from the following formula:

$$T_{j}^{*} = \frac{1}{2}m_{j}[\boldsymbol{V} + \boldsymbol{\Omega}_{k} \times (\boldsymbol{R}_{j} + \boldsymbol{x}_{j}) + (\boldsymbol{\Omega}_{k} + \dot{\boldsymbol{\delta}}_{j}) \times \boldsymbol{R}_{j}]^{2} + \frac{1}{2}m_{j}\dot{\boldsymbol{x}}_{j}^{2} + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\Omega}_{k} + \dot{\boldsymbol{\delta}}_{j})^{\top}\boldsymbol{J}_{j}(\boldsymbol{\Omega}_{k} + \dot{\boldsymbol{\delta}}_{j})$$

$$(2.14)$$

where: \mathbf{R}_j – vector connecting centre of gravity of aircraft with axis of rotation (or centre of gravity) of a rudder or *j*-th element of longitudinal control system; \mathbf{x}_j – vector of translation of *j*-th element of control system, \mathbf{J}_j – moment of inertia of rudder or *j*-th element of rotating element of longitudinal control system, $\dot{\mathbf{\delta}}_j$ – vector relative angular velocity that rudder or rotating element of longitudinal control system, m_j – mass of *j*-th element.

After making conversions, relation for kinetic energy can be presented in the form:

$$T^* = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}^\top \mathbf{E} \boldsymbol{\Omega} \tag{2.15}$$

The matrix \mathbf{E} depends on the mass distribution of airframe and control surfaces, and has the form:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & -\mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2^{(E)} \\ \mathbf{S} & \mathbf{J}_A & \mathbf{N}^{(E)} \\ \left(\mathbf{S}_2^{(E)}\right)^\top & \left(\mathbf{N}^{(E)}\right)^\top & \mathbf{I}_S^{(E)} \end{bmatrix}$$
(2.16)

After making differentiation and conversions we obtain a set of equations describing motion of aircraft with movable control surfaces:

$$\mathbf{E}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + (\boldsymbol{\Gamma}^{\top}\boldsymbol{\Omega})\mathbf{E}\boldsymbol{\Omega} - \mathbf{B}^{\top}\boldsymbol{\Omega}^{\top}\frac{d\mathbf{E}}{d\boldsymbol{q}}\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{Q} - \mathbf{B}^{\top}\frac{d\boldsymbol{U}_{e}}{d\boldsymbol{q}}$$
(2.17)

Eq. (2.17) with kinematic relations make non-linear set of ordinary differential equations of first kind describing the motion of aircraft with movable control surfaces. These equations are written in the form allowing to create procedures meant for their automatic formulation, (e.g., by means of such well known commercial software as Mathematica® or Mathcad®). The vector \boldsymbol{Q} is the sum of aerodynamic loads and another nonpotential forces and moments acting on the aircraft.

2.3. Non-potential loads (vector Q)

2.3.1. Modelling of aerodynamic loads

The adequacy of mathematical modelling of aircraft dynamics is strictly dependent on the adequacy of the aerodynamic model. There is nontrivial problem due to the very complicated nature of the separated and vortex flow in unsteady regime. Precise describing of aerodynamic forces and moments found in equations of motion is fundamental source of difficulties. In each phase of flight dynamics and aerodynamics influence each other, which disturbs the precise mathematical description of those processes. The requirements for method on aerodynamic load calculations stem both from flow environment and from algorithms used in analysis of aircraft flight dynamics. The airframe model consists of the fuselage, horizontal tail, vertical tail, and wings. The fuselage model is based on wind tunnel test data. The horizontal tail and vertical tail were modelled as aerodynamic lifting surfaces with lift and drag coefficients computed from data tables as functions of angle of attack α and slip angle β . To define aerodynamic loads in the nonlinear region of aerodynamic characteristics we attempted the modified strip theory. The modification of the strip, is presented below. We made the following assumptions:

- In given wing cross section resultant aerodynamic force, and aerodynamic moment depend on a local angle of attack.
- The flowfield is disturbed by vector of speed resulting from aircraft rotation (angular rates P, Q, R).
- It is included the mutual relation between neighboring strips (by adding the speed induced by flowing down vortex.)
- It is included vortex structures dynamics, and vortex break-down.

• There are included unsteady effect (aerodynamic hysteresis), and stall phenomenon (ONERA deep stall model [19, 25]).

The algorithm of calculations allows defining loads of wings of any shape. In case of modern fighter aircraft, with strongly coupled aerodynamic configuration, it was assumed that lifting fuselage is modeled by the centre wing section. The modified strip theory allows in relatively easy way to consider a phenomenon of asymmetrical vortex break-down (see ref. [25]). Wings are divided into a number of elements (strips). For each strip we calculate a local angle of attack and a airspeed. Then, from airfoil data we find lift, drag and pitching moment coefficients.. Resulting aerodynamic force and moment, is calculated as sum of forces and moments on acting on each strip.. For purpose of numerical analysis, functions $C_L(\alpha)$ and $C_D(\alpha)$ were approximated with trigonometric polynomials:

$$C_L(\alpha) = \sum_{k=0}^{n} [a_k \cos(k\alpha) + b_k \sin(k\alpha)]$$

$$C_D(\alpha) = \sum_{k=0}^{n} [c_k \cos(k\alpha) + d_k \sin(k\alpha)]$$
(2.18)

where coefficients a_k , b_k , c_k , and d_k were calculated from Runge's scheme. Values of these coefficients are shown in work [20].

The angle of attack of α of elementary strip of a wing depends on: the aircraft angle of attack, angle of attack induced by horseshoe vortex and angle of attack induced by airspeed generated by pitch, roll, and yaw angular rates (see Fig. 4 and Fig. 5).

The induced angle of attack can be calculated from the relation:

$$\alpha_i = \arctan \frac{V_i}{V_0} \tag{2.19}$$

The induced speed can be calculated from Biot-Savart's law (Fig. 6):

$$\vec{V}_i(y) = \frac{\Delta y}{8\pi b} \sum_{k=1}^n [C_{zk} c_k (\vec{A}_{12_k} + \vec{A}_{23_k} + \vec{A}_{34_k} + \vec{A}_{41_k})]$$
(2.20)

where:

$$\vec{A}_{12} = \frac{\vec{r}_{1k} \times \vec{r}_{2k}}{|\vec{r}_{1k} \times \vec{r}_{2k}|^2} \Big[\vec{r}_{12} \Big(\frac{\vec{r}_{1k}}{r_{1k}} - \frac{\vec{r}_{2k}}{r_{2k}} \Big) \Big]$$
(2.21)

 r_1 and r_2 – correspondingly, a distance from left and right bound vortex from point A (in which induced speed is calculated).



Fig. 4. Distribution of velocities along the wingspan [28]



Fig. 5. Distribution of velocities and collocation points along the wingspan, circulation points [28]

Distribution of circulation along wing span can also be calculated with engineer methods (for example, classic Multhopp's method) or evaluated with help of known (for example from examining a plane in aerodynamic tunnel) distribution of pressures along wing span. On the basis of known distribution



Fig. 6. Allocation of points collocation with strips [28]

of circulation we can define distribution of induced angles of attack along wing span (and therefore for each wing's section).

2.3.2. Modeling of free-play

Due to manufacturing tolerances or loosened mechanical linkages, the connection between a control surface and a servoactuator may have some nonlinearities. For analysis purpose, the nonlinearities can be represented by a nonlinear hinge spring.

The elements of $\{f\}$ in Eq. (2.22) are zero except for the element representing force exerted by the nonlinear hinge spring of a control surface. This element can be represented by free-play or bilinear nonlinearity. Fig. 7 shows a bilinear spring. The bilinear spring can be expressed as:

$$f(\theta) = \begin{cases} K_{\theta}[\theta - (1 - a)\delta] & \text{for } \theta > \delta \\ aK_{\theta}\theta & \text{for } -\delta < \theta < \delta \\ K_{\theta}[\theta + (1 - a)\delta] & \text{for } \theta < -\delta \end{cases}$$
(2.22)

where θ and δ are a rudder rotation angle and free-play, respectively. When the stiffness ratio a is zero, Eq. (2.22) represents a nonlinear spring with freeplay.



Fig. 7. Free-play and bilinear spring

For frequency-domain analysis, we need to obtain the equivalent spring from the bilinear spring in Eq. (2.23). The main idea of the describing function method is to calculate the equivalent spring under the assumption of a harmonic motion. If the motion of the flap angle θ is harmonic, we can write this as:

$$\theta = A\sin(\omega t) \tag{2.23}$$

where A and ω are the amplitude and frequency of harmonic motion, respectively. Considering only the fundamental component, the restoring force can be written as:

$$f(\theta) = K_{eq}\theta \tag{2.24}$$

Figure 8 shows the relationship between the LCO amplitude of a rudder responses and the equivalent stiffness

$$K_{eq} = \begin{cases} aK_{\theta} & \text{for } A \leq \delta \\ \frac{K_{\theta}}{\pi} \pi - 2(1-a)\sin^{-1}\frac{\delta}{A} - (1-a)\sin\left(2\sin^{-1}\frac{\delta}{A}\right) & \text{for } A \geq \delta \\ (2.25) \end{cases}$$

As shown in Fig. 8, the equivalent stiffness of a nonlinear spring decreases considerably compared with that of a linear spring and the equivalent stiffness increases as the LCO amplitude increases. The equivalent stiffness of a bilinear spring is larger than that of free-play and the characteristics of a bilinear spring are predicted to be better than those of free-play.

Figs. 9 and 10 show the time history and phase plot for the rudder tip. It is shown that two different types of LCO occur. One is LCO 1 with low frequency



Fig. 8. Equivalent stiffness of nonlinear spring



Fig. 9. Example of simulation of rudder motion $(\theta/\delta = 1.5)$

(19.7 Hz) and the other is LCO 2 with high frequency (61.2 Hz). Due to the difference of the utter mode, the tip amplitude of LCO 1 is larger than that of LCO 2 whereas the flap amplitudes of LCO 1 and LCO 2 are almost the same. These LCO types are dependent on an initial flap amplitude.

Figures 11, 12, 13, 14, and 15 show response of the representative mass of aircraft longitudinal control system (Fig. 3). Parameter x_1 denote undimensional longitudinal displacement of mass m defined as: $x_1 = k_2 x/(\mu_0 mg)$, where: x means displacement of mass m, k_2 is stiffness of control system (as shown



Fig. 10. Example of simulation of rudder motion $(\theta/\delta = 1.0)$



Fig. 11. Phase portraits and Poincaré maps of multi-periodic motion. Naminal stiffness of system $k_1 + k_2 = 140 \,\text{MN/m}$

in Fig. 3), μ_0 is coefficient of static friction, g is gravitational acceleration. Parameter x_2 is time derivative of x_1 :

$$x_2 = \frac{dx_1}{d\tau} = \frac{k_2}{\mu_0 mg} \frac{dx}{d(\omega t)} = \frac{k_2}{\mu_0 mg\omega} \frac{dx}{dt}$$

where $\omega = \sqrt{(k_1 + k_2)/m}$. We define the driving space defined by the maximum static friction force of aircraft longitudinal control system, and we have found the domains, in which chaotic behaviors of control system is possible.



Fig. 12. Phase portraits and Poincaré maps of quasi-periodic motion. Stiffness of system $k_1+k_2=14\,{\rm MN/m}$



Fig. 13. Phase portraits and Poincaré maps of chaotic motion. Stiffness of system $k_1+k_2=14\,{\rm kN/m}$



Fig. 14. Lyapunov multipliers for situation shown in Fig. 13. Chaotic motion



Fig. 15. Bifurcation diagram. Stiffness of system 14 kN/m

The time period for the simulation was 2400 seconds. During computations, one half of the time period corresponds to the time interval, where transitional processes are damped. We assume 3 different stiffness of control system: nominal (k = 140 MN/m), 100 times lower (k = 1.4 MN/m), and 10000 times lower (k = 14 kN/m). In the case of nominal stiffness (Fig. 11) multi-periodic oscillation of control system occurred. When the stiffness is 100 times lowering, quasi periodic motion occurred (Fig. 12). Fig. 13 shows chaotic oscillations in longitudinal control system, that occurred in the case of very low stiffness of control system (k = 14 kN/m). The chaotic nature of oscillations in the 3rd case of stiffness was confirmed by calculation of Lyapunow multipliers (Fig. 14). The bifurcation diagram for chaotic oscillations is shown in Fig. 15.

2.3.3. Modeling of unilateral contact conditions with application to aircraft control system involving backlash and friction

Joints impose constraints on the relative motion of the various bodies of the system. Most joints used for practical applications can be modeled in terms of the so called lower pairs [4, 23]: the revolute, prismatic, screw, cylindrical, planar and spherical joints. If two bodies are rigidly connected to one another, their six relative motions, three displacements and three rotations, must vanish at the connection point. If one of the lower pair joints connects the two bodies, one or more relative motions will be allowed. For instance, the revolute joint allows the relative rotation of two bodies about a specific body attached axis while the other five relative motions remain constrained. The constraint equations associated with this joint are presented above.

Consider two bodies denoted with superscripts $(\cdot)^k$ and $(\cdot)^l$, respectively, linked together by a revolute joint, as depicted in Fig. 16. In the reference configuration, the revolute joint is defined by coincident triads $S_0^k = S_0^l$, defined by three unit vectors $e_{10}^k = e_{10}^l$, $e_{20}^k = e_{20}^l$, and $e_{30}^k = e_{30}^l$. In the deformed configuration, the orientations of the two bodies are defined by two triads, S^k (with unit vectors e_1^k , e_2^k , and e_3^k), and S^l (with unit vectors e_1^l , e_2^l , and e_3^l). The kinematic constraints associated with a revolute joint imply the vanishing of the relative displacement of the two bodies while the triads S^k and S^l are allowed to rotate with respect to each other in such a way that $e_3^k = e_3^l$. This condition implies the orthogonality of e_3^k to both e_1^l and e_2^l . These two kinematic constraints can be written as:

$$C_1 = (\boldsymbol{e}_3^k)^\top \boldsymbol{e}_1^l = 0 \qquad C_2 = (\boldsymbol{e}_3^k)^\top \boldsymbol{e}_2^l = 0 \qquad (2.26)$$

In the deformed configuration, the origin of the triads is still coincident. This constraint can be enforced within the framework of finite element formulations by Boolean identification of the corresponding degrees of freedom.

The relative rotation 4 between the two bodies is defined by adding a third constraint

$$C_3 = [(\boldsymbol{e}_1^k)^\top \boldsymbol{e}_1^l] \sin \phi + [(\boldsymbol{e}_1^k)^\top \boldsymbol{e}_2^l] \cos \phi = 0$$
 (2.27)

The three constraints defined by Eqs. $(2.26)_1$ to (2.27) are nonlinear, holonomic constraints that are enforced by the addition of constraint potentials $\lambda_i C_i$, where λ_i are the Lagrange multipliers. Details of the formulation of the constraint forces and their discretization can be found in Refs. [20, 21].



Fig. 16. Revolute joint in the reference and deformed configurations [4]

A revolute joint with backlash is depicted in Fig. 10a. The backlash condition will ensure that the relative rotation ϕ , defined by Eq. (2.27), is less than the angle ϕ_1 , and greater than the angle ϕ_2 at all times during the simulation: i.e. $\phi_1 \ge \phi \ge \phi_2$, ϕ_1 and ϕ_2 define the angular locations of the stops. When the upper limit is reached, $\phi = \phi_1$, a unilateral contact condition is activated. The physical contact takes place at a distance R_1 , from the rotation axis of the revolute joint. The relative distance q_1 between the contacting components of the joint writes

$$q_1 = R_1(\phi_1 - \phi) \tag{2.28}$$

When the lower limit is reached, $\phi = \phi_2$, a unilateral contact condition is similarly activated. The relative distance q_2 then becomes

$$q_2 = R_2(\phi_2 - \phi) \tag{2.29}$$

where R_2 is the distance from the axis of rotation of the revolute joint.

If the stops are assumed to be perfectly rigid, the unilateral contact condition is expressed by the inequality q > 0, where the relative distance q is given by Eq. (2.28) or (2.29). This inequality constraint can be transformed into an equality constraint $q - r^2 = 0$ through the addition of a slack variable r. Hence, the unilateral contact condition is enforced as a nonlinear holonomic constraint

$$C = q - r^2 = 0 (2.30)$$

This constraint is enforced via the Lagrange multiplier technique. The corresponding forces of constraint are

$$\delta C \lambda = \begin{bmatrix} \delta q \\ \delta r \end{bmatrix}^{\top} \begin{bmatrix} \lambda \\ -\lambda 2r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta q \\ \delta r \end{bmatrix} \mathbf{F}^C$$
(2.31)

where λ is the Lagrange multiplier. To obtain unconditionally stable time integration schemes [4] for systems with contacts, these forces of constraint must be discretized so that the work they perform vanishes exactly. The following discretization is adopted here

$$\boldsymbol{F}_{m}^{c} = \begin{bmatrix} s\lambda_{m} \\ -s\lambda_{m}2r_{m} \end{bmatrix}$$
(2.32)

where s is a scaling factor for the Lagrange multiplier, λ_m the unknown midpoint value of this multiplier, and $r_m = (r_f + r_i)/2$. The subscripts $(\cdot)_f$ and $(\cdot)_i$ are used to indicate the value of a quantity at the initial time t_i , and final time t_f of a time step of size Δt , respectively. The work done by these discretized forces of constraint is easily computed as $W^c = (C_t - C_i)\lambda_m$.



Fig. 17. a) A revolute joint with backlash. The magnitude of the relative rotation ϕ is limited by the stops; b) a revolute joint with friction (cf. [4])

Enforcement of the condition $C_f = C_i = 0$ then guarantees the vanishing of the work done by the constraint forces. The Lagrange multiplier λ_m is readily identified as the contact force.

For practical implementations, the introduction of the slack variable is not necessary. If at the end of the time step $q_f \ge 0$, the unconstrained solution is accepted and the simulation proceeds with the next time step. On the other hand, if $q_f < 0$ at the end of the time step, the step is repeated with the additional constraint $q_f = q_i$ and the Lagrange multiplier associated with this constraint directly represents the contact force.

In general, the stops will present local deformations in a small region near the contact point. In this case the stops are allowed to approach each other closer than what would be allowed for rigid stops. This quantity is defined as the approach and is denoted a; following the convention used in the literature [9], a > 0 when penetration occurs. For the same situation, q < 0, see Eqs. (2.30) and (2.31). When no penetration occurs, a = 0, by definition, and q > 0. Combining the two situations leads to the contact condition $q + a \ge 0$, which implies q = -a when penetration occurs. Here again, this inequality condition is transformed into an equality condition $C = q + a - r^2 = 0$ by the addition of a slack variable r. When the revolute joint hits a deformable stop, the contact forces must be computed according to a suitable phenomenological law relating the magnitude of the approach to the force of contact [4]. In a generic sense, the forces of contact can be separated into elastic and dissipative components. As suggested in ref. [24], a suitable expression for these forces is

$$F^{contact} = F^{elas} + F^{diss} = \frac{dV}{da} + \frac{dV}{da}f^{d}(\dot{a}) = \frac{dV}{da}[1 + f^{d}(\dot{a})]$$
(2.33)

where V is the potential of the elastic forces of contact, and $f_d(\dot{a})$ accounts for energy dissipation during contact. In principle, any potential associated with the elastic forces can be used; for example, a quadratic potential corresponds to a linear force-approach relationship, or the potential corresponding to the Hertz problem. The particular form of the dissipative force given in Eq. (2.34) allows to define a damping term that can be derived from the sole knowledge of a scalar restitution coefficient, which is usually determined experimentally or it is readily available in the literature for a wide range of materials and shapes.

When sliding takes place, Coulomb's law states that the friction force F^f is proportional to the magnitude of the normal contact force F^n

$$\boldsymbol{F}^{f} = -\mu_{k}(V_{r})\boldsymbol{F}^{n}\frac{V_{r}}{|V_{r}|}$$
(2.34)

where $\mu_k(V_r)$ is the coefficient of dynamic friction and $|V_r|$ the magnitude of the relative velocity tangent to the plane V_r . If the relative velocity vanishes, sticking may take place if the following inequality is met

$$|\boldsymbol{F}^f| \leqslant \mu_s F^n \tag{2.35}$$

where μ_s is the coefficient of static friction. A revolute joint with friction is shown in Fig. 17. In this case, the relative velocity V_r is given by $V_r = \rho \dot{\phi}$, where ρ is the radius of the inner and outer races and $\dot{\phi}$ the relative rotation. When the races stick together, the relative velocity $\dot{\phi}$ vanishes, resulting in the following linear non-holonomic constraint

$$\dot{\phi} = 0 \tag{2.36}$$

Application of Coulomb's law involves discrete transitions from sticking to sliding and vice-versa, as dictated by the magnitude of the friction force and the vanishing of the relative velocity, Eqs. (2.33) and (2.34), respectively. These discrete transitions can cause numerical difficulties, and numerous authors have advocated the use of a continuous friction law [4], typically written as

$$\mathbf{F}^{f} = -\mu_{k}(V_{r})\mathbf{F}^{n}\frac{V_{r}}{|V_{r}|}\left(1 - e^{|V_{r}|/v_{0}}\right)$$
(2.37)

where v_0 is a characteristic velocity usually chosen to be small compared to the maximum relative velocity encountered during the simulation. $[1 - \exp(|V_r|/v_0)]$ is a "regularizing factor" that smoothes out the friction force discontinuity. The continuous friction law describes both sliding and sticking behavior, i.e. it replaces both Eqs. (2.34) and (2.35). Sticking is replaced by "creeping" of the inner race with respect to outer race at small relative velocity. Various forms of the regularizing factor have appeared in the literature.
However, the use of a continuous friction law presents a number of shortcomings [24]:

- it alters the physical behavior of the system and can lead to the loss of important information such as large variations in frictional forces;
- it negatively impacts the computational process;
- it does not appear to be able to deal with systems with different values of the static and kinetic coefficients of friction. Consequently, friction effects will be modeled in this work through a combination of Coulomb's friction law and the enforcement of the sticking constraint.

In practice, it is not convenient to determine the exact instant when the relative velocity vanishes: i.e. when $V_r = 0$. Rather, the sticking constraint, Eq. (2.37), is enforced when $V_r < v_0$, where v_0 is an appropriately selected characteristic relative velocity.

3. Bifurcation analysis of aircraft dynamics

A wide collection of useful numerical algorithms for the exploration of ordinary differential equations has been made available through the public domain software XPPAUT² [7]. With its graphical interface to the popular continuation and bifurcation software AUTO, XPPAUT combines the advantages of two worlds: A set of ordinary differential equation can be integrated with the phase plane explorer XPP until a steady-state has been reached; once balanced, the system equations can then be passed to AUTO97³ for continuation and bifurcation analysis [6].

In our work we concerned with static bifurcations, i.e. bifurcations associated with changes in the equilibrium point structure. There is a fundamental difference between bifurcation analysis of dynamical systems and control systems. As seen above, the behavioral aspects at the bifurcation points of control systems involve issues of system controllability, observability, et cetera, which are nonexistent for dynamical system bifurcation analysis. In addition to the limiting points that arise from static bifurcation points, we are also interested in limitations due to loss of stability and functional actuator limits. The bifurcation analysis is the same for the open and closed loop cases. However, the

²XPPAUT is a WINDOWS® version of well known AUTO software available at internet address: http://www.math.pitt.edu/ bard/xpp/xppwin.html

³AUTO97 is very powerful public domain software available at the address: http://indy.cs.concordia.ca/auto/

analysis of stability, and the characteristics of the system at the bifurcation points are different for the two cases. The equilibrium equations are simpler for the open loop system. Once we have obtained the bifurcation curves for the open loop system, the closed loop bifurcation curves can be obtained using the control law.

A failure via a stuck actuator alters the structure of the control system. The stuck control surfaces not only ceases to be a viable input, but also acts as a persistent disturbance on the system. The reconfigured controller is designed as a regulator with disturbance rejection properties. The nonlinear regulator problem is to determine a feedback control law that guarantees asymptotic stability of the closed loop system and ensures that the regulated variables specified by equation have the prescribed steady state value. The control law requires information about both the states and the disturbance, i.e., the stuck actuator position. This information can be obtained through measurements of an observer. The observer dynamics and design are not relevant to the bifurcation analysis. We reduce the number of control inputs of the nominal system to one by setting $\delta_{el} = \delta_{er}$, in order to satisfy the conditions for designing regulators With conditions for straight and level flight. Also by substituting Q = 0results in the right side of the three state equations $\dot{U} = 0$, $\dot{W} = 0$, $\dot{Q} = 0$ being exactly zero, satisfying equilibrium condition for these equations. Dropping these three equations simplifies the analysis by allowing larger increments in the bifurcation parameter values.

For the nominal system, we carry out the bifurcation analysis with the velocity V as the bifurcation parameter. For each of the actuator failures, namely, a stuck elevator, we carry out two kinds of bifurcation analysis. First, for each kind of failure, we consider the control surface to be stuck at it's trim value, and treat the velocity as the parameter. Second, we hold the velocity fixed at the nominal value of 110 m/s and vary the stuck position of the failed actuator. The bifurcation curves with velocity as the parameter for the nominal and the reconfigured systems for each kind of failure are shown in Fig. 18. The curves shown are with respect to the elevator surface deflection. The same information can be obtained with the bifurcation curves plotted with respect to the other states. These curves are qualitatively similar although they can differ somewhat in shape.

The black plot corresponds to the nominal system. Three bifurcation points, LA (130.7 m/s), LB (132.6 m/s) and LC (127 m/s) can be identified on the equilibrium surface. At these three points both the open and closed loop systems are unstable. The linearized system at these points has transmission zeros at the origin, is uncontrollable and has dependent inputs. The open



Fig. 18. Bifurcation curves of the nominal and reconfigured systems with single actuator failures and velocity as the parameter

loop system is unstable at all values of the velocity parameter. The closed loop is designed to be stable at LO $(351 \,\mathrm{m/s})$. However, at velocities lower than $279 \,\mathrm{m/s}$ corresponding to the equilibrium point LI the closed loop system becomes unstable. We can also identify actuator limits on the equilibrium surface. The point E2 (127.7 m/s) corresponds to the elevator upper limit. Analysis for straight and level flight with a stuck rudder at trim respectively result in the same equilibrium surface. The reconfigured systems for the elevator failure have different stability boundaries, closed loop system is unstable for speeds lower than S3 (132.4 m/s) and S4 (197 m/s) with the appropriate regulators. The linearization at the bifurcation points LA, LB, and LC, for the reconfigured control systems for elevator failures have dependent inputs, are uncontrollable, unobservable and have two transmission zeros at the origin. The reconfigured system with a stuck elevator results in a qualitatively different equilibrium surface shown in grey in the Fig. 18. It has only one bifurcation point identified as B1 (138.5 m/s) at which the linearized system is unstable and is uncontrollable, unobservable, has dependent inputs and one transmission zero at the origin. The reconfigured system becomes unstable at velocities lower than $214 \,\mathrm{m/s}$ marked by S1. The upper elevator limits are marked on the surface at A1 (172.7 m/s) and R1 (138.5 m/s), respectively.

The bifurcation curves for the reconfigured elevator failure, aileron failure and rudder failure are shown in Figs. 19 and 20. The reconfigured system for the stuck left elevator first encounters the aileron actuator limits. A2 (3 deg) and A3 (-7.2 deg) correspond to the allowable lower and upper elevator deflection. Next it encounters the elevator limits: R2 (-13 deg) is the lower limit and R3 (10.5 deg) is the upper limit. The elevator reaches its saturation point at E1 (-23 deg).



Fig. 19. Bifurcation curve of the system with a stuck elevator and the stuck position as the parameter



Fig. 20. Bifurcation curve of the system with actuator saturation – high α branch

The global bifurcation diagram of angles of attack a for the stabilator sweep is shown in Fig. 21. Branch 1, the branch continued from the initial starting point, has zero lateral states along its entire length. Branches 2 and 5, which all result from pitchfork bifurcations, have non-zero lateral states and each represents two branches which are symmetric with respect to the Oxz plane. The periodic branch emanating from the Hopf bifurcation on branch 1 is also shown. If we assume that the aircraft is in equilibrium at the starting point of $\alpha = 10 \text{ deg}$, then, as the stabilator deflection is increased (more negative) statically, the equilibrium point progresses along branch 1.



This would be true assuming no disturbance, such as a wind gust, is large enough to result in a jump to another stable state along another equilibrium branch or periodic branch. As the stabilator deflection reaches the value at which the Hopf bifurcation occurs, branch 1 becomes unstable. A Hopf bifurcation occurs when a complex-conjugate pair of poles crosses the imaginary axis into the right half-plane. The unstable equilibrium is an unrealizable state since the smallest disturbance will cause the state trajectory to diverge from equilibrium. Therefore, as the stabilator deflection increases past the critical value at the Hopf bifurcation point, a jump must occur to another attractor, in this case, to the limit cycle represented by periodic branch 1 at this elevator deflection. The phenomenon which causes this jump occurs during the transition from the stable equilibrium portion of branch 1 to the stable limitcycle portion of periodic branch 1. This jump actually represents the onset of wing rock, and the trigger point is the Hopf bifurcation point located on branch 1. This point occurs at $\alpha = 25 \text{ deg}$. Wing rock begins here, and we will demonstrate later on that this coincides with the complex-conjugate pair of Dutch-roll eigenvalues migrating into the right half-plane. This point will be critical to the remainder of the analysis.

The results of calculations shown in Figs. 22 and 23 are for the basic airframe, unaugmented (black line) and augmented (grey line) model. For unaugmented model we can see a mild longitudinal instability at subsonic speed. Figure 22 shows the continuation diagrams of angle of attack α vs the stabilator angle δ_H , for $\delta_A = \delta_V = 0$. Figure 23 shows the continuation diagrams of pitch angle Θ , vs the stabilator angle δ_H , for $\delta_A = \delta_V = 0$. As expected, several unstable segments lie on the branch of symmetrical equilibria due to the negative static margin of the aircraft. It is apparent that small deflections of the stabilator are required for trimming the aircraft, inasmuch as the reduced level of trim drag associated with this characteristic is one of the reasons that led to the choice of flying an unstable aircraft [1]. A second stable branch is visible in the $-\delta_H$ plot for $\alpha \leq 11.8 \text{ deg and represents}$ the steady states that are realized when, aircraft has static stability and the nose-down stabilator effectiveness is lost. In advertent excursions to this range of α are inhibited by the α/a_n limiting system of the augmented aircraft. Figure 22 shows the bifurcation diagrams of the same states as just described vs the stabilator deflection for the complete aircraft model with SCAS, in α command mode. The sideslip angle was very small in all of the continuations due to the actions of both the ARI and the yaw damper and is not reported in the figures. As a general comment we note that this mode of operation produces a rather conventional steady-state response of the aircraft stability until the longitudinal command is saturated at $\alpha = 23 \text{ deg.}$ Also, Fig. 23 shows, that for the aircraft model featuring high augmentation, the steady states present a completely different structure when the SCAS is active.



Fig. 22. Steady states of the basic aircraft model, SCAS – off model blue line, SCAS – on model grey line, $\delta_A = \delta_V = 0$: —— stable; - - - unstable; • Hopf bifurcation; pitchfork bifurcation



Fig. 23. Steady states of the basic aircraft model, SCAS – off model blue line; $\delta_A = \delta_V = 0$: —— stable; - - - unstable; • Hopf bifurcation

4. Results of simulations

The Figures 24-28 show the response of the aircraft under ruder disturbance in the case of present of free-play and friction in control system. This figures show influence of free-play and friction of aircraft dynamics. We can observed irregular response of elevator, as well as selected flight parameters.



Fig. 24. Results of simulations. Deflection of rudder – no friction and free-play in control system



Fig. 25. Results of simulations. Course of pitch angle – no friction and free-play in control system



Fig. 26. Influence of free-play on rudder dynamics. Angle of tree-play $l_z/t_{c1} = \delta = 1.5$

5. Conclusions

In many applications the hydraulic servo-actuators are superior to electrical ones, there are applications where the relative simplicity of electrical drive is preferred. Free-play effect can radically change the response of aircraft. In this work we calculated static bifurcation points for the fighter aircraft in straight and level flight, for the nominal and various reconfigured systems for single stuck actuators. The analysis was performed for a full envelope



Fig. 27. Influence of free-play on longitudinal aircraft dynamics. Angle of tree-play $l_z/t_{c1} = \delta = 1.5$



Fig. 28. Influence of free-play on longitudinal aircraft dynamics. Angle of tree-play $l_z/t_{c1} = \delta = 1.5$

nonlinear model of aircraft, allowing for large variations in the parameters. In applying the continuation method to aircraft dynamics several numerical issues were addressed. This work will aid the automation of bifurcation analysis for control systems which is ongoing work. This will help us to identify the complete maneuverability envelope associated with actuator failures and see how the post fault operating conditions differ from the operating conditions.

References

- 1. AVANZINI G., DE MATTEIS G., 1998, Bifurcation analysis of a highly augmented aircraft model, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **20**, 1
- BAJPAI G., CHANG B.C., KWATNY H.G., 2002, Design of fault-tolerant systems for actuator failures in nonlinear systems, *American Control Conference*, 5, IEEE, 3618-3623
- 3. BAUCHAU O.A., RODRIGUEZ J., 2001, Simulation of wheels in nonlinear, flexible multi-body systems, *Multibody System Dynamics*
- 4. BAUCHAU O.A., BOTTASSO C., RODRIGUEZ J., 2001, Modeling of unilateral contact conditions with application to aerospace aystems involving backlash, freeplay and friction, *Mechanics Research Communication*, **28**, 4, 571-599
- 5. CRAWFORD I.E., 1991, Introduction to bifurcation theory, *Reviews of Modern Physics*, **63**, 4
- 6. DOEDEL E., KERNEVEZ J.P., 1986, AUTO Software for Continuation and Bifurcation Problems in Ordinary Differential Equations, Caltech, Pasadena
- 7. ERMENTROUT B., 2002, Simulating, Analyzing, and Animating Dynamical Systems. A Guide to XPPAUT for Researchers and Students, SIAM, Philadelphia
- 8. FIELDING C., VARGA A., BENNANI S., SELIER M. (EDS.), 2002, Advanced techniques for clearance of flight control laws, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 283, Springer
- GOMAN M.G., KHRAMTSOVSKY A.V., 1998, Application of continuation and bifurcation methods to the design of control systems, *Phil. Trans. R. Soc.*, A 356, London, 2277-2295
- 10. GUCKENHEIMER J., HOLMES J., 1983, Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields, Springer, N.Y.
- 11. GUICHETEAU P., 1990, Bifurcation theory in flight dynamics an application to a real combat aircraft, *ICAS-90-5.10.4*, *Proceedings of 17th ICAS Congress*, Stockholm, Sweden
- HARPUR N.F., 1953, Some design considerations of hydraulic servos of the Jack type, Proc. of the Conf. on Hydraulic Servo Mechanisms. Proc. Inst. Mech. Eng., UK, p. 41
- 13. IOOS G., JOSEPH D., 1980, *Elementary Stability and Bifurcation Theory*, Springer-Verlag, New York
- 14. JAHNKE C.C., CULICK F.E.C., 1994, Application of bifurcation theory to the high-angle-of-attack dynamics of the F-14, *Journal of Aircraft*, **31**, 1, 26-34
- 15. LIEBST B., 1998, The dynamics, prediction, and control of wing rock in high-performance aircraft, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, A 356, 2257-2276

- LOWENBERG M.H., 1998, Bifurcation analysis of multiple-attractor flight dynamics, *Phil. Trans. R. Soc.*, A 356, London, 1745:2297-2319
- 17. MARSDEN J.E., MCCRACKEN M., 1976, The Hopf bifurcation and its applications, *Applied Mathematical Science*, **19**, Springer Verlag, New York
- MARUSAK A.J., PIETRUCHA J.A., SIBILSKI K.S., 2000, Prediction of aircraft critical flight regimes using continuation and bifurcation methods, AIAA Paper, AIAA-2000-0976, 38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV
- 19. NARKIEWICZ J., 1994, Rotorcraft aeromechanical and aeroelastic stability, Scientific Works of Warsaw University of Technology, Issue Mechanics, 158
- ROHACS J., 1990, Analysis of methods for modeling real flight situations, 17th Congress of ICAS, Stockholm, Sweden, ICAS Proceedings, 2046-2056
- SIBILSKI K., 2000, An agile aircraft non-linear dynamics by continuation methods and bifurcation theory, *ICAS-2000-712*, *Proceedings of 22nd ICAS Con*gress, Harrogate, UK
- 22. SIBILSKI K., 2004, Modelling and Simulation of Flying Vehicles Dynamics, MH, Warsaw
- SIBILSKI K., WROBLEWSKI W., 2006, The influence of free play and friction in longitudinal control system on the strike aircraft longitudinal aircraft dynamics, *Proceedings of thw 25th ICAS Congress*, Hamburg, Germany
- 24. THOMAS S., ET AL., 2005, Nonlinear dynamics, stability and bifurcation in aircraft: simulation and analysis tools, AIAA 2005-6428CP, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit
- 25. TRAN C.T., PETOT D., 1981, Semi-empirical model for the dynamic stall of airfoils in view of the application to the calculation of responses of a helicopter rotor blade in forward flight, *Vertica*, **5**
- 26. TROGER H., STEINDL A., 1991, Nonlinear Stability and Bifurcation Theory, Springer Verlag, New York
- 27. WIGGINS S., 1990, Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos, Springer-Verlag, New York
- WRÓBLEWSKI W., 2008, Influence of Free Play and Friction in Longitudinal Control System on Aircraft Dynamics of Flight, PhD dissertation, Air Force Institute of Technology, Warsaw, Poland,

Wpływ luzów i tarcia w układzie sterowania na dynamikę lotu samolotu

Streszczenie

Charakterystycznym dla układów sterowania w większości samolotów jest konieczność przeniesienia sygnału sterującego na duże odległości (od kilku do kilkudziesięciu metrów), gdyż zwykle kabina załogi znajduje się z przodu kadłuba samolotu, a usterzenie na końcu. Powoduje to konieczność w przypadku układu sterowania sztywnego stosowania znacznej ilości współpracujących ze sobą par kinematycznych w postaci dźwigni jednostronnych lub dwustronnych połączonych popychaczami. Dźwignie są mocowane przegubowo do wieszaków, które są przymocowane sztywno do konstrukcji płatowca i przegubowo do popychaczy. Przeważnie w przegubach znajdują się łożyska kulkowe.

Ponieważ w układach sterowania znajduje się znaczna ilość współpracujących ze sobą elementów (par kinematycznych), istotnym jest uzyskanie odpowiedzi na pytanie, czy sumaryczne luzy (powstające w wyniku naturalnego zużycia współpracujących elementów) i sumaryczne tarcie (wynikające z istnienia w układzie wielu współpracujących ze sobą par kinematycznych) są w stanie zakłócić pracę układu sterowania i wpłynąć na dynamikę lotu samolotu. Jeżeli tak, to czy powstałe zaburzenia są w stanie zagrozić bezpieczeństwu lotów. Postawione pytania są szczególnie istotne w świetle problemów związanych z utratą zasobów pracy wynikających ze starzenia się konstrukcji samolotu. W pracy przedstawiono modele matematyczne oraz wyniki analiz numerycznych dokumentujących wpływ luzów i tarcia w układzie sterowania na dynamikę lotu samolotu.

BIFURKACYJNA ANALIZA DYNAMIKI LOTU SAMOLOTU SUPERMANEWROWEGO Z WEKTOROWANIEM CIĄGU

Roman Róziecki

Politechnika Wrocławska, Instytut Inżynierii Lotniczej, Procesowej i Maszyn Energetycznych e-mail: roman.roziecki@pwr.wroc.pl

Pojęcie supermanewrowości pojawiło się wraz z samolotami myśliwskimi zdolnymi do lotu na nadkrytycznych katach natarcia i wykonującymi nietypowe figury pilotażowe. Zwrotność samolotów supermanewrowych związana jest z ich naturalną niestatecznością, co z kolei determinuje zastosowanie systemu sterowania typu *fly-by-wire* oraz wektorowania ciagu. Wiadomo, że dynamika supermanewrowego samolotu na nadkrytycznych katach natarcia jest silnie nieliniowa. Obciążenia działające na samolot, szczególnie aerodynamiczne, zmieniają się bardzo istotnie na zakresie nadkrytycznych katów natarcia. Teorie bifurkacji i układów dynamicznych są efektywnymi narzędziami analizy nieliniowej dynamiki samolotu. Stosując metodologię analizy bifurkacyjnej, można przewidywać różnorodne osobliwości dynamiki samolotu, np. "wing rock", korkociąg, niestateczność spiralną itp. oraz badać każdą z wymienionych osobliwości w punktach bifurkacji. Analiza bifurkacyjna staje się obecnie standardową procedurą w badaniach nieliniowej mechaniki lotu samolotu, a teoria układów dynamicznych dostarcza wydajnych narządzi do analizy występujących osobliwości. Dzięki zastosowaniu teorii bifurkacji oraz możliwości współczesnych komputerów, opracowano metodykę postępowania przy poszukiwaniu statecznych rozwiązań równań różniczkowych opisujących ruch samolotu w zależności od zmian parametrów bifurkacyjnych (składowych wektora sterowania). Rozprawa dowodzi, że teoria bifurkacji może być użyta do analizy nieliniowej dynamiki lotu samolotu na okołokrytycznych i nadkrytycznych katach natarcia. Analizując rezultaty badań numerycznych i komputerowych symulacji lotu, można stwierdzić, że zaproponowaną technikę postępowania charakteryzuje duży potencjał badawczy i jest ona odpowiednia do analizy zachowania się samolotu w przypadku dysponowania jedynie danymi z badań w tunelu aerodynamicznym.

1. Wprowadzenie

Termin "supermanewrowość" pojawił się w literaturze dotyczącej mechaniki lotu na początku lat osiemdziesiątych. Samolot "supermanewrowy" charakteryzuje się tym, że przez dłuższy czas (przynajmniej przez kilka sekund) może lecieć lotem sterowanym na nadkrytycznych kątach natarcia oraz manewrować z bardzo dużymi prędkościami kątowymi (rzędu radiana na sekundę). Pojawienie się samolotów takiego typu spowodowało powstanie nowych problemów związanych z ich aerodynamiką i dynamiką lotu [10].

Zalety samolotów supermanewrowych, w porównaniu z klasycznymi, przedstawia rysunek 1. Zaznaczono na nim obszary możliwych prędkości kątowych zakrętu i prędkości lotu w zależności od współczynnika przeciążenia i współczynnika maksymalnej siły nośnej. Samoloty klasyczne muszą wykonywać zakręt z prędkością kątową leżącą poniżej tzw. "naroża prędkości". Samoloty supermanewrowe mogą wykonywać zakręt ze znacznie większymi prędkościami kątowymi. Na rysunku tym zaznaczono także przewidywane parametry kinematyczne samolotu wykonującego manewr: "Kobra" oraz "Manewr Herbsta" [11]. Możliwość zmniejszenia prędkości poprzez wyjście na duże nadkrytyczne kąty natarcia umożliwia znaczne powiększenie prędkości kątowej zakrętu, co z kolei prowadzi do zmniejszenia promienia zakrętu (co w przypadku samolotów myśliwskich ma ogromne znaczenie).



Rys. 1. Współczynnik przeciążenia normalnego nw funkcji prędkości kątowej zakrętu i prędkości lotu [11]

Lot na okołokrytycznych kątach natarcia związany jest z szeregiem groźnych zjawisk dynamicznych, takich jak "wing-rock", buffeting skrzydeł i usterzenia, niestateczność spiralna itp. Poważnym zagrożeniem staje się zmniejszenie skuteczności sterów. Dlatego też pojawia się konieczność poprawienia sterowności poprzez tzw. "wektorowanie ciągu", polegające na takim zaprojektowaniu dysz wylotowych silników, by możliwe stało się odchylanie wektora ciągu silników. Odchylanie to jest włączone w układ sterowania samolotem. Samoloty supermanewrowe mają skrzydła pasmowe lub skrzydła delta. Cechą charakterystyczną takich skrzydeł jest wytwarzanie układu silnych wirów krawędziowych zwiększających siłę nośną na dużych kątach natarcia. Korzystny układ wirów na skrzydłach tego typu może przybierać różne formy niesymetryczne, pękać lub być układem niestabilnym. Asymetria układu wirowego powoduje pojawienie się problemów ze statecznością samolotu.

Ze względu na nieliniowość równań ruchu opisujących dynamikę lotu samolotów supermanewrowych oraz występowanie zjawiska histerezy współczynników aerodynamicznych, nie mogą być w tym przypadku stosowane dobrze opracowane metody badań dynamiki lotu samolotów konwencjonalnych. Dlatego też należy poszukiwać nowych metod analizy dynamiki lotu takich samolotów. Jedną z propozycji jest zastosowanie metod teorii układów dynamicznych i teorii bifurkacji. Są to wysoce wydajne narzędzia, pozwalające na globalną analizę dynamiki lotu samolotów supermanewrowych, szczególnie w zakresie granicznych stanów lotu.

Należy podkreślić, że dynamika sterowanych lotów na dużych okołokrytycznych i nadkrytycznych kątach natarcia jest stosunkowo młodą dziedziną mechaniki lotu. Na wiele istotnych pytań dotyczących stateczności i bezpieczeństwa lotu nie uzyskano dotąd zadawalających odpowiedzi.

2. Model matematyczny dynamiki lotu samolotu

Współczesne samoloty bojowe charakteryzują się zwartą konstrukcją o dużej sztywności. Na ogół sterownice tych samolotów nie są mechanicznie połączone z powierzchniami sterowymi (układ sterowania typu "fly-by-wire"). Powierzchnie sterowe są wychylane za pomocą siłowników sterowanych systemami elektronicznymi. Dlatego też, w analizie dynamiki lotu takich samolotów z wystarczającą dokładnością można przyjąć klasyczny model ciała nieodkształcalnego (tzw. model 6DOF – skrót ang. *Six Degrees of Freedom*). Model 6DOF obejmuje następujące założenia:

- 1. samolot jest nieodkształcalny i ma pionową płaszczyznę symetrii;
- początek związanego z samolotem układu współrzędnych pokrywa się z jego środkiem masy lub z innym ściśle zdefiniowanym punktem (np. leżącym na płaszczyźnie symetrii oraz 25% średniej cięciwy aerodynamicznej);

- 3. uwzględnione są momenty giroskopowe wirujących mas silników;
- sterowanie lotem odbywa się przez zmianę położenia powierzchni sterowych i zmianę wartości (lub w przypadku samolotów z tzw. wektorowaniem ciągu – wartości i kierunku) wektora ciągu;
- 5. wychylenia powierzchni sterowych oraz wektora ciągu są ograniczone, ograniczona jest również prędkość ich wychylania;
- 6. opływ samolotu jest quasi-stacjonarny (podejście takie stosowano nie tylko w pracach dotyczących analizy klasycznych zagadnień dynamiki lotu, ale także w przypadku modelowania obciążeń na głęboko nadkrytycznych kątach natarcia – można tu wymienić prace Abramowa, Gomana i Khrabowa [1], Gomana i Khrabova [6] lub Sibilskiego [24].



Rys. 2. Układ współrzędnych związany z opływem samolotu

Ruch samolotu jest opisywany za pomocą układu silnie nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych. Liczba tych równań zależy od przyjętego modelu fizycznego statku powietrznego. Dla klasycznego modelu nieodkształcalnego samolotu z ruchomymi powierzchniami sterowymi równania te można zapisać w następującej postaci [24]:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) \tag{2.1}$$

W równaniu (2.1) \boldsymbol{x} oznacza wektor stanu, \boldsymbol{u} wektor sterowania:

$$\boldsymbol{x} = [U, V, W, P, Q, R, \Psi, \Theta, \Phi, x_1, y_1, z_1]^\top$$
$$\boldsymbol{u} = [\delta_W, \delta_L, \delta_K, T, \phi_{Tz}, \phi_{Ty}]^\top$$
(2.2)

gdzie:

U, V, W	_	składowe wektora prędkości liniowej,
P,Q,R	_	składowe wektora prędkości kątowej,
$\varPsi, \varTheta, \varPhi$	—	kąty: przechylenia, pochylenia, odchylenia,
x_1, y_1, z_1	—	współrzędne środka masy w układzie współrzędnych
		związanym z Ziemią,
$\delta_W, \delta_L, \delta_K$	_	kąty wychylenia steru wysokości, lotek i steru kierunku,
T	_	wartość ciągu silnika,
ϕ_{Ty}	—	kąt odchylenia osi działania siły ciągu silnika od osi ${\it Ox}$
		w płaszczyźnie <i>Oxy</i> ,
ϕ_{Tz}	_	kąt odchylenia osi działania siły ciągu silnika od osi ${\it Ox}$

 T_z – kąt odchylenia osi działania siły ciągu silnika od osi Oxw płaszczyźnie Oxz.



Rys. 3. Siły i momenty sił działające na obiekt w locie w układzie współrzędnych związanych z obiektem

Wektor \boldsymbol{f} ma następujące składowe [24]:

$$f_{1} = -QW + RV + \frac{1}{m} [-qS(C_{xa}\cos\beta\cos\alpha + C_{ya}\sin\beta\cos\alpha - C_{za}\sin\alpha) + X_{Q}Q + X_{\delta_{W}}\delta_{W} - mg\sin\Theta + T_{X}]$$

$$f_{2} = -RU + PW + \frac{1}{m} [-qS(C_{xa}\sin\beta - C_{ya}\cos\beta) + Y_{p}P + Y_{R}R + Y_{\delta_{K}}\delta_{K} + mg\cos\Theta\sin\Phi + T_{Y}]$$

$$f_{2} = -PW + QU + \frac{1}{m} [-aS(C_{m}\cos\beta\sin\alpha + C_{m}\sin\beta\sin\alpha + C_{m}\cos\alpha) + Mg\sin\alpha + C_{m}\cos\alpha) + Mg\sin\alpha + C_{m}\cos\alpha]$$

$$f_{3} = -PW + QU + \frac{1}{m} [-aS(C_{m}\cos\beta\sin\alpha + C_{m}\sin\beta\sin\alpha + C_{m}\cos\alpha) + Mg\sin\alpha + C_{m}\cos\alpha]$$

$$f_3 = -PW + QU + \frac{1}{m} \left[-qS(C_{xa}\cos\beta\sin\alpha + C_{ya}\sin\beta\sin\alpha + C_{za}\cos\alpha) + Z_QQ + Z_{\delta_W}\delta_W + mg\cos\Theta\cos\Phi + T_Z \right]$$

$$[f_4, f_5, f_6]^{\top} = \mathbf{J}_A^{-1} (\mathbf{M}_a + \mathbf{M}_F) - \mathbf{J}_A^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -R & Q \\ R & 0 & -P \\ -Q & P & 0 \end{bmatrix} \mathbf{J}_A$$
$$[f_7, f_8, f_9]^{\top} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \Phi \operatorname{tg} \Theta & \cos \Phi \operatorname{tg} \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \sin \Phi \sec \Theta & \cos \Phi \sec \Theta \end{bmatrix} [P, Q, R]^{\top}$$
(2.4)
$$[f_{10}, f_{11}, f_{12}]^{\top} = \mathbf{A}_G^{\top} \mathbf{A}_a [V_0, 0, 0]^{\top}$$

gdzie \mathbf{J}_a jest macierzą bezwładności:

$$\mathbf{J}_A = \begin{bmatrix} J_X & 0 & -J_{XZ} \\ 0 & J_Y & 0 \\ -J_{XZ} & 0 & J_Z \end{bmatrix}$$

 M_F – wektor momentu pochodzącego od silników i efektów giroskopowych:

$$\boldsymbol{M}^{\top} = \sum_{i} \boldsymbol{M}_{i}^{\top} = \sum_{i} (\boldsymbol{r}_{i} \times \boldsymbol{T}_{i} + \boldsymbol{\mathsf{J}}_{T_{i}} \boldsymbol{\omega}_{T_{i}} \times \boldsymbol{\Omega})$$
(2.5)

oraz

 \boldsymbol{r}_i – wektor łączący środek masy samolotu z punktem przyłożenia siły ciągui-tegosilnika,

$$T_i$$
 – wektor siły ciągu *i*-tego silnika,

 J_{T_i} – biegunowy moment bezwładności silnika,

 $\boldsymbol{\omega}_{T_i}$ – wektor prędkości kątowej *i*-tego silnika,

- M_a wektor momentu aerodynamicznego.

Macierze transformacji \mathbf{A}_G i \mathbf{A}_a dane są zależnościami:

$$\mathbf{A}_G = \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3 \tag{2.6}$$

gdzie:

$$\mathbf{A}_{1} = \begin{bmatrix} \cos \Psi & \sin \Psi & 0 \\ -\sin \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & -0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}_{2} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix}$$
(2.7)
$$\mathbf{A}_{3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}_{a} = \begin{bmatrix} -\cos \beta \cos \alpha & \sin \beta \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ -\cos \beta \sin \alpha & -\sin \beta \sin \alpha & -\cos \alpha \end{bmatrix}$$

W procesie modelowania dynamiki ruchu statku powietrznego zasadniczym źródłem trudności jest precyzyjny opis sił i momentów aerodynamicznych występujących w równaniach ruchu. W każdej fazie lotu dynamika ruchu i aerodynamika wzajemnie na siebie wpływają. Stanowi to istotne utrudnienie opisu matematycznego tych procesów.

Możemy przyjąć, że dla małych liczb Macha (Ma < 0.5), przy wyznaczaniu obciążeń aerodynamicznych samolotu można przyjąć zasadę superpozycji, w myśl której siły i momenty aerodynamiczne można przedstawić w postaci [24]:

$$Q_{A} = Q_{AS}(\operatorname{Ma}, \operatorname{Re}, \alpha, \beta) + \sum_{n} Q_{A}^{\delta_{n}}(\operatorname{Ma}, \operatorname{Re}, \alpha, \beta)\delta_{n} + \sum_{i} Q_{A}^{x_{i}}(\operatorname{Ma}, \operatorname{Re}, \alpha, \beta)x_{i} + \sum_{i} \sum_{j} Q_{A}^{x_{i}x_{j}}(\operatorname{Ma}, \operatorname{Re}, \alpha, \beta)x_{i}x_{j} + \sum_{i} Q_{A}^{\dot{x}_{i}}(\operatorname{Ma}, \operatorname{Re}, \alpha, \beta)\dot{x}_{i} + \sum_{i} Q_{A}^{\dot{x}_{i}}(\operatorname{Ma}, \operatorname{Re}, \alpha, \beta)\dot{x}_{i}$$

$$(2.8)$$

gdzie: Q_A oznacza uogólnioną siłę aerodynamiczną $((\cdot)_A = P_{Xa}, P_{Ya}, P_{Za}, L_c, M_c, N_c)$, indeks $(\cdot)_{AS}$ oznacza, że wartość siły jest liczona dla warunków statycznych, $(\cdot)_A^{x_i}$ oznacza pochodną uogólnionej siły aerodynamicznej względem kolejnych składowych wektora stanu \boldsymbol{x} (np. $x_i = V, \alpha, \beta, p, q, r$); $(\cdot)_A^{x_i}$ oraz $(\cdot)_A^{x_i}$ oznaczają pochodne uogólnionej siły aerodynamicznej względem pierwszych i drugich pochodnych (względem czasu) wektora stanu.

Siła określona równaniem (2.8) przedstawia klasyczne uproszczenie stosowane w dynamice ruchu obiektów latających i zależy liniowo od kątów wychyleń powierzchni sterowych oraz nieliniowo od składowych wektora stanu i jego pochodnych. Pominięto tu wyższe pochodne siły aerodynamicznej liczone względem wychyleń powierzchni sterowych, chociaż pochodne takie istnieją.

Lot na dużych, okołokrytycznych i nadkrytycznych kątach natarcia wiąże się z szeregiem zjawisk i osobliwości takich jak: wing-rock, buffeting skrzydeł i usterzenia, niestateczność spiralna itp. Poważnym zagrożeniem bezpieczeństwa lotu jest zmniejszenie skuteczności sterów, co może doprowadzić do znaczącego obniżenia sterowności samolotu, a w konsekwencji nawet do jego katastrofy. Dlatego też rozpoznanie osobliwości dynamiki i aerodynamiki samolotu na nadkrytycznych kątach natarcia jest zadaniem niezwykle istotnym, zarówno z poznawczego, jak też z czysto praktycznego punktu widzenia. Należy przy tym podkreślić, że do zadowalającego wyznaczenia obciążeń aerodynamicznych na dużych kątach natarcia potrzebne są nie tylko badania tunelowe modeli samolotów na specjalnych wagach aerodynamicznych (tzw. "wagi obrotowe"), ale i testy wykonywane na swobodnie latających modelach samolotów (por. [1, 6]). W zakresie dużych kątów natarcia brak jest efektywnej metody obliczeń obciążeń aerodynamicznych samolotu. Nie zawsze dostępne są także wyniki badań aerodynamicznych. Dlatego też można rozszerzyć zakres użytkowania klasycznej metody pasowej na ten zakres kątów natarcia (por. [24]). Modyfikacja metody pasowej polega na tym, że wykorzystywane są nieliniowe charakterystyki profilu, uwzględniana jest także niestacjonarność opływu i zjawisko przeciągnięcia dynamicznego. Uwzględnia się także lokalną zmianę kąta natarcia profilu spowodowaną wirami generowanymi przez sąsiednie pasma. Możliwość korzystania z pełnych nieliniowych charakterystyk aerodynamicznych profilu, uwzględnienie niestacjonarności opływu (w tym histerezy współczynników aerodynamicznych) oraz możliwość zamodelowania zjawiska przeciągnięcia dynamicznego profilu czyni opisywaną metodę pożytecznym narzędziem w procesie tworzenia algorytmów numerycznej symulacji granicznych stanów lotu statków powietrznych [24].

3. Klasyczna analiza dynamiki lotu samolotu

Pierwszym etapem analizy stateczności układu mechanicznego jest ustalenie, co rozumie się pod pojęciem stateczności, istnieje bowiem wiele definicji stateczności ruchu i związanych z nimi metod jej badania.

W przypadku ruchu układów mechanicznych najczęściej stateczność rozumiana jest w sensie Lapunowa. Jeżeli ruch układu samolotu jest określony przez układ równań różniczkowych zwyczajnych w postaci:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = f(\boldsymbol{x}, t) \tag{3.1}$$

wówczas należy ustalić, jaki ruch (rozwiązanie układu równań) będzie badany. Załóżmy więc, że istnieje rozwiązanie $\boldsymbol{\xi}(t)$ dla $t \in \langle t_0, \infty \rangle$, którego stateczność ma być badana. Jeśli wszystkie rozwiązania $\boldsymbol{x}(t)$ układu (2.8) spełniające warunek:

$$\|\boldsymbol{x}(t_0) - \boldsymbol{\xi}(t_0)\| < \eta \tag{3.2}$$

to dla $t \in (t_0, \infty)$ spełniają warunek:

$$\|\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{\xi}(t)\| < \varepsilon \tag{3.3}$$

gdzie ε jest dowolną liczbą rzeczywistą dodatnią, to rozwiązanie $\boldsymbol{\xi}(t)$ jest stateczne w sensie Lapunowa.

W rozważanym przypadku wyrażenie (3.1) odpowiada zapisowi wektorowemu związków tworzących układ nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych opisujących ruch samolotu.

Na ogół prawe strony równania (3.1) nie są jawnymi funkcjami czasu t. Rozwijając je w szereg Taylora względem \boldsymbol{x} w otoczeniu punktu \boldsymbol{x}_0 otrzymamy:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = f(\boldsymbol{x}_0) + \mathbf{R}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{W}(\boldsymbol{x})$$
(3.4)

gdzie **R** jest macierzą postaci:

$$\mathbf{R} = [R_{ij}] = \left[\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right)_{x_0} \right]$$
(3.5)

a W(x) jest wektorem wyrazów rzędów wyższych od pierwszego.

Można wykazać [9], że przy spełnieniu przez W(x) pewnych dodatkowych warunków, o stateczności układu nieliniowego (3.1) można wnioskować na podstawie badania stateczności układu zlinearyzowanego.

Twierdzenie to ma łatwą interpretację fizyczną. Układ zlinearyzowany zazwyczaj opisuje "małe" odchylenia od stanu równowagi. Jeżeli te odchylenia będą stateczne, a wpływ wyrazów wyższego rzędu nie będzie wprowadzał wzmocnienia zaburzeń, to będą stateczne także "duże" odchylenia od stanu równowagi opisywane przez układ nieliniowy.

Twierdzenie to ma ważne znaczenie praktyczne, gdyż analiza stateczności układów liniowych jest prostsza niż analiza stateczności układów nieliniowych.

Przyjmując, że człony W(x) są małe, układ równań (3.4) można zapisać w postaci:

$$\dot{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{\mathsf{R}}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\mathsf{0}} \tag{3.6}$$

gdzie tak zwana macierz stanu \mathbf{R} dana jest zależnością (3.5).

Ogólne rozwiązanie układu równań (3.6) ma postać:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_0 \mathrm{e}^{\lambda t} \tag{3.7}$$

gdzie x_0 jest tak zwanym wektorem własnym.

Wstawiając (3.7) do (3.6) otrzymamy:

$$[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{R}]\mathbf{x} = \mathbf{0} \tag{3.8}$$

gdzie l jest macierzą jednostkową, a λ jest tak zwaną wartością własną macierzy stanu **R**.

Układ (3.8) będzie miał nietrywialne rozwiązanie gdy:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{R}| = 0 \tag{3.9}$$

Liniowy układ jednorodny postaci (3.6) ze stałą macierzą współczynników jest stateczny w sensie Lapunowa, gdy wszystkie wartości własne λ_i macierzy stanu mają niedodatnie części rzeczywiste:

$$\operatorname{Re}\lambda_i \leqslant 0 \qquad \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$(3.10)$$

a wartościom własnym o zerowych częściach rzeczywistych odpowiadają proste dzielniki elementarne.

Macierz **R** na w ogólnym przypadku wymiar $n \times n$, więc po rozwinięciu wyznacznika (3.9) otrzymamy równanie algebraiczne *n*-tego stopnia względem λ , czyli każda ze składowych wektora \boldsymbol{x} będzie zawierała w ogólnym przypadku n składników. Jeżeli wszystkie wartości λ są różne, to np. współrzędna x_i wektora stanu \boldsymbol{x} będzie równa:

$$x_i = x_{i1}e^{\lambda_1 t} + x_{i2}e^{\lambda_2 t} + \ldots + x_{in}e^{\lambda_n t} = \sum_{j=1}^n x_{ij}e^{\lambda_j t}$$
 (3.11)

Wielkości λ_j mogą być rzeczywiste lub parami zespolone. Przykładowo, jeżeli:

$$\lambda_j = \xi_j - i\eta_j$$
 oraz $\lambda_{j=1} + i\eta_{j+1}$ (3.12)

gdzie:

$$\xi_j = \xi_{j+1} = \operatorname{Re}\lambda_j = \operatorname{Re}\lambda_{j+1}$$
$$\eta_j = n_{j+1} = -\operatorname{Im}\lambda_j = \operatorname{Im}\lambda_{j+1}$$

i = $\sqrt{-1}$, to odpowiednie składniki x_i mają postać:

$$x_{ij} \mathrm{e}^{(\xi_j - \mathrm{i}\eta_j)t} = x_{ij} \mathrm{e}^{\xi_j t} (\cos \eta_j t - \mathrm{i}\sin \eta_j t)$$
(3.13)

oraz:

$$x_{ij+1} e^{(\xi_{j+1} + i\eta_{j+1})t} = x_{ij+1} e^{\xi_j \overline{t}} (\cos \eta_j t + i \sin \eta_j t)$$
(3.14)

Z teorii równań różniczkowych wynika, że jeżeli dwie funkcje są rozwiązaniami równania różniczkowego liniowego, to ich dowolna kombinacja liniowa też jest rozwiązaniem tego równania, a więc wyrażenia (3.12) i (3.13) mogą być przedstawione np. w postaci:

$$e^{\xi_j t} (a \cos \eta_j t + b \sin \eta_j \overline{t}) = e^{\xi_j t} A \sin(\eta_j t + \Upsilon)$$
(3.15)

gdzie wielkości a, b, A i Υ są nowymi stałymi bezwymiarowymi zastępującymi stałe x_{ij} i x_{ij+1} , przy czym:

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \qquad \Upsilon = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$

Wartość w nawiasach (3.15) są okresowymi funkcjami czasu t, przy czym okres:

$$T_j = \frac{2\pi}{\eta_j} \tag{3.16}$$

a częstość:

$$f_j = \frac{1}{T_j} = \frac{\eta_j}{2\pi} \tag{3.17}$$

W przypadku istnienia wielokrotnych wartości λ_j , postać wyrażenia (3.11) ulega odpowiedniej zmianie, np. jeżeli $\lambda_1 = \lambda_2$, to (3.11) przybiera formę:

$$x_{i} = (x_{i1} + x_{i2}\overline{t})e^{\lambda_{1}t} + x_{i3}e^{\lambda_{3}t} + \dots + x_{in}e^{\lambda_{n}t}$$
(3.18)

Każdej wartości λ_j odpowiada więc określony charakter ruchu (rosnący lub malejący, oscylacyjny lub monotoniczny) oraz określony zbiór składowych wektora \boldsymbol{x}_{0j} , czyli tak zwana postać ruchu.

Dla każdej z n wartości własnych λ_j można określić stosunek n-1 składowych \boldsymbol{x}_{0j} do n-tej, czyli tak zwane składowe unormowane wektora własnego \boldsymbol{x}_{0j} odpowiadającego wartości własnej λ_j .

Przykładowo, wstawiając w (3.11) $x_i = x_k = 1$ i rozwiązując dla $\lambda_j = \lambda_m$, otrzymamy następującą postać wektora własnego \boldsymbol{x}_{0m} o składowych unormowanych względem x_k :

$$\boldsymbol{x}_{0m} = \left[\left(\frac{x_1}{x_k}\right)_m, \left(\frac{x_2}{x_k}\right)_m, \dots, \left(\frac{x_{k-1}}{x_k}\right)_m, 1, \left(\frac{x_{k+1}}{x_k}\right)_m, \dots, \left(\frac{x_n}{x_k}\right)_m \right]^\top \quad (3.19)$$

przy czym zespolonym wartościo
m λ_m w ogólnym przypadku odpowiadają zespolone wartości składowych.

Aby określić ogólną postać ruchów własnych (np. śmigłowca po zaburzeniu lotu ustalonego), należy wyznaczyć wektory własne \boldsymbol{x}_{0j} dla wszystkich nwartości własnych λ_j , a następnie znając zaburzenia początkowe wyznaczyć n wartości wektora stanu \boldsymbol{x} , równanie $(2.2)_1$.

W wielu przypadkach, np. dla potrzeb analizy stateczności dynamicznej samolotu, wystarczy określić tylko wartości własne λ_j macierzy stanu **R**, a w celu identyfikacji ruchów także wektory własne \boldsymbol{x}_{0j} .

Powyżej opisana analiza stateczności dynamicznej samolotu stosowana jest zazwyczaj do analizy lotu prostoliniowego. Jednak powyżej opisaną metodykę można rozszerzyć na analizę dowolnie wybranego punktu toru lotu samolotu. Podstawą teoretyczną takiej analizy jest tzw. *teoria układów dynamicznych*.

4. Globalna analiza stateczności położeń równowagi

W teorii układów dynamicznych pierwszym krokiem analizy nieliniowego układu równań różniczkowych jest ocena stateczności stanów ustalonych danego systemu. Stan ustalony jest wyznaczony poprzez przyrównanie do zera pochodnych i rozwiązaniu układu równań algebraicznych. Na podstawie twierdzenia Hartmana-Grobmana [7, 12, 25] można stwierdzić, że lokalna stateczność quasi-ustalonego stanu lotu jest zdeterminowana poprzez wyznaczenie wartości własnych zlinearyzowanego wokół położenia równowagi układu różniczkowych równań ruchu. Jeżeli choć jedna z wartości własnych ma dodatnia część rzeczywistą, wówczas położenie równowagi jest niestateczne. Można udowodnić, że jeżeli zlinearyzowany układ równań jest nieosobliwy, wówczas stan ustalony systemu dynamicznego jest ciągłą funkcją parametrów stanu. Zatem stany ustalone równań opisujących ruch statku powietrznego są ciągłymi funkcjami wychyleń powierzchni sterowych. Zmiany stateczności wystąpią wtedy, gdy przynajmniej jedna z wartości własnych zlinearyzowanego układu równań ruchu statku powietrznego zmieni swój znak. Zmiany stateczności stanu ustalonego prowadzą do jakościowo różnej odpowiedzi systemu i są zwane bifurkacjami. Granice stateczności mogą być wyznaczone poprzez poszukiwanie stanów ustalonych posiadających przynajmniej jedną wartość własną z zerową częścią rzeczywistą.

Teoria bifurkacji nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych zajmuje się układem równań różniczkowych pierwszego rzędu:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t), \mu) \qquad \quad \boldsymbol{x} \in \Re^n, \quad \mu \in \Re$$
(4.1)

zależnym od parametru μ i opisującym ruch układu dynamicznego w *n*-wymiarowej przestrzeni euklidesowej \Re^n . Zakłada się, że opisany równaniem (4.1) układ ma asymptotycznie stabilne rozwiązanie stacjonarne $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$. Oznacza to, że dla wszystkich $\boldsymbol{x}(0)$ należących do tego otoczenia spełnione są warunki:

- a) trajektoria $\boldsymbol{x}(t)$ spełnia warunek: $|\boldsymbol{x}(t)| < \varepsilon$ dla t > 0
- b) $|\boldsymbol{x}(t)| \to 0 \text{ dla } \to \infty$

Rozwiązanie polega na znalezieniu odpowiedzi na pytanie, jak zmiana parametru μ wpłynie lokalnie na otoczenie punktu $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$. Ze względu na to, że dla wszystkich μ spełnione jest równanie:

$$\boldsymbol{f}(0,\mu) = \boldsymbol{0} \tag{4.2}$$

można je zapisać w postaci:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{\mathsf{H}}_{\boldsymbol{\mu}} \boldsymbol{x} + \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\mu}) \tag{4.3}$$

Przy czym $\mathbf{H}_{\mu} = D_X \mathbf{f}(0,\mu)$ jest kwadratową macierzą charakterystyczną o elementach danych równaniem:

$$[\mathbf{H}_{\mu}]_{ij} = \frac{\partial f_i(0,\mu)}{\partial x_j} \tag{4.4}$$

zaś nieliniowa funkcja wektorowa f spełnia warunki:

$$f(0,\mu) = 0$$
 $D_X f(0,\mu) = 0$ (4.5)

W procesie badania stateczności stacjonarnego rozwiązania równania (4.5) ($\mathbf{x} = \mathbf{0}$) ma zastosowanie wspominane już powyżej twierdzenie Hartmana-Grobmana. Stanowi ono, że jeżeli wszystkie wartości własne macierzy charakterystycznej \mathbf{H}_{μ} zlinearyzowanego układu (4.5) leżą w lewej półpłaszczyźnie zespolonej, tj.:

$$\operatorname{Re}(\lambda_j) < 0 \qquad \text{dla} \qquad j = 1, 2, \dots, n \tag{4.6}$$

wówczas istnieje pewna ciągła, homomorficzna transformacja zmiennych sprowadzająca lokalnie nieliniowy układ równań (4.1) do układu liniowego. Oznacza to, że jeżeli stacjonarne rozwiązanie zlinearyzowanego układu równań jest asymptotycznie stateczne, to również stateczne jest rozwiązanie układu nieliniowego. Z twierdzenia Hartmana-Grobmana wynika również, że każda jakościowa zmiana charakteru rozwiązań układu nieliniowych równań opisujących system dynamiczny jest wskazywana przez pojawienie się zerowych części rzeczywistych wartości własnych macierzy charakterystycznej \mathbf{H}_{μ} układu zlinearyzowanego.

W chwili obecnej dostępnych jest kilkanaście pakietów programów komputerowych przeznaczonych do analizy nieliniowych układów dynamicznych. Przegląd dostępnych na rynku pakietów komputerowych przeznaczonych do analizy bifurkacyjnej układów dynamicznych można znaleźć na stronie internetowej http://www.enm.bris.ac.uk/staff/hinke/dss/?index.html. Strona zawiera także adresy dostępu do wielu opisanych tam pakietów. Najbardziej znanym (i zarazem najbardziej wszechstronnym) programem komputerowym przeznaczonym do bifurkacyjnej analizy nieliniowych układów dynamicznych jest opracowany w Concordia University, w zespole prof. Euzebiusa Doedla, pakiet AUTO. Opis tego pakietu można znaleźć w pracy [4]. Pakiet jest produktem typu *freeware* i jest ogólnie dostępny pod adresem internetowym: http://indy.cs.concordia.ca/auto/. Dostępna jest przy tym wersja podstawowa AUTO97 (kod źródłowy pakietu jest napisany w języku FORTRAN) oraz wersja AUTO2000 (kod źródłowy napisany w języku C). Oba pakiety AU-TO pracują w środowisku systemu operacyjnego UNIX. Zatem korzystanie z nich wymaga dostępu do stacji roboczych (np. SUN). Ostatnio ukazała się wersja XPPAut pakietu AUTO pracująca w środowisku WINDOWS. Program ten jest również produktem typu *freeware* i można go pobrać ze strony internetowej: http://www.math.pitt.edu/Ďard/xpp/xpp.html. Obszerny opis tego pakietu wraz z instrukcją znajduje się w podręczniku prof. Barda Ermentrout [5].

5. Metodyka badań

Jak wykazano w rozdziale 3, ruch statku powietrznego opisywany jest za pomocą układu silnie nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych. Ilość tych równań zależy od przyjętego modelu fizycznego samolotu (np. dla modelu "6DOF" – 12). Dla klasycznego modelu nieodkształcalnego samolotu z ruchomymi powierzchniami sterowymi równania te można zapisać w następującej postaci:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) \tag{5.1}$$

W równaniu (5.1) \boldsymbol{x} oznacza wektor stanu, \boldsymbol{u} wektor sterowania. Wektor stanu \boldsymbol{x} dany jest zależnością (2.2)₁, natomiast wektor sterowania \boldsymbol{u} zależnością (2.2)₂. Parametrami bifurkacyjnymi są składowe wektora sterowania \boldsymbol{u} .

Biorąc pod uwagę doświadczenia wielu badań (bazujących na analizie bifurkacyjnej i technice kontynuacyjnej, można sformułować następujący, trójstopniowy schemat badań nieliniowego ruchu samolotu [7, 8, 16, 18, 21].

- 1. Podczas pierwszego kroku ustala się wszystkie parametry systemu. Zasadniczym zadaniem jest zbadanie wszystkich możliwych stanów równowagi i orbit okresowych oraz analiza ich lokalnej stateczności. Badanie to powinno być bardzo dokładne. W efekcie ustalona zostaje globalna struktura przestrzeni stanu (np. portrety fazowe) wszystkich odkrytych atraktorów (stanów ustalonych i zamkniętych orbit).
- 2. Podczas drugiego kroku, na podstawie informacji o ewolucji portretów fazowych wraz ze zmianą parametrów, przewidywane jest zachowanie się systemu. Następnie, w oparciu o wiedzę o typie występujących bifurkacji oraz bieżącej pozycji parametrów systemu w odniesieniu do obszarów statecznych przewidywane jest dalsze zachowanie się statku powietrznego. Dla tych analiz i prognoz istotne są także informacje o zakresach

zmian parametrów. Obserwowane są także szybsze zmiany parametrów i większe różnice pomiędzy stanami ustalonymi a przejściowymi.

3. Trzeci krok polega na symulacji numerycznej, pozwalającej na weryfikację przewidywanego zachowania się statku powietrznego. Otrzymywane są przebiegi charakterystyk przejściowych systemu dla dużych zmian parametrów stanu, przy zmianie parametrów systemu.

W oparciu o dane samolotu F-16A oraz równania ruchu przedstawione zależnościami (2.1), (2.3) i (2.4), wykorzystując pakiet XPPAut, wykonano cykl obliczeń pozwalających na ocenę stateczności stanów ustalonych samolotu.

Ze względu na to, że parametr bifurkacyjny jest wektorem sterowania o sześciu składowych (wychylenia steru wysokości, steru kierunku, lotek, wartość wektora ciągu oraz kąty odchylenia wektora ciągu w płaszczyźnie poziomej i pionowej), badania stanów ustalonych przeprowadzono według następującej procedury:

- ustalane są wszystkie wartości wektora sterowania za wyjątkiem jednej,
- dokonywane są obliczenia w przedziale od minimalnej do maksymalnej wartości tej składowej, która została uzmienniona,
- w podobny sposób przeprowadza się obliczenia dla pozostałych składowych wektora sterowania,
- otrzymuje się w ten sposób obraz wszystkich stanów ustalonych (lub quasi-ustalonych) ruchu samolotu.

W literaturze angielskiej ten proces obliczeń określany bywa terminem global analysis. Dlatego też tego rodzaju analiza lotu samolotu nazywana jest "globalną analizą położeń równowagi". Oczywiście, "klasyczne stany" określające stateczności ustalonego prostoliniowego lotu samolotu są jednym z punktów wyznaczanych w trakcie globalnej analizy stateczności położeń równowagi, i w tym sensie analiza ta jest uogólnieniem klasycznej analizy stateczności samolotu.

Przykładowe wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 4. Rysunek ten przedstawia stany ustalone i quasi-ustalone prędkości kątowej przechylenia Pw funkcji wychyleń lotek δ_L i steru kierunku δ_k . Określenie "stan quasiustalony" oznacza warunki lotu w czasie wykonywania manewrów ze stałymi prędkościami kątowymi. Linie pogrubione odpowiadają statecznym stanom ustalonym. Wartości kątów wychylenia sterów w stopniach, prędkość kątowa P[deg/s].



Rys. 4. Stany ustalone i quasi-ustalone prędkości przechylania Pdla różnych kątów wychylenia lotek δ_L i steru kierunku δ_k



Rys. 5. Przykład globalnej analizy stateczności samolotu F-16

Rysunek 5 przedstawia analizę stanów ustalonych dla różnych wartości kąta natarcia samolotu w funkcji zmian parametru bifurkacyjnego – w tym przypadku kąta wychylenia steru wysokości. Widoczne jest kilka gałęzi rozwiązań. Gałąź 1 odpowiada "klasycznym" stanom ustalonym lotu prostoliniowego ze stałą prędkością. Przedstawione na niej stany równowagi są stateczne. Dla wartości kąta wychylenia steru wysokości $\delta_W = 10^\circ$ (odpowiadający tej

wartości δ_W kąt natarcia $\alpha = 18, 6^{\circ}$) pojawia się bifurkacja Hopfa, a zatem dla większych wartości kąta wychylenia steru wysokości i wyższych wartości kata natarcia α pojawia się cykl graniczny (okresowa gałąź 1) odpowiadający oscylacjom typu "wing-rock". Początkowo orbity oscylacji są niestateczne (dla $18, 6^{\circ} < \alpha < 22, 8^{\circ}$), potem pojawia się stateczny cykl graniczy, by następnie, dla wartości kąta natarcia $\alpha > 34, 8^{\circ}$ przejść z powrotem w cykl niestateczny. Pozostałe stany ustalone to inne warunki równowagi (głównie odpowiadające różnym stanom korkociągu). Gałąź 4 odpowiada warunkom lotu na bardzo dużych, nadkrytycznych kątach natarcia (są to między innymi warunki panujące w trakcie wykonywania manewru Kobra).

6. Podsumowanie

Wykonywanie licznych zadań przez współczesne samoloty wymaga maksymalnego wykorzystania ich własności lotnych. Bardzo często loty, szczególnie w trakcie wykonywania misji bojowych, odbywają się na małych wysokościach oraz na zakresie granicznych parametrów eksploatacyjnych (maksymalnych ciągów silników, dużych prędkości i przeciążeń, okołokrytycznych i głęboko nadkrytycznych kątów natarcia itp.). Manewry wykonywane na tym zakresie parametrów eksploatacyjnych łączą się z całym szeregiem osobliwości, w tym z możliwością "nieoczekiwanego zachowania się" samolotu. W rezultacie odruchowe (zgodne z wyuczonymi nawykami) działania pilota mogą okazać się nieprawidłowe i mogą doprowadzić do katastrofy. Jeżeli, lecąc na dużych i średnich wysokościach, pilot zazwyczaj ma czas na korektę nieprawidłowego działania, to w trakcie wykonywania lotu tuż przy ziemi tego czasu z reguły nie ma. Dlatego też wskazane jest nie tylko dokładne rozpoznanie ograniczeń eksploatacyjnych oraz ich zależności od różnych parametrów, lecz także ocena możliwości i skutków wyjścia poza te ograniczenia.

Współczesne samoloty myśliwskie mogą wykonywać w pełni sterowane loty na głęboko nadkrytycznych kątach natarcia znacznie przekraczających 30°. Manewry wykonywane na takich kątach natarcia mają duże znaczenie bojowe. Zdolność wykonywania w pełni sterowanego lotu na nadkrytycznych kątach natarcia określa się pojęciem supermanewrowości.

Teoria układów dynamicznych i teoria bifurkacji dostarczają narzędzi pozwalających na badania osobliwości lotu samolotów supermanewrowych w ekstremalnych, granicznych warunkach eksploatacji. Symulacyjne badania dynamiki lotu pozwalają między innymi na poszukiwanie nowych manewrów bojowych. Podjęcie numerycznych eksperymentów dotyczących granicznych stanów lotu jest bardzo istotne ze względu na wysoki stopień ryzyka przeprowadzenia odpowiednich prób w locie.

Jakościowa zmiana ruchu statku powietrznego może zostać zdeterminowana poprzez określenie liczby i typu bifurkacji. Bifurkacje, dla których więcej niż jedna rzeczywista wartość własna lub więcej niż jedna zespolona wartość własna ma zerową część rzeczywistą prowadzą do bardzo skomplikowanego ruchu. W takim przypadku można spodziewać się nawet wystąpienia zjawiska chaosu. Istotnym zagadnieniem jest odpowiedź na pytanie, kiedy otrzymane rozwiązanie będzie posiadało cechy chaotyczne.

Bibliografia

- ABRAMOV N., GOMAN M., KHRABROV A., 2004, Aircraft dynamics at high incidence flight with account of unsteady aerodynamic effects, AIAA-2004-5274CP
- 2. AVANZINI G., DE MATTEIS G., 1966, Bifurcation analysis of a highly augmented aircraft model, *Proc. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf.*, San Diego CA, USA, August, *AIAA-96-3367-CP*, 60-68
- 3. CARROLL J.V., MEHRA R.K., 1982, Bifurcation analysis of non-linear aircraft dynamics, *Journal of Guidance*, 5, 5
- DOEDEL E.J, FAIRGRIEVE T.F., CHAMPNEYS A.R., SANDSTEDE B., KU-ZNETSOV Y.A., WANG X., 1998, Auto97: Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations (with homcont), Technical report, Concordia University, Montreal, Canada
- 5. ERMENTROUT B., 2002, Simulating, analyzing, and animating dynamical systems. A guide to XPPAUT for researchers and students, SIAM series Software Environments Tools
- GOMAN M.G., KHARABOV A., 1994, State-space representation of aerodynamic characteristics of an aircraft at high angles of attack, *Journal of Aircraft*, 31, 5
- 7. GUCKENHEIMER J., HOLMES P., 1983, Non-linear oscillators, dynamical systems, and bifurcations of vector fields, Springer-Verlag, New York
- GUICHETEAU P., 1998, Bifurcation theory: a tool for nonlinear flight dynamics, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **356**, 2181-2201
- 9. GUTOWSKI R., 1981, Podstawy teorii stateczności ruchu układów dyskretnych i ciągłych, Wyd. PW

- HERBST W.B., 1980, Future fighter technologies, Journal of Aircraft, 17, 8, 561-566
- 11. HERBST W.B., 1983, Dynamics of air combat, Journal of Aircraft, 20, 7
- 12. IOOS G., JOSEPH D., 1980, *Elementary stability and bifurcation theory*, Springer Verlag, New York
- 13. JAHNKE C.C., CULICK F.E.C., 1994, Application of bifurcation theory to the high-angle-of-attack dynamics of the F-14, *Journal of Aircraft*, **31**, 1
- 14. KYLE H., LOWENBERG M., GREENWELL D., 2004, Comparative evaluation of unsteady aerodynamic modelling approaches, *AIAA 2004-5272CP*
- KUMAR A.P., RAGHAVENDRA P.K., SAHAI T.N., ANANTHKRISHNAN N., 2004, Spin recovery of an aircraft using nonlinear dynamic inversion techniques, AIAA 2004-378CP
- LOWENBERG M.H., 1998, Bifurcation analysis of multiple-attractor flight dynamics, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 356, 2297-2319
- MACMILLEN F.B.J., THOMPSON J.M.T., 1998, Bifurcation analysis in the flight dynamics design process? A view from the aircraft industry, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 356, 2321-2333
- MARUSAK A., PIETRUCHA J., SIBILSKI K., 2000, Prediction of aircraft critical flight regimes using continuation and bifurcation methods, AIAA-2000-0976CP, Reno
- 19. NGUYEN L.T., ET AL., 1979, Simulator study of stall/post-stall characteristics of a fighter aeroplane with relaxed longitudinal static stability, NASA TP-1538
- RÓZIECKI R., SIBILSKI K., The continuation design framework for nonlinear Entomopter control (ICAS 3.11.2CP), Proc. 24th International Congress of Aeronautical Sciences, I. Grant (Edit.), p. 12
- SIBILSKI K., 2000, An agile aircraft nonlinear dynamics by continuation methods and bifurcation theory (ICAS 3.11.2CP), Proc. 22nd International Congress of Aeronautical Sciences, Harrogate
- 22. SIBILSKI K., 2000, On application of dynamical systems theory into investigation of critical flight regimes of flying vehicles, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, **38**, 4, 893-905
- SIBILSKI K., 2003, Problems of manoeuvring at post-critical angles of attack

 continuation and bifurcation methods approach, AIAA Meeting Papers on Disc, 8, 1, AIAA-2003-0395CP, p. 12
- 24. SIBILSKI K., 2004, —em Modelowanie i symulacja dynamiki ruchu obiektów latających, Wyd. MH, Warszawa
- 25. WIGGINS S., 1990, Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos, Springer-Verlag, New York

Bifurcation analysis of the flight dynamics of supermanoeuvrable aircraft with the thrust vectoring

Abstract

Super-manoeuvrability was first defined as the ability to fly in the post-stall regime and it refers to unusual flight trajectories presently investigated by high performance fighter aircraft. The notion of agility appears with the generalization of naturally unstable flown-by-wire aircraft and the development of thrust vectored prototypes. It is well known that the dynamics of manoeuvrable fighter-type aircraft over the flight envelope is highly non-linear. The character of the loads acting on the vehicle, particularly the aerodynamics, vary substantially over the operating range of the angle of attack. Theory of bifurcation and dynamical systems are efficient tools for analysis of non-linear aircraft dynamics. Using the bifurcation analysis methodology, a variety of non-linear phenomena of the aircraft such as wing rock, spin, spiral divergence, etc., and related onset of each of these phenomena to bifurcation points can be predicted. The bifurcation analysis methodology has become a standard procedure for the investigation of non-linear behaviour of aircraft. The dynamical system theory has provided a powerful tool for analysis of non-linear phenomena of aircraft behaviour. Thanks to bifurcation theory and computer capabilities, a methodology and software have been set up to investigate asymptotic behaviour of nonlinear differential equations depending on bifurcation parameters (components of the control vector). The dissertation proves that the bifurcation theory has been used to identify an aerodynamic model suitable for the analysis of high angle of attack flight regimes. Considering the results of calculations, it can be said that this technique has great potential and is appropriate for the investigation of aircraft behaviour, using only wind-tunnel data.

DYSKRETNY MODEL MASOWO-SZTYWNOŚCIOWY SAMOLOTU MIG-29 DO NUMERYCZNYCH ANALIZ AEROSPRĘŻYSTYCH – WSTĘPNE WYNIKI

Aleksander Olejnik Stanisław Kachel Robert Rogólski Piotr Leszczyński

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki, Warszawa e-mail: aleksander.olejnik@wat.edu.pl; stanisław.kachel@wat.edu.pl; rrogolski@wat.edu.pl; piotr.leszczynski@wat.edu.pl

W artykule przedstawiono cykl prac podjętych w Instytucie Techniki Lotniczej WMT WAT w celu opracowania dyskretnego modelu płatowca samolotu myśliwskiego MiG-29 do numerycznych analiz aerostrukturalnych MES. Geometrie zewnetrzna bryły obiektu w postaci zbioru punktów zlokalizowanych na pokryciu płatowca uzyskano z pomiarów geodezyjnych. W oparciu o krzywe definicyjne rozpiete na punktach wygenerowano powierzchniowy model bryły. Lokalizując stosowne płaszczyzny, znaleziono ślady ich przecięcia z obrysem zewnętrznym – tym samym wyznaczono powierzchnie cienkościennych elementów wewnętrznych. Na bazie modelu powierzchniowego oraz wymiarów ustalonych w przekrojach konstrukcji wygenerowano siatkę elementów skończonych. Otrzymano model dyskretny symulujący rozkład masy i sztywność płatowca. W oparciu o wyznaczoną obwiednie obciążeń oszacowano wielkości aerodynamicznych obciążeń stacjonarnych w charakterystycznych punktach krzywej. Aplikując obciążenia zastępcze zespołów nośnych, wykonano wstępne obliczenia wytrzymałościowe. Wyznaczono drgania własne istotne w perspektywie analiz flatterowych.

1. Zagadnienia przewidziane w zakresie analiz modelowych samolotu MiG-29

W Instytucie Techniki Lotniczej WAT od przeszło dwóch lat realizuje się prace badawcze dotyczące samolotu myśliwskiego MiG-29. Analizy i badania dotyczą zagadnień wytrzymałościowych, aerosprężystych oraz problemów związanych ze zmianą stanu eksploatowanego obiektu. W ramach planowanych analiz aerosprężystych samolotu MiG-29 na potrzeby wsparcia eksploatacji w Siłach Powietrznych RP przewidziany jest cykl następujących zadań:

- 1. Pomiary niwelacyjne i akwizycja danych geometrycznych bryły płatowca (zbiór punktów, wymiary charakterystyczne).
- 2. Odtworzenie kompletnej geometrii obiektu w systemie CAD zapis geometrii obrysu i struktury wewnętrznej (Unigraphics).
- 3. Rozpoznanie własności konstrukcyjno-technologicznych, materiałowych i masowych samolotu.
- 4. Opracowanie dyskretnego modelu masowo-sztywnościowego do MES (MSC Patran).
- 5. Wyznaczenie obciążeń zewnętrznych w charakterystycznych stanach lotu.
- 6. Statyczna analiza wytrzymałościowa dla wybranych przypadków obciążenia (MSC Nastran).
- 7. Analiza masowa dla stosowanych konfiguracji eksploatacyjnych.
- 8. Wyznaczenie postaci własnych (MSC Nastran).
- 9. Analizy flatteru (MSC Nastran).
- 10. Numeryczne analizy zmęczeniowe (MSC Nastran/Ansys).

Można stwierdzić, iż na chwilę obecną z powyższego harmonogramu prac w pełni zrealizowano pierwszych 6 zagadnień.

2. Metody inżynierii odwrotnej w zastosowaniu do modelowania geometrii samolotu MiG-29

W ramach zadania sformułowanego jako odtworzenie geometrii bryły płatowca w zaawansowanym środowisku CAD zrealizowano kolejno następujące przedsięwzięcia:

- 1. Pomiary geodezyjne samolotu MiG-29.
- 2. Wprowadzenie danych pomiarowych współrzędnych pomierzonych punktów do przestrzeni systemu CAD.
- 3. Utworzenia krzywych definicyjnych na punktach w poszczególnych przekrojach skanowania.
- 4. Utworzenie jednolitego modelu powierzchniowego obrysu płatowca.

- 5. Weryfikacji poprawności geometrycznej powierzchni rozpiętych na krzywych definicyjnych.
- 6. Identyfikacja wewnętrznej struktury siłowej; uzupełnienie zapisu geometrii o cienkościenne elementy poprzeczne lub podłużne (powierzchnie w przekrojach płaszczyznowych) oraz elementy belkowe lub podłużnicowe (krzywe).

Pomiarom geodezyjnym poddano rzeczywisty obiekt. Ustalono płaszczyzny poprzeczne i podłużne dla przekrojów płatowca – na obrysach tychże przekrojów zlokalizowano punkty pomiarowe. Stosując metodę wcięcia kątowego zidentyfikowano współrzędne około dziewięciuset punktów obrysowych.



Rys. 1. Zastosowanie metody wcięcia kątowego w identyfikacji współrzędnych dowolnego punktu ${\cal P}$ na powierzchni płatowca

Lokalizację punktów pomiarowych odtworzono w systemie CAD (Unigraphics). Proces wprowadzania współrzędnych zautomatyzowano stosując procedurę translacyjną zdefiniowaną w języku systemowego programowania GRIP. Na bazie wirtualnych punktów zdefiniowano krzywe interpolacyjne definiujące obrys płatowca w przekrojach pomiarowych. Na krzywych rozciągnięto lokalne powierzchnie, które po złączeniu i wygładzeniu utworzyły jednolity obrys bryły płatowca.

Kompletną geometrię struktury płatowca otrzymano po uzupełnieniu modelu powierzchniowego bryły powierzchniami wewnętrznych elementów siło-



Rys. 2. Kolejne stadia odtwarzania geometrii samolotu w środowisku CAD: zapis punktów pomiarowych, krzywe definicyjne obrysów przekrojów płaszczyznowych, geometria pokrycia w postaci modelu powierzchniowego

wych: wręg, żeber i ścianek. Powierzchnie te zdefiniowano na krzywych profilowych uzyskanych w efekcie przecięcia jednolitej powierzchni zewnętrznej stosownie zlokalizowanymi płaszczyznami (rys.3)



Rys. 3. Model kompletnej geometrii płatowca w systemie CAD (rysunek konturowy i powierzchnie wygenerowane w preprocesorze MSC Patran)

3. Dyskretny model struktury nośnej do analiz MES

Wytrzymałościowy model dyskretny utworzony na bazie geometrii powierzchniowej zbudowano z dwuwymiarowych elementów powłokowych (trójkątnych lub czworokątnych) oraz nielicznych elementów jednowymiarowych
(prętowych lub belkowych) uzupełniających wewnętrzną strukturę siłową płatowca (rys. 4). W efekcie model składał się z 21450 elementów skończonych połączonych w 10150 węzłach (rys. 5). Uwzględniono ruchomość połączeń sterów z konstrukcją skrzydeł i usterzeń poprzez elementy sztywne typu RBE. Globalna macierz sztywności konstrukcji jest wynikiem wprowadzenia własności materiałów występujących faktycznie w lokalnych obszarach struktury. Stałe materiałowe typu E, G, ρ wprowadzono na podstawie danych literaturowych dotyczących materiałów właściwych lub ich odpowiedników. Na rys. 6 pokazano przykładowe rozmieszczenie materiałów w strukturze nośnej.



Rys. 4. Elementy skończone zastosowane w modelu dyskretnym konstrukcji płatowca: (a) czworoboczny element CQUAD4, (b) trójkątny element CTRIA3, (c) prętowy element CROD, (d) element belkowy CBAR

4. Wstępna analiza wytrzymałościowa dla stanów eksploatacyjnych zdefiniowanych obwiednią obciążeń

Wykorzystując dyskretny model wytrzymałościowy do MES, wykonano analizę statyczną konstrukcji. Obliczenia przeprowadzono przy użyciu liniowego solwera procesora MSC Nastran. Wielkość obciążeń poszczególnych ze-



Rys. 5. Dyskretny model konstrukcji samolotu MiG-29 do analiz wytrzymałościowych MES



Rys. 6. Materiały zastosowane w konstrukcji płatowca oraz ich rozmieszczenie w strukturze wewnętrznej i pokryciu skrzydła

społów nośnych przyjęto na podstawie obwiedni obciążeń wyznaczonej dla samolotu MiG-29 wg przepisów MIL-A-8861 B (AS) (rys. 8). Obciążenia od sterowania wyznaczono dla ciężaru akrobacyjnego $Q = 14\,200\,\mathrm{kG}$. Rozkłady obciążeń uzgodniono w sposób uproszczony przyjmując dystrybucję zastępczych sił skupionych przyłożonych w płaszczyznach żeber. Wypadkowe

		Umieszczenie		Główne wymiary		
Kształt	Nazwa	na płatowcu	Materiał	[mm]		
		[nr / nr rys.]		h	a	b
	żebro nr 3		Pa 30 (AK4- 1)	189,0	61,8	4,0
J. J	żebro nr 4	$8 / 4.9 \mathrm{a}$		181,1	66,2	4,0
	żebro nr 8			140,3	64	7,8
	dźwigar nr 1	3 / 4.9a	WT 4-1	206,6	70,5	6,3

Rys. 7. Fragment katalogu przekrojów poprzecznych podłużnych elementów konstrukcyjnych dosztywniających wewnętrzną strukturę siłową płatowca



Rys. 8. Obwiednia obciążeń dopuszczalnych od sterowania dla maksymalnego ciężaru akrobacyjnego $Q = 14\,200\,\mathrm{kG}$ oraz obwiednia od podmuchów dla trzech wariantów masowych wg przepisów MIL-A-8861 B (AS)

obciążenie każdego żebra (wręgi w przypadku kadłuba) jest proporcjonalne do procentowego udziału powierzchni lokalnej (przylegającej do żebta) w powierzchni nośnej danego zespołu płatowcowego. Przyjęte w tym celu wielkości powierzchni zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Powierzchnie nośne zespołów płatowcowych samolotu MiG-29

Powierzchnia kadłuba (S_{kad})	$33,73\mathrm{m}^2$
Powierzchnia skrzydła (S_{skrz})	$10,\!27\mathrm{m}^2$
Powierzchnia lotki (S_{lot})	$0,76\mathrm{m}^2$
Powierzchnia klapy zaskrzydłowej (S_{kl})	$1,\!28\mathrm{m}^2$
Powierzchnia usterzenia pionowego (S_V)	$11,\!69\mathrm{m}^2$
Powierzchnia stabilizatora (S_H)	$6,82\mathrm{m}^2$
Całkowita powierzchnia nośna $(S_{noś})$	$54,\!27\mathrm{m}^2$

Wielkości obciążeń zespołów nośnych wyznaczono wg niżej podanych zależności:

— całkowita siła nośna działająca na strukturę samolotu

$$P_z = nQ \tag{4.1}$$

— obciążenie aerodynamiczne powierzchni skrzydła

$$P_{skrz} = \frac{1}{2} P_z \frac{S_{skrz}}{S_{no\acute{s}}} \qquad P_{kl(lot)} = P_{skrz} \frac{S_{kl(lot)}}{S_{skrz}}$$
(4.2)

— obciążenie aerodynamiczne manewrowe usterzenia pionowego

$$P_{VM} = C_m q_{max} S_V \tag{4.3}$$

gdzie C_m jest literaturowym współczynnikiem siły nośnej na usterzeniu, a q_{max} oznacza maksymalne ciśnienie dynamiczne,

— obciążenie aerodynamiczne manewrowe usterzenia poziomego

$$P_{HM} = knpS_H \qquad p = \frac{Q}{S_{skrz}} \tag{4.4}$$

— Obciążenie aerodynamiczne powierzchni kadłuba

$$P_{kad} = P_z \frac{S_{kad}}{S_{no\acute{s}}} \tag{4.5}$$

Wykonano obliczenia wytrzymałościowe skrzydła, usterzeń i kadłuba, aplikując wyżej wyznaczone obciążenia do wyizolowanych modeli strukturalnych. Sposób mocowania modeli, schemat obciążenia oraz uzyskane rozkłady przemieszczeń i naprężeń zredukowanych pokazano na kolejnych rysunkach.



Rys. 9. Model skrzydła do analizy statycznej z zadanym rozkładem obciążenia i warunkami brzegowymi



Rys. 10. Rozkłady: (a) przemieszczeń, (b) naprężeń zredukowanych w strukturze skrzydła; $u_{max}=130\,{\rm mm},\,\sigma_{zred/max}=227\,{\rm MPa}$



Rys. 11. Model statecznika pionowego do analizy statycznej z zadanym rozkładem obciążenia i warunkami brzegowymi



Rys. 12. Rozkłady: (a) przemieszczeń, (b) naprężeń zredukowanych w strukturze statecznika pionowego; $u_{max}=79\,{\rm mm},\,\sigma_{zred/max}=306\,{\rm MPa}$



Rys. 13. Model statecznika poziomego do analizy wytrzymałościowej



Rys. 14. Rozkłady: (a) przemieszczeń, (b) naprężeń zredukowanych w strukturze statecznika poziomego; $u_{max}=175\,{\rm mm},\,\sigma_{zred/max}=461\,{\rm MPa}$



Rys. 15. Model kadłuba do analizy statycznej z zadanym rozkładem obciążenia (aerodynamicznego i masowego); warunki podparcia zrealizowano poprzez zabranie swobody translacji węzłom w okuciach skrzydeł – $[u_x, u_y, u_z] = [0, 0, 0]$



Rys. 16. Rozkłady: (a) przemieszczeń, (b) naprężeń zredukowanych w strukturze kadłuba; $u_{max} = 77 \,\mathrm{mm}, \,\sigma_{zred/max} = 225 \,\mathrm{MPa}$

5. Własności masowe modelu dyskretnego

Aby model samolotu był w pełni użyteczny do numerycznych analiz dynamicznych konieczne było uaktualnienie rozkładu jego masy, tak aby masa modelowa była jak najbardziej zbliżona do masy rzeczywistej samolotu pod względem wartości i dystrybucji. Masa strukturalna modelu wyniosła 5070 kg. Samolot posiada masę własną równą 10 900 kg, co oznaczało, iż brakującą masę należy uzupełnić lokując w modelu niestrukturalne elementy masowe.

Wiedzę na temat masy samolotu zaczerpnięto z trzech źrodeł:

- danych literaturowych (literatura eksploatacyjna, publikacje),
- danych z dokumentacji własnej WZL nr 2 (protokoły ważeń, zestawienia mas agregatów),

 pomiarów własnych wykonanych na samolocie remontowanym w WZL nr 2 (uzgadnianie środków mas agregatów, lokalizacja punktów granicznych).

W efekcie przeprowadzenia pomiarów własnych mas zabudowanych na płatowcu sporządzono listę mas stałego wyposażenia płatowcowego. W liście tej wyszczególniono wartości mas silników, agregatów paliwowych i energetycznych oraz radioelektronicznych urządzeń pokładowych. Oszacowano także dość dokładnie geometryczne środki tychże elementów – punkty te przyjęto jako przybliżone środki mas. Lista uwzględnia podział wyposażenia ze względu na przynależność elementów do instalacji płatowcowo-silnikowych, radioelektronicznych, osprzętowych i uzbrojeniowych. Tabela 2 prezentuje fragment listy.

Tabela 2. Fragment listy mas wyposażenia samolotu MiG-29 (agregaty płatowcowe); w kolejnych kolumnach: nazwa agregatu, symbol, współrzędne środka i nr węzła lokalizacji elementu masowego, masa, uwagi

54.	Rozdzielacz	773200	[7194, -376, -721]	0,8	2 szt. (l/p),
	hydrauliczny		100088		wloty, wr.
			[7192, 358, -223]		3D-4
			100089		
55.	Rozdzielacz	773300	[7140, 0, 245]	3,1	łącznie 5,4
	hydrauliczny		100035		kg, wr.
56.	Rozdzielacz	773900		1,2	3D-4,
	hydrauliczny				wnęka
57.	Zawór sterowania	773500		1,1	podwoz.
	RDM				przedn.
58.	Agregat	AU-46-06	[7140, 0, 288]	4,8	2 szt.
	sterowania		100034		
59.	Siłownik zastrzał		[5490, 0, -94]	18,7	
	przedniej goleni		100031		
	podwozia				
60.	Siłownik zastrzał		[10895, -1350, 41]	18	2 szt. (l/p)
	głównej goleni		100029		
	podwozia		[10895, 1350, 41]		
			100030		
61.	Siłownik osłony		[8050, -1350, 182] 19	2,4	2 szt. (l/p)
	koła głównego		[8050, 1350, 182] 20		

Niestrukturalną masę pokładową zabudowaną na płatowcu oszacowano na 5046 kg (agregaty płatowcowo-silnikowe: 3630 kg, agregaty uzbrojeniowe: 502 kg, agregaty osprzętowe: 414 kg, agregaty radioelektroniczne: 500 kg). Całkowita masa modelowa wyniosła 10116 kg, środek masy – 25.8% SCA (średnia cięciwa aerodynamiczna).



Rys. 17. Model masowy samolotu uzyskany w efekcie dołożenia elementów masowych wyposażenia do modelu wytrzymałościowego – m = 10116 kg, środek masy w punkcie 25,8% SCA

6. Wstępna analiza drgań własnych

Na podstawie modelu masowo-sztywnościowego przy wykorzystaniu solwera Nastrana do drgań własnych rozwiązano zagadnienie własne

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M})\boldsymbol{q}_0 = \mathbf{0} \tag{6.1}$$

Wyznaczono częstości własne $\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$ oraz kolejne wektory postaci q_{0i} , dla $i = 1, 2, 3, \ldots, 16$. Poszukiwano rozwiązań w zakresie częstotliwości f: 0.30 Hz. W jednym cyklu obliczeń znaleziono postacie symetryczne i antysymetryczne, chociaż ze względu na niesymetrię rozkładu masy niektóre postacie wykazują charakter asymetryczny. Warunki brzegowe zrealizowano stosując procedurę pozornego podparcia swobodnego modelu w wybranym węźle zlokalizowanym w płaszczyźnie symetrii. Wizualizację otrzymanych postaci przedstawia rysunek 18; pominięto sześć pierwszych postaci sztywnych będących ruchem nieodkształcalnej bryły modelu względem sześciu stopni swobody związanych z układem globalnym.



Rys. 18. Kolejne strukturalne postacie drgań własnych samolotu MiG-29 uzyskane z numerycznych obliczeń modelowych (MSC Nastran) w zakresie częstotliwości: 0-30 Hz

7. Uwagi końcowe

W artykule zaprezentowano model dyskretny konstrukcji płatowca do analiz MES. Wykonano wstępne serie obliczeń wytrzymałościowych i drgań własnych modelu przy wspomaganiu pakietu oprogramowania MSC.Patran/Nastran. W tabeli 3 przytoczono zbiorczą prezentację wyników dla rozważanego przypadku obciążenia (masa akrobacyjna, $n = n_{max}$).

Ustala się następujące wartości wytrzymałości doraźnej materiałów konstrukcyjnych zastosowanych w obszarach maksymalnie wytężonych:

- w dźwigarach skrzydła $R_m^{OT4-1} = 650 \text{ MPa},$
- w tylnej ściance statecznika pionowego $R_m^{PA30}=420\,{\rm MPa},$

- w żebrze przykadłubowym i belkach węzła mocowania statecznika pionowego – $R_m^{30HGSA} = 1080$ MPa,
- w obszarze węzłów mocujących przy wrędze nr 5 kadłuba $R_m^{PA7}=460\,{\rm MPa}.$

Tabela 3

Zognál noány	Przemieszczenia	Naprężenia zredukowane		
Zespoi nosny	[mm]	[MPa]		
Skrzydło	$Q = 14200 \mathrm{kG}, \ n = 9$			
SKIZYUIO	130	227		
Statecznik	Obciążenie manewrowe $H = 0 \text{ m}, V = 1500 \text{ km/h}$			
pionowy	79,4	306		
Stabilizator	Obciążenie manewrowe $Q = 14200 \mathrm{kG}, n = 9$			
Stabilizator	175	461		
Kadłub	$Q = 14200 \mathrm{kG}, n = 9$			
	77,5	225		

Przy założeniu współczynnika bezpieczeństwa konstrukcji $f_k = 1.5$ wyniki analiz potwierdzają trwałość konstrukcji w kontekście możliwych obciążeń eksploatacyjnych. W perspektywie dokładnych analiz należy uwzględnić konieczność ustalenia rzeczywistego rozkładu obciążenia aerodynamicznego oraz faktyczny rozkład sił masowych (płatowiec, wyposażenie, paliwo).

Analiza drgań własnych jest niezbędna w kontekście planowanych obliczeń flatterowych. Przytoczone postacie i częstotliwości własne, jakkolwiek wydają się być rozsądne, muszą jednak zostać zweryfikowane w oparciu o próby rezonansowe, których realizacja planowana jest we współpracy z Instytutem Lotnictwa.

Bibliografia

- 1. REYMOND M., MILLER M., 1994, MSC/NASTRAN Quick Reference Guide Version 68, The MacNeal-Schwendler Corporation
- RAKOWSKI G., KACPRZYK Z., 1993, Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji, Oficyna wydawnicza PW, Warszawa
- 3. Dokumentacja remontowa samolotu MiG-29, Wojskowe Zakłady Lotnicze nr 2 w Bydgoszczy

- Samolot MiG-29 Książka 1. Układy Platowca, Część I, II, Dowództwo Wojsk Lotniczych i Obrony Powietrznej, Poznań 1990
- Samolot MiG-29 Książka 2. Uzbrojenie, Część I, Dowództwo Wojsk Lotniczych i Obrony Powietrznej, Poznań 1990
- Samolot MiG-29 Książka 3. Wyposażenie Radioelektroniczne, Część I, II, Dowództwo Wojsk Lotniczych i Obrony Powietrznej, Poznań 1990
- Samolot MiG-29 Książka 4. Osprzęt, Część I, II, III, Dowództwo Wojsk Lotniczych i Obrony Powietrznej, Poznań 1990

Discrete mass-stiffness model of the MiG-29 aircraft for numerical aeroelastic analysis – preliminary results

Abstract

In the paper, the whole work-cycle was presented concerning preparation of the discrete airframe model of the MiG-29 aircraft for aeroelastic numerical FEM analysis. The paper contains the initial phase of researches carried out at the Aviation Technology Institute of The Military University of Technology in the area of aeroelastic properties and repair flexibility of the aircraft. The initial data for CAD modelling was the set of external points obtained from geodetic measurements of the real aircraft. On the basis of definition curves drawn through the proper points, the surface model was generated – the mapping of the external outline of the airframe solid. By locating the proper planes, the intersection traces were found, so the frames and other thinwalled parts of the internal structure were determined. For the surface virtual model and section dimensions measured in structural elements, the mesh of finite elements was generated. Mostly 2-dimensional shell elements were applied. After entering appropriate material parameters, the structural discrete model simulating mass-stiffness properties was obtained. The flight envelope of the aircraft was determined to define the aerodynamic load for typical flight cases. The preliminary static and dynamic analysis was carried out. The displacement and strength distributions under equivalent static loads were determined; the zones of extreme material effort were localized. The normal modes for flutter analysis were evaluated too.

Rozdział VII

Silniki, oblodzenie, drgania – bezpieczeństwo lotu

ZDARZENIA LOTNICZE ZWIĄZANE Z OBLODZENIEM SILNIKÓW TURBINOWYCH

Ryszard Chachurski

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki, Instytut Techniki Lotniczej e-mail: ryszard.chachurski@wat.edu.pl

Analiza zdarzeń lotniczych związanych z oblodzeniem silników turbinowych wskazuje, że ich zasadniczą przyczyną były różnego rodzaju błędy popełniane przez członków personelu latającego i naziemnego, wynikające najczęściej z nieznajomości zasad działania i ograniczeń instalacji przeciwoblodzeniowych poszczególnych statków powietrznych. Załogi statków powietrznych często nie zdają sobie sprawy z faktu, że oblodzenie wlotów silników turbinowych może powstać już w dodatnich temperaturach otoczenia oraz że czujniki instalacji przeciwoblodzeniowych wykrywają zazwyczaj jedynie oblodzenie elementów płatowca i włączają jego instalację przeciwoblodzeniową. Czujniki te natomiast nie są w stanie odpowiednio wcześnie stwierdzić oblodzenia elementów silników turbinowych, w związku z czym ich instalacje przeciwoblodzeniowe wymagają ręcznego włączenia w określonych warunkach.

1. Wstęp

Rozpatrując zagadnienie oblodzenia lotniczych zespołów napędowych, należy pamiętać, że w odróżnieniu od warunków oblodzenia płatowca, czyli ujemnych temperatur oraz widocznej wilgoci (w postaci opadów, chmur, mgły), oblodzenie elementów zespołów napędowych może pojawiać się już w dodatnich temperaturach otoczenia. Oblodzenie silników turbinowych może wystąpić już dla temperatury w zakresie (+5, +10)°C [8, 10, 14, 22, 23, 26, 27]. W zależności od konstrukcji włotu temperatura w jego kanale przepływowym może być niższa nawet o 20°C [27] od temperatury otoczenia. Europejskie przepisy certyfikacji samolotów dużych [10] oraz przepisy amerykańskie definiują warunki oblodzenia dla turbinowych zespołów napędowych jako takie, w których temperatura otoczenia (OAT) na ziemi lub podczas startu lub temperatura spiętrzenia w locie (TAT) jest równa $+10^{\circ}$ C lub niższa i widoczna jest wilgoć w każdej postaci (np. jako chmury, mgła z widocznością 1 mili lub mniejszą, deszcz, śnieg, deszcz ze śniegiem, kryształki lodu).

Czujniki instalacji przeciwoblodzeniowej na przeważającej większości statków powietrznych są rozmieszczane na płatowcu, natomiast nie ma ich we włotach silników (przykłady rozmieszczenia czujników instalacji przeciwoblodzeniowej różnych statków powietrznych przedstawiono w tablicy 1 [3, 4, 5, 6, 7, 9, 24]. Takie umieszczenie czujników powoduje, że do obłodzenia elementów zespołu napędowego może dojść pomimo braku sygnalizacji, a także, co istotniejsze, instalacja przeciwobłodzeniowa silników może nie zostać automatycznie włączona w odpowiednim czasie [2].

Tablica 1. Rozmieszczenie czujników instalacji przeciwoblodzeniowej na różnych rodzajach statkach powietrznych (S – śmigłowiec, SS – samolot z turbinowymi silnikami śmigłowymi, SO – samolot z turbinowymi silnikami odrzutowymi)

Lp. Statek powietrzny		Rozmieszczenie czujników instalacji		
		przeciwoblodzeniowej		
1	Airbus A310 (SO)	– pod spodem przedniej części kadłuba		
2	Airbus A320, A330,	– na ramie między szybami kabiny załogi		
	A340 (SO)	(wskaźnik wizualny		
		z dodatkową sygnalizacją świetlną)		
3	ATR 42 (SS)	– krawędź natarcia lewego skrzydła		
		– lewa strona kabiny pilotów (opcjonalny		
		wskaźnik wizualny)		
4	ATR 72 (SS)	– krawędź natarcia lewego skrzydła		
		– prawa strona kabiny pilotów (wskaźnik		
		wizualny)		
5	BAe JetStream 4100 (SS)	– lewa strona przedniej części kadłuba		
6	Boeing 737 (SO)	– lewa strona przedniej części kadłuba		
		(opcjonalnie)		
7	Embraer Legacy (SO)	– prawa i lewa strona przedniej części kadłuba		
		– górna powierzchnia prawego i lewego skrzydła		
8	MD-80 (SO)	– na górnej powierzchni lewego i prawego		
		skrzydła		
9	MD-11 (SO)	– wlot do lewego i prawego silnika		
10	Mi-8 (S)	– wlot do wentylatora przekładni głównej		
		– na zewnątrz po lewej stronie kabiny pilotów		
		(wskaźnik wizualny)		
11	Piaggio Avanti II (SS)	– prawa strona przedniej części kadłuba		

Potrzeba umieszczania we włotach silników sygnalizatorów obłodzenia działających niezależnie od sygnalizatorów płatowcowych, ze względu na różne warunki występowania obłodzenia na płatowcu i elementach zespołu napędowego, jest znana [27], jednak istnieją trudności ze skonstruowaniem takich prawidłowo i niezawodnie działających czujników [25]. Niekiedy instrukcje eksploatacji w powietrzu nakazują traktowanie wizualnego wskaźnika obłodzenia jako zasadniczego czujnika, a czujniki zdalne pełnią jedynie rolę pomocniczą [6]. Należy przy tym pamiętać, że włączenie instalacji przeciwobłodzeniowej, zwłaszcza zasilanej powietrzem pobieranym ze sprężarki, obniża osiągi silników – z tego powodu instalacje te nie mogą pozostawać włączone przez cały czas pracy silników.

Różnice pomiędzy warunkami opływu typowo rozmieszczanych czujników instalacji przeciwoblodzeniowej a warunkami panującymi w kanale przepływowym silnika można pokazać na przykładzie śmigłowca Mi-8 (rys. 1). Załoga śmigłowca ma do dyspozycji wizualny wskaźnik oblodzenia znajdujący się po lewej stronie kabiny (1). Instalacja przeciwoblodzeniowa (podczas czuwania w trybie automatycznym) włączana jest po wykryciu oblodzenia przez izotopowy czujnik oblodzenia RIO-3 (2) umieszczony we wlocie wentylatora chłodzącego przekładni głównej śmigłowca. Ponadto załoga może odczytać temperaturę powietrza atmosferycznego na termometrze, którego czujnik zamocowany jest na oszkleniu kabiny po jej prawej stronie (3).



Rys. 1. Rozmieszczenie czujników informujących o potencjalnym oblodzeniu śmigłowca Mi-8 (a) oraz punkty pomiaru temperatury podczas badań eksperymentalnych (b): wizualny wskaźnik oblodzenia (1), czujnik RIO-3 instalacji przeciwoblodzeniowej (2), termometr (3); T1-T7 punkty pomiaru temperatury

Wykonane w Instytucie Techniki Lotniczej WAT badania, m.in. obliczenia termogazodynamiczne wlotów podczas pracy silników śmigłowca w warunkach statycznych na ziemi, a także podczas lotu śmigłowca z prędkością 200 km/h przy wykorzystaniu uproszczonego, jednowymiarowego modelu silnika [2], obliczenia numeryczne z wykorzystaniem pakietu Fluent i z zastosowaniem różnych modeli przepływu i turbulencji, wykazały znaczne różnice między wartościami temperatur w charakterystycznych punktach płatowca i silnika (tablica 2).

Tablica 2. Wartości różnic temperatur w charakterystycznych punktach śmigłowca Mi-8 w stosunku do temperatury powietrza otaczającego zmierzone lub obliczone podczas badań prowadzonych w ITL WAT (oznaczenia zgodne z rys. 1) [4, 27]

T1 [°C]	T2 $[^{\circ}C]$	T3 $[^{\circ}C]$	T4 [°C]	T5 $[^{\circ}C]$	T6 [°C]	T7 [°C]	
	Obliczenia termogazodynamiczne dla prędkości 0 km/h						
		(zawis, pr	aca silników	na ziemi)			
-0,46	-3,11	-7,31		-0,99	-2,17		
(Obliczenia termogazodynamiczne dla prędkości lotu 200 km/h						
1,09	-1,49	-5,56		$0,\!58$	-0,57		
Obliczenia numeryczne dla przepływu laminarnego							
	-3,70	$-7,\!67$					
Badania silnika TW2-117AG w hamowni WZL nr 3 w Dęblinie w dn. 05.01.2004							
-3,26	-2,51	-5,06					
Badania modelu śmigłowca w warunkach lotu w temperaturze $+2^{\circ}C$							
1,74	0,67	-2,78	$1,\!87$	$1,\!97$	1,87	1,97	
Badania modelu śmigłowca w warunkach lotu w temperaturze $-3^{\circ}\mathrm{C}$							
-1,72	-1,36	-4,41	-1,22	-1,72	-1,95	-0,69	

Analiza wyników obliczeń pokazuje, że możliwe jest wystąpienie sytuacji, gdy załoga nie zauważy symptomów oblodzenia na wskaźniku wizualnym, nie odczyta ujemnej wartości temperatury otoczenia z termometru, a jednocześnie nie nastąpi sygnalizacja oblodzenia przez czujnik instalacji przeciwoblodzeniowej. W tym samym czasie w określonych miejscach kanałów wlotowych i sprężarek silników może tworzyć się lód.

2. Przegląd zdarzeń związanych z oblodzeniem silników turbinowych w lotnictwie polskim

W latach 1972-2003 zanotowano w Polsce wiele zdarzeń lotniczych związanych z oblodzeniem silników turbinowych $[2,\,11,\,28],\,{\rm m.in.:}$

- 23.03.1972 r. Podczas lotu samolotu TS–11 Iskra nastąpiło oblodzenie kanału włotowego, co spowodowało niestateczną pracę sprężarki, wzrost temperatury spalin oraz spadek prędkości obrotowej wirnika. Wskutek niestatecznej pracy sprężarki doszło do urwania piór łopatek 4., 5. i 6. stopnia sprężarki w 1/3 ich długości oraz uszkodzonych zostało sześć łopatek wirnikowych turbiny.
- 14.01.1978 r. Śmigłowiec Mi-8 lądował awaryjnie z powodu niestatecznej pracy sprężarki wywołanej oblodzeniem wlotu silnika z powodu nie włączenia przez załogę instalacji przeciwoblodzeniowej.
- 01.12.1983 r. Podczas lotu śmigłowca Mi-8T na wysokości 100 m dowódca załogi nakazał właczenie instalacji przeciwoblodzeniowej silników, gdyż zaobserwowano opady śniegu o małej intensywności. Po około 8 minutach załoga usłyszała huk z rejonu silników, a śmigłowiec zaczął gwałtownie przepadać. Jednocześnie zauważono zmniejszenie prędkości obrotowej wirnika nośnego oraz zmniejszenie prędkości obrotowej wirnika wytwornicowego lewego silnika, który po chwili wyłączył się. Zadanie przerwano, a śmigłowiec lądował na lotnisku zapasowym. Analiza zdarzenia wykazała, że przyczyną samoczynnego wyłączenia się lewego silnika było zbyt późne włączenie instalacji przeciwoblodzeniowej, co spowodowało zerwanie nagromadzonego wcześniej we włocie lodu, a następnie zassanie go do sprężarki. Ponadto stwierdzono różnice między polską a rosyjską instrukcją eksploatacji śmigłowca Mi-8 w powietrzu. Instrukcja rosyjska nakazywała włączanie instalacji przeciwoblodzeniowej silników w temperaturach +5°C i niższych, natomiast zabraniała włączania tej instalacji w czasie, gdy śmigłowiec znajdował się już w strefie oblodzenia.
- **03.03.1984 r.** W trakcie lotu śmigłowca Mi-2 w trudnych warunkach atmosferycznych w temperaturze poniżej $+5^{\circ}$ C podczas zniżania załoga zauważyła różnicę wskazań prędkości obrotowych wirników wytwornicowych lewego (n = 87%) i prawego (n = 94%) silnika. Po zmniejszeniu skoku łopat wirnika nośnego zaobserwowano powolne zmniejszanie się prędkości obrotowej wirnika wytwornicowego prawego silnika, a następnie jego wyłączenie się. Po 15 sekundach nastąpiło wyłączenie się lewego silnika. Podczas awaryjnego lądowania na polu z wykorzystaniem autorotacji śmigłowiec nie został uszkodzony. Badania zdarzenia pokazały, że jego przyczyną było oblodzenie łopatek pierwszego stopnia sprężarki wskutek nie włączenia przez załogę instalacji przeciwoblodzeniowej.
- **29.03.1985 r.** W wyniku niedostatecznej informacji meteorologicznej nastąpiło wejście śmigłowca Mi-2 w strefę burzy śnieżnej, co spowodowało

wyłączenie się prawego silnika. W czasie awaryjnego lądowania w lesie śmigłowiec opadł na podwozie wśród drzew, a pilot został ranny.

- $03.04.1985\,r.$ Nastąpiło uszkodzenie silnika śmigłowca Mi-2 wskutek oblodzenia.
- 05.02.1992r. W wyniku oblodzenia uległy uszkodzenia sprężarki dwu samolotów typu MiG-21US.
- 05.03.1998 r. W czasie lotów szkolnych w trudnych warunkach atmosferycznych śmigłowca W-3RM Anakonda zaświeciła się lampka sygnalizująca oblodzenie. W trakcie podejścia do lądowania zaświeciła się lampka informująca o uszkodzeniu silnika, a także gwałtownie zmniejszyły się wartości prędkości obrotowe wirnika wytwornicowego, momentu obrotowego i temperatury lewego silnika, który wyłączył się samoczynnie bez żadnych wcześniejszych objawów nieprawidłowości w pracy. Śmigłowiec lądował na lotnisku z jednym pracującym silnikiem. Przegląd wyłączonego silnika wykazał uszkodzenie wszystkich łopatek kierujących pierwszego stopnia sprężarki, wygiętą jedną łopatkę wirnikową pierwszego stopnia sprężarki oraz uszkodzone dwie łopatki drugiego stopnia i jedną łopatkę trzeciego stopnia. Stwierdzono, że przyczyną uszkodzeń i wyłączenia się silnika było dostanie się do sprężarki kawałka lodu zerwanego z usytuowanego w kanale wlotowym silnika czujnika temperatury.
- 22.03.2000 r. W trakcie lotu samolotu TS-11 Iskra doszło do oblodzenia silnika. Po wylądowaniu nie stwierdzono uszkodzenia silnika i został on dopuszczony do dalszej eksploatacji.
- 13.11.2000 r. Samolot Jak-40 wykonujący lot w warunkach nie wskazujących, wg komunikatu meteorologicznego, na zagrożenie oblodzeniem, znalazł się w strefie oblodzenia w górnej warstwie chmur na wysokości 5500 m. Po zaświeceniu się lampki sygnalizacyjnej załoga uruchomiła instalację przeciwoblodzeniową, jednak mimo tego po kilku minutach doszło do wzrostu prędkości drgań¹ środkowego silnika do wartości 50 mm/s. Pomimo zmniejszenia zakresu pracy silnika nastąpił dalszy wzrost prędkości drgań do 70 mm/s, usłyszano dudnienie, pojawił się swąd spalenizny i zaświeciła się lampka sygnalizująca niebezpieczną wartość drgań środkowego silnika. Dowódca załogi nakazał wyłączenie silnika. Przerwano wykonywanie zadania, a samolot bezpiecznie wylądował z dwoma pracującymi silnikami. W wyniku przeglądu silnika stwierdzono przebarwienia i przegrzanie łopatek wirnikowych pierwszego stopnia

¹Na silnikach różnych typów dla oceny wartości drgań mierzone są prędkości [mm/s] lub przyspieszenia $[m/s^2]$ drgań. Wielkości te zwane są potocznie wibracją.

sprężarki niskiego ciśnienia oraz pierwszego stopnia sprężarki wysokiego ciśnienia, a także ubytki masy uszczelniającej nad łopatkami wirnikowymi odpowiednich stopni. Uszkodzenia zostały spowodowane ocieraniem się wierzchołków łopatek o ścianki kadłuba sprężarki. Instalacja przeciwoblodzeniowa była sprawna.

- 13.11.2000 r. Samolot Jak-40 na wysokości 5800 m wszedł w strefę oblodzenia w rejonie, w którym 2 godziny wcześniej doszło do oblodzenia samolotu tego samego typu. Nastąpił znaczny wzrost prędkości drgań środkowego silnika do wartości 60 mm/s. Po ograniczenia zakresu pracy silnika wartość prędkości drgań zmniejszyła się, ale załoga poczuła nienaturalny zapach w kabinie, więc dowódca podjął decyzję o wyłączeniu silnika. Samolot wykonał lądowanie z jednym niepracującym silnikiem. Przegląd silnika wykazał przebarwienia wierzchołków łopatek wywołane ich ocieraniem o uszczelnienia. Instalacja przeciwoblodzeniowa działała prawidłowo. Analiza zdarzenia wykazała, że informacja o wystąpieniu oblodzenia w poprzednim locie nie została przekazana do kontroli lotów i dowódca drugiego samolotu, pomimo iż dowiedział się przed startem o wcześniejszym zdarzeniu, nie uzyskał zgody na ominięcie rejonu, w którym występowało oblodzenie.
- 18.02.2001 r. Samolot Jak-40 miał wykonać zadanie w trudnych warunkach atmosferycznych (mżawka, opady deszczu ze śniegiem, oblodzenie). Po starcie, na wysokości 200 m, włączono instalację przeciwoblodzeniową na pełny zakres. W trakcie wznoszenia kilkakrotnie włączała się i gasła lampka sygnalizująca oblodzenie. Na wysokości ok. 4000 m, gdy samolot wychodził z chmur, ponownie włączyła się sygnalizacja oblodzenia, a następnie wystąpił gwałtowny wzrost prędkości drgań lewego i środkowego silnika do wartości 40 mm/s. Jednocześnie rozległ się dźwięk przypominający buczenie oraz załoga poczuła swąd z instalacji klimatyzacji. Dowódca załogi polecił zmniejszenie zakresu pracy silników do wartości n = 80% maksymalnej prędkości obrotowej, a następnie, ponieważ prędkość drgań nie zmniejszała się, do zakresu biegu jałowego (małego gazu). Czynności te nie przyniosły oczekiwanego rezultatu, więc podjęto decyzję o przerwaniu zadania i powrocie na lotnisko. Podczas lotu powrotnego, w czasie, gdy silnik prawy pracował na zakresie nominalnym, natomiast lewy i środkowy na zakresie biegu jałowego, nastąpił wzrost prędkości drgań prawego silnika, która zmniejszyła się po ograniczeniu zakresu pracy silnika (do n = 80%). Przed lądowaniem zwiększono (do n = 80%) zakres pracy dwu pozostałych silników, nie obserwując wzrostu prędkości drgań. Podczas przeglądu silników stwierdzono na wierzchołkach

pierwszego stopnia sprężarki niskiego ciśnienia ślady ocierania o kadłub sprężarki dwu łopatek prawego silnika oraz ślady ocierania i przegrzania pięciu łopatek lewego silnika. Ponadto w dyszach wylotowych obu silników zaobserwowano niewielkie ilości metalicznego nalotu. Instalacja przeciwoblodzeniowa pracowała prawidłowo.

- 29.01.2003 r. W trakcie wysadzania ratowników ze śmigłowca W-3 Sokół podczas zawisu na wysokości ok. 1 m nad lawiniskiem doszło do samo-czynnego wyłączenia się prawego silnika. Podczas lotu powrotnego na lądowisko nastąpiło niespodziewane wyłączenie się także lewego silnika. Pilot wykonał lądowanie autorotacyjne w terenie przygodnym zakoń-czone poważnym uszkodzeniem śmigłowca. Komisja badająca zdarzenie uznała, że przyczyną wyłączenia się silników było zassanie do wlotów śniegu wzbijanego podczas zawisu nad lawiniskiem i w konsekwencji oblodzenie wlotów, co spowodowało przerwanie dopływu powietrza do silników i ich samoczynne wyłączanie się. Instalacja przeciwoblodzeniowa wlotów zarówno w czasie zawisu, jak i lotu powrotnego na lądowisko nie była włączona.
- 04.12.2003 r. Śmigłowiec Mi-8P wykonywał lot po zmroku w trudnych warunkach atmosferycznych z instalacją przeciwoblodzeniową pracującą w trybie automatycznym, tj. takim, przy którym instalacja zostałaby właczona samoczynnie w przypadku wykrycia oblodzenia przez czujnik tej instalacji. Podczas zniżania przed ladowaniem śmigłowiec znalazł się w chmurach w warunkach silnej inwersji, w której na wysokości 950 m-700 m temperatura powietrza wynosiła $+5^{\circ}$ C-0°C. W czasie przelotu przez chmury wystąpiło niezauważone przez załoge powolne zmniejszanie się prędkości obrotowej wirnika, która w ciągu 2 minut osiągnęła wartość $88\%^2$, co mogło świadczyć o postępującym procesie obladzania elementów wlotów silników. Przestawienie w pewnej chwili łopat wirnika nośnego na kąt o 1° większy spowodowało spadek predkości obrotowej tego wirnika do 82%, a chwilę później wyłączenie się lewego silnika, czemu towarzyszył głośny huk. 24 sekundy później samoczynnie wyłączył się także silnik prawy. Pilot wykonał poprawny manewr awaryjnego lądowania autorotacyjnego, jednak ze względu na brak widoczności ziemi i zalesiony teren śmigłowiec zderzył się z drzewami, a następnie uderzył w ziemię. Kadłub śmigłowca został częściowo zgnieciony pod wpływem masy zespołu napędowego, a 11 pasażerów i 4 członków załogi odniosło obrażenia. Badania silników wymontowanych z wraku śmi-

 $^{^2 \}rm Zgodnie z instrukcją pilotowania śmigłowca Mi-8 prędkość obrotowa wirnika nośnego jest utrzymywana przez układ automatycznej regulacji w granicach 94-97\%.$

głowca nie wykazały jakichkolwiek ich uszkodzeń podczas lotu, silniki zostały uruchomione następnie w hamowni i parametry ich pracy były zgodnie wówczas z warunkami technicznymi. Obliczenia teoretyczne, badania silników w hamowni oraz badania specjalnie wykonanego modelu w tunelu aerodynamicznym niskich temperatur wykazały, że najbardziej prawdopodobną przyczyną wyłączenia się silników było oblodzenie silników. Komisja badająca wypadek stwierdziła nieprzestrzeganie przez załogę zapisu instrukcji Śmigłowiec Mi-8. Technika Pilotowania, nakazującego przy temperaturze otoczenia $+5^{\circ}$ C i niższej, wykonywać loty z włączonym układem instalacji przeciwoblodzeniowej silników i wlotów na zakresie pracy ręcznej, tj. takim, przy którym załoga ręcznie włącza ogrzewanie wlotów silników.

3. Przegląd zdarzeń związanych z oblodzeniem silników turbinowych w lotnictwie światowym

Na podstawie przedstawionego powyżej przeglądu zdarzeń lotniczych w Polsce można wysnuć błędny wniosek, że przypadki oblodzenia silników turbinowych dotyczą statków powietrznych zaprojektowanych w dawnym Związku Radzieckim lub krajach będących pod jego wpływem i są związane z niedoskonałością pochodzącej z tych państw techniki lotniczej. O tym, że oblodzenie jest groźne również dla silników samolotów i śmigłowców zaprojektowanych w krajach o uznanym poziomie techniki, mogą świadczyć zamieszczone poniżej przykłady wybrane spośród wielu zdarzeń, jakie miały miejsce w lotnictwie światowym [2].

13.01.1982 r. – Samolot Boeing B737 linii Air Floryda wystartował z lotniska w Waszyngtonie przy lekkich/średnich opadach śniegu i temperaturze poniżej 0°C. Po oderwaniu się od drogi startowej samolot nie zdołał wznieść się na odpowiednią wysokość i zderzył się z mostem na 14 ulicy. W trakcie analizy przyczyn katastrofy stwierdzono, że samolot został odlodzony około pół godziny przed startem. W trakcie kołowania na jego kadłubie zgromadził się śnieg i utworzył się powłoka lodowa. Lód utworzył się także w obu silnikach na nadajnikach ciśnienia za sprężarkami niskiego ciśnienia, ponieważ załoga nie włączyła instalacji przeciwoblodzeniowej silników, której zadaniem jest m.in. ogrzewanie wspomnianych wcześniej nadajników ciśnienia. W efekcie pomimo ustawienia przez załogę dźwigni sterowania silników za zakres startowy, układ automatycznego sterowania, z powodu błędnych sygnałów z nadajników ciśnienia, ustawił zakres pracy silników mniejszy od wymaganego [2, 18].

- **22.03.1992 r.** W trakcie lotu rejsowego do Perth, nad Pustynia Zachodnia w Australii, na wysokości przelotowej ok. 9500 m cztery silniki ALF502-R5 samolotu British Aerospace BAe 146-200A mającego na pokładzie 51 pasażerów oraz 4 członków załogi samoczynnie zmniejszyły zakres pracy, co uniemożliwiło kontynuację lotu na zadanej wysokości. W ciągu następnych 17 minut załoga próbowała ustawić właściwy zakres pracy silników, ale nie reagowały one na zmiany położenia dźwigni sterowania. Podczas prób wyłączania silników i ich ponownego uruchamiania także nie udawało się uzyskać zakresu pracy silnika odpowiadającego nawet biegowi jałowemu w locie. W tym czasie samolot znalazł się na wysokości ok. 3000 m, po czym silniki zaczęły reagować na ruchy dźwigni sterowania. Samolot bez przeszkód wyladował awaryjnie na najbliższym lotnisku położonym wzdłuż zaplanowanej trasy lotu. Komisja badająca ten przypadek ustaliła, że przyczyną samoczynnego zmniejszenia zakresu pracy wszystkich silników samolotu był fakt, że po uruchomieniu instalacji przeciwoblodzeniowej płatowca i silników w warunkach sprzyjających oblodzeniu układ paliwowy nie był w stanie dostarczyć odpowiedniej dla utrzymania zakresu pracy silników ilości paliwa z powodu pobierania dużej ilości powietrza ze sprężarek na potrzeby instalacji przeciwoblodzeniowej. Spowodowało to samoczynne zmniejszenie zakresu pracy silników, a to z kolei doprowadziło do ich oblodzenia, co wywołało brak reakcji silników na zmiany położenia dźwigni sterowania silnikami. Silniki zaczęły pracować prawidłowo dopiero po ustąpieniu oblodzenia. Dla uniknięcia podobnych zdarzeń wprowadzono zakaz wykonywania lotów na tego typu samolotach powyżej wysokości 8500 m w dobrych warunkach atmosferycznych w nocy lub 10000 m w dzień oraz powyżej wysokości 7600 m w warunkach sprzyjających oblodzeniu w dzień i w nocy [2, 19, 21].
- 05.01.1997 r. Samolot Fairchild SA-227-AC (Metro III) wyposażony w 2 silniki AlliedSignal TPE331-3U wykonywał lot czarterowy z Long Beach w Kaliforni do Grand Canyon w Arizonie. W trakcie lotu, z powodu nagłego pogorszenia się warunków atmosferycznych, załoga postanowiła zmienić trasę lotu i lądować w Bullhead City. Przed rozpoczęciem zniżania załoga włączyła instalację przeciwoblodzeniową zabezpieczającą wloty silników, skrzydła, śmigła oraz nadajnik ciśnień. Zaobserwowano występowanie oblodzenia o małej intensywności – grubość warstwy lodu na skrzydłach wynosiła ok. 3 mm. Podczas zniżania, w trakcie przelo-

tu przez chmury, załoga uruchamiała mechaniczne odladzanie skrzydeł, które doprowadziło do usunięcia lodu. W ostatniej fazie zniżania, podczas podejścia do lądowania, sekundę po wypuszczeniu podwozia i klap, nastapiło samoczynne wyłączenie się obu silników. Samolot wylądował awaryjnie w terenie otwartym między rzeka a ruchliwa szosa, w odległości 2,4 km od lotniska. W wyniku wypadku obrażenia odniosło 2 członków załogi, natomiast nie ucierpiał żaden z 19 pasażerów. Komisja badająca zdarzenie stwierdziła, że przyczyną wyłączenia się silników było niewłączenie przez załogę instalacji zapłonowej w tryb pracy ciągłej, co przy temperaturze niższej od +5°C nakazywała instrukcja eksploatacji samolotu dla uniknięcia wyłączenia się silników w wyniku oblodzenia. W efekcie tego błędu topniejący lód został zassany do silników i spowodował ich wyłączenie. Jednocześnie stwierdzono, że w latach 1974-1997 wystąpiło 25 przypadków wyłączania się jednego lub obu silników w tego typu samolotach w warunkach oblodzenia (np. 01.04.1993 r. w Tenessee) [2, 20].

13.01.2000 r. – Samolot Shorts SD3-60, majacy 2 silniki Pratt&Whitney PT6A-67R, wystartował z lotniska w Trypolisie. Temperatura powietrza w chwili startu wnosiła +13°C. Podczas wykonywania lotu w temperaturze -2° C załoga właczyła instalację przeciwoblodzeniowa płatowca oraz nadajnika ciśnień, natomiast nie właczyła instalacji przeciwoblodzeniowej silników. W trakcie zniżania przed lądowaniem nastąpiło samoczynne wyłączenie lewego silnika, a 31 sekund później także prawego. Podjęta próba uruchomienia silników nie powiodła się i 6 sekund później samolot awaryjnie wodował na morzu. W trakcie badań przyczyn zdarzenia stwierdzono, że sygnalizacja oblodzenia działała prawidłowo i nie stwierdzono żadnych mechanicznych przyczyn mogacych spowodować wyłączenie się silników. Wykluczono również zła jakość paliwa. Komisja stwierdziła, że przyczyną samoczynnego wyłączenia się silników było gwałtowne stopienie się lodu we wlotach podczas zmniejszania wysokości lotu i niewłączenie przez załogę instalacji przeciwoblodzeniowej silników, mimo że instrukcja eksploatacji samolotu nakazywała jej włączenie w panujących warunkach już przy temperaturze $+6^{\circ}$ C, nawet jeśli nie ma widocznych oznak oblodzenia na elementach płatowca i kołpakach śmigieł. Ponadto ustalono, że załoga przez niemal cały czas trwania lotu i przed wyłączeniem się pierwszego silnika była zajęta dyskusją nie związaną z lotem, co mogło przyczynić się do niezauważenia wzrostu temperatury spalin, który nie został zasygnalizowany, jako że temperatura nie przekroczyła wartości dopuszczalnej [2, 17].

- 18.04.2000 r. śmigłowiec Bell 206L-3, który znajdował na płaszczyźnie postojowej lotniska Grand Canzon w Arizonie bez osłon na wlotach, w tracie obsługi przedlotowej został oczyszczony ze śniegu, który zaczał padać w nocy. Śmigłowiec ten stał jeszcze około 30 minut w nasłonecznionym miejscu, po czym pilot uruchomił silnik i przeprowadził podgrzewanie przed startem. Silnik pracował normalnie. Podczas wznoszenia, na wysokości około 70 m, pilot po zmianie kursu zmniejszył skok łopat wirnika nośnego i zaraz potem, na wysokości ok. 30 m usłyszał huk i poczuł, że silnik całkowicie utracił moc. W tej samej chwili świadkowie znajdujący się na lotnisku zauważyli, że ucichł odgłos pracującego silnika i zaobserwowali obłok białego dymu wydobywający się z układu wylotowego. Śmigłowiec zderzył się z ziemią na otwartym obszarze lotniska po udanym manewrze ominięcia przewodów elektrycznych w trakcie lądowania autorotacyjnego. Komisja badająca zdarzenie ustaliła, że jego przyczyną był błąd pilota polegający na niedokładnym wykonaniu obsługi przedlotowej i nieusunięciu przez pilota całego śniegu z wlotu silnika. Jednocześnie przypomniano, że wyniki przeprowadzonych w 1968 roku badań cywilnych silników Allison 250 pokazały, że zassanie do wlotu 30 gramów śniegu lub błota pośniegowego (zawierającego 25% wody) może doprowadzić do samoczynnego wyłaczenia silnika [2, 16].
- 20.03.2001 r. Samolot DHC-8-311 z silnikami Pratt&Whitney PW123 wylądował na lotnisku Bristol o godzinie 13:14, a ponieważ odlot był planowany na godzinę 15:10, więc załoga nie zakryła wlotów silników do silników. Temperatura powietrza w tym czasie wynosiła 0°C, widoczność około 2000 m, padał lekki śnieg, ale później warunki pogodowe pogorszyły się. W związku z tym przed odlotem kapitan samolotu podjął decyzję o odlodzeniu samolotu, a także dokonał przeglądu wlotów, nie stwierdzając wewnątrz lodu lub śniegu. O godz. 15:35 samolot wykołował z płaszczyzny postojowej. W trakcie oczekiwania na pozwolenie wkołowania na drogę startową nagle samoczynnie wyłączył się prawy silnik. Załoga rozpoczęła procedurę uruchamiania wyłączonego silnika, ale 2 minuty 25 sekund później, bez żadnych niepokojących objawów, wyłączył się także lewy silnik. Po przeglądzie silników, w trakcie którego nie stwierdzono żadnych uszkodzeń, silniki uruchomiły się i ich parametry były zgodne z wymaganiami technicznymi. Badania wykazały, że najbardziej prawdopodobną przyczyną wyłączenia się silników było zassanie do kanału przepływowego błota pośniegowego (temperatura powietrza wzrosła do +1°C), które zgromadziło się w tylnej części kanału wlotu podczas postoju samolotu. Problem taki pojawiał się na tym typie samolotu już

wcześniej i w roku 1994 wprowadzono do instrukcji poprawki nakazujące uważne przeglądanie kanałów wlotowych, a także otwieranie luków odpylaczy bezwładnościowych powietrza wlotowego oraz ręczne włączanie układu zapłonowego w tryb pracy ciągłej przed startem. Jednocześnie zaznaczono, że dokładny przegląd kanałów wlotowych jest możliwy, ze względu na usytuowanie wlotów, tylko z wykorzystaniem drabinki [2, 13].

30.09.2005 r. – Będący własnością University of North Dakota specjalnie wyposażony samolot Cessna Citation II (z silnikami Pratt&Whitney JT15D-4) wykonywał lot mający na celu określenie, czy warunki atmosferyczne są odpowiedie do przeprowadzenia certyfikacji nowego typu śmigłowca do lotów w warunkach oblodzenia. W chwili, gdy urządzenia pomiarowe samolotu wykazały obecność na krawędzi natarcia skrzydeł warstwy lodu o grubości około 2,5 cm, pilot uruchomił instalację przeciwoblodzeniową płatowca i skrzydeł. Kilka minut później pasażerowie usłyszeli huk w rejonie umieszczonych w tylnej części kadłuba silników, które następnie wyłączyły się samoczynnie. Próby uruchomienia silników nie powiodły się i samolot wylądował awaryjnie w terenie przygodnym. Komisja badająca wypadek uznała, że jego przyczyną było niewłaściwe działanie załogi, która nie przestrzegała zawartych w instrukcji eksploatacji samolotu zasad stosowania instalacji przeciwoblodzeniowej ostrzegających, że zbyt późne jej włączenie może doprowadzić do uszkodzenia silników wskutek dostania się do nich lodu. Oględziny obu silników wykazały uszkodzenie łopatek wentylatorów przez lód, który oderwał się ze skrzydeł po właczeniu instalacji przeciwoblodzeniowej [15].

4. Podsumowanie

Przedstawione powyżej przykłady zdarzeń lotniczych pokazują, że fakt pilotowania nowoczesnych statków powietrznych nie zwalnia ich załóg od przestrzegania instrukcji eksploatacji i zachowania czujności, ponieważ ich instalacje przeciwoblodzeniowe zwykle nie wykrywają odpowiednio wcześnie oblodzenia silników. Nawet piloci najnowocześniejszych współczesnych statków powietrznych muszą umieć przewidywać warunki powstania oblodzenia silników i liczyć się z ich skutkami, czego przykładem może być wyłączenie się podczas lądowania obu silników Rolls-Royce Trent 800 samolotu Boeing 777 wskutek niewłączenia instalacji przeciwoblodzeniowej z powodu niezadziałania czujników oblodzenia [1].

Coraz bardziej nowoczesne sposoby zabezpieczania silników okazują się być nieskuteczne w skrajnie niesprzyjających warunkach atmosferycznych. Zdarzają się warunki, w których instalacje przeciwoblodzeniowe nie są w stanie dostarczyć wystarczająco dużo ciepła, aby zapobiec utworzeniu się powłok lodowych na elementach włotów silników turbinowych. W miarę rozszerzania się obszarów użytkowania statków powietrznych poznawane są nowe zjawiska, których skutków wcześniej nie przewidywano. O ile czujniki instalacji przeciwoblodzeniowych zwykle pozwalają w odpowiednim czasie wykryć oblodzenie płatowców, to występują duże trudności z opracowaniem skutecznych czujników ostrzegających przed oblodzeniem zespołów napędowych. Oblodzenie jest jednakowo groźne dla statków powietrznych (i ich silników) produkowanych w Europie, Azji czy w uważanych przez wielu za najbardziej zaawansowane technologicznie Stany Zjednoczone. Silniki wyłączają się na skutek oblodzenia zarówno w starych poradzieckich Mi-8, jak i najnowszych samolotach Airbus A340 czy Boeing 777. Jeśli silniki wyłączają się na większych wysokościach, wówczas zazwyczaj automatycznie udaje się je uruchomić, natomiast w sytuacjach, w których do wyłączenia się silników dochodzi na małych wysokościach, często podczas podejścia do ladowania, konsekwencje bywaja poważne.

Trzeba pamiętać, że oblodzenie silników turbinowych może wystąpić w temperaturach +10°C i niższych przy obecności w powietrzu wody w postaci chmur, mgły, mżawki, deszczu, śniegu czy gradu.

Analizy wypadków i katastrof spowodowanych oblodzeniem silników turbinowych pokazują, że najczęściej jednak ich przyczyną były różnego rodzaju błędy popełnione przez ludzi. Nieznajomość lub nieprzestrzeganie instrukcji użytkowania silnika w powietrzu, nie włączona lub włączona zbyt późno instalacja przeciwoblodzeniowa, nieprzełączona w tryb pracy ciągłej instalacja zapłonowa, nieświadomość możliwości wystąpienia oblodzenia wlotu silnika turbinowego w dodatniej temperaturze, nieprzekazanie informacji załodze przez służby meteorologiczne czy – mający na celu umycie śmigłowca – lot poprzez strumienie wody tryskającej ze zraszaczy. Nawet najlepsze zabezpieczenia nie będą działać, jeśli załogi lub personel naziemny nie dadzą im szansy.

Zapisy w instrukcjach użytkowania w wielu przypadkach pisane były lotniczą krwią i należy ich bezwzględnie przestrzegać, ponieważ – jak zawsze powtarza autorytet w dziedzinie silników lotniczych prof. dr hab. inż. Stefan Szczeciński – my, ludzie lotnictwa, w odróżnieniu od użytkowników szos i autostrad, nie mamy pobocza, na którym można spokojnie poczekać na pomoc drogową. Wyniki dotyczące obladzania lotniczych silników turbinowych uzyskano w ramach pracy naukowej finansowanej ze środków na naukę w latach 2006-2008 jako projekt badawczy nr $4\,T12D\,016\,30.$

Bibliografia

- 2002-NM-318-AD Docket No.; Amendment 39-13027; AD 2003-03-03, Rules and Regulations, Federal Aviation Administration, 2003
- Analiza i badania związane z wypadkiem śmigłowca Mi-8P dla potrzeb KBWL MON, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2004
- 3. ATR 42 Model 400/500 Flight Crew Operational Manual, 1995
- 4. ATR 72 Flight Crew Operational Manual, 1996
- BAe JETSTREAM Series 4100, Manufacturers Operating Manual, 4, BAE Systems, 1992
- 6. Be Prepared for Icing, ATR Training Centre, 2003
- 7. Bombardier Global 500, Flight Crew Operating Manual, 2005
- 8. BRAITHWAITE G. I IN., *Aviation Meteorology*, University of New South Wales, Australia
- 9. C-295 Technical Review, EADS Military Transport Aircraft, 2007
- Certifications Specifications for Large Aeroplanes, CS-25, EASA, Amendment 2, 02.10.2006
- CHACHURSKI R., DROZDOWSKI Z., JASIŃSKI J., KOWALECZKO G., KROSZ-CZYŃSKI K., MICHAŁOWSKI R., PANAS A., PIETREK S., SOBIERAJ W., WRZESIEŃ S., 2005, *Oblodzenie statków powietrznych*, Wydawnictwo Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, Warszawa
- CHACHURSKI R., FAFIŃSKI T., FRANT M., PANAS A.J., 2007, Numerical verification of icing hypotheses of the inlet of aircraft turbine engine TW2-117A, *Journal of KONES*, 14, Warszawa
- 13. DHC-8-311 G-JEDD, AAIB Bulletin, 1, The United Kingdom Air Accident Investigation Branch, Hampshire, 2002
- 14. Falcon 900 EX Easy, Training Manual, Dassault Aviation
- Factual Aviation Report NTSB ID: ANC05LA150, National Transportation Safety Board, 2007
- Factual Aviation Report NTSB ID: LAX00FA160, National Transportation Safety Board, 2002
- 17. Final Report of The Investigation Committee of The Libyan Civil Aviation Authorities concerning the accident of the aircraft Shorts SD3-60 HB-AAM on 13.01.2000 nearby Marsa Brega, Libya, Federal Department of The Environment, Transport, Energy and Communications, Berno

- 18. Flight in Icing Conditions, Pilot Guide, Federal Aviation Administration, 2002
- Four Engines Flameout Over West Australian Desert, Flight Safety Digest, Flight Safety Foundation, 10/1992, Alexandria, Virginia, USA, 1992
- Ice Ingestion Causes Both Engines to Flame Out During Air-taxi Turboprop's Final Approach, Fligth Safety Foundation, 56, 2, 1999
- Investigation Report B/925/3042, British Aerospace BAe 146-200A VH-JJP Near Meekatharra, Western Australia, 22 March 1992, Department of Transport, Bureau of Air Safet Investigation, 1994
- 22. KEBA I.W., 1976, Ljotnaja eksploatacija wertaljotnych gazoturbinnych dwigatelej, Transport, Moskwa
- 23. MCVEY O., PULLER R., 2007, Inclement Weather & Aircraft Engine Icing, General Electric Company, GE Aviatio
- 24. PIAGGIO P.180 AVANTI II, Pilot Operating Handbook, Piaggio Aero, 2006
- Safety Reccomendation Letter A04_34_35, National Transportation Safety Board, 2004;
- 26. Subpart E Powerplant. Section 6. Induction System, Federal Aviation Regulation
- 27. TENISZEW P.X. I IN., 1967, Protowoobledenitelnye sistemy letayelnych apparatow. Osnowy proektirowanija i metody ispytanij, Maszinostroenie, Moskwa
- 28. TREDER Ł., 2005, Analiza procesu obladzania elementów zespołów napędowych statków powietrznych i jego skutków, praca magisterska pod kierunkiem R. Chachurskiego, WAT, Warszawa

Aviation incidents connected with gas turbine engine icing

Abstract

Icing of gas turbine engines is at the bottom of many more or less serious aviation incidents. It is characteristic that negative temperatures are not neccesary for this phenomenon. A crew of an aircraft must be prepared for icing of the engine inlet depending of its geometry and inner flow conditions when the air temperature is below $+10^{\circ}$ C and there is any kind of water in the air (rain, snow, hail, clouds, fog, etc.).

The turbine engine icing was at the bottom of, at least, 15 aviation incidents in 1972-2003 in Poland (8 helicopters and 7 aeroplanes). Analysis shows that the main cause were different errors made by the crew and ground personel, which did not understand the principles of work of anti-icing systems and their limitations.

WSTĘPNE BADANIA LABORATORYJNE MINIATUROWEGO SILNIKA TURBINOWEGO GTM-120 DO ANALIZ OBLODZENIOWYCH

Andrzej J. Panas Ryszard Chachurski Marek Preiskorn

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki, Instytut Techniki Lotniczej e-mail: Andrzej.Panas@wat.edu.pl; Ryszard.Chachurski@wat.edu.pl; Marek.Preiskorn@wat.edu.pl

Opracowanie poświęcono omówieniu wyników testów hamowni z miniaturowym silnikiem turbinowym GTM-120. Omawiane stanowisko zostało skonstruowane w celu wykorzystania go w badaniach zjawisk oblodzeniowych. Miniaturyzacja układu pozwala na zwiększenie zakresu prowadzonych badań doświadczalnych. W pracy przedstawiono opis stanowiska wraz z układami rejestracji danych i kontroli pomiaru, podano podstawowe charakterystyki urządzenia oraz omówiono wyniki dotychczas wykonanych pomiarów. Pomimo ograniczenia ich zakresu potwierdzono przydatność testowanego stanowiska do badań o charakterze poznawczym oraz do analiz weryfikacyjnych. Uzyskano też wstępne dane dotyczące pracy silnika w warunkach imitujących uwodnioną atmosferę.

1. Wprowadzenie

Oblodzenie turbinowych zespołów napędowych, podobnie jak i oblodzenie zewnętrznych elementów konstrukcyjnych statku powietrznego, stanowi jeden z głównych czynników zagrożenia bezpieczeństwa lotu [1]. Ze względu na specyficzną kombinację zjawisk fizycznych do oblodzenia zespołów napędowych dochodzi także przy dodatnich temperaturach atmosfery otoczenia, sięgających kilkunastu stopni Celsjusza [2]. Dla oblodzenia silników turbinowych charakterystyczny jest też duży udział efektów wtórnych, powodowanych między innymi zasysaniem przez silnik odrywających się fragmentów osadów lodowych lub wody z nich powstającej [1]. Trudność analizy tego typu zjawisk ma wpływ na szczupłość danych literaturowych, w szczególności danych o charakterze ilościowym. Uzasadnia to potrzebę prowadzenia badań, zarówno teoretycznych jak i doświadczalnych.

Ze względu na specyfikę problemu badania doświadczalne zjawisk oblodzeniowych z reguły charakteryzują się dość istotnymi ograniczeniami. W przypadku badań obladzania lotniczych silników turbinowych, a w zasadzie turbinowych zespołów napędowych, przeprowadzenie eksperymentu na obiektach dużej skali (por. [3]) wiąże się z bardzo dużymi kosztami. Alternatywą dla takich doświadczeń, szczególnie w przypadku badań rozpoznawczych lub systematycznych, są eksperymenty wykonywane w mniejszej skali (por. np. [4]). W Instytucie Techniki Lotniczej WAT do badania procesów oblodzeniowych zaadoptowano modelarski silnik turbinowy GTM-120. Po wprowadzeniu niewielkich zmian konstrukcyjnych i oprzyrządowaniu silnika powstała minihamownia. W niniejszej pracy przedstawiono zwięzły opis stanowiska oraz wyniki pomiarów testowych. Ich celem było określenie możliwości badawczych układu i przeprowadzenie wstępnej analizy parametrów pracy silnika badań w warunkach sprzyjających oblodzeniu.

2. Opis stanowiska badawczego

Stanowisko do badań zjawisk oblodzeniowych silników turbinowych to zespół układów badawczych i pomiarowych złożony z:

- minihamowni z silnikiem GTM-120 oraz układami zasilania i sterowania podstawowymi parametrami pracy badanej jednostki;
- układów rejestracji danych pomiarowych oraz kontroli badań;
- przyrządów i układów pomiaru parametrów atmosfery.

Widok części mechanicznej oraz panelu sterowania hamowni przedstawiono na rys. 1. Zamontowany do badań hamownianych silnik turbinowy to silnik modelarski o jednostopniowej sprężarce promieniowej i jednostopniowej turbinie osiowej GTM-120 produkcji firmy TomSerwis. Orientacyjne parametry pracy silnika są następujące: ciąg ok. 70 N, spręż $\pi = 2$, deklarowana prędkość obrotowa maksymalna 105 000 obr./min, nominalna 85 000 obr./min. Według wstępnych obliczeń gazodynamicznych masowe natężenie przepływu przez silnik wynosi ok. 0,3 kg/s, natomiast maksymalna temperatura przed turbiną nie powinna być wyższa niż 1000 K. Na etapie produkcji silnik wyposażono w dodatkowe otwory wziernikowe zabezpieczone króćcami (rys. 2). Umożliwiają one dokonanie pomiaru temperatury i ciśnienia w dwóch wybranych przekrojach wewnętrznych: T2 za sprężarką i T3 za komorą spalania (przed turbiną).



Rys. 1. Widok hamowni z zamontowanym silnikiem: A – przesuwna platforma hamowni; B – silnik GTM-120; C – łoże hamowni; D – panel układu sterowania



Rys. 2. Silnik GTM-120 z ilustracją miejsc montowania czujników pomiarowych: T1 – na wlocie, T2 – za sprężarką, T3 – przed turbiną, T4 – za turbiną (na wylocie)

Króćce rozmieszono obwodowo w odstępach co 120°. Czujniki w nich montowane oznaczane są kolejnymi literami alfabetu według schematu: a – czujniki umieszczane na godzinie 1-szej patrząc od strony dyszy wylotowej, b – na godzinie 5-tej, c – na godzinie 9-tej. Platformę na której montuje się silnik zaopatrzono w prowadnice. Po ich odblokowaniu istnieje dodatkowa możliwość pomiaru ciągu silnika. Hamownia jest wyposażona w układ zasilania paliwem lotniczym. Integralny układ sterowania pracą silnika realizuje funkcje pomiaru prędkości obrotowej i jednopunktowego pomiaru temperatury za turbiną.

Do rejestracji sygnałów pomiarowych z czujników badawczych przewidziano zastosowanie dwóch zestawów kart pomiarowych. Pierwszy to karty rejestratora sygnałów niskonapięciowych wolnozmiennych z modułem podstawowym NI DAQmx 9172 oraz kartami NI 9211 firmy National Instruments. Pojedyncza karta NI 9211 umożliwia rejestrację 4 sygnałów z rozdzielczością 24 bitową w zakresie ± 80 mV. Maksymalna szybkość próbkowania jednego kanału to 14 próbek/s. W przypadku wykorzystywania większej ilości kanałów maksymalna częstotliwość próbkowania ulega stosownemu zmniejszeniu. W obecnej konfiguracji z trzema kartami system pozwala na próbkowanie i zapis 12 sygnałów termoelektrycznych. Możliwe jest również dołączenie do układu karty rejestracji sygnałów napięciowych NI 9205. Jest to karta 16stobitowa, z 16-stoma wejściami różnicowymi o zakresach od ± 0.2 V do ± 10 V. Maksymalna częstotliwość próbkowania w pomiarach jednokanałowych wynosi 250 kHz.

W badaniach procesów szybkozmiennych wykorzystywany jest modułowy system SCXI 1000 firmy National Instruments w konfiguracji: karta interfejsu pomiarowego NI SCXI 1600 USB o rozdzielczości 16 bitów, obudowa SCXI 1000, wzmacniacz SCXI 1125 i blok przyłączy SCXI 1328. Karta SCXI 1600 służy do zapisu sygnałów wstępnie przetworzonych przez inne moduły systemu. maksymalna częstotliwość próbkowania wynosi 200 Hz, a karta może obsłużyć do 352 kanałów. Wzmacniacz SCXI 1125 obsługuje do 8 kanałów i umożliwia rejestrację sygnałów termoelektrycznych z maksymalną częstotliwością próbkowania do 333 Hz. Zakresy w pomiarach napięciowych wynoszą od $\pm 2,5$ mV do 1000 V (w ostatnim przypadku – napięcia skutecznego).

Obydwa systemy obsługiwane są za pomocą sterowników wirtualnych. W standardowych pomiarach stosuje się programy środowiska NI Measurement and Automation Explorer. Do realizacji pomiarów bardziej zaawansowanych oraz do opracowywania danych pomiarowych używane są urządzenia wirtualne i programy zbudowane w środowisku NI LabVIEW. W zwięzłym podsumowaniu charakterystyki układów rejestracji sygnałów pomiarowych można stwierdzić, że system NI DAQmx 9172 umożliwia w chwili obecnej pomiary 12-kanałowe z rejestracją wszystkich odczytów co 1 s, natomiast w systemie SCXI wykonuje się standardowo pomiary 8-kanałowe z rejestracją wszystkich odczytów co 1 ms¹.



Rys. 3. Widok sondy pomiarowej analizatora IPS SAM: A – komora z układem pomiarowym, B – zwężka Venturiego do podsysania próbki ze strugi w przepływie zewnętrznym, C – wspornik rurowy z odprowadzeniem do sprężarki zasysającej próbkę w pomiarach statycznych, D – pokrętło przełącznika kanałów zasysania, E – dyfuzor osłaniający dyszę wlotową, F – dysza wlotowa, G – rurka Prandtla, H – wlot powietrza filtrowanego do ochron optyki układu pomiarowego

Do badań charakterystycznych parametrów powietrza atmosferycznego służą standardowe przyrządy pomiaru ciśnienia atmosferycznego, temperatury statycznej, wilgotności powietrza oraz analizator aerozoli skondensowanych w gazie IPS SAM firmy KAMIKA Instruments. Analizator jest wyposażony w sondę umożliwiającą pomiary zarówno w warunkach atmosfery statycznej, jak i w przepływach o prędkości do 40 m/s, w obu przypadkach przy minimalnej temperaturze -10° C. Maksymalna liczba klas pomiarowych wynosi 4096, a maksymalna liczba klas pomiarowych równego podziału to 256. Przedział mierzonych średnic cząstek od 0,6 μ m do 300 μ m pokrywa najbardziej istotny z punktu widzenia zjawisk oblodzeniowych zakres średnic kropel wodnych aerozoli atmosferycznych (por. np. [2], [6-8]).

¹Ograniczenie do 1 kHz jest stosowane ze względu na uciążliwość procesu opracowania danych pomiarowych o tak dużych i większych częstotliwościach próbkowania.

3. Badania doświadczalne

Jak już wcześniej wspomniano przeprowadzone doświadczenia objęły swoim zakresem:

- testy stanowiska;
- eksperymenty pilotażowe w warunkach imitujących pracę silnika z zasysaniem wody aerozolu atmosferycznego.

3.1. Testy hamowni

Testy zostały przeprowadzone przy temperaturze zewnętrznej zmieniającej się od 2°C do 5°C, przy wilgotności względnej określonej w pomiarze psychrometrycznym na ok. 95% oraz przy braku widocznych oznak zawartości wody skondensowanej w powietrzu. W pomiarach zasadniczych wykorzystany został rejestrator 12-kanałowy. Rejestracji sygnałów dokonywano co 1 s. Celem pomiarów było określenie zmian temperatury w poszczególnych przekrojach kontrolnych z uwzględnieniem rozkładów obwodowych. Do pomiaru temperatury wykorzystano czujniki płaszczowe typu K firmy Czaki. Średnica zewnętrzna płaszcza czujnika wynosiła 0,5 mm, długość każdego to ok. 0,5 m, a długość przewodów kompensacyjnych – po 2 m. Jedenaście czujników zostało zamontowanych w kolejnych przekrojach w pozycjach o oznaczeniach: T1a(na godzinie 1-szej), T1c (na godzinie 9-tej), T2a,b,c, T3a,b,c oraz T4a,b,c (rys. 2). Jeden swobodny termoelement pozostawiono do próbkowania temperatury w wybranych miejscach przepływu przed wlotem i na wylocie. Dokonywano również odczytów prędkości obrotowej i temperatury T4 mierzonej integralnym czujnikiem układu sterowania. W ramach tego etapu badań dokonano również próbnej rejestracji sygnałów za pomocą rejestratora SCXI. Na wejście rejestratora przełączono wybrane czujniki w liczbie 8-miu zachowując standardowe opisy sygnałów.

Wybrane zapisy rejestracji sygnałów termicznych przedstawiono na rys. 4, natomiast na rys. 5 pokazano zależność temperatury za turbiną od prędkości obrotowej przy ustabilizowanych warunkach pracy silnika. W tym przypadku wykorzystano dane odczytane z panelu sterownika hamowni. Obroty maksymalne podczas testu wyniosły 98 500 obr./min. Pomimo nieosiągnięcia deklarowanej prędkości maksymalnej² zanotowano dość wysokie wartości temperatury w przekrojach T3 i T4. Dla maksymalnej prędkości obrotowej osiągniętej podczas eksperymentu T3b $\approx 1000^{\circ}$ C, T3a $\approx T3$ c $\approx 780^{\circ}$ C (rys. 4, ok. 160 s).

²Co wynika również ze zmian konstrukcyjnych wiążących się z wprowadzeniem dodatkowych oporów przepływu wokół wewnętrznych części króćców pomiarowych.


Rys. 4. Zapis rejestracji temperatury w poszczególnych punktach kontrolnych z testu pracy silnika przy różnych prędkościach obrotowych (temp. otoczenia 4°C)

Wartości te przekraczają deklarowaną maksymalną temperaturę za komorą spalania o odpowiednio 270°C i 50°C. Dla obrotów nominalnych (rys. 4, odcinek od ok. 190 s do ok. 350 s) najwyższą temperaturę zanotowano również przed turbiną: $T3b \approx 920^{\circ}$ C, $T3a \approx T3c \approx 700^{\circ}$ C. Podczas zarzutu temperatury przy uruchamianiu silnika temperatura rejestrowana czujnikiem T4b osiągnęła chwilową wartość ok. 1320°C, a na czujniku T3a ok. 1300°C. Czas pozostawania układu w takim stanie można ocenić na podstawie informacji, że są to pojedyncze odczyty próbkowania co 1 s przy średniej wartości odczytów sąsiednich o ok. 200°C mniejszej. Podczas pracy silnika najwyższe temperatury zanotowano przed turbiną, a w fazie studzenia i przedmuchów chłodzących w przekroju za turbiną (rys. 4, czas od 450 s do 520 s). Analizując zapisy pomiaru, warto jeszcze zwrócić uwagę na fakt zaniżania odczytów temperatury przez czujnik integralny systemu sterowania (por. rys. 4 i 5) o co najmniej 20°C w stosunku do najniższych wartości wskazywanych przez czujnik T4c.

Przeprowadzone testy, oprócz dostarczenia niezbędnych danych charakteryzujących pracę silnika, stały się źródłem ciekawych obserwacji. Zaobserwowano między innymi dużą niejednorodność obwodową rozkładu temperatury przed turbiną T3 i za turbiną T4. Wyjaśnienie uwarunkowań zjawiska – czy są to względy konstrukcyjne, czy efekty grawitacyjne – będzie wymagało przeprowadzenia dodatkowych doświadczeń. Różnice temperatury na obwodzie w przekroju T3 wynoszą średnio od 150 K do 200 K, a w przekroju T4 od 60 K do 100 K. Ciekawe jest również zjawisko "rozjeżdżania" się sygnałów z analizowanych przekrojów kontrolnych po zmniejszeniu prędkości obrotowej



Rys. 5. Zarejestrowane wartości temperatury T4 za turbiną czujnika integralnego (na godzinie 1-szej) w zależności od prędkości obrotowej silnika

(rys. 4, ok. 410 s pomiaru). W tej samej kategorii można również umieścić efekt zamiany wskazań maksymalnych w przekroju przed turbiną: w fazie zarzutu temperatury maksymalną temperaturę wskazuje termoelement T3a, natomiast podczas pracy silnika w warunkach ustabilizowanych termoelement T3c(położony najniżej na obwodzie –na godzinie 5-tej).

3.2. Doświadczenia z zasysaniem wody

W doświadczeniach pilotażowych przetestowano dwa sposoby "nawadniania" przepływu. W pierwszym przypadku woda była wtryskiwana bezpośrednio do wlotu ze strzykawki. Wodę podawano w dawkach jednorazowych od 0,5 ml do 2 ml w czasie nieprzekraczającym 0,5 s. Oszacowana, przy wykorzystaniu danych dotyczących masowego natężenia przepływu, wodność zasysanego powietrza wynosi od 1,5 do 10 g/m^3 . Przypomnieć warto, że typowy zakres wodności chmur wynosi od 0,1 do 3 g/m^3 [7, 8]. W drugim przypadku wodę podawano z atomizera, rozpylając ją z odległości bądź 4 cm, bądź 25 cm przed wlotem. Ze zgrubnych oszacowań wynika, że przy zmierzonej jednorazowej dawce wtrysku wody 0,19 g chwilowa wodność przepływu jest mniejsza od 0,5 g/m³.

W celach dokumentacyjnych badania "nawadniania" silnika zostały uzupełnione pomiarami rozkładu widmowego kropel atomizera. Uzyskane wyniki zestawiono na rys. 6 z wynikami pomiarów własnych mgły atmosferycznej oraz danymi literaturowymi dotyczącymi chmur Cumulus [8]. Badania mgły przeprowadzono 12 kwietnia 2008 r. ok. godziny 7.00 na terenie WAT. Temperatura powietrza wynosiła 11,2°C, wilgotność 100% (pomiar psychrometryczny), widzialność ok. 100 m. Uzyskany w pomiarze rozkład dla aerozolu atomizera jest zbliżony do rozkładu widmowego dla chmur Cumulus dobrej pogody. W aerozolu mgły atmosferycznej krople mają zdecydowanie bardziej zbliżone do siebie średnice – rozrzut tego parametru jest zdecydowanie najmniejszy, a w typowej chmurze oblodzeniowej – rozrzut jest większy przy większej również wartości średniej rozkładu. Przy analizach ilościowych danych rys.6 należy zwrócić uwagę na różnicę skal. Różnica jest uwarunkowana rozbiciem wyników pomiaru sondą na dyskretne klasy w ilości 256. Przy ewentualnych przeliczeniach należy uwzględnić podaną wartość jako wartość mnożnika lub dzielnika.



Rys. 6. Porównanie bezpośrednich wyników pomiaru widma aerozolu mgły oraz aerozolu atomizera ręcznego z danymi dotyczącymi dwóch wybranych typów chmur [8]

Oczekując wyraźnych efektów podawania wody, zasadnicze pomiary zmian temperatury w poszczególnych przekrojach kontrolnych wykonano przy wykorzystaniu rejestratora sygnałów szybkozmiennych SCXI. Zastosowano częstotliwość próbkowania 100 Hz. Do ośmiu dostępnych wejść dołączono czujniki T1a, T2a,b,c, T3a,b,c oraz T4a. Wykonano także pomiary przy wykorzystaniu rejestratora sygnałów wolnozmiennych, ale nie zaobserwowano w nich istotnych różnic jakościowych. W doświadczeniach z rejestracją "szybką" dwukrotnie podano wodę ze strzykawki (0,5 ml i 1 ml) oraz dwukrotnie z atomizera (5 wtryśnięć z odległości 25 cm od wlotu, a potem 15 wtryśnięć z odległości 4 cm od wlotu). Wyniki rejestracji sygnałów termicznych przedstawiono na rys. 7 i 8. W trakcie pomiaru obserwowano zmiany prędkości obrotowej i temperatury czujnika integralnego T4. Dane zarejestrowane tuż po podaniu wody naniesiono na wykres zależności temperatury T4 od prędkości obrotowej (rys. 5).



Rys. 7. Zapisy z rejestratora sygnałów szybkozmiennych w pomiarach z podawaniem wody do wlotu silnika (opis w tekście) – ilustracja zmian temperatury za komorą spalania i za turbiną



Rys. 8. Zapisy z rejestratora sygnałów szybkozmiennych w pomiarach z podawaniem wody do włotu silnika (opis w tekście) – ilustracja zmian temperatury za sprężarką i na włocie

Analiza uzyskanych wyników, zarówno tych przedstawionych na omawianych ilustracjach, jak i rezultatów pominiętych w prezentacji, wykazuje brak wyraźnego wpływu podawania wody na zapis sygnałów termicznych. Dotyczy to oczywiście dawek wody w wyspecyfikowanych ilościach. Nie potwierdzono również powiązania faktu dozowania wody ze zmianami prędkości obrotowej. W związku z powyższym, w następnych doświadczeniach należy uwzględnić pomiary z dozowaniem coraz większych dawek wody. Niewątpliwie celowym byłoby określenie wartości dawki krytycznej, powodującej zaburzenie pracy silnika lub wręcz jego wyłączenie. Drugim ważnym wnioskiem jest wniosek dotyczący konieczności uzupełnienia informacji diagnostycznej o wyniki pomiaru ciśnień. Szczególnie w przypadku śledzenia dynamiki procesów można w ten sposób uzyskać cenne dane, nieobciążone relatywnie dużymi stałymi czasowymi reakcji termoelementów płaszczowych.

Oceniając wyniki przeprowadzonych eksperymentów w kontekście zjawisk oblodzeniowych i okołooblodzeniowych, można stwierdzić zgodność przebiegu eksperymentów z danymi literaturowymi dotyczącymi pracy silnika turbinowego w takich warunkach. Ilości wody dostępne w typowych zawiesinach atmosferycznych nie wpływają istotnie na parametry pracy silnika [1]. W badaniach stwierdzono również zgodny z oczekiwaniami (por. np. [9]) spadek temperatury na włocie po włączeniu silnika.

4. Podsumowanie

Opisane w pracy badania miały na celu głownie przetestowanie układów pomiarowych i określenie wybranych charakterystyk silnika GTM-120 oraz całej mikrohamowni. Uzyskując wspomniane dane, potwierdzono jednocześnie przydatność zespołu wykorzystywanych urządzeń do badań oblodzeniowych, zarówno o charakterze poznawczym jak i weryfikacyjnym.

W badaniach wstępnych z dozowaniem wody skondensowanej do przepływu nie stwierdzono istotnego wpływu obecności wody w przepływie przy zadanych parametrach dawek. Dawki odpowiadały jednak eksploatacyjnie dopuszczalnemu zakresowi wodności atmosfery (parametry odbiegające od warunków oblodzeniowych). Realizując badania, zdobyto doświadczenie, które pozwoli na wykonanie badań z zasysaniem krytycznych dawek wody do przepływu.

Ponieważ przeprowadzone eksperymenty miały charakter doświadczeń rozpoznawczych, pomiary ograniczono do rejestracji sygnałów termicznych. Uzyskane wyniki potwierdzają jednak konieczność włączenia do analizy dodatkowego parametru, jakim jest ciśnienie. Testowany układ zapewnia możliwość dostępu odpowiednich sond do obszarów kontrolnych. Stwierdzono również potrzebę rozszerzenia programu badań o badanie efektów grawitacyjnych, tj. badanie wpływu usytuowania pionowego silnika na rozkłady obwodowe temperatury.

W najbliższym czasie, po wykonaniu pomiarów z rejestracją ciśnienia, które zakończą etap badań podstawowych, przewiduje się przeprowadzenie badań z wymuszeniami oblodzeniowymi (okołooblodzeniowymi) krytycznymi i ponadkrytycznymi.

Prezentowane wyniki uzyskano w ramach realizacji pracy finansowanej ze środków na naukę w latach 2006-2008 jako projekt badawczy nr 4T12D01630.

Bibliografia

- 1. CHACHURSKI R., 2007, Analiza możliwości wystąpienia oblodzenia lotniczych zespołów napędowych w warunkach polskich, *Journal of KONES Powertrain and Transport*, **14**, 4, 131-138
- 2. KOWALECZKO G., PANAS A., CHACHURSKI R. I INNI, 2005, *Oblodzenie statków powietrznych*, Wyd. ITWL, Warszawa
- PANAS A.J., PREISKORN M., SYPEK J., WAŚLICKI P., KOT P., 2004, Pomiary temperatury w wybranych przekrojach wlotu silnika TW 2-117 A w warunkach badań na hamowni, *Biuletyn WAT*, LIII, 2/3, 163-181
- 4. HENDRICK P., BUYSSCHAERT F. 2007, Research on Small Turbojet Engines at the Royal Military Academy of Belgium, strona internetowa Royal Military Academy of Belgium
- 5. Measurement and Automation 07, National Instruments, Austin, Texas, 2007
- 6. IRIBARNE J.V., CHO H.-R., 1988, Fizyka atmosfery, PWN, Warszawa
- 7. CHRGIAN A., 1953, *Fizika atmosfiery*, Gosudarstvennoe Izdatelstvo Techniko-Teoreticzeskoi Literatury, Moskwa
- 8. PANAS A.J., TERPŁOWSKI J., 2000, Analiza termodynamiczna zjawisk wymiany ciepła przy opływie wybranych elementów konstrukcyjnych samolotu TS-11 Iskra strumieniem wilgotnego przechłodzonego powietrza dla danych z lotu na trasie Mińska Mzowiecki-Otwock w dniu 11.11.1998, WAT, Warszawa
- PANAS A.J., FAFIŃSKI T., CHACHURSKI R., FRANT M., 2007, Weryfikacyjna analiza numeryczna hipotez oblodzeniowych wlotu lotniczego silnika turbinowego TW2-117A, Journal of KONES Powertrain and Transport, 14, 4, 503-510

Preliminary tests on mini-turbojet engine GTM-120 for icing analysis

Abstract

Preliminary tests of a minilab test bench with a GTM-120 turbojet are described. The laboratory stand was developed to investigate icing and icing related phenomena. Owing to the small scale, the experiments are easier to perform. Moreover, in such circumstances, the range of possible investigations is widened. A concise description of the developed minilab is provided in the paper together with basic stand characteristics. Results of some experiments are discussed as well. The tests included preliminary experiments with water aerosol ingestion, which yielded some interesting data. During the investigations, some valuable observations were made. Basic GTM-120 jet working characteristics were also gained. In general, the investigations proved correctness of main project ideas.

EKSPERYMENTALNE BADANIA ROZKŁADU TEMPERATURY W UKŁADACH DOLOTOWYCH SILNIKÓW TŁOKOWYCH

Ryszard Chachurski Andrzej J. Panas Marek Preiskorn

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki, Instytut Techniki Lotniczej e-mail: ryszard.chachurski@wat.edu.pl; andrzej.panas@wat.edu.pl; marek.preskorn@wat.edu.pl

Paradoksalnie, dla lotniczych silników tłokowych z zasilaniem gaźnikowym, przy odpowiedniej wilgotności powietrza, większe zagrożenie oblodzeniem układów dolotowych występuje w wysokich (nawet powyżej +30°C) temperaturach otoczenia niż w niskich. Rezultaty pomiarów temperatury w charakterystycznych punktach kanału dolotowego przeprowadzonych dotychczas w Instytucie Techniki Lotniczej WAT dla 3 różnych konfiguracji układów dolotowych z trzema różnymi rodzajami gaźników stosowanych w silnikach lotniczych: 1. z przepustnicą obrotową; 2. z przepustnicą wsuwaną (tłokową); 3. z przepustnicą obrotową i podciśnieniową regulacją pola przekroju gardzieli gaźnika pokazały, że temperatura w kanale dolotowym silnika może obniżyć się o 18-20°C w stosunku do temperatury otoczenia.

1. Wstęp

Badania prowadzone już od pierwszych lat rozwoju lotnictwa wykazały, że zagrożenie oblodzeniem układów dolotowych silników tłokowych występuje przy odpowiedniej wilgotności powietrza nawet w bardzo wysokich temperaturach otoczenia i już podczas I wojny światowej opracowano wiele sposobów zabezpieczania silników [17]. Do określania stopnia zagrożenia oblodzeniem opracowano w różnych państwach szereg różniących się między sobą diagramów [1, 2, 3, 9, 16], na podstawie których w Instytucie Techniki Lotniczej WAT w 2005 roku [4, 5, 20] wykonano zbiorczy diagram [5] (rys. 1) przeznaczony do oceny możliwości wystąpienia oblodzenia układów dolotowych lotniczych silników tłokowych. Każde pole tego diagramu jest sumą pól o takim samym stopniu zagrożenia prezentowanych na diagramach źródłowych. Na diagramie wydzielono 4 strefy odpowiadające różnym stopniom zagrożenia oblodzeniem, w których:

- zagrożenie oblodzeniem nie występuje (strefa 0),
- istnieje możliwość wystąpienia oblodzenia o małej intensywności w fazie zniżania lub podczas przelotu (strefa 1),
- może wystąpić oblodzenie o umiarkowanej intensywności w fazie przelotu lub o dużej intensywności podczas zniżania (strefa 2),
- oblodzenie o dużej intensywności może wystąpić w każdej fazie lotu (strefa 3).



Rys. 1. Diagram do określania możliwości wystąpienia oblodzenia elementów układu dolotowego lotniczego silnika tłokowego

Ponieważ diagram ten przeznaczony jest przede wszystkim dla pilotów, pokazuje on zagrożenie oblodzeniem w zależności od fazy lotu, a nie od odpowiadających im określonych położeń przepustnicy w gaźniku silnika czy też zakresów pracy silnika.

Należy zwrócić uwagę, że diagram przedstawiony na rys. 1, podobnie jak diagramy źródłowe, dotyczy warunków, w których woda nie występuje w powietrzu w postaci widocznej, np. jako mgła, chmury, deszcz itp. Obecność w powietrzu wody w postaci widocznej zwiększa możliwość wystąpienia oblodzenia. Trzeba pamiętać, że zarówno opracowany w ITL WAT diagram, jak i diagramy źródłowe, mają jedynie charakter pomocniczy, mający uświadomić załogom statków powietrznych możliwość wystąpienia zagrożenia oblodzeniem i wzmóc ich czujność. Pomocniczy charakter diagramu wynika z różnorodności budowy układów dolotowych silników tłokowych, a także stosowanych w nich gaźników oraz wynikających z tego różnic w wartościach parametrów strumienia czynnika roboczego przepływającego przez te układy dolotowe. Powoduje to duże zróżnicowanie w podatności na oblodzenie poszczególnych konfiguracji układów dolotowych i w zasadzie wymagałoby opracowania indywidualnych diagramów dla różnych konfiguracji systemów: układ dolotowy-gaźnik-silnik. Z tego powodu przede wszystkim należy bezwzględnie przestrzegać zaleceń zawartych w instrukcjach eksploatacji poszczególnych statków powietrznych i ich zespołów napędowych.

Literatura wyróżnia, na podstawie mechanizmów jego powstawania, trzy rodzaje źródeł oblodzenia układów dolotowych lotniczych silników tłokowych: woda zawarta w powietrzu, para wodna zawarta w powietrzu oraz parujące paliwo [5, 10, 11, 14, 21, 22] (rys. 2).



Rys. 2. Miejsca, w których źródłem oblodzenia jest woda zawarta w powietrzu (1), para wodna zawarta w powietrzu (2), parujące paliwo (3)

1.1. Woda zawarta w powietrzu

Kiedy woda zawarta jest w powietrzu, oblodzenie pojawia się w wyniku oddziaływania strumienia wilgotnego powietrza, jeśli temperatura otoczenia lub statku powietrznego wynosi od 0°C do 5°C lub jest niższa. Strumień wilgotnego powietrza uderzający w elementy układu dolotowego silnika tłokowego powoduje ich chłodzenie i zamarzanie na nich zawartych w powietrzu kropel wody. Lód może tworzyć się na chwytach powietrza, ekranach zamontowanych we wlotach, ściankach układu dolotowego, filtrach powietrza, elementach zaworów powietrza doprowadzanego z chwytów dodatkowych (rys. 2) oraz na przegrodach wewnątrz kanałów dolotowych.

Szczególne zagrożenie tym rodzajem oblodzenia występuje podczas opadów śniegu, deszczu ze śniegiem, lotu w chmurach oraz podczas deszczu przy temperaturach otoczenia w granicach 0°C zwłaszcza, jeśli lód jest widoczny na szybach kabiny lub elementach płatowca. Największą prędkość narastania warstwy lodu obserwuje się w temperaturze około $-4^{\circ}C$, w której przechłodzone krople wody w powietrzu znajdują w stanie półpłynnym. Ten typ oblodzenia zazwyczaj nie stanowi zagrożenia przy bardzo niskich temperaturach otoczenia, ponieważ wilgotność względna powietrza jest wówczas przeważnie niewielka. W tych temperaturach woda zawarta w powietrzu może przyjmować postać kryształków lodu, które w przypadku braku filtrów mogą przedostawać się wraz z powietrzem przez kanał dolotowy silnika nie powodując zwykle żadnych zakłóceń w jego pracy. Ponieważ jednak układy dolotowe z reguły wyposażone są w filtry powietrza, kryształki lodu mogą osadzać się na filtrach, powodując ich oblodzenie i blokując dopływ powietrza do silnika. Oblodzenie, którego źródłem jest woda zawarta w powietrzu występuje we wszystkich rodzajach lotniczych silników tłokowych, zarówno gaźnikowych, jak i z wtryskiem niskociśnieniowym czy bezpośrednim.

1.2. Para wodna zawarta w powietrzu

Kiedy para wodna zawarta jest w powietrzu, to oblodzenie (zwane również oblodzeniem gaźnika lub przepustnic) może pojawiać się nawet przy stosunkowo wysokich temperaturach powietrza w warunkach częściowego otwarcia przepustnicy, typowego dla zakresów pracy silnika zbliżonych do biegu jałowego i dla małych otwarć przepustnicy odpowiadających podczas lotu fazie zniżania lub przelotu. Jest ono wynikiem kondensacji i zamarzania pary wodnej zawartej w powietrzu wskutek obniżania się temperatury w gardzieli gaźnika oraz przestrzeni między krawędziami przepustnicy a ściankami kanału przepływowego gaźnika. Lód pojawia się w gardzieli gaźnika i bezpośrednio za nią, a także bezpośrednio na przepustnicy i ściankach kanału dolotowego w jej pobliżu (rys. 2) wskutek zwiększenia prędkości przepływu czynnika roboczego, spadku jego ciśnienia i temperatury. Prędkość narastania warstwy lodu zależy w tym wypadku od wilgotności powietrza i wielkości otwarcia przepustnicy, przy czym dłuższa praca silnika w takich warunkach grozi całkowitym zdławieniem przepływu powietrza i zgaśnięciem silnika. Do powstania oblodzenia, którego źródłem jest para wodna znajdująca się w powietrzu nie jest konieczne występowanie widocznej wilgoci w powietrzu (np. w postaci chmur, opadów itp.). Oblodzenie to pojawia się we wszystkich typach silników tłokowych, zarówno z zasilaniem gaźnikowym, jak i z zasilaniem wtryskowym (na przepustnicach regulujących dopływ powietrza). Jest ono jednak zdecydowanie bardziej niebezpieczne dla silników gaźnikowych, w których rozpylacze paliwa znajdują się przed przepustnicą, ponieważ proces odparowywania paliwa w szczelinach między krawędziami przepustnicy a ściankami gaźnika znacznie zwiększa możliwość powstania lodu.

1.3. Parujące paliwo

W przypadku parującego paliwa oblodzenie jest wynikiem obniżania temperatury mieszanki paliwowo-powietrznej do temperatury zamarzania wody w wyniku pobierania ciepła koniecznego do odparowania paliwa od strumienia przepływającego powietrza i ścianek kanału przepływowego. W silnikach gaźnikowych pojawia się zwykle jednocześnie z oblodzeniem przepustnic. Lód osadza się na elementach gaźnika (np. na przepustnicy) i kolektora dolotowego znajdujących się za rozpylaczem paliwa (rys. 2). Możliwość znacznego obniżania się temperatury wewnatrz kanału dolotowego silników tłokowych na skutek odparowywana paliwa potwierdza szereg badań prowadzonych nie tylko dla silników lotniczych, ale i samochodowych czy motocyklowych [6, 7, 8, 12, 15, 18]. Zależności pozwalające na obliczenie parametrów parującego paliwa i mieszanki w gaźniku, w tym średniej temperatury mieszanki w układzie dolotowym oraz długości drogi parowania kropli paliwa zamieszczono w opublikowanej w roku 1983 książce poświeconej lotniczym silnikom tłokowym napisanej przez zespół pracowników Zakładu Napędów Lotniczych WAT kierowany przez prof. dr hab. inż. Stefana Szczecińskiego [8]. Wyniki obliczeń wskazują, że pełne odparowanie kropli paliwa, w zależności od jej średnicy, odbywa się na drodze kilku – kilkunastu centymetrów, przy czym w 80% odparowuje ona na długości $2 \div 4$ centymetrów [8]. Paliwo, które jeszcze nie odparowało, porusza się głównie w postaci drobnych kropel w mieszance, a jego niewielka część (w nagrzanym silniku około $3 \div 4\%$ jego ogólnej ilości) tworzy ciekłą powłokę płynącą po ściankach kanału dolotowego. Spadek temperatury mieszanki w kanale przepływowym układu dolotowego zależy od utajonego ciepła parowania paliwa, zawartości par paliwa w mieszance oraz składu mieszanki (współczynnika nadmiaru powietrza), przy czym spadek temperatury mieszanki wywołany odparowywaniem paliwa powoduje pogorszenie się warunków odparowania tej części paliwa, która pozostaje jeszcze w fazie ciekłej [12].

Całkowite odparowanie benzyny w układzie dolotowym silnika pracującego na mieszance ubogiej ($\alpha = 1$) obniża temperaturę mieszanki o ok. 17 ÷ 20°C, natomiast dla mieszanki bogatej ($\alpha = 0.6$) spadek jej temperatury w wyniku odparowania benzyny wynosi około 30°C. W praktyce całkowite odparowanie mieszanki wymaga wysokich temperatur powietrza, wiec w kanale dolotowym zwykle nie zachodzi całkowite odparowanie mieszanki, więc spadki temperatur są niższe [21]. Silniki lotnicze w zakresie mocy maksymalnych lub zbliżonych do maksymalnych (np. faza startu i wznoszenia) pracują na mieszankach bogatych (współczynnik nadmiaru powietrza $\alpha = 0.6 \div 0.75$), co zapewnia duże napełnienie cylindrów dzięki temu, że mieszanka zawiera nadmiar paliwa, które parując, zmniejsza jej temperaturę i zapobiega przegrzewaniu cylindrów. Jednocześnie wartość opałowa mieszanki jest bliska maksymalnej, ponieważ niemal cały zawarty w niej tlen uczestniczy w procesie spalania. Podczas pracy silnika w zakresie mocy pośrednich (przy częściowych otwarciach przepustnicy), np. w fazie przelotu, jest on zasilany mieszanka uboga ($\alpha = 0.85 \div 0.95$) dla zapewnienia możliwie małego zużycia paliwa. Na zakresie biegu jałowego (tzw. "małego gazu"), czyli np. w fazie zniżania silniki pracują na mieszankach bardzo bogatych ($\alpha = 0.5 \div 0.6$), bowiem stosunkowo małe prędkości powietrza w kanale dolotowym stwarzają niekorzystne warunki rozpylania i odparowywania paliwa, w których jedynie znaczny nadmiar paliwa w mieszance zapewnia stateczna prace silnika oraz wymaganą zrywność silnika w przypadku konieczność szybkiego zwiększenia jego prędkości obrotowej [8, 19].

Instrukcje eksploatacji niektórych silników, głównie stosowanych do napędu amatorskich statków powietrznych, przewidują, że mogą one być zasilane zarówno benzyną lotniczą, jak i samochodową. Z przeprowadzonych badań porównawczych wynika, że z powodu większej lotności i możliwej większej zawartości wody niebezpieczeństwo wystąpienia oblodzenia układów dolotowych jest większe dla silników eksploatowanych z wykorzystaniem benzyn samochodowych niż lotniczych. Według obliczeń, znacznie większe spadki temperatury mieszanki zachodzą również podczas stosowania paliw zawierających alkohole – dla silnika zasilanego alkoholem etylowym przy mieszance ubogiej ($\alpha = 1$) temperatura mieszanki obniża się o ok. 80°C, natomiast dla mieszanki bogatej $(\alpha = 0.6)$ spadek jej temperatury wynosi ok. 110°C (przy całkowitym odparowaniu alkoholu zawartego w mieszance – w praktyce spadki temperatury są mniejsze) [12]. W przypadku dużej wilgotności powietrza mogłoby wówczas dochodzić do kondensacji pary wodnej i do bardzo intensywnego oblodzenia układu dolotowego, jednak producenci paliw zawierających alkohol zapewniają, że takie niebezpieczeństwo nie występuje. W South Dakota State University w USA badania w locie samolotów zasilanych paliwem Aviation Grade Ethanol (AGE85) wykazały, że może ono z powodzeniem zastępować benzynę lotniczą 100LL. W Brazylii natomiast w 2004 r. certyfikowano produkowany seryjnie samolot rolniczy Embraer EMB-202A Ipanema napędzany silnikiem Lycoming IO-540 K1J5 zasilany etanolem (Aviation Alcohol – AvAlc)¹.

Oblodzenie bedace wynikiem odparowania paliwa jest największym zagrożeniem w silnikach wyposażonych w gaźniki pływakowe, w których rozpylacze paliwa sa z reguły usytuowane przed przepustnica, a mniejszym w silnikach z gaźnikami przeponowymi, ponieważ w nich często rozpylacze paliwa umieszcza się za przepustnicą. W silnikach z wtryskiem bezpośrednim oraz z gaźnikiem umieszczonym za sprężarką doładowującą ten rodzaj oblodzenia nie występuje. Tradycyjnie, w silnikach samolotów bojowych używanych podczas II wojny światowej, w silnikach gwiazdowych gaźniki umieszczano przed sprężarką. W silnikach szeregowych (zwykle w układzie widlastym z cylindrami stojącymi lub wiszącymi) gaźniki przed sprężarkami znajdowały się w silnikach amerykańskich i brytyjskich, natomiast w silnikach radzieckich były one zawsze usytuowane za sprężarkami. W silnikach z wtryskiem niskociśnieniowym, chociaż zwykle w punkcie kanału dolotowego, w którym jest on realizowany zachodzi ogrzewanie ścianek kanału w wyniku przejmowania ciepła od cylindrów silnika, ten rodzaj oblodzenia może pojawić podczas rozruchu wystudzonego silnika w warunkach zimowych.

Rozpatrując przepływ powietrza i mieszanki przez układ dolotowy należy także pamiętać, że nie ma on charakteru ciągłego, ale pulsacyjny, co jest wynikiem posuwisto-zwrotnego ruchu tłoków w cylindrach silnika. Częstotliwość pulsacji zależy od rodzaju cyklu pracy silnika (dwusuwowy czy czterosuwowy), prędkości wału korbowego silnika, kolejności pracy cylindrów, a także od liczby cylindrów zasilanych z jednego gaźnika [8, 19]. Największa nierównomierność przepływu występuje dla czterosuwowego silnika jednocylindrowego, a dopiero w przypadku zasilania z jednego cylindra sześciu cylindrów charakter przepływu można uznać za ciągły. Sytuację komplikują także zjawiska falowe zachodzące w układzie dolotowym [12].

W zależności od konfiguracji układu dolotowego, rodzaju i konstrukcji gaźnika, zagrożenie oblodzeniem może być różne. W przypadku gaźników pływakowych, w których nakładają się efekty wszystkich źródeł oblodzenia, obserwowano je nawet w temperaturach przekraczających +38°C przy wilgotności względnej 50% i wyższej.

¹Wielu producentów silników lotniczych ostrzega jednak przed stosowaniem paliw zawierających większe ilości alkoholu podając, że może ono zwiększać możliwość powstawania korków parowych w przewodach instalacji zasilania, negatywnie oddziaływać na uszczelki, powodować korozję elementów silnika itp.

2. Wyniki pomiarów temperatury w charakterystycznych punktach układów dolotowych silników tłokowych

Dla potwierdzenia możliwości wystąpienia oblodzeniem układów dolotowych silników wyposażonych w różne rodzaje gaźników w różnych warunkach pogodowych prowadzone są² w ITL WAT m.in. pomiary rozkładów temperatur wzdłuż ich kanałów przepływowych. Schematy kanałów przepływowych badanych gaźników wraz z rozmieszczeniem punktów pomiarowych oraz przykładowe wykresy pokazujące zmiany temperatur w poszczególnych punktach podczas pracy silników przedstawiono na rys. 3-9.



Rys. 3. Rozmieszczenie punktów pomiaru temperatury w gaźniku z przepustnicą uchylną (WB37) – ciemnymi kropkami oznaczono usytuowanie rozpylaczy paliwa

W przypadku gaźnika z przepustnica uchylna (rys. 3) podczas pomiarów wykonywanych w upalny dzień (rys. 4) natychmiast po uruchomieniu silnika zarejestrowano spadek temperatury T3 mierzonej za przepustnica o około $12 \div 14^{\circ}$ C w stosunku do temperatury otoczenia. Temperatura ta była mierzona w płaszczyźnie mocowania gaźnika do silnika. Najniższa wartość tej temperatury wyniosła 11°C, czyli była mniejsza o 16°C od temperatury otoczenia. Jednocześnie w trakcie pracy silnika zanotowano ciągły spadek temperatury Tg zewnętrznej powierzchni ścianki gaźnika, aż do chwili wyłączenia silnika. Podczas zmian zakresu pracy silnika (otwierania/zamykania przepustnicy) zauważono duże zmiany temperatury T2 mierzonej między głównym rozpylaczem paliwa a przepustnicą. Każdorazowo w chwili zwiększania kata otwarcia przepustnicy obserwowano spadek tej temperatury, który maksymalnie wyniósł ponad 21°C w stosunku do temperatury otoczenia [13]. Jest to wartość znacznie większa, niż może to wynikać ze zjawiska obniżania się temperatury na skutek wzrostu prędkości przepływu w gardzieli gaźnika i jest związane z odparowaniem paliwa wypływającego z rozpylacza. Potwierdza to także opi-

 $^{^2{\}rm W}$ chwili oddawania artykułu do druku badania eksperymentalne prowadzone w ITL WAT nie zostały jeszcze zakończone.

sane w [8] wyniki obliczeń, które wykazały, że krople najbardziej intensywnie odparowują w początkowym odcinku swej drogi w kanale przepływowym gaźnika, co wynika z dużej powierzchni parowania oraz dużej różnicy prędkości przepływającego strumienia powietrza w stosunku do prędkości kropel, które nie zdążyły się jeszcze rozpędzić.



Rys. 4. Zmiany temperatury w gaźniku z przepustnicą uchylną (WB37) podczas pomiarów w dzień upalny (+27°C)

Podczas pomiarów rozkładu temperatury w tym samym gaźniku w dzień chłodny (rys. 5) zaobserwowano mniejsze spadki temperatury T3 bezpośrednio po uruchomieniu silnika, co należy tłumaczyć mniejszym odparowaniem paliwa z powodu niższej temperatury zasysanego do gaźnika powietrza. Widoczne są także większe niż w przypadku T3 spadki temperatur T4 (mierzonej za górną krawędzią przepustnicy) oraz T5 (za dolną krawędzią przepustnicy) przy wyższych zakresach pracy silnika. Maksymalne spadki temperatur w stosunku do temperatury otoczenia zanotowano dla dużego kąta otwarcia przepustnicy odpowiadającego fazie lotu wznoszącego.

Spadki temperatury w stosunku do temperatury otoczenia wyniosły wówczas odpowiednio ok. 18°C dla T5 oraz ok. 16,5°C dla T2. W tej samej chwili występuje największy spadek temperatury T1, efektem czego było zaobserwowane w tym czasie zjawisko kondensacji pary wodnej we wlocie do gaźnika.

W przypadku gaźnika podciśnieniowego (rys. 6) najniższe temperatury zarejestrowano w punkcie pomiarowym usytuowanym za dolną krawędzią przepustnicy uchylnej (T4) – w stosunku do temperatury otoczenia były one niższe o ponad 16°C (rys. 7). Maksymalne spadki temperatury w tym miejscu spowo-



Rys. 5. Zmiany temperatury w gaźniku z przepustnicą uchylną (WB37) podczas pomiarów w dzień chłodny (+3°C)



Rys. 6. Rozmieszczenie punktów pomiaru temperatury w gaźniku podciśnieniowym z przepustnicą uchylną i tłokiem do zmiany pola przekroju gardzieli (CVK); ciemnymi kropkami oznaczono usytuowanie rozpylaczy paliwa

dowane są tym, że krople paliwa wypływającego z głównego rozpylacza paliwa umieszczonego w tego typu gaźnikach pod tłokiem służącym do zmiany pola przekroju poprzecznego gardzieli gaźnika przemieszczają się po torach przebiegających w pobliżu tego punktu.

Dla gaźnika z przepustnicą tłokową (rys. 8) największe spadki temperatury w stosunku do temperatury otoczenia (ok. 23°C) zauważalne są w punkcie pomiarowym T4 znajdującym się w dolnej części kanału przepływowego bezpośrednio za przepustnicą (rys. 9). W tego typu gaźnikach główne rozpylacze paliwa usytuowane są pod tłokiem przepustnicy i tory kropel paliwa przebiegają w pobliżu miejsca, w którym umieszczono punkt pomiarowy T4.



Rys. 7. Zmiany temperatury w gaźniku podciśnieniowym (CVK)



Rys. 8. Rozmieszczenie punktów pomiaru temperatury w gaźniku z przepustnicą tłokową (Bing54/36) – widok z boku (a) i z góry (b); ciemnymi kropkami oznaczono usytuowanie rozpylaczy paliwa



Rys. 9. Zmiany temperatury w gaźniku z przepustnicą tłokową (Bing54/36)

3. Podsumowanie

Wstępne wyniki pomiarów pozwoliły stwierdzić, że podczas pracy silnika tłokowego z zasilaniem gaźnikowym temperatura we wnętrzu jego układu dolotowego może się obniżać się lokalnie o ponad 20°C w stosunku do temperatury otoczenia. Potwierdza to, że przy odpowiednio wysokiej wilgotności do oblodzenia układów dolotowych lotniczych silników tłokowych może dochodzić, wskutek obniżania się temperatury w ich wnętrzu, nawet w wysokich temperaturach otoczenia. Wiedza ta jest tym bardziej istotna, że analizy wypadków i katastrof spowodowanych oblodzeniem lotniczych silników tłokowych pokazują, że najczęściej ich przyczyną były różnego rodzaju błędy popełnione przez ludzi. Nieznajomość lub nieprzestrzeganie instrukcji użytkowania silnika w powietrzu nie włączone lub włączone zbyt późno podgrzewanie gaźnika, nieświadomość możliwości wystąpienia oblodzenia układu dolotowego w upalny i bezchmurny dzień, to typowe źródła zdarzeń lotniczych związanych z oblodzeniem silników tłokowych.

Biorąc pod uwagę budowę gaźników oraz wynikający z pomiarów decydujący udział odparowania paliwa w obniżaniu temperatury mieszanki, należy uznać, że najbardziej narażone na oblodzenie są gaźniki, w których przepustnice znajdują się za rozpylaczami paliwa – jak w typowych gaźnikach z przepustnicami uchylnymi oraz w gaźnikach podciśnieniowych. W takim przypadku, przy odpowiednio dużej wilgotności powietrza, na przepustnicach, zwłaszcza przy mniejszych kątach ich otwarcia, może osadzać się lód w wyniku kondensacji pary wodnej zawartej w powietrzu. Podatność na oblodzenie gaźników z przepustnicami tłokowymi jest mniejsza, ponieważ w ich kanałach przepływowych za rozpylaczami paliwa nie ma zazwyczaj elementów, na których mógłby osadzać się lód, niemniej i w przypadku tych gaźników lód może osadzać się na dolnej krawędzi przepustnicy tłokowej dla jej małych otwarć (uniesień).

Wyniki dotyczące obladzania lotniczych silników tłokowych uzyskano w ramach pracy naukowej finansowanej ze środków na naukę w latach 2005-2008 jako projekt badawczy nr $4\,T12D\,017\,29.$

Bibliografia

- 1. Aircraft Icing Handbook, Civil Aviation Authority of New Zealand, 2000
- 2. Aircraft Icing. Safety Advisor, AOPA Air Safety Foundation, 2002

- 3. Carburetor Icing Probability Chart, Aircraft & Rotorcraft Products, Inc.
- CHACHURSKI R., 2007, Analysis of aircraft powerplants icing possibility, *Journal of KONES 2007*, 14, Warszawa
- CHACHURSKI R., SZCZEŚNIAK J., ZDUŃCZYK M., 2006, Lodowate zaskoczenie, Przegląd Lotniczy Aviation Revue, 5, Warszawa
- COLES W.D., 1949, Investigation of Icing Characteristics of Typical Light-Airplane Engine Induction Systems, Lewis Flight Propulsion Laboratory, NA-CA, Washington
- COLES W.D., MULHOLLAND D.R., ROLLIN V.G., 1949, *Icing-Protection Requirements for Reciprocating-Engine Induction Systems*, Lewis Flight Propulsion Laboratory, NACA, Washington
- DZIERŻANOWSKI P., ŁYŻWIŃSKI M., SZCZECIŃSKI S., 1983, Silniki tłokowe, Napędy Lotnicze, red. Szczeciński S., WKiŁ, Warszawa
- 9. Ice Kills, Flight Safety Australia, 7-8/2001
- Induction System Icing on Piston Engines as Fitted to Aeroplanes, Helictopters and Airships, Ireland Aeronautical Information Service, The Irish Aviation Authority, Dublin, 1997
- 11. Induction System Icing, Vector Pointing to Safer Aviation, Civil Aviation Authority of New Zealand, 2002
- 12. KORDZIŃSKI C., ŚRODULSKI T., 1968, Układy dolotowe silników spalinowych, WKiŁ, Warszawa
- KSIĄŻEK A., 2007, Analiza zagrożenia oblodzeniem napędu paralotni, praca magisterska pod kierunkiem R. Chachurskiego, WAT, Warszawa
- 14. Lest We Forget The Engine Will Not Run Without Air Induction Icing And Other Obstruction, Lycoming Textron
- 15. OBERMAYER R.W., ROE W.T., 1975, A study of carburettor induction system icing in general aviation accidents, *Report NASA-CR-143835*, NASA
- Piston Engine Icing, General Aviation Safety Sense Leaflet 14A, Civil Aviation Authority, Gatwick Airport, 2000
- Podręcznik mechanika lotniczego. Wiadomości teoretyczne o silniku. Album rysunków, Ministerstwo Spraw Wojskowych. Departament Lotnictwa, Warszawa, 1928
- Special Study Carburetor Ice in General Aviation, National Transportation Safety Board, Washington, 1972
- 19. SZCZECIŃSKI S., 1969, Lotnicze silniki tłokowe, Wydawnictwo MON, Warszawa

- 20. SZCZEŚNIAK J., ZDUŃCZYK M., 2005, Analiza danych meteorologicznych pod kątem możliwości wystąpienia oblodzenia układu dolotowego lotniczego silnika tłokowego w skali roku, praca pod kierunkiem R. Chachurskiego na konkurs o nagrodę Rektora, WAT, Warszawa
- 21. Winter Flying, Civil Aviation Authority of New Zealand, 2001
- 22. Winter Flying, General Aviation Safety Sense Leaflet 3C, Civil Aviation Authority, Gatwick Airport, 2000

Experimental research on temperature distribution in induction systems of piston engines

Abstract

Research on the temperature distribution in characteristic points of induction systems of piston engines, which have been made at the Institute of Aviation Technology of MUT, shows that these temperatures may be significantly lower than temperature of the atmospheric air. Results of measurements, which were made for 3 different configurations of the inductions systems of piston engines equipped with 3 different kinds of carburettors used in aviation engines: 1. with butterfly throttle; 2. with piston throttle; 3. with variable Venturi and butterfly throttle, shows that the temperature in the induction systems may drop down to 18-20°C to the temperature of external air. This high temperature drop is caused mainly by the fuel vaporising process and, less, by acceleration of the air in the Venturi carburettor or between the throttle and carburettor walls. Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej MECHANIKA W LOTNICTWIE ML-XIII 2008

NIELINIOWOŚCI DRGAŃ BADANYCH KONSTRUKCJI LOTNICZYCH

Wiesław Krzymień

Instytut Lotnictwa, Warszawa e-mail: wkrz@ilot.edu.pl

> Badania rezonansowe samolotów są głównym sposobem weryfikacji modeli obliczeniowych. Na podstawie wyników badań rezonansowych wielu samolotów i szybowców wykonanych w Instytucie lotnictwa, autor podjął próbę analizy modelu drganiowego oraz oszacowania błędu pomiarowego. Do analizy wykorzystano wyniki typowych postaci drgań własnych uzyskanych z badań rezonansowych: 8 szybowców, 4 samolotów kompozytowych i 22 samolotów metalowych. Wszystkie badania rezonansowe zostały wykonane przy zastosowaniu tych samych metod pomiarowych. Przedstawione wyniki mogą być przydatne przy obliczeniach flatterowych, badaniach flatterowych w locie oraz przy pomiarach drgań samolotów.

1. Wprowadzenie

Badania rezonansowe są od wielu lat głównym i najlepszym sposobem weryfikacji modeli obliczeniowych konstrukcji. Nowoczesna technika pomiarowa wprowadza wiele nowych przyrządów oraz metod pomiaru i analizy drgań, ale jednak klasyczna metodyka pomiarów, choć wymaga więcej czasu, pozostaje najdokładniejsza.

Do badania konstrukcji lotniczych Instytut Lotnictwa stosuje od lat metodykę opartą na:

- wielopunktowym monoharmonicznym wzbudzaniu drgań,
- fazowym kryterium dostrojenia,
- korelacyjnej analizie odpowiedzi (rozkład odpowiedzi na część zgodną i przesuniętą w fazie o $\pi/2$ względem siły wzbudzenia),

- pomiarze współczynnika tłumienia oparty na wyznaczeniu częstotliwości ekstremów odpowiedzi zgodnej w fazie z siłą wzbudzenia (wykres okołorezonansowej odpowiedzi obiektu w charakterystycznym punkcie z wybranego czujnika),
- pomiarze częstotliwości rezonansowej przy stopniowym zmniejszaniu siły wzbudzenia (wykres zależności częstotliwości rezonansowej od amplitudy drgań).

Tą metodą przeprowadzono badania rezonansowe wielu samolotów i szybow-ców.

Poniżej przedstawiono średnie, typowe wielkości tłumienia i nieliniowości drgań własnych różnych konstrukcji lotniczych. Przedstawione wyniki mogą być przydatne przy obliczeniach flatterowych, badaniach flatterowych w locie oraz przy pomiarach i analizie drgań samolotów.

2. Obiekty badań i postacie drgań

Do analizy wybrano i wykorzystano wyniki badań rezonansowych:

- 3 modeli flatterowych (dynamicznie podobnych modeli) samolotów,
- 8 szybowców (kompozytowych),
- 26 samolotów, w tym: 4 samolotów kompozytowych i 22 samolotów metalowych.

Wszystkie badania rezonansowe zostały wykonane w ciągu ostatnich lat przy zastosowaniu tych samych metod pomiarowych. Jednym z kryterium wyboru wyników było m.in. brak sprzężenia z inną postacią drgań własnych.

W tabelach 1 do 4 zestawiono podstawowe postacie drgań rezonansowych badanych konstrukcji w czterech grupach:

- postacie symetryczne (typu "zginanie" i "skręcanie"),
- postacie antysymetryczne (typu "zginanie" i "skręcanie"),
- postacie drgań sterów,
- wychylanie powierzchni sterowych.

Typową postacią drgań sterów jest także zginanie, jednak ze względu na stosunkowo duży wpływ ich zwieszenia (sztywność, liczba i usytuowanie zawiasów) oraz udział pozostałej części konstrukcji płatowca (skrzydeł, stateczników) do analizy wybrano tylko skręcanie. Ponadto wśród postaci symetrycznych i antysymetrycznych jest łącznie tylko 5 postaci typu "skręcanie". Ponieważ stery są zwykle wykonane w tej samej technologii co kadłub i skrzydła, wyniki te można więc przyrównać do pozostałych postaci typu "skręcanie".

Badania rezonansowe układów sterowania wykonuje się zwykle "ze swobodnym drążkiem" lub "z zablokowanym drążkiem" (w różnych konfiguracjach). Do analizy przyjęto tylko podstawową postać, jaką jest wychylenie powierzchni sterowej bez blokady sterownicy – jeden węzeł w układzie sterowania.

3. Wyniki badań a postacie drgań

W tabelach 1 do 4 w kolumnach zestawiono średnie arytmetyczne wartości z wyników pomiarów wszystkich wybranych samolotów, szybowców i modeli dynamicznie podobnych:

- współczynnika tłumienia α (stosunek tłumienia do tłumienia krytycznego, wyrażony w %),
- współczynnik nieliniowości δ jako procentową zmianę częstotliwości rezonansowej przy zmniejszeniu amplitudy drgań do połowy (dodatnia wartość współczynnika oznacza układ z rosnącą sztywnością ze wzrostem amplitudy).

W następnych kolumnach oznaczonych σ i n podano wartości odchylenia standardowego oraz ilości pomiarów (na podstawie których obliczono wartość średnią i odchylenie standardowe) dla poszczególnych postaci drgań.

Lp.	Postać	α [%]	σ	n	δ [%]	σ	n
1	1. zginanie skrzydeł	1.7	1.2	35	-0.5	0.5	25
2	Poziome zginanie skrzydeł	2.6	1.5	33	-0.4	1.4	25
3	Zginanie kadłuba	3.1	1.8	35	-0.5	1.6	24
4	Zginanie statecznika poziomego	2.9	1.5	34	-0.4	0.7	25
5	2. zginanie skrzydeł	2.9	1.9	27	-0.5	0.5	19
6	Skręcanie skrzydeł	3.2	1.6	35	-0.3	1.2	25
7	Poz. zginanie statecznika poz.	3.1	1.5	16	0.0	0.8	12
8	Skręcanie statecznika poziomego	2.4	1.0	20	-0.6	1.0	13

Tabela 1	F	ostacie	symetr	yczne
----------	---	---------	--------	-------

Lp.	Postać	α [%]	σ	n	δ [%]	σ	n
1	Skręcanie kadłuba	1.8	0.7	35	-1.1	1.8	25
2	Poz. nożycowe skrzydło-kadłub	2.9	1.2	26	-1.0	0.9	21
3	Zginanie kadłuba	3.0	1.6	33	-0.6	0.7	21
4	Nożycowe zginanie usterzenia	2.5	1.3	32	-0.9	1.2	21
5	1. zginanie skrzydeł	2.6	1.6	34	-0.6	0.8	21
6	Skręcanie skrzydeł	2.9	1.6	36	-0.4	0.6	24
7	Poziome zginanie skrzydeł	3.0	1.1	15	-1.1	1.6	10
8	Skręcanie statecznika poziomego	2.1	0.9	26	-0.2	0.4	17
9	1. zginanie statecznika poz.	2.4	1.0	15	-0.3	0.5	10

Tabela 2. Postacie antysymetryczne

Tabela 3. Postacie drgań sterów

Lp.	Postać	α [%]	σ	n	δ [%]	σ	n
1	Skręcanie lotki	2.9	1.7	20	0.2	0.7	13
2	Skręcanie klapy	3.1	1.1	13	-0.2	2.1	8
3	A. skręcanie steru wysokości	2.1	0.8	26	-0.4	1.0	15
4	S. skręcanie steru wysokości	2.1	1.0	17	-0.3	0.8	9
5	Skręcanie steru kierunku	2.4	1.0	22	-0.4	0.9	12

Tabela 4. Postacie układów sterowania

Lp.	Postać	α [%]	σ	n	δ [%]	σ	n
1	S. Wychylanie lotek	3.8	2.0	28	0.6	3.2	21
2	A. Wychylanie lotek	4.9	3.3	30	-2.0	3.5	22
3	S. Wychylanie klap	3.8	1.5	19	-0.6	2.7	15
4	Wychylanie steru wysokości	3.8	1.6	30	-3.7	3.4	18
5	Wychylanie steru kierunku	5.9	2.8	24	-8.4	13.3	20

Analizując podane wielkości można zauważyć, że:

- nie ma istotnej różnicy pomiędzy współczynnikami tłumienia oraz nieliniowości częstotliwości pomiędzy postaciami symetrycznymi i antysymetrycznymi,
- współczynnik tłumienia drgań pierwszej postaci symetrycznej oraz antysymetrycznej (t.j. o najniższych częstotliwościach) jest niższe od pozostałych; tłumienie pozostałych postaci jest na tym samym poziomie,
- współczynniki tłumienia i nieliniowości drgań są niższe w przypadku, gdy odkształca się jeden (główny) element np. statecznik poziomy, ster wysokości lub kierunku,

• nieliniowość i współczynnik tłumienia podstawowych rezonansów układów sterowania jest większa od innych postaci.

4. Wyniki badań a konstrukcja płatowca

Badane konstrukcje można podzielić na trzy grupy ze względu na konstrukcję:

- belkową strukturę modeli flatterowych (modeli dynamicznie podobnych),
- segmentowa (skorupową) konstrukcję samolotów oraz szybowców laminatowych,
- elementową (półskorupową) konstrukcję samolotów metalowych.

Zestawienie wyników pomiarów dla różnych rodzajów konstrukcji zawierają tabele 5 do 8.

Lp.	Rodzaj konstrukcji	Rezonanse	α	[%]	σ		n		$\delta~[\%]$	σ		n	
1	Modele	Łącznie	1.0		0.5		12		-0.4	0.4		5	
	flatterowe	zginanie		1.0		0.5		9	-0.5		0.2		4
		skręcanie		0.8		0.2		3	-0.2		_		1
2	Szybowce	Łącznie	1.8		1.2		49		-0.1	1.1		35	
		zginanie		1.5		0.7		38	-0.2		0.9		27
		skręcanie		2.9		1.6		11	-0.0		1.5		8
3	Samoloty	Łącznie	3.4		2.0		24		-1.3	1.2		14	
	laminatowe	zginanie		3.3		2.0		9	-1.2		1.1		11
		skręcanie		3.9		1.7		5	-1.4		1.7		3
4	Samoloty	Łącznie	3.1		1.5		152	2	-0.4	1.0		114	ŀ
	metalowe	zginanie		3.1		1.6	1	116	-0.4		1.0		88
		skręcanie		3.0		1.3		36	-0.4		0.9		26

Tabela 5. Postacie symetryczne

Analizując podane wielkości można zauważyć, że:

- modele dynamicznie podobne (konstrukcja belkowa) charakteryzują najniższe współczynniki tłumienia i nieliniowości,
- nie ma istotnej różnicy pomiędzy wielkością współczynników tłumienia i nieliniowości częstotliwości pomiędzy postaciami typu zginanie oraz skręcanie,

Lp.	Rodzaj konstrukcji	Rezonanse	α [[%]	0	τ	γ	ı	$\delta~[\%]$	σ		γ	ı
1	Modele	Łącznie	1.2		0.6		13		-0.7	0.6		7	
	flatterowe	zginanie		1.2		0.7		9	-0.9		0.6		5
		skręcanie		1.1		0.6		4	-0.4		0.5		2
2	Szybowce	Łącznie	2.1		1.2		59		-0.2	0.8		38	
		zginanie		2.2		1.3		38	-0.3		0.8		25
		skręcanie		2.0		1.0		21	-0.0		0.9		13
3	Samoloty	Łącznie	2.9		1.4		29		-1.3	1.1		17	
	laminatowe	zginanie		3.4		1.6		19	-1.7		1.3		11
		skręcanie		1.9		0.9		10	-0.5		0.4		6
4	Samoloty	Łącznie	2.8		1.5		150)	-0.8	1.1		108	3
	metalowe	zginanie		3.0		1.4		89	-0.8		1.4		63
		skręcanie		2.5		1.5		61	-0.8		1.3		45

Tabela 6.Postacie antysymetryczne

Tabela 7. Postacie drgań sterów

Lp.	Rodzaj konstrukcji	Rezonanse	α [%]	σ	n	δ [%]	σ	n
1	Modele	skręcanie	3.4	1.5	7	_	_	0
	flatterowe							
2	Szybowce	skręcanie	2.4	1.1	21	-0.6	0.8	15
3	Samoloty	skręcanie	1.9	1.3	13	-0.1	0.8	8
	laminatowe							
4	Samoloty	skręcanie	2.5	1.2	59	-0.1	1.2	34
	metalowe							

Tabela 8. Postacie układów sterowania

Lp.	Rodzaj konstrukcji	Rezonanse	α [%]	σ	n	δ [%]	σ	n
1	Modele	wychylanie	3.3	1.4	8	-0.5	0.4	4
	natterowe	sterow						
2	Szybowce	wychylanie	4.6	2.7	24	-5.2	13.5	20
		sterów						
3	Samoloty	wychylanie	5.3	2.3	15	-3.5	3.6	8
	laminatowe	sterów						
4	Samoloty	wychylanie	4.4	2.5	86	-2.1	4.5	68
	metalowe	sterów						

• niższe współczynniki tłumienia i nieliniowości częstotliwości własnej konstrukcji szybowców i modeli flatterowych wskazują na możliwość oddziaływania w samolotach zabudowanych przyrządów i instalacji. Jako ilustrację wyników wybrano dwa charakterystyczne, lecz nietypowe przykłady:

- wyniki jednego z pomiarów współczynnika tłumienia i nieliniowości częstotliwości zarejestrowane podczas badań rezonansowych szybowca (rys. 1),
- wyniki specjalnie wykonanych pomiarów współczynników tłumienia i nieliniowości częstotliwości w funkcji amplitudy wzbudzanych drgań rezonansowych układu sterowania samolotu (rys. 2).



Rys. 1. Przykładowe wyniki pomiarów współczynnika tłumienia i zależności częstotliwości drgań własnych od amplitudy wzbudzanych drgań

Wykresy przedstawione na rysunku 1 wskazują na wpływ luzu o wielkości ok. 4-5 krotnie mniejszej od amplitudy wzbudzanych drgań. Rzeczywista częstotliwość drgań własnych tej postaci jest o ok. 7-8% większa od podanej.



Rys. 2. Przykładowe wyniki pomiarów zależności współczynnika tłumienia i częstotliwości drgań własnych od amplitudy wzbudzanych drgań.

Wykresy na rysunku 2 są charakterystyczne dla luzu i tarcia suchego występujących w układzie sterowania o konstrukcji popychaczowej. Wpływ luzu i tarcia jest w tym przypadku mniejszy; należy spodziewać się, że dla większej amplitudy drgań współczynnik tłumienia wyniesie ok. 2.5% (czyli mniej o ok. 17%), a częstotliwość ok. 23.5 Hz (czyli o ok. 1% więcej).

5. Wnioski

Na podstawie analizy wyników przeprowadzonych badań rezonansowych można stwierdzić, że:

- 1. Konstrukcje lotnicze nie są monolityczne: na wyniki pomiarów drgań własnych wpływa jakość połączeń: skrzydło-kadłub i statecznik-kadłub. Podobny wpływ ma zawieszenie (zawiasy) oraz napęd sterów.
- 2. Na wielkość współczynnika tłumienia i nieliniowości częstotliwości własnych obiektu wpływa głównie (lecz w różnym stopniu) tarcie suche i luz połączeń.
- Luz i tarcie suche ma istotny wpływ na dokładność wyników pomiarów częstotliwości i tłumienia. Wszystkie stosowane metody badań rezonansowych tego rodzaju obiektów powinny uwzględniać ich wpływ na wyniki pomiarów.
- 4. Rzeczywisty wpływ luzu i tarcia na postać drgań jest trudny do określenia.

Bibliografia

1. Sprawozdania wewnętrzne Instytutu Lotnictwa z wykonanych badań rezonansowych płatowców z lat 1979-2007, Warszawa

Nonlinearities of vibrations in tested aircraft structures

Abstract

Ground Vibration Testing (GVT) of airplanes is the main method of verifying their computational models. The author has attempted to analyse the vibration models and to estimate the measuring error based on GVT results carried out at the Institute of Aviation for many aircrafts and gliders.

The results taken into consideration are typical vibration eigenmodes for: 3 dynamically similar models of airplanes (for flutter tests), 8 gliders, 4 composite materialmade airplanes and 22 metal-made airplanes. All the GVT results for these aircrafts were obtained by the same methods. The results, nonlinearity of eigen frequencies and damping coefficient, are presented as mean values in relation to typical shapes and kinds of aircraft structures. The reasons for vibration nonlinearities are usually small gaps and dry friction in joints of airplane elements.

The results presented can be useful for flutter calculations, in-flight flutter tests or for vibration measurements.

Rozdział VIII

Dynamika układów

EB-2 – LATAJĄCE LABORATORIUM POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Mirosław Rodzewicz Piotr Sierputowski

Politechnika Warszawska, Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej e-mail: miro@meil.pw.edu.pl; piotr@meil.pw.edu.pl

Praca zawiera opis badań związanych z budową latającego laboratorium spełniającego funkcję ruchomego tunelu aerodynamicznego. Pierwsza faza realizacji projektu wiązała się z budową laboratorium zabudowanego na dachu samochodu. Obiektem badawczym był tu płat składający się ze skrzydła i klapy, ograniczony dużymi płytami brzegowymi mających zapewnić 2-wymiarowy opływ. Zintegrowany zespół tych elementów nazwano umownie Elementem Badawczym i oznaczono jako EB-1. Posłużył on do przetestowania systemu pomiarów ciśnień wokół płata. Budowa laboratorium aerodynamicznego na jeżdżącym pojeździe była pierwszym krokiem w kierunku budowy latającego laboratorium. Jako nośnik tego laboratorium wykorzystano szybowiec PW-6. Podobnie, jak w poprzednim przypadku, zintegrowany zespół płata badawczego oraz płyt bocznych i stelaża ustawianego na skrzydłach szybowca nazwano Elementem Badawczym, oznaczając go symbolem EB-2. Procedura dopuszczenia do lotów zespołu PW-6&EB-2 wymagała przeprowadzenia szeregu obliczeń dotyczących stateczności szybowca z zamontowanym elementem badawczym, zjawisk flatterowych oraz obciążeń i wytrzymałości i przeprowadzenia dowodowych prób wytrzymałościowych. Oblotu laboratorium dokonano latem 2006 roku, potwierdzając jego przydatność do dalszych badań. W artykule zamieszczono opis przebiegu tych unikalnych prób.

1. Wstęp

Projektowanie profili aerodynamicznych oraz brył nowoczesnych szybowców wyczynowych wiąże się z takimi zagadnieniami jak: metody numerycznego modelowania opływu, badania tunelowe oraz badania w atmosferze swobodnej. Metody numerycznego modelowania opływu stosowane są w szeregu programach narzędziowych, jak np. X-Foil, Fluent itd. Mimo zaawansowania technik numerycznego modelowania opływu, konieczna jest eksperymentalna weryfikacja wyników obliczeń. Dostępne na uczelni tunele aerodynamiczne nie zapewniają dostatecznej dokładności pomiaru charakterystyk profili laminarnych, głównie z powodu dużej turbulentności strumienia w przestrzeni pomiarowej tunelu. Z tego względu uruchomiony został program naukowo-badawczy i edukacyjny "EB" związany z budową ruchomych laboratoriów aerodynamicznych, pozwalających na badanie rozkładu ciśnień na profilu aerodynamicznym w warunkach atmosfery naturalnej (rys. 1).



Rys. 1. Ilustracja programu EB

2. Realizacja projektu EB-1

Pierwsza faza realizacji tego programu wiązała się z budową laboratorium zabudowanego na dachu samochodu (rys. 2).

Obiektem badawczym był tu płat składający się ze skrzydła i klapy, ograniczony dużymi płytami brzegowymi mającymi zapewnić 2-wymiarowy opływ. Zintegrowany zespół tych elementów nazwano umownie Elementem Badawczym oznaczając go jako EB-1. Na powierzchni płata rozmieszczono 72 otwory, służące do lokalnego pomiaru ciśnień. Wewnątrz płata umieszczono specjalny system rurek doprowadzających ciśnienie do elektronicznych przetworników umiejscowionych na zewnętrznej powierzchni płyt brzegowych. Rysunki 3 do 5 dotyczą szczegółów konstrukcyjno-technologicznych foremników. Na



Rys. 2. Schemat blokowy I etapu programu EB



Rys. 3. Sposób odwzorowania geometrii skrzydła

rys. 3 przedstawiono sposób odwzorowania geometrii profilu. Modele połówkowe skrzydła wykonano z tworzywa o nazwie *prolab* na frezarkach sterowanych numerycznie. Dzięki temu uzyskano dużą dokładność geometrii kompozytowych foremników odbitych z tych modeli oraz gładkość ich powierzchni. Szczegóły konstrukcyjno-technologiczne płata badawczego zamieszczono na kolejnych rysunkach. W jego konstrukcji zastosowano kompozyty szklanoepoksydowe. Rysunki 5 i 6 zawierają szkice struktury konstrukcyjnej skrzydła i klapy, a rys. 7 ilustruje sposób drenażu, czyli osadzenia końcówek do pomiaru ciśnień.

Gotowy płat z płytami bocznymi został zamocowany na dachu samochodu osobowego za pomocą specjalnego metalowego stelaża, tworząc razem z pozostałymi elementami systemu ruchome laboratorium.



Rys. 4. Wytwarzanie foremników skrzydła cz. II



Rys. 5. 5 Szkic przekroju skrzydła EB-1



Rys. 6. Szkic przekroju klapy EB-1


Rys. 7. Sposób drenażu płata badawczego

2.1. Badania EB-1

Badania aerodynamiczne EB-1 polegające na rejestracji przebiegów ciśnień podczas ruchu przeprowadzono na pasie startowym lotniska. W samochodzie umieszczono komputer sprzęgnięty z przetwornikami ciśnień oraz systemy zasilania.

Na rysunku 8 zamieszczono przykładowy wykres przebiegów czasowych ciśnień w wybranych punktach profilu. Narastanie, a następnie spadki ciśnień wiązały się z rozpędzaniem i następującym potem hamowaniem samochodu. Więcej na temat tych pomiarów napisano w pracy [2].

3. Realizacja projektu EB-2

Zabudowa laboratorium aerodynamicznego na jeżdżącym pojeździe była pierwszym krokiem w kierunku realizacji latającego laboratorium. Umożliwił on przetestowanie koncepcji rozwiązań konstrukcyjno-technologicznych oraz urządzeń badawczych, które następnie zastosowano w projekcie latającego laboratorium. Jako nośnik postanowiono wykorzystać prototyp szybowca PW-6 zbudowanego w Politechnice Warszawskiej. Element Badawczy (stanowiony tu przez zintegrowany zespół płata badawczego oraz płyt bocznych wraz z kompozytowym stelażem i obejmami skrzydłowymi) oznaczono jako EB-2. Koncepcja latającego laboratorium w podobnej postaci była już realizowana



Rys. 8. Przebiegi czasowe ciśnień w wybranych punktach profilu



Rys. 9. Koncepcja wstępna i docelowa latającego laboratorium PW-6+EB-2

w przeszłości za granicą z wykorzystaniem szybowców Schempp-Hirth Janus oraz Blanic. Projekt wstępny oraz projekt przyjęty do realizacji zamieszczono na rys. 9. Schemat organizacyjny prac związanych z realizacją II części programu EB przedstawiono na rys. 10.



Rys. 10. Schemat blokowy II etapu programu EB

Kolejne rysunki zawierają szczegóły konstrukcyjno-technologiczne obiektu. Płat badawczy miał tu profil identyczny jak w projekcie EB-1, ale tym razem w jego strukturze zastosowano kompozyty zbrojone włóknem węglowym. Na rys. 11 zamieszczono fotografie połówek skrzydła przed sklejeniem z widocznym systemem drenażu, a na rys. 12 szczegóły zawieszenia i napędu klapy (rozwiązanego tak, aby w całości mieścił się w obrysie profilu skrzydła).

Kolejny rysunek przedstawia fotografie z procesu montażu płyt brzegowych. Wnętrze tych płyt zostało wykorzystane do zabudowy elektroniki pomiarowej.



Rys. 11. Widok połówek skrzydła przed sklejeniem wraz z systemem drenażu



Rys. 12. Szczegóły zawieszenia i napędu klapy

3.1. Badania EB-2

Procedura dopuszczenia do lotów wymagała przeprowadzenia szeregu obliczeń dotyczących szybowca z zabudowanym EB-2 z zakresu stateczności, wytrzymałości, aeroelastyczności, a także dokonania prób wytrzymałościowych w zakresie obciążeń dopuszczalnych. Wszystkie działania objęte były państwowym nadzorem lotniczym.



Rys. 13. Montaż płyt brzegowych zintegrowanych z nogami stelaża



Rys. 14. Kontrola wyważenia szybowca z zamontowanym EB-2

Obciążeniami wymiarującymi konstrukcję były siły powstające przy ślizgu bocznym (prawym lub lewym) przy jednoczesnym osiągnięciu przez płat EB-2 krytycznych kątów natarcia (rys. 15). Z uwagi na to, że próby statyczne przeprowadzone były dla obliczonych wartości obciążeń wymiarujących (bez dokonania prób niszczących), wprowadzono ograniczenia na użytkowanie szybowca z EB-2, zmniejszając dopuszczalne prędkości tak, aby w stosunku do udowodnionej wytrzymałości zachować współczynnik bezpieczeństwa równy 1.5. Kierując się względami bezpieczeństwa, dotyczącego sytuacji ewentualnego lądowania awaryjnego z rozbiciem do stelaża zamontowano linki odciągów zabezpieczające EB-2 przed upadkiem na kabinę pilota mające wytrzymać obciążenie wywołane przyśpieszeniem wzdłuż osi kadłuba równym 20 g. Dokonano pomiarów wędrówki środka masy niezbędnych do obliczeń stateczności oraz przeprowadzono pomiary drgań własnych potrzebne do wyznaczenia postaci i obliczenia krytycznych prędkości flatteru.



Rys. 15. Ilustracja obciążeń przykładanych w próbach wytrzymałości



Rys. 16. Symulacje numeryczne flatteru

Oblotów dokonano 28 lipca 2006 na lotnisku w Modlinie. Do pierwszego lotu zdecydowano się użyć wyciągarki ruchomej w postaci terenowego samochodu wyposażonego w system awaryjnego wyczepu liny. Taki rodzaj holownika zapewniał największą możliwość kontroli bezpieczeństwa startu. Użyto 600 metrowej liny, a osiągnięta wysokość wyniosła 200 m. Celem pierwszego lotu było potwierdzenie stateczności i poprawności charakterystyk lotnych szybowca z zamontowanym EB-2. Cel ten został osiągnięty.

4. Podsumowanie

Uzyskany rezultat II etapu programu EB otwiera drogę do kolejnych badań mających w pierwszej kolejności potwierdzić bezpieczeństwo użytkowania latającego laboratorium. W przyszłości przewiduje się wykorzystanie latającego laboratorium do następujących zastosowań:

- pomiaru rozkładów ciśnień wokół profilu oraz w przestrzeni za profilem przy różnych kątach natarcia skrzydła oraz wychylenia klapy.
- badania warstwy przyściennej i poziomu jej turbulencji przy użyciu technik akustycznych oraz mostków termo-oporowych,
- określenia punktu przejścia z opływu laminarnego na opływ turbulentny oraz aktywną i pasywną kontrolę tego przejścia,
- wizualizację opływu.

Godnym podkreślenia aspektem zrealizowanego dotychczas programu jest jego walor dydaktyczny; we wszystkich etapach projektowania i budowy obu laboratoriów zaangażowanych było kilkoro studentów Wydziału MEiL, a ich udział w programie powiązano z realizacją procesu edukacyjnego młodego inżyniera lotnictwa [3].

Podziękowania

Autorzy dziękują wszystkim osobom wspierającym zrealizowany program, a w szczególności:

mgr. inż. J. Gadomskiemu (projekt szczegółowy i obliczenia wytrzymałościowe), mgr.inż. W. Chajcowi (obliczenia flatteru),

dr. inż. K. Kubryńskiemu (obliczenia obciążeń aerodynamicznych),

dr. inż. T. Grabowskiemu (obliczenia stateczności),

mgr. inż. W. Frączkowi (nadzór konstrukcyjny nad szybowcem i dokumentacją dla ULC),

mgr. inż. K. Drabarkowi (wsparcie logistyczne oblotów),



Rys. 17. Oblot latającego laboratorium – fotografie cz. I



Rys. 18. Oblot latającego laboratorium – fotografie cz. II

oraz technikom A. Pruszyńskiemu i J. Głuchowskiemu za bezpośredni udział w realizacji technicznej projektu, a także ówczesnym studentom, których prace przejściowe lub dyplomowe związane były z programem EB. Wyróżnili się przy tym N. Borowiec i M. Ćwiek (EB-1) oraz D. Głowacki i P. Marek (EB-2).

Serdeczne podziękowania autorzy składają mgr. inż. J. Kędzierskiemu – pilotowi doświadczalnemu oraz Urzędowi Lotnictwa Cywilnego sprawującemu nadzór państwowy.

- M. Rodzewicz konstruktor prowadzący
- P. Sierputowski promotor projektu

Bibliografia

- SIERPUTOWSKI P., RODZEWICZ M., 2006, Ruchome laboratoria aerodynamiczne i inne lotnicze programy badawczo-dydaktyczne Wydziału MEiL Politechniki Warszawskiej, Konf. Aeronautica Integra, Bezmiechowa, 26-28 maj 2006, Journal of Aeronautica Integra, 1, 1, ISSN 1896-8856
- REWUCKI P., RODZEWICZ M., SIERPUTOWSKI P., 2004, Badania aerodynamiczne elementu skrzydła w swobodnej atmosferze, w: *Mechanika w Lotnictwie*, J. Maryniak (red.), ZG PTMTS
- GLOWACKI D., 2007, Latające Laboratorium EB-2, NIT Nauka, Innowacje, Technika 1 (13)

EB-2 – Fly-Lab of the Warsaw University of Technology

Abstract

Design of airfoils and shapes of modern high-performance gliders is connected with problems related to numerical methods of flow analysis, wind-tunnel tests and tests in natural atmosphere. The methods of numerical flow modelling are applied in a number of tool-programs, for example: X-Foil, Fluent, etc. Despite quick development of numerical technology, the need for experimental verification of the achieved results still exists. The wind tunnels accessible at the University generally do not ensure required accuracy of the measurement, because of an excessive turbulence of the flow inside the measurement space. It is the reason for starting a new researcheducational program oriented toward moving aerodynamic laboratories for pressure distribution measurements around an airfoil in natural atmosphere. The 1st phase of this program was the design of a wind-tunnel stand fixed on the roof of a car. A piece of wing with the flap closed between two big side-plates was used there as the examined element (marked as EB-1). This object was used mainly for checking of the pressure distribution system. On the basis of this stand another similar object fixed to the PW-6 glider, called the EB-2 flying laboratory, was constructed. The procedure of airworthiness requires performing a number of several tests before the first take-off (concerning stability, strength and flutter analysis). The first test flight was done in summer 2006 and confirmed the helpfulness of the new fly-lab for the future investigation. Details of this unique experiment are described in the paper.

DYNAMIKA I STEROWANIE PLATFORMY GIROSKOPOWEJ W SAMOBIEŻNYM ZESTAWIE PRZECIWLOTNICZYM

Zbigniew Koruba Zbigniew Dziopa Izabela Krzysztofik

Politechnika Świętokrzyska, Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn, Kielce e-mail: ksmzko@tu.kielce.pl; zdziopa@tu.kielce.pl; pssik@tu.kielce.pl

W pracy przedstawiony jest model matematyczny ruchu sterowanej trzyosiowej platformy giroskopowej umieszczonej na ruchomej podstawie (pojeździe samochodowym). Sterowania programowe platformy wyznaczane są z zadania odwrotnego dynamiki, sterowania korekcyjne zaś metodą LQR. Tego rodzaju platforma może znaleźć zastosowanie jako stabilna podstawa różnych urządzeń obserwacyjnych, kamer, działek czy też karabinów maszynowych zainstalowanych na pojeździe wojskowym. W pracy pokazane jest jej zastosowanie na samobieżnym przeciwlotniczym zestawie rakietowym.

1. Wprowadzenie – model fizyczny samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego

Na współczesnych pojazdach wojskowych coraz częściej instalowane są różnego rodzaju urządzenia obserwacyjne, kamery telewizyjne i podczerwone, działka, karabiny maszynowe czy też wyrzutnie pocików rakietowych. Wymagają one odpowiedniego układu odniesienia utrzymującego niezmienną orientację niezależnie od ruchu pojazdu i od różnorodnych zewnętrznych zakłóceń oddziałujących na tenże pojazd. Rozpatrzmy najważniejsze elementy samobieżnego zestawu, w którym proponuje się zastosowanie trójosiowej platformy giroskopowej [1-6].

Na pojeździe samochodowym zamontowana jest wyrzutnia składająca się z dwóch zasadniczych obiektów. Jednym z nich to cokół bezpośrednio umieszczony na samochodzie. Ruch podstawowy cokołu jest ściśle związany z ruchem podstawowym nośnika. Drugi z nich to wieża, która posadowiona jest na cokole. Jej ruch podstawowy jest złożeniem ruchu podstawowego nośnika i ruchu wieży wynikającego z przechwytywania i śledzenia celu przez zestaw. Na wieży zainstalowana jest kamera termowizyjna, której obraz przekazywany jest na pulpit operatora. Operator siedząc w pojeździe przed ekranem monitora decyduje o ruchu realizowanym przez wieżę. Wieża składa się z dwóch zasadniczych elementów platformy i układu czterech prowadnic umożliwiających start czterech rakiet. Prowadnice umieszczone są na platformie symetrycznie względem płaszczyzny pionowej przechodzącej przez środek may wieży. Z każdej strony tej płaszczyzny znajdują się dwie prowadnice umieszczone jedna nad drugą. Platforma może obracać się względem cokołu zgodnie z kątem azymutu ψ_{pv} . Kąt ψ_{pv} jest kątem odchylenia platformy. Do platformy zamontowany jest układ prowadnic, które tworzą z nią obrotową parę kinematyczną. W związku z tym układ prowadnic może obracać się względem podstawy zgodnie z kątem elewacji ϑ_{pv} . Kąt ϑ_{pv} jest kątem pochylenia układu prowadnic. Po obróceniu platformy i układu prowadnic do położenia, w którym następuje przechwycenie celu, wieża nie zmienia swojej konfiguracji. Praca zestawu analizowana jest od momentu przechwycenia celu, dlatego w sformułowanym modelu ruch podstawowy wieży został zredukowany do podstawowego ruchu nośnika. Oznacza to, że ruch podstawowy wyrzutni jest ściśle związany z ruchem podstawowym pojazdu. Wieża jest obiektem, którego charakterystyka bezwładności zależy od położenia celu względem zestawu przeciwlotniczego. Masa wieży pozostaje stała, ale jej momenty bezwładności i momenty dewiacyjne zmieniają się. Od chwili przechwycenia celu charakterystyka bezwładności wieży pozostaje niezmienna.

Wyrzutnię zamodelowano w postaci dwóch podstawowych mas i ośmiu elementów odkształcalnych, jak na rysunku 1.

Rysunek 1 ze względu na konieczność zwiększenia jego czytelności nie uwzględnia w strukturze wieży układu prowadnic. W tym względzie rysunek 2 stanowi uzupełnienie rysunku 1.

Cokół stanowi ciało doskonale sztywne o masie m_w i momentach bezwładności I_{wx} i I_{wz} . Posadowiony on jest na nadwoziu pojazdu za pomocą czterech pasywnych elementów sprężysto-tłumiących o parametrach liniowych odpowiednio k_{w11} i c_{w11} , k_{w12} i c_{w12} , k_{w13} i c_{w13} oraz k_{w14} i c_{w14} . Wieża stanowi ciało doskonale sztywne o masie m_v , momentach bezwładności I_{vx} i I_{vz} oraz momencie dewiacyjnym I_{vxz} . Posadowiona ona jest na cokole za pomocą czterech pasywnych elementów sprężysto-tłumiących o parametrach liniowych odpowiednio k_{w21} i c_{w21} , k_{w22} i c_{w22} , k_{w23} i c_{w23} oraz k_{w24} i c_{w24} . Charakterystyka bezwładności wieży zależy od aktualnego położenia



Rys. 1. Model fizyczny wyrzutni



Rys. 2. Model fizyczny prowadnic

jej obiektów składowych, czyli platformy i układu prowadnic. Platforma jest ciałem doskonale sztywnym o masie m_{pl} i głównych centralnych momentach bezwładności $I_{pl\xi'_v}$, $I_{pl\eta'_v}$, $I_{pl\zeta'_v}$. Układ czterech prowadnic jest również ciałem doskonale sztywnym o masie m_{pr} i głównych centralnych momentach bezwładności $I_{pr\xi_{pv}}$, $I_{pr\eta_{pv}}$, $I_{pr\zeta_{pv}}$. Na rysunkach 3 i 4 przedstawiona jest m.in. charakterystyka geometryczna wyrzutni w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu.

Na rysunku 3 pokazany jest rzut główny modelu wyrzutni. Rysunek ten nie uwzględnia w strukturze wieży układu prowadnic.



Rys. 3. Rzut główny modelu wyrzutni

Na rysunku 4 pokazany jest rzut boczny lewy modelu wyrzutni. Rysunek ten uwzględnia w strukturze wieży zarówno platformę, jak i układ prowadnic z czterema rakietami.



Rys. 4. Rzut boczny lewy modelu wyrzutni

Położenia bryły cokołu o masie m_w i momentach bezwładności I_{wx} i I_{wz} oraz bryły wieży o masie m_v , momentach bezwładności I_{vx} i I_{vz} oraz momencie dewiacyjnym I_{vxz} w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych.

Rozważany układ określony jest równaniami różniczkowymi o pochodnych zwyczajnych reprezentowanych przez dwadzieścia cztery niezależne współrzędne uogólnione [9]. Ze względu na ograniczoną liczbę stron i obszerny zapis równań zaprezentowane zostaną tylko zależności określające ruch układu prowadnic.

Równania reprezentujące ruch układu prowadnic:

$$(m_{pw} + m_{p1} + m_{p2})\ddot{y}_{pw} + [m_{pw}l_{03} + m_{p1}(l_{15} - l_{06} - l_{14} + l_{11}) + + m_{p2}(l_{25} + l_{06} + l_{24} + l_{21})]\ddot{\vartheta}_{pw} + m_{p1}(l_{11} - l_{14})\ddot{\vartheta}_{p1} + m_{p2}(l_{21} - l_{24})\ddot{\vartheta}_{p2} + + m_{p1}l_{02}\ddot{\xi}_{p1} + m_{p2}l_{02}\ddot{\xi}_{p2} + [m_{pw}l_{04} + m_{p1}(l_{16} + l_{05} + l_{13} + l_{12}) + + m_{p2}(l_{26} - l_{05} - l_{23} + l_{22})]\dot{\vartheta}_{pw}^{2} - m_{p1}(l_{12} + l_{13})\dot{\vartheta}_{p1}^{2} - m_{p2}(l_{22} - l_{23})\dot{\vartheta}_{p2}^{2} + - 2m_{p1}(l_{13} + l_{12})\dot{\vartheta}_{pw}\dot{\vartheta}_{p1} + 2m_{p2}(l_{23} - l_{22})\dot{\vartheta}_{pw}\dot{\vartheta}_{p2} + 2m_{p1}l_{01}\dot{\vartheta}_{pw}\dot{\xi}_{p1} + + 2m_{p2}l_{01}\dot{\vartheta}_{pw}\dot{\xi}_{p2} + k_{w21}\lambda_{w21} = (P_{ss1}\sin\vartheta_{p1} + P_{ss2}\sin\vartheta_{p2})\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) + - (m_{pw} + m_{p1} + m_{p2})g$$

$$(1.1)$$

$$\begin{split} (m_{pw}l_{pws}^{2} + I_{pw} + m_{p1}a_{11} + I_{p1} + m_{p2}a_{21} + I_{p2})\ddot{\vartheta}_{pw} + \\ + [m_{pw}l_{03} + m_{p1}(l_{15} - l_{06} - l_{14} + l_{11}) + m_{p2}(l_{25} - l_{06} - l_{24} + l_{21})]\ddot{y}_{pw} + \\ + (m_{p1}a_{13} + I_{p1})\ddot{\vartheta}_{p1} + (m_{p2}a_{23} + I_{p2})\ddot{\vartheta}_{p2} - m_{p1}a_{12}\ddot{\xi}_{p1} + m_{p2}a_{22}\ddot{\xi}_{p2} + \\ - m_{p1}a_{14}\dot{\vartheta}_{p1}^{2} - m_{p2}a_{24}\dot{\vartheta}_{p2}^{2} - 2m_{p1}a_{14}\dot{\vartheta}_{pw}\dot{\vartheta}_{p1} - 2m_{p2}a_{24}\dot{\vartheta}_{pw}\dot{\vartheta}_{p2} + \\ + 2m_{p1}a_{15}\dot{\vartheta}_{pw}\dot{\xi}_{p1} + 2m_{p2}a_{25}\dot{\vartheta}_{pw}\dot{\xi}_{p2} + k_{w22}\lambda_{w22} = P_{ss1}(\xi_{p1} - l_{p0})\sin\vartheta_{p1} + \\ + P_{ss2}(\xi_{p2} - l_{p0})\sin\vartheta_{p2} + m_{p1}g(l_{06} - l_{15} + l_{14} - l_{11}) + \\ - m_{p2}g(l_{06} + l_{25} + l_{24} - l_{21}) - m_{pw}gl_{03} \end{split}$$

gdzie:

$$\begin{split} \lambda_{w21} &= y_{pw} + y_{pwst} + l_{0w}(\vartheta_w + \vartheta_{wst}) - (y_w + y_{wst}) \\ \lambda_{w22} &= \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst} - (\vartheta_w + \vartheta_{wst}) \\ l_{01} &= \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) & l_{02} = \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) \\ l_{03} &= l_{pws}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) & l_{04} = l_{pws}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) \\ l_{05} &= d_{pw}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) & l_{06} = d_{pw}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) \\ l_{11} &= l_{ps1}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1}) & l_{12} = l_{ps1}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1}) \\ l_{13} &= d_{p}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1}) & l_{14} = d_{p}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1}) \\ l_{15} &= (\xi_{p1} - l_{p0})\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) & l_{16} = (\xi_{p1} - l_{p0})\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) \\ l_{21} &= l_{ps2}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) & l_{22} = l_{ps2}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) \\ l_{23} &= d_{p}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) & l_{24} = d_{p}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) \\ l_{25} &= (\xi_{p2} - l_{p0})\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) & l_{26} &= (\xi_{p2} - l_{p0})\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) \end{aligned}$$

oraz

$$\begin{split} a_{11} &= d_{pw}^2 + d_p^2 + l_{ps1}^2 + (\xi_{p1} - l_{p0})^2 + 2d_w d_p \cos \vartheta_{p1} - 2d_p (\xi_{p1} - l_{p0}) \sin \vartheta_{p1} + \\ &+ 2d_{pw} l_{ps1} \sin \vartheta_{p1} + 2l_{ps1} (\xi_{p1} - l_{p0}) \cos \vartheta_{p1} \\ a_{12} &= d_{pw} + d_p \cos \vartheta_{p1} + l_{ps1} \sin \vartheta_{p1} \\ a_{13} &= d_p^2 + l_{ps1}^2 + d_{pw} d_p \cos \vartheta_{p1} - d_p (\xi_{p1} - l_{p0}) \sin \vartheta_{p1} + d_{pw} l_{ps1} \sin \vartheta_{p1} + \\ &+ l_{ps1} (\xi_{p1} - l_{p0}) \cos \vartheta_{p1} \\ a_{14} &= d_{pw} d_p \sin \vartheta_{p1} + d_p (\xi_{p1} - l_{p0}) \cos \vartheta_{p1} - d_{pw} l_{ps1} \cos \vartheta_{p1} + \\ &+ l_{ps1} (\xi_{p1} - l_{p0}) \sin \vartheta_{p1} \\ a_{15} &= \xi_{p1} - l_{p0} - d_p \sin \vartheta_{p1} + l_{ps1} \cos \vartheta_{p1} \\ a_{21} &= d_{pw}^2 + d_p^2 + l_{ps2}^2 + (\xi_{p2} - l_{p0})^2 + 2d_{pw} d_p \cos \vartheta_{p2} - 2d_p (\xi_{p2} - l_{p0}) \sin \vartheta_{p2} + \\ &+ 2d_{pw} l_{ps2} \sin \vartheta_{p2} + 2l_{ps2} (\xi_{p2} - l_{p0}) \cos \vartheta_{p2} \\ a_{22} &= d_{pw} + d_p \cos \vartheta_{p2} + l_{ps2} \sin \vartheta_{p2} \\ a_{23} &= d_p^2 + l_{ps2}^2 + d_{pw} d_p \cos \vartheta_{p2} - d_p (\xi_{p2} - l_{p0}) \sin \vartheta_{p2} + \\ &+ l_{ps2} (\xi_{p2} - l_{p0}) \cos \vartheta_{p2} \\ a_{24} &= d_{pw} d_p \sin \vartheta_{p2} + d_p (\xi_{p2} - l_{p0}) \cos \vartheta_{p2} - d_{pw} l_{ps2} \cos \vartheta_{p2} + \\ &+ l_{ps2} (\xi_{p2} - l_{p0}) \sin \vartheta_{p2} \\ a_{25} &= \xi_{p2} - l_{p0} - d_p \sin \vartheta_{p2} + l_{ps2} \cos \vartheta_{p2} \\ \end{split}$$

2. Symulacja numeryczna ruchu prowadnic i cokołu

Na rysunku 5 przedstawione są przykładowe przebiegi zmienności przyspieszenia liniowego układu prowadnic. Przyczyną powstałego zaburzenia jest przejazd zestawu przez nierówność drogi z prędkością 30 km/h oraz start dwóch rakiet z wyrzutni. Porównywane są charakterystyki dla trzech przypadków pochylenia układu prowadnic: $\vartheta_{pw0} = 20 \text{ deg}$, 45 deg, 70 deg. W trakcie trzech sekund działania zestawu można określić takie chwile czasu, które reprezentują zjawiska fizyczne mające naturę oddziaływań mechanicznych. Interpretacja tych chwil czasu jest następująca:

- 0 s zestaw najeżdża na nierówność terenu,
- 1 s startuje z wyrzutni pierwsza rakieta (czas ruchu wzdłuż prowadnicy 0,09896 s),

- 1,05859 s pierwszy pierścień prowadzący pierwszej rakiety opuszcza prowadnicę,
- 2 s startuje z wyrzutni druga rakieta (czas ruchu wzdłuż prowadnicy 0,09900 s),
- 2,05864 s pierwszy pierścień prowadzący drugiej rakiety opuszcza prowadnicę,
- po 0,07 s silnik startowy rakiety pierwszej i drugiej przestaje działać.



Rys. 5. Przebieg zmienności przyspieszenia liniowego układu prowadnic

W trakcie przejazdu zestawu przez nierówność drogi oraz podczas startu obu rakiet z wyrzutni układ prowadnic doznaje wyraźnego wzbudzenia. Poziom zaburzeń, jakim poddana jest startująca rakieta, zależy między innymi od charakterystyki dynamicznej układu prowadnic i od kąta ich pochylenia. W chwilach określonych zmianą struktury zestawu lub jego masy występuje wyraźna zmiana w przebiegu zmienności wielkości fizycznych opisujących ruch układu prowadnic, np. skokowa zmiana przyspieszenia liniowego. Na rysunkach 6 i 7 z kolei, przedstawione są przebiegi zmienności prędkości kątowych cokołu.



Rys. 6. Prędkość kątowa pochylenia cokołu ϑ_w [rad/s] w funkcji czasu



Rys. 7. Prędkość kątowa przechylenia cokołu φ_w [rad/s] w funkcji czasu

W pracy przedstawiona jest koncepcja wprowadzenia na cokole samobieżnego zestawu przeciwlotniczego dodatkowo trójosiowej platformy giroskopowej, która umożliwi odizolowanie wyrzutni od ruchów kątowych pojazdu samochodowego. Schemat zasady działania takiego zestawu został przedstawiony na rysunku 8. Należy zwrócić uwagę, że na platformie, oprócz samej wyrzutni, przwidziane jest także umieszczenie giroskopowego układu skanowania przestrzeni i śledzenia wykrytego w niej celu. Proces automatycznego wyszukiwania celu odbywa się podczas ruchu pojazdu, włącznie z wykonywaniem przez niego manewrów. Po wykryciu celu następuje jego śledzenie do chwili, aż nie zostanie on zniszczony przez wystrzelony pocisk rakietowy (któryś z czterech będących w zestawie).



Rys. 8. Schemat zasady działania samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego z trójosiową platformą giroskopową

3. Uproszczony model ruchu trzystopniowej platformy giroskopowej (TPG)

Na rys. 9 przedstawiony jest schemat trzyosiowej platformy wyposażonej w dwa czujnikowe giroskopy trzystopniowe [11, 12]. Platforma taka musi posiadać co najmniej dwie ramy, wewnętrzną i zewnętrzną. Sama platforma, jak i jej ramy, wyposażone są w czujniki zmian kątowych i nadajniki momentów sterujących [11, 12]. Giroskopy są rozmieszczone wewnątrz platformy w ten sposób, że osie pomiarowe poszczególnych giroskopów są równoległe do odpowiednich osi ram platformy. Pierwszy giroskop ma oś główną równoległą do osi Ox_p platformy i dlatego może mierzyć obroty platformy wokół dwóch pozostałych osi Oy_p i Oz_p .



Rys. 9. Widok ogólny trzyosiowej platformy giroskopowej posadowionej na pojeździe kołowym

Oś główna drugiego giroskopu jest natomiast równoległa do osi Oy_p platformy i w ten sposób może mierzyć obroty platformy wokół osi Ox_p i Oz_p .

W platformie trzyosiowej przejawia się wzajemny wpływ ruchów wokół trzech osi zawieszenia. Układy stabilizacji wpływają na siebie w taki sposób, że oddziaływanie zakłócające na jednej osi, zwykle przekazuje się na dwie pozostałe.

Dodatkowo uwzględniając fakt, że platforma pracuje w warunkach oddziaływania wibracji i zakłóceń zewnętrznych, koniecznym staje się optymalny dobór parametrów sterowania zarówno na etapie projektowania, jak i w warunkach eksploatacji.

W dalszej części pracy przedstawiony jest model sterowanej w układzie zamkniętym platformy giroskopowej, w którym parametry sterowania optymalizowane są metodą LQR [8].

Ze względu na ograniczoną objętość pracy, przytoczony zostanie tylko model zlinearyzowany platformy. A zatem, jeżeli ograniczymy się do przypadku niewielkich odchyleń kątowych osi giroskopów i elementów platformy od ich położeń wyjściowych, odrzucając iloczyny prędkości jako wielkości niższego rzędu i przyjmując, że giroskopy są astatyczne, a bezwładność ich ramek jest do pominięcia, mamy:

— równania opisujące ruch giroskopów:

$$J_{gk}(\ddot{\vartheta}_{g1} - \ddot{\psi}_{p} - \dot{r}^{*}) + J_{go}n_{g1}(\dot{\psi}_{g1} + \dot{\vartheta}_{p} + q^{*}) = M_{kg1_{2}} - M_{r2_{g1}}$$

$$J_{gk}(\ddot{\vartheta}_{g2} + \ddot{\phi}_{p} + \dot{p}^{*}) + J_{go}n_{g2}(\dot{\psi}_{g2} - \dot{\psi}_{p} - r^{*}) = M_{kg2_{2}} - M_{r2_{g2}}$$

$$J_{gk}(\ddot{\psi}_{g1} + \ddot{\vartheta}_{p} + \dot{q}^{*}) + J_{go}n_{g1}(\dot{\psi}_{p} - \dot{\vartheta}_{g1} + r^{*}) = M_{kg1_{1}} - M_{r1_{g1}}$$

$$J_{gk}(\ddot{\psi}_{g2} - \ddot{\psi}_{p} - \dot{r}^{*}) + J_{go}n_{g2}(\dot{\phi}_{p} - \dot{\vartheta}_{g2} + p^{*}) = M_{kg2_{1}} - M_{r1_{g2}}$$
(3.1)

— równania opisujące ruch elementów platformy (platforma właściwa, rama wewnętrzna, rama zewnętrzna):

$$\begin{split} & [J_{x_{p}} + J_{gk} + m_{p}l_{p}^{2} + l_{g1p}^{2}(m_{1g1} + m_{2g1} + m_{3g1}) + l_{g2p}^{2}(m_{1g2} + m_{2g2} + m_{3g2})] \cdot \\ & \cdot (\ddot{\phi}_{p} + \dot{p}^{*}) + J_{gk} \ddot{\vartheta}_{g2} - J_{go} n_{g2} (\dot{\psi}_{p} + \dot{\psi}_{g2} + r^{*}) + V_{p} m_{p} l_{p} (\dot{\psi}_{p} + r^{*}) + \\ & + V_{p} (m_{1g1} + m_{2g1} + m_{3g1}) l_{g1p} (\dot{\psi}_{g1} + \dot{\vartheta}_{p} + q^{*}) + \\ & - V_{p} (m_{1g2} + m_{2g2} + m_{3g2}) l_{g2p} (\dot{\vartheta}_{p} + q^{*}) = M_{kp3} - M_{rp} \\ & (J_{y_{rw}} + J_{y_{p}} + J_{gk} + m_{p} l_{p}^{2}) (\ddot{\vartheta}_{p} + \dot{q}^{*}) + J_{gk} \ddot{\psi}_{g1} + J_{go} n_{g1} (\dot{\psi}_{p} - \dot{\vartheta}_{g1} + r^{*}) + \\ & + m_{p} l_{p} \dot{V}_{p} + V_{p} [-2(m_{1g1} + m_{2g1} + m_{3g1}) l_{g1p} (\dot{\phi}_{p} + p^{*}) + \\ & + (m_{1g2} + m_{2g2} + m_{3g2}) l_{g2p} \dot{\phi}_{p}] = M_{kp2} - M_{rrw} \\ & [J_{z_{rz}} + J_{z_{rw}} + J_{z_{p}} + 2J_{gk} + l_{g1p}^{2} (m_{1g1} + m_{2g1} + m_{3g1}) + \\ & + l_{g2p}^{2} (m_{1g2} + m_{2g2} + m_{3g2})] (\ddot{\psi}_{p} + \dot{r}^{*}) + \end{split}$$

$$\begin{split} &-J_{gk}\ddot{\vartheta}_{g1} - J_{gk}\ddot{\psi}_{g2} - J_{go}n_{g1}(\dot{\vartheta}_p + \dot{\psi}_{g1} + q^*) + J_{go}n_{g2}(\dot{\phi}_p + \dot{\vartheta}_{g2} + p^*) + \\ &+ [l_{g1p}(m_{1_{g1}} + m_{2_{g1}} + m_{3_{g1}}) - l_{g2p}(m_{1_{g2}} + m_{2_{g2}} + m_{3_{g2}})]\dot{V}_p + \\ &+ V_p m_p l_p(\dot{\vartheta}_p - \dot{\phi}_p) = M_{kp1} - M_{rrz} \end{split}$$

gdzie: J_{go} , J_{gk} – momenty bezwładności rotorów giroskopów; J_{x_p} , J_{y_p} , J_{z_p} , $J_{y_{rw}}$, $J_{z_{rz}}$ – momenty bezwładności elementów platformy; $m_{1_{g1}}$, $m_{2_{g1}}$, $m_{3_{g1}}$ – masy rotora, ramki wewnętrznej i zewnętrznej giroskopu 1, odpowiednio; $m_{1_{g2}}$, $m_{2_{g2}}$, $m_{3_{g2}}$ – masy rotora, ramki wewnętrznej i zewnętrznej giroskopu 2, odpowiednio; l_p , l_{g2p} , l_{g2p} – odległość środków ciężkości platformy, giroskopu 1, giroskopu 2 od geometrycznego środka obrotu platformy, odpowiednio; ϑ_{g1} , ψ_{g1} , ϑ_{g2} , ψ_{g2} , ϕ_p , ϑ_p , ψ_p – kąty określające położenie poszczególnych osi obrotów elementów giroskopów i elementów platformy; n_{g1} , n_{g2} – prędkości kątowe rotorów giroskopów 1 i 2, odpowiednio; V_p – prędkość liniowa pojazdu samochodowego; p^* , q^* , r^* – prędkości kątowe pojazdu samochodowego, odpowiednio; M_{ri} – momenty sił tarcia w łożyskach osi obrotu poszczególnych elementów giroskopów oraz platformy; M_{kgi} – momenty stabilizujące wytwarzane przez silniki korekcyjne poszczególnych elementów giroskopów; M_{kpi} – momenty stabilizujące wytwarzane przez silniki korekcyjne poszczególnych elementów platformy.

4. Optymalny dobór parametrów sterowania trzyosiowej platformy giroskopowej na ruchomej podstawie

Zapiszmy równania ruchu sterowanej platformy w postaci wektorowomacierzowej:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_p \tag{4.1}$$

Wektor u_p przedstawia sterowanie programowe w układzie otwartym [3]. Schemat takiego sterowania przedstawiony jest na rys. 10.

Aby platforma mogła zachować stabilność, należy zastosować dodatkowe sterowanie korekcyjne u_k w układzie zamkniętym. Wówczas równania opisujące ruch sterowanej platformy przyjmą następującą postać:

$$\dot{\boldsymbol{x}}^* = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}^* + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k \tag{4.2}$$

gdzie: $x^* = x - x_p$ jest uchybem między ruchem rzeczywistym a żądanym; x_p jest żądanym wektorem stanu rozważanej platformy giroskopowej.



Rys. 10. Schemat sterowania platformą giroskopową w układzie otwartym



Rys. 11. Schemat sterowania platformą giroskopową w układzie zamkniętym

Prawo sterowania stabilizującego u_k określimy za pomocą metody optymalizacji liniowo-kwadratowej LQR (rys. 3) z funkcjonałem w postaci:

$$J = \int_{0}^{\infty} \left[(\boldsymbol{x}^*)^{\top} \boldsymbol{\mathsf{Q}} \boldsymbol{x}^* + \boldsymbol{u}_k^{\top} \boldsymbol{\mathsf{R}} \boldsymbol{u}_k \right] dt$$
(4.3)

Przedstawmy to prawo w następującej postaci:

$$\boldsymbol{u}_k = -\mathbf{K}\boldsymbol{x}^* \tag{4.4}$$

gdzie:

$$\begin{split} & \boldsymbol{u} = [M_{k1}, M_{ki+1}, M_{kk}]^{\top} \\ & \boldsymbol{x} = [\psi_{g1}, \dot{\psi}_{g1}, \vartheta_{g1}, \dot{\vartheta}_{g1}, \psi_{g2}, \dot{\psi}_{g2}, \vartheta_{g2}, \dot{\vartheta}_{g2}, \dot{\varphi}_{p}, \dot{\vartheta}_{p}, \dot{\psi}_{p}]^{\top} \\ & \boldsymbol{x}_{p} = [\psi_{g1z}, \dot{\psi}_{g1z}, \vartheta_{g1z}, \dot{\vartheta}_{g1z}, \psi_{g2z}, \dot{\psi}_{g2z}, \vartheta_{g2z}, \dot{\vartheta}_{g2z}, \dot{\vartheta$$

Macierz sprzężenia \mathbf{K} występująca w równaniu (4.3) wyznaczana jest z następującej zależności:

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^{\top} \mathbf{P} \tag{4.5}$$

Macierz **P** jest rozwiązaniem algebraicznego równania Riccatiego:

$$\mathbf{A}^{\top}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - 2\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\top}\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}$$
(4.6)

Występujące w równaniach (4.3) i (4.4) macierze wag \mathbf{R} i \mathbf{Q} sprowadzone do postaci diagonalnej dobierane są eksperymentalnie, przy czym poszukiwania rozpoczynane są od wartości równych:

$$q_{ii} = \frac{1}{2x_{i_{max}}}$$
 $r_{ii} = \frac{1}{2u_{i_{max}}}$ $i = 1, 2, \dots, n$ (4.7)

gdzie: $x_{i_{max}}$, $u_{i_{max}}$ – maksymalne zakresy zmian *i*-tej wartości odpowiedio zmiennej stanu i zmiennej sterującej.

Na rys. 12 widzimy uproszczony schemat sterowania i korekcji trzyosiowej platformy giroskopowej.

5. Otrzymane wyniki

Rysunki 13 do 20 przedstawiają pracę platformy stabilizacyjnej. Widoczna jest wyraźna różnica w pracy urządzenia w zależności od dobranych parametrów. W przypadku, gdy parametry regulatorów zostały dobrane nieoptymalnie, platforma po pojawieniu się zakłócenia przez stosunkowo długi czas znajduje się w procesie przejściowym.

Natomiast po zoptymalizowaniu parametrów regulatorów metodą LQR, platforma bardzo szybko wraca do położenia pierwotnego (rys. 14). Podobne przebiegi wielkości kątowych i ich pochodnycjh względem czasu możemy zaobserwować dla giroskopów platformy (rys. 15). Należy podkreślić, że zoptymalizowane momenty korekcyjne platformy i jednego z giroskopów mają nie tylko łagodne przebiegi w funkcji czasu, lecz także stosunkowo nieduże wartości (rys. 16).



Rys. 12. Schemat sterowania TPG w układzie zamkniętym



Rys. 13. Zmiany kątowe platformy dla wstępnie dobranych parametrów regulatorów; a) zmiany kątowe w czasie, b) zmiany prędkości kątowych w czasie)



Rys. 14. Zmiany kątowe platformy dla zoptymalizowanych parametrów regulatorów; a) zmiany kątowe w czasie, b) zmiany prędkości kątowych w czasie



Rys. 15. Zmiany kątowe giroskopu 1: a) dla wstępnie dobranych parametrów regulatorów, b) dla zoptymalizowanych parametrów regulatorów



Rys. 16. Zoptymalizowane momenty korekcyjne: a) platformy, b) giroskopu 1

Na rysunkach 17 i 18 widzimy zachowanie platformy pod działaniem wymuszeń kinematycznych cokołu, którego przykładowa dynamika widoczna jest na rysunkach 6 i 7. Sterowania korekcyjne wyraźnie osłabiają oddziaływanie cokołu.

Rysunki 19 i 20 przedstawiają z kolei zachowanie się platformy, której zadano ruch programowy po powierzchni stożka kołowego. Na rys. 19 widzimy trajektorię zadaną i rzeczywistą we współrzędnych ψ_p i ϑ_p . W przypadku zoptymalizowanych parametrów regulatorów po wystąpieniu zakłócenia zewnętrznego tylko wstępna faza pracy platformy nie zgadza się z założoną. Po upływie niedługiego odcinka czasowego z bardzo dużą dokładnością realizowany jest ruch programowy. Rysunek 20 przedstawia wykres momentów korekcyjnych realizowanych przez silniki stabilizacyjne platformy i giroskopu 1, dla wykonania ruchu programowego platformy.



Rys. 17. Zmiany kątowe w czasie przy oddziaływaniu kinematycznym cokołu: a) bez sterowań korekcyjnych, b) ze sterowaniami korekcyjnymi



Rys. 18. Zmiany prędkości kątowych w czasie przy oddziaływaniu kinematycznym cokołu: a) bez sterowań korekcyjnych, b) ze sterowaniami korekcyjnymi



Rys. 19. Ruch programowy platformy po powierzchni stożka kołowego: a) dla wstępnie dobranych parametrów regulatorów, b) dla zoptymalizowanych parametrów regulatorów



Rys. 20. Zoptymalizowane momenty korekcyjne w ruchu programowym: a) platformy, b) giroskopu 1

Bibliografia

- DZIOPA Z., 2004, Analiza zjawisk fizycznych generowanych w trakcie startu rakiety z zestawu przeciwlotniczego, Perspektywy i Rozwój Systemów Ratownictwa, Bezpieczeństwa i Obronności w XXI wieku, Akademia Marynarki Wojennej, ISBN 83-87280-78-X, 296-303, Gdynia
- DZIOPA Z., 2006, Modelowanie wyrzutni rakiet przeciwlotniczych zainstalowanej na pojeździe samochodowym, *Teoria Maszyn i Mechanizmów*, T. 1, Uniwersytet Zielonogórski i PKTMiM, ISBN 83-7481-043-2, 205-210, Zielona Góra
- DZIOPA Z., 2006, Samobieżny zestaw przeciwlotniczy jako układ determinujący początkowe parametry lotu rakiety, *Mechanika w Lotnictwie ML-XII 2006*, PTMTiS, ISBN 83-902194-6-8, 223-241, Warszawa
- 4. DZIOPA Z., 2004, The dynamics of a rocket launcher placed on a self-propelled vehicle, *Mechanical Engineering*, **81**, 3, ISSN 1729-959, 23-30, Lviv
- DZIOPA Z., 2006, Układ koordynatora rakiety jako jeden z obiektów zestawu przeciwlotniczego, VI Międzynarodowa Konferencja Uzbrojeniowa: Naukowe Aspekty Techniki Uzbrojenia, Wojskowa Akademia Techniczna, ISBN 83-89399-27-X, 221-229, Waplewo
- DZIOPA Z., 2004, Wpływ startu rakiety przeciwlotniczej z wyrzutni samochodowej na wyniki działania wybranych algorytmów sterowania rakietą, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Mechanika, 63, Awionika, 1, ISSN 0209-2689, 69-76, Rzeszów
- KORUBA Z., OSIECKI J., 1999, Construction, Dynamics and navigation of closerange missiles (in Polish) – part I, University Course Book No 348, Kielce University of Technology Publishing House, PL ISSN 0239-6386, Kielce

- KORUBA Z., 2001, Dynamics and control of a gyroscope on board of an flying object (in Polish), *Monographs, Studies, Dissertations*, 25, Kielce University of Technology, Kielce
- MITSCHKE M., 1972, Dynamika samochodu, WKŁ, Warszawa (Oryginał: Mitschke M., 1972, Dynamik der Kraftfahrzeuge, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg)
- 10. MISHIN W.P. (RED.), 1990, Dinamika rakiet, Mashinostroyenye, Moskwa
- 11. PAVLOV V.A., 1954, Aviatzionnye giroskopicheskye pribory, Gos. Izdat. Oboronnoy Promyshlennocti, Moskva
- 12. PAVŁOVSKIJ M.A., 1986, Teorija giroskopov, Vysha shkola, Kijev
- 13. SVIETLITZKIJ V.A., 1963, Dinamika starta letatelnyh appartov, Nauka, Moskva

The dynamics and control of a gyroscopic platform on the self-propelled anti-aircraft muli-rocket launcher

Abstract

In the paper the mathematical model of movement of a tri-axial control gyroscope platform on the moving base (e.g. car vehicle) is presented. Program control platforms are derived from the inverse problem of dynamics, while corrective control – from the LQR method. Such platforms can be used as a stable base for different observational devices, cameras, cannons or machine guns. Its application to the self-propelled anti-aircraft muli-rocket launcher is shown in this paper.

Spis treści

Rozdział V – Rakiety, bomby, uzbrojenie 299

Ładyżyńska-Kozdraś E. – Analiza dynamiki przestrzennego ruchu rakiety sterowanej automatycznie	301
Baranowski L. – Metoda identyfikacji współczynnika siły oporu obiektów balistycznych na podstawie pomiaru prędkości radialnej	317
Bibik P., Głębocki R. – Układ nawigacji bomb latających	329
Głębocki R., Żugaj M. – Analiza możliwości zastosowania wirujących bomb sterowanych	339
Kowaleczko G., Żyluk A. – Wpływ burzliwości atmosfery na zrzut bomby	351
Gacek J., Niedźwiedź M. – Tendencje rozwojowe broni laserowej w lotnictwie	373

Rozdział VI – Dynamika lotu

383

Maryniak J., Ładyżyńska-Kozdraś E., Bartkiewicz P. –	
Modelowanie dynamiki twardego przyziemienia samolotu komunikacyjnego na przykładzie Boeing 767-300	385
Maryniak J., Ładyżyńska-Kozdraś E., Kołacz M. – Modelowanie i symulacja numeryczna dynamiki samolotu w stromym locie po otwarciu hamulców aerodynamicznych na przykładzie samolotu I-22 Iryda	407
Sibilski K., Wróblewski W. – Influence of free-play and friction in control system on aircraft flight dynamics	419

Róziecki R. – Bifurkacyjna analiza dynamiki lotu samolotu supermanewrowego z wektorowaniem ciągu	453
Olejnik A., Kachel S., Rogólski R., Leszczyński P. – Dyskretny model masowo-sztywnościowy samolotu MIG-29 do numerycznych analiz aerosprężystych – wstępne wyniki	473
Rozdział VII – Silniki, oblodzenie, drgania – bezpieczeństwo lotu	489
Chachurski R. – Zdarzenia lotnicze związane z oblodzeniem silników turbinowych	491
Panas A.J., Chachurski R., Preiskorn M. – Wstępne badania laboratoryjne miniaturowego silnika turbinowego GTM-120 do analiz oblodzeniowych	507
Chachurski R., Panas A.J., Preiskorn M. – Eksperymentalne badania rozkładu temperatury w układach dolotowych silników tlakowych	591
Krzymień W. – Nieliniowość drgań badanych konstrukcji lotniczych	535
Rozdział VIII – Dynamika układów	543
Rodzewicz M., Sierputowski P. – EB-2 – Latające laboratorium Politechniki Warszawskiej	545
Koruba Z., Dziopa Z., Krzysztofik I. – Dynamika i sterowanie platformy giroskopowej w samobieżnym zestawie przeciwlotniczym	559