POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI
TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

MECHANIKA W LOTNICTWIE

"ML-VIII" 1998

Warszawa 1998

POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI
TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

MECHANIKA W LOTNICTWIE

"ML-VIII" 1998

pod redakcją Jerzego Maryniaka

Warszawa 1998

Organizatorzy Konferencji:

- Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej
- Komitet Mechaniki Polskiej Akademii Nauk
- Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej Politechniki Warszawskiej
- Wydział Uzbrojenia i Lotnictwa Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie
- Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa
- Instytut Lotnictwa, Warszawa
- Sekcja Lotnicza Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Polskich

Komitet Naukowy:

prof.dr hab.inż. STANISŁAW DUBIEL
prof.dr hab.inż. ZBIGNIEW DŻYGADŁO
prof.dr hab.inż. JERZY MARYNIAK
prof.dr hab.inż. WIESŁAW SOBIERAJ
dr hab.inż. ZDOBYSŁAW GORAJ, prof. PW
dr inż. JACEK GOSZCZYŃSKI

ISBN 83-902194-2-5

Druk i oprawa:
Zakład Poligraficzny Kuratorium Oświaty
ul. Paryska 25, 03-945 Warszawa
tel./fax 617-60-87

Ogólnopolskie konferencje Mechanika w Lotnictwie organizowane są od 1984 r. w cyklu dwuletnim i niezmiennie cieszą się ogromnym powodzeniem.

Udało nam się stworzyć forum stymulujące twórczo środowiska lotnicze różnych specjalności. Wymiana informacji oraz prezentacja przedstawicielom przemysłu najnowszych osiągnięć nauki, to najistotniejsze aspekty rozwoju zarówno nauki jak i przemysłu.

Niniejsza publikacja jest czwartą z serii wydawanej przez Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej. Prezentujemy w niej prace wygłoszone na VIII Ogólnopolskiej Konferencji Mechanika w Lotnictwie "ML-VIII", która odbyła się w dniach 2-3 czerwca 1998 r. w Warszawie.

Jerzy Maryniak

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

MODELOWANIE PROCESU SAMONAPROWADZANIA RAKIETY PRZECIWLOTNICZEJ ŚREDNIEGO ZASIĘGU W ZMIENNYCH WARUNKACH ATMOSFERYCZNYCH

LESZEK BARANOWSKI
JÓZEF GACEK

Instytut Techniki Uzbrojenia WAT, 00-908 Warszawa ul. S. Kaliskiego 2 tel. 857743

W artykule przedstawiono metodykę konstruowania równań opisujących dynamikę procesu samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej na manewrujący cel powietrzny. W modelowaniu uwzględniono zmienność warunków atmosferycznych, a w szczególności oddziaływanie niestacjonarnego wiatru atmosferycznego na przestrzenny ruch rakiety. Równania zapisano, stosując układy i oznaczenia zgodne z Polską Normą PN-83/L-01010.

1. Wstęp

Tradycyjne metody teoretycznych badań systemów samonaprowadzania, bazują najczęściej na daleko idących uproszczeniach modelowych, polegających między innymi na rozłożeniu ruchu przestrzennego na ruch podłużny i boczny, linearyzacji otrzymanych równań i zamrożeniu wolno zmieniających się współczynników, celem uzyskania możliwości stosowania dobrze znanych metod analizy liniowych i stacjonarnych układów automatycznej regulacji. Wymaga to jednak, stosowania dodatkowo, bardzo kosztownych i czasochłonnych badań eksperymentalnych w warunkach laboratoryjnych jak i poligonowych.

Niewątpliwie liczbę niezbędnych badań eksperymentalnych można by w znacznym stopniu ograniczyć, wykorzystując w analizie i syntezie systemów samonaprowadzania komputerową symulację ruchu rakiet w zmiennych warunkach atmosferycznych.

W pracy podjęto próbę opracowania modelu procesu samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej, który z jednej strony uwzględniałby wszystkie właściwo-

ści, które mają lub mogą mieć istotny wpływ na dynamikę procesu, z drugiej strony pozwalałby uzyskać rozwiązanie w rozsądnym czasie.

2. Opis systemu samonaprowadzania przyjętego do modelowania

Modelowanie procesu samonaprowadzania w zmiennych warunkach atmosferycznych przedstawiono na przykładzie hipotetycznego zestawu rakiet przeciwlotniczych klasy ziemia-powietrze, średniego zasięgu, zbliżonego do jednego z zestawów aktualnie eksploatowanych.

Przyjęto, że rakieta wchodząca w skład zestawu (rys. 1), jest w układzie aerodynamicznym „ruchome skrzydło" i naprowadza się na cel metodą proporcjonalnej nawigacji ze zmiennym współczynnikiem. Stabilizacja lotu rakiety względem osi podłużnej i osi poprzecznych jest realizowana wskutek odpowiedniego wychylania się sterolotek znajdujących się na statecznikach.

Rys. 1. Schemat rakiety przeciwlotniczej średniego zasięgu

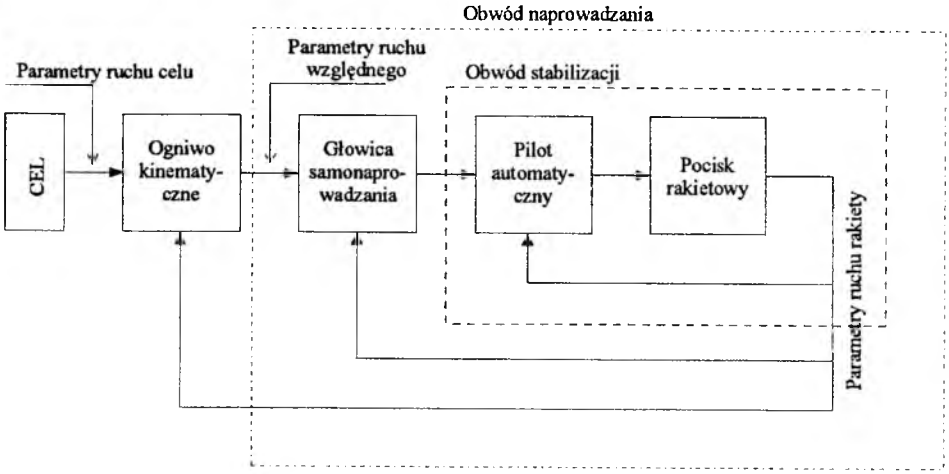
Dwustopniowy zespół napędowy rakiety składa się z dwóch silników na paliwo stałe: startowego i marszowego. Śledzenie celu i pomiar wielkości umożliwiających samonaprowadzanie się rakiety zgodnie z przyjętą metodą jest realizowane przez półaktywną, radiolokacyjną głowicę samonaprowadzania (RGS).

Do podstawowych zadań realizowanych przez RGS należy:
- pomiar prędkości kątowej linii obserwacji celu (l.o.c.), w dwóch płaszczyznach sterowania: pochylenia - $\dot{\varepsilon}$ i odchylenia - $\dot{\nu}$,
- pomiar prędkości zbliżania się rakiety do celu $\dot{r}_w$,
- wypracowanie sygnału sterującego, proporcjonalnego do prędkości kątowej l.o.c., w postaci iloczynu $k|\dot{r}_w|\Omega^{loc}$ (w dwóch płaszczyznach sterowania).

Za naprowadzanie i stabilizację rakiety odpowiedzialny jest pilot automatyczny, w którym wyróżnia się:
- dwa kanały sterowania przeciążeniami pocisku w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach;
- dwa kanały stabilizacji i tłumienia drgań względem osi poprzecznych pocisku;
- kanał stabilizacji pocisku względem osi podłużnej.

Schemat funkcjonalny systemu samonaprowadzania omawianej rakiety przedstawiono na rys. 2. Z punktu widzenia automatyki **system sterowania pociskiem rakietowym** jest złożonym wieloobwodowym układem automatycznej regulacji.

Składa się z głównego obwodu sterowania ruchem środka masy pocisku (nazywanego zewnętrznym obwodem naprowadzania pocisku) i obwodów sterowania ruchem wokół środka masy pocisku (nazywanych wewnętrznymi obwodami sterowania i stabilizacji). Te ostatnie obwody przeznaczone są do polepszenia charakterystyk dynamicznych rakiety sterowanej, poprzez wprowadzenie ujemnych sprzężeń zwrotnych względem parametrów jej ruchu (na przykład: prędkości kątowych obrotu względem osi związanych z bryłą rakiety, przyśpieszeń wzdłuż tych osi, momentu zawiasowego sterów, itp.).



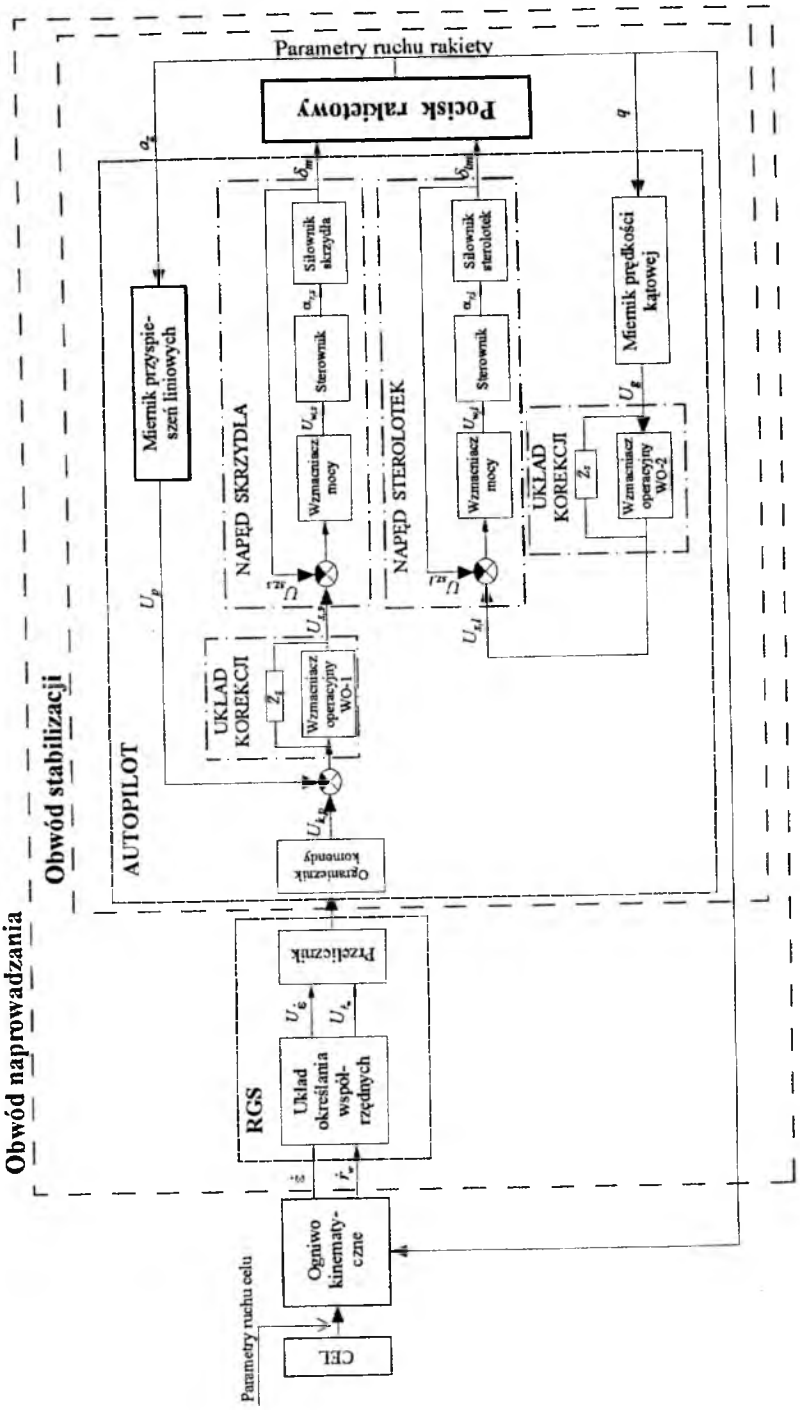
Rys. 2. Schemat funkcjonalny systemu samonaprowadzania

Przeprowadzenie modelowania wymaga opracowania szczegółowych schematów systemu samonaprowadzania w poszczególnych kanałach sterowania.

Na rys. 3 przedstawiono schemat blokowy pracy systemu samonaprowadzania w kanale pochylenia. Prędkość kątowa pochylenia l.o.c. $\dot{\varepsilon}$ oraz prędkość liniowa zbliżania się rakiety i celu $\dot{r}_w$ jest mierzona przez radiolokacyjną głowicę samonaprowadzania. Pomierzone wielkości w postaci napięć $U_{\dot{\varepsilon}}$ i $U_{\dot{r}_w}$ wchodzą na przelicznik gdzie formowany jest sygnał zgodny z metodą naprowadzania $U_{k,p}$. Sygnał ten po przejściu przez ogranicznik komendy jest sumowany z sygnałem z miernika przyspieszeń liniowych U_p i po odpowiedniej korekcji sygnał $U_{s,s}$ steruje pracą napędu skrzydła. Jednocześnie trwa pomiar prędkości kątowej pochylenia rakiety q. Sygnał proporcjonalny do tej prędkości U_g po przejściu przez układ korekcji ($U_{s,l}$) steruje pracą napędu sterolotek.

System naprowadzania przestaje działać (skrzydła są blokowane w ostatnim położeniu) gdy w trakcie lotu wystąpi:

- utrata zdolności głowicy do wydzielenia sygnału błędu (tzw. „oślepienie głowicy"),



Rys. 3. Schemat blokowy systemu samonaprowadzania w kanale pochylenia

- przekroczenie max. prędkości kątowej śledzenia celu przez koordynator,
- przekroczenie max. kąta pelengu koordynatora.

Modelowanie procesu samonaprowadzania wymaga opracowania modeli matematycznych, opisujących właściwości dynamiczne, wszystkich elementów systemu, wyszczególnionych na schemacie blokowym (rys. 3). W pracy szczególny nacisk położono na modelowanie dynamiki pocisku rakietowego w zmiennych warunkach atmosferycznych.

3. Model matematyczny rakiety w zmiennych warunkach atmosferycznych

Opracowanie modelu matematycznego rakiety w zmiennych warunkach atmosferycznych wymaga:

a) przyjęcia odpowiednich układów współrzędnych służących do opisu ruchu rakiety oraz sił na nią działających,
b) wyznaczenia charakterystyk geometrycznych, masowo-bezwładnościowych i sprężystości rakiety,
c) określenia sił zewnętrznych i momentów tych sil działających na rakietę,
d) określenia charakterystyk ośrodka ruchu rakiety, w zależności od warunków atmosferycznych, wysokości lotu itp.,
e) wykorzystania podstawowych praw i zasad fizyki.

W pracy wykorzystano następujące układy odniesienia zgodne w oznaczeniach i pisowni z Polską Normą [10]:

- **normalny układ współrzędnych związany z ziemią** $Ox_g y_g z_g$, w którym (między innymi) wyznaczono siłę ciężkości i opisano wiatr,
- **układ współrzędnych związany z rakietą** $Oxyz$, w którym wyznaczono ciąg silników rakietowych, składowe momentów aerodynamicznych oraz zapisano równania ruchu obrotowego rakiety,
- **układ współrzędnych związany z przepływem** $Ox_a y_a z_a$, w którym wyznaczono składowe siły i momentu aerodynamicznego,
- **układ współrzędnych związany z torem lotu** $Ox_k y_k z_k$, w którym zapisano równania ruchu postępowego rakiety,
- oraz **układ współrzędnych związany z l.o.c** $O\xi\eta\zeta$, który umożliwił otrzymanie skalarnych równań ruchu względnego rakiety i celu.

Charakterystyki masowo-bezwładnościowe rakiety (masę, położenie środka masy, tensor momentów bezwładności) wyznaczono w postaci funkcji czasu lotu t i temperatury początkowej paliwa T_0 [1]. Ze względu na przyjęte założenie, iż częstość drgań własnych elementów sprężystych modelowanej rakiety wielokrotnie przewyższa częstość jej wahań wokół środka masy - rakietę rozpatrywano jako ciało nieodkształcalne o sześciu stopniach swobody [6].

Spośród sił i momentów sił zewnętrznych działających na rakietę w locie, w modelu matematycznym uwzględniono:

- **siłę grawitacji $\mathbf{F}_g$** - będącą wynikiem oddziaływania na rakietę pola grawitacyjnego Ziemi, które w ogólnym przypadku jest niejednorodne, niecentralne i niestacjonarne, a jego postać zależy od przyjętego modelu kształtu Ziemi. W przypadku kulistego modelu, potencjał grawitacyjny można wyrazić następującym wzorem [2]

$$\Phi_g(h) = \frac{GM_z}{R_z + h} \tag{1}$$

gdzie:

G - stała grawitacyjna,
M_z - masa Ziemi,
R_z - nominalny promień Ziemi,

- **siłę aerodynamiczną $\mathbf{R}^A$ i jej moment względem środka masy rakiety $\mathbf{M}_O^A$**. Składowe siły aerodynamicznej wyznaczono zgodnie z [6] w układzie $Ox_ay_az_a$ i oznaczono następująco

$$\mathbf{R}^A = [X_a^A, Y_a^A, Z_a^A] = [-P_x, P_y, -P_z] \tag{2}$$

gdzie:

$$P_x = C_x \frac{\rho V^2}{2} S \quad \text{- siła oporu,} \tag{3}$$

$$P_y = C_y \frac{\rho V^2}{2} S \quad \text{- siła boczna,} \tag{4}$$

$$P_z = C_z \frac{\rho V^2}{2} S \quad \text{- siła nośna,} \tag{5}$$

$$C_x = C_{x0}(Ma, Re) + C_{x\alpha^2}(Ma)\alpha^2 + C_{x\beta^2}(Ma)\beta^2 + C_{x\alpha\delta_m}(Ma)\alpha\delta_m + C_{x\beta\delta_n}(Ma)\beta\delta_n + C_{x\delta_m^2}(Ma)\delta_m^2 + C_{x\delta_n^2}(Ma)\delta_n^2 \tag{6}$$

$$C_y = C_{y0}(Ma) + C_{y\beta}(Ma)\beta + C_{y\delta_n}(Ma)\delta_n \tag{7}$$

$$C_z = C_{z0}(Ma) + C_{z\alpha}(Ma)\alpha + C_{z\delta_m}(Ma)\delta_m \tag{8}$$

natomiast składowe momentu aerodynamicznego wyznaczono zgodnie z [6] w układzie $Oxyz$ i oznaczono następująco

$$\mathbf{M}_O^A = [L^A, M^A, N^A] \tag{9}$$

gdzie:

$$L^A = C_l^A \frac{\rho V^2}{2} S l_x \quad \text{- moment przechylający,} \tag{10}$$

$$M^A = C_m^A \frac{\rho V^2}{2} S l_y \quad \text{- moment pochylający,} \tag{11}$$

$$N^A = C_n^A \frac{\rho V^2}{2} S l_z \quad \text{- moment odchylający.} \tag{12}$$

$$C_l^A = C_{l0}^A(Ma) + C_{lp}^A(Ma)\bar{p} + C_{l\delta_{ll}}^A(Ma)\delta_{ll} \tag{13}$$

$$C_m^A = C_{m0}^A(Ma) + C_{m\alpha}^A(Ma)\alpha + C_{m\delta_m}^A(Ma)\delta_m + C_{mq}^A(Ma)\bar{q} + C_{m\dot{\alpha}}^A(Ma)\bar{\dot{\alpha}} + C_{m\dot{\delta}_m}^A(Ma)\bar{\dot{\delta}}_m + C_{m\delta_{lm}}^A(Ma)\delta_{lm} \tag{14}$$

$$C_n^A = C_{n0}^A(Ma) + C_{n\beta}^A(Ma)\beta + C_{n\delta_n}^A(Ma)\delta_n + C_{nr}^A(Ma)\bar{r} + C_{n\dot{\beta}}^A(Ma)\bar{\dot{\beta}} + C_{n\dot{\delta}_n}^A(Ma)\bar{\dot{\delta}}_n + C_{n\delta_{ln}}^A(Ma)\delta_{ln} \tag{15}$$

- **ciąg silników rakietowych** $F(T_0,h)$ - w postaci charakterystyki wysokościowej silnika, uwzględniającej wpływ temperatury początkowej paliwa T_0 na wartość ciągu i czas pracy silników [2, 6], wyrażono następująco:

$$t_{ki}(T_0) = t_{k(i-1)} + t_{ain} + A_{ti} \cdot (T_0 - T_n) \tag{16}$$

$$F_i(T_0,h) = F_{ni} + A_{Fi} \cdot (T_0 - T_n) + (p_{a\,h=0} - p_a(h))S_w \tag{17}$$

gdzie:

t_{ki} - chwila wyłączenia *i-tego* silnika [*s*],

t_{ain} - czas pracy *i-tego* silnika o temperaturze początkowej paliwa T_n,

A_{ti} - współczynnik zmiany czasu pracy *i-tego* silnika [*s/K*],

F_{ni} - ciąg *i-tego* silnika o temperaturze początkowej paliwa T_n na poziomie morza,

A_{Fi} - współczynnik zmiany ciągu *i-tego* silnika [*N/K*],

$p_{a\,h=0}$ - ciśnienie atmosferyczne na poziomie morza.

Do podstawowych charakterystyk ośrodka ruchu zaliczamy następujące parametry stanu atmosfery: ciśnienie p_a, gęstość ρ, temperaturę T, prędkość dźwięku a, lepkość dynamiczną μ, lepkość kinematyczną ν oraz wektor prędkości wiatru $\mathbf{V}_W$. Na potrzeby modelowania ruchu rakiety w rzeczywistych, aktualnie panujących warunkach atmosferycznych należy, na drodze pomiarów meteorologicznych, wyznaczyć i stabelaryzować wymienione powyżej parametry atmosfery w funkcji współrzędnych punktu przestrzeni $\mathbf{r}(x_g,y_g,z_g)$ oraz czasu t.

Zgodnie z hipotezą o przenoszeniu fluktuacji mas powietrza przez wiatr średni, wektor prędkość wiatru $\mathbf{V}_W$ można zapisać następująco [3]

$$\mathbf{V}_W = \mathbf{V}_{W0} + \mathbf{V}_{Wt}(x_g, y_g, z_g, t) \tag{18}$$

gdzie:

$\mathbf{V}_{W0}$ - składowa stała wektora prędkości wiatru (wiatr średni),

$\mathbf{V}_{Wt}$ - składowa zmienna mająca charakter losowy (turbulencja atmosfery).

Turbulencję w modelowaniu, najczęściej przedstawia się w postaci stacjonarnego, jednorodnego i izotropowego procesu stochastycznego o odpowiednich funkcjach korelacji, dotyczących składowych wektora prędkości wiatru, aproksymowanych następującymi zależnościami analitycznymi [3]:

$$R_t(r) = \sigma_t^2 \exp(-|r| / L_t) \tag{19}$$

$$R_n(r) = \sigma_n^2 \left(1 - (|r| / (2L_n))\right) \exp(-|r| / L_n) \tag{20}$$

gdzie:

R_t, R_n - funkcje korelacji składowej stycznej i składowej normalnej wektora prędkości wiatru w stosunku do wektora prędkości rakiety,

σ_t, σ_n - odchylenia standardowe składowych turbulencji atmosfery w układzie związanym z torem lotu $Ox_k y_k z_k$,

L_t, L_n - podziałki odpowiednich składowych turbulencji atmosfery.

Przestrzenny ruch rakiety, jako bryły sztywnej o zmiennej masie, w oparciu o twierdzenie o zmianie pędu i krętu [2, 6, 8], można w układzie poruszającym się z rakietą, opisać następującymi równaniami wektorowymi:

$$m\left(\frac{\delta \mathbf{V}_K}{dt} + \Omega^K \times \mathbf{V}_K\right) = \mathbf{R}^A + \mathbf{Q} + \mathbf{F} \tag{21}$$

$$\frac{\delta \mathbf{K}_O}{dt} + \Omega \times \mathbf{K}_O = \mathbf{M}_O^A \tag{22}$$

gdzie:

Ω^K - prędkość kątowa układu $Ox_k y_k z_k$ względem układu $Ox_g y_g z_g$,

Ω - prędkość kątowa rakiety,

$\mathbf{K}_O$ - moment pędu (kręt) rakiety względem początku układu $Oxyz$,

$\mathbf{M}_O^A$ - moment siły aerodynamicznej względem początku układu $Oxyz$.

Postać skalarna powyższych równań dynamicznych, łącznie z równaniami kinematycznymi i uzupełniającymi, stanowi zamknięty, nieliniowy model matematyczny rakiety jako obiektu sterowania, w którym można wyróżnić:

- dynamiczne równania ruchu postępowego rakiety w układzie $Ox_ky_kz_k$:

$$m\frac{dV_K}{dt} = X_k^A + Q_{x_k} + F_{x_k} \tag{23}$$

$$mV_K\cos\gamma\frac{d\chi}{dt} = Y_k^A + Q_{y_k} + F_{y_k} \tag{24}$$

$$-mV_K\frac{d\gamma}{dt} = Z_k^A + Q_{z_k} + F_{z_k} \tag{25}$$

- kinematyczne równania ruchu postępowego rakiety:

$$\frac{dx_g}{dt} = V_K\cos\gamma\cos\chi \tag{26}$$

$$\frac{dy_g}{dt} = V_K\cos\gamma\sin\chi \tag{27}$$

$$\frac{dz_g}{dt} = -V_K\sin\gamma \tag{28}$$

- dynamiczne równania ruchu obrotowego rakiety w układzie $Oxyz$:

$$I_x\frac{dp}{dt} - (I_y - I_z)q\cdot r = L^A \tag{29}$$

$$I_y\frac{dq}{dt} - (I_z - I_x)p\cdot r = M^A \tag{30}$$

$$I_z\frac{dr}{dt} - (I_x - I_y)p\cdot q = N^A \tag{31}$$

- kinematyczne równania ruchu obrotowego rakiety:

$$\frac{d\Psi}{dt} = (\sin\Phi\cdot q + \cos\Phi\cdot r)\frac{1}{\cos\Theta} \tag{32}$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = \cos\Phi\cdot q - \sin\Phi\cdot r \tag{33}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = p + (\sin\Phi\cdot q + \cos\Phi\cdot r)\tan\Theta \tag{34}$$

- równania uzupełniające:

zależności na składowe prędkości wiatru $\mathbf{V}_W$ oraz prędkości rakiety względem Ziemi $\mathbf{V}_K[u_K, v_K, w_K]$ i względem powietrza $\mathbf{V}[u,v,w]$ w układzie $Oxyz$:

$$u = u_K - u_W \quad , \quad v = v_K - v_W \quad , \quad w = w_K - w_W \tag{35}$$

$$V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \tag{36}$$

$$\begin{bmatrix} u_W \\ v_W \\ w_W \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{\Phi\Theta\Psi} \begin{bmatrix} u_{W_g} \\ v_{W_g} \\ w_{W_g} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} u_K \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{\Phi\Theta\Psi} \begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{y}_g \\ \dot{z}_g \end{bmatrix} \tag{37}$$

zależności na kąt natarcia i kąt ślizgu

$$\beta = \arcsin\frac{v}{V} \quad , \quad \alpha = \operatorname{arctg}\frac{w}{u} \tag{38}$$

zależności na składowe sił zewnętrznych w układzie $Ox_ky_kz_k$:

$$\begin{bmatrix} Q_{x_k} \\ Q_{y_k} \\ Q_{z_k} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{\gamma\chi} \begin{bmatrix} 0 \\ -0 \\ mg_n \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} F_{x_k} \\ F_{y_k} \\ F_{z_k} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{\gamma\chi} \cdot \mathbf{L}^{-1}_{\Phi\Theta\Psi} \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{39}$$

$$\begin{bmatrix} X_k^A \\ Y_k^A \\ Z_k^A \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{\gamma\chi} \mathbf{L}^{-1}_{\Phi\Theta\Psi} \mathbf{L}_{\alpha(-\beta)} \begin{bmatrix} -P_x \\ P_y \\ -P_z \end{bmatrix} \tag{40}$$

gdzie $\mathbf{L}_{\gamma\chi}$, $\mathbf{L}_{\Phi\Theta\Psi}$, $\mathbf{L}_{\alpha(-\beta)}$ - macierze transformacji wyprowadzone w [1].

4. Modele matematyczne elementów systemu samonaprowadzania

Opisanie wszystkich sprzężeń i relacji zachodzących między elementami samonaprowadzającej się rakiety i to przy zmieniającym się wpływie otoczenia, jest praktycznie niemożliwe. Z tego też względu, w modelowaniu dynamiki elementów systemu samonaprowadzania, poczyniono pewne założenia upraszczające, powszechnie stosowane na początkowym etapie obliczeń.

Przyjęto, że RGS pracuje idealnie, formując bezbłędnie sygnał sterujący $U_{k,p}$, z uwzględnieniem ograniczeń konstrukcyjnych możliwości śledzenia celu i ograniczenia sygnału sterującego ze względu na przeciążenia dopuszczalne rakiety, według zależności

$$U_{k,p} = k \cdot |\dot{r}_w| \cdot \dot{\varepsilon} \tag{41}$$

gdzie k jest tzw. stałą współczynnika proporcjonalnej nawigacji.

Mierniki przyspieszeń liniowych i prędkości kątowej pocisku również pracują bezbłędnie i są członami bezinercyjnymi:

$$U_p = k_p \cdot V_K \cdot \dot{\gamma} \tag{42}$$

$$U_g = k_g \cdot q \tag{43}$$

Napędy organów sterowania, na podstawie danych zawartych w [11], zamodelowano w postaci członów oscylacyjnych, z uwzględnieniem konstrukcyjnego ograniczenia ich kąta wychylenia:

$$T_{1,s}^2 \ddot{\delta}_m + 2\xi_s T_{1,s} \dot{\delta}_m + \delta_m = k_{n,s} U_{s,s} \tag{44}$$

$$T_{1,l}^2 \ddot{\delta}_{lm} + 2\xi_l T_{1,l} \dot{\delta}_{lm} + \delta_{lm} = k_{n,l} U_{s,l} \tag{45}$$

Równania ogniwa kinematycznego, będące kinematycznymi równaniami ruchu rakiety względem celu, wyrażono następująco [1]:

$$\frac{dr_w}{dt} = \cos\gamma_C \cos\varepsilon \cos(\chi_C - \nu) V_C + \sin\varepsilon \sin\gamma_C V_C + \\ - \cos\gamma \cos\varepsilon \cos(\chi - \nu) V_K - \sin\varepsilon \sin\gamma V_K \tag{46}$$

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{1}{r_w \cos\varepsilon}\left(\cos\gamma_C \sin(\chi_C - \nu) V_C - \cos\gamma \sin(\chi - \nu) V_K\right) \tag{47}$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{r_w}\left(\cos\varepsilon \sin\gamma_C V_C - \cos\gamma_C \sin\varepsilon \cos(\chi_C - \nu) V_C + \right. \\ \left. + \cos\gamma \sin\varepsilon \cos(\chi - \nu) V_K - \cos\varepsilon \sin\gamma_C V_K\right) \tag{48}$$

5. Wnioski

Zestawiony w ten sposób model matematyczny procesu samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej średniego zasięgu w zmiennych warunkach atmosferycznych stanowi, pomimo przyjęcia pewnych założeń upraszczających, złożony układ równań różniczkowo-algebraicznych, nieliniowych o zmiennych współczynnikach.

Literatura

1. BARANOWSKI L., *Modelowanie i badania procesu samonaprowadzania rakiety z-p w zmiennych warunkach atmosferycznych*, Rozprawa doktorska, Warszawa 1998.

2. ДМИТРИЕВСКИЙ А.А., *Баллистика и навигация ракет*, Машиностроение, Москва 1985.

3. ДОБРОЛЕНСКИЙ Ю.П., *Динамика полета в неспокойной атмосфере*, Машиностроение, Москва 1969.

4. ETKIN B., REID L.D., *Dynamics of flight. Stability and control*, John Wiley & Sons, New York 1996.

5. GACEK J., *Modelowanie i badanie dynamicznych właściwości obiektów balistycznych*, Dodatek Specjalny do Biuletynu WAT, Warszawa 1992.

6. ЛЕБЕДЕВ А.А., ЧЕРНОБРОВКИН Л.С., *Динамика полета*, Машиностроение, Москва 1973.

7. MARYNIAK J., *Modelowanie odpalania i lotu rakiety klasy p-p*, Materiały V Ogólnopolskiej Konferencji „Mechanika w Lotnictwie", Warszawa 1992.

8. OSIŃSKI Z., *Mechanika ogólna*, PWN, Warszawa 1994.

9. POLSKA NORMA PN-78/N-03100 „*Atmosfera wzorcowa*", Dz. Norm i Miar nr 7/1978 poz. 33.

10. POLSKA NORMA PN-83/L-01010, *Mechanika lotu samolotów i szybowców*, Dz. Norm. i Miar nr 1/1984 poz. 1.

11. SKOMRA A., *Systemy sterowania lotniczych pocisków rakietowych*, WAT, Warszawa 1995.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

NUMERYCZNE BADANIA WPŁYWU WYBRANYCH PARAMETRÓW MODELU FIZYCZNEGO NA PROCES SAMONAPROWADZANIA RAKIETY PRZECIWLOTNICZEJ

LESZEK BARANOWSKI
JÓZEF GACEK

Instytut Techniki Uzbrojenia WAT, 00-908 Warszawa ul. S. Kaliskiego 2 tel. 857743

Praca zawiera wyniki badań numerycznych, wpływu wybranych parametrów modelu fizycznego, na proces samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej średniego zasięgu w zmiennych warunkach atmosferycznych. Przedstawiono między innymi: wpływ stałej nawigacji na charakterystyki procesu, analizę skuteczności manewru obronnego celu oraz wpływ parametrów atmosfery na dynamikę lotu rakiety testowej. Obliczenia wykonano z wykorzystaniem własnych, oryginalnych programów komputerowych.

1. Wstęp

Analiza numeryczna, z uwagi na złożoność modeli matematycznych przestrzennego ruch rakiet sterowanych, stanowi wśród metod teoretycznych, najskuteczniejsze narzędzie badawcze procesów samonaprowadzania. Należy jednak pamiętać, iż metoda ta daje wprawdzie możliwości wyznaczenia torów dynamicznych rakiety ale otrzymane w postaci tabulogramów wyniki obliczeń, dotyczą tylko konkretnych przypadków. Uogólnienie wyników (niezbędne w zadaniu analizy) jest na ogół trudne i wymaga dysponowania dużym materiałem obliczeniowym. Ponieważ ostateczny wynik naprowadzania zależy od wielu czynników, między innymi: warunków początkowych startu rakiety, parametrów ruchu celu oraz całego szeregu charakterystyk modelu fizycznego systemu samonaprowadzania, przeprowadzenie szczegółowej analizy jest zagadnieniem metodologicznie bardzo złożonym i wymagającym wykonania wielu tysięcy wariantów obliczeń. Ze względu na ograniczone możliwości czasowe i sprzętowe, przeprowadzono tylko niektóre badania symulacyjne, pozwalające pokazać możliwo-

ści badawcze programu komputerowego, opracowanego w oparciu o model matematyczny procesu samonaprowadzania przedstawiony w pracy [1].

2. Wpływ stałej nawigacji na charakterystyki procesu samonaprowadzania

Celem określenia wpływu stałej nawigacji na charakterystyki procesu samonaprowadzania, przeprowadzono szereg symulacji naprowadzania rakiety z różnymi stałymi nawigacji, wystrzeliwanej z dowolnym kątem wyprzedzenia, do celów szybkich i wolnych, z przedniej i z tylnej półsfery. Świadomie zrezygnowano z ograniczenia kąta podniesienia wyrzutni, celem pełniejszego określenia możliwości dynamicznych samej rakiety.

Przeprowadzone obliczenia pozwoliły:

- wyznaczyć obszar możliwych warunków początkowych startu rakiety w zależności od wielkości stałej nawigacji,
- określić wpływ stałej nawigacji na parametry lotu rakiety.

2.1. Analiza obszaru możliwych warunków początkowych startu rakiety

Strzelanie zestawami przeciwlotniczymi prowadzi się w tzw. „punkt wyprzedzony", będący punktem spotkania rakiety z celem w przypadku stałej prędkości lotu celu i rakiety. W praktyce, wyznaczenie kąta wyprzedzenia gwarantującego lot prostoliniowy rakiety do celu poruszającego się ze stałą prędkością, odbywa się z pewnym błędem. Im większy jest zakres kątów, z którymi może odbyć się start rakiety zapewniający jej skuteczne naprowadzenie, tym lepsze charakterystyki zestawu.

Obszar możliwych warunków początkowych startu rakiety zdefiniowano jako zbiór możliwych kierunków startu rakiety, dla ustalonych warunków początkowych położenia i ruchu celu, zapewniających wejście rakiety w zadane otoczenie celu o promieniu r_{zc}. Jest on reprezentowany zbiorem par kątów - pochylenia γ_0 i odchylenia χ_0 wektora prędkości środka masy rakiety względem Ziemi.

Na rys. 1 przedstawiono wpływ stałej nawigacji (k = 3, 5 i 7.5) na obszar możliwych warunków początkowych startu rakiety z przedniej półsfery do celu „wolnego" V_C = 200 [m/s] oraz celu „szybkiego" V_C = 600 [m/s]. Z kolei na rys. 2 również przedstawiono wpływ stałej nawigacji (k = 3, 5 i 7.5) na obszar możliwych warunków początkowych startu rakiety ale z tylnej półsfery do celu „wolnego" - V_C = 100 [m/s] oraz celu „szybkiego" V_C = 300 [m/s].

2.2. Wpływ stałej nawigacji na parametry lotu rakiety

Badanie wpływu stałej nawigacji na parametry lotu rakiety, przeprowadzono w oparciu o wyniki obliczeń symulacji procesu samonaprowadzania podczas

strzelania z przedniej i z tylnej półsfery, bez kąta wyprzedzenia, do celu „wolnego" i „szybkiego".

Na rys. 3 przedstawiono wpływ stałej nawigacji (k = 3, 5 i 7.5) na parametry lotu rakiety podczas strzelania z przedniej półsfery, do celu poruszającego się z prędkością V_C = 200 [m/s]. Natomiast na rys. 4 przedstawiono wpływ stałej nawigacji (k = 3, 5 i 7.5) na parametry lotu rakiety podczas strzelania z tylnej półsfery, do celu poruszającego się z prędkością V_C = 100 [m/s].

Badania wpływu stałej nawigacji na proces samonaprowadzania wykazały nieznaczną zależność obszaru możliwych warunków początkowych startu rakiety od stałej k (rys. 1 i 2), a zarazem dość dużą wrażliwość systemu na zmianę wartości tej stałej, zwłaszcza maksymalnych przeciążeń normalnych i bocznych działających na rakietę (rys. 3 i 4).

3. Analiza skuteczności manewru obronnego celu

Aby zmniejszyć skuteczność obrony przeciwlotniczej, piloci samolotów stosują najczęściej dwa typy manewrów obronnych:

- wyjście ze strefy rażenia, gdy odpalenie pocisku rakietowego nastąpiło w pobliżu dalszej granicy strefy startu, manewr rozpoczyna się w chwili zarejestrowania startu rakiety,
- krótkotrwały, z wysokim poziomem przeciążenia, gdy odpalenie pocisku rakietowego nastąpiło w środku strefy startu, na 5 ÷ 10 [s] do momentu spotkania rakiety z celem.

W pracy zbadano skuteczność manewru obronnego samolotu, wykonywanego w płaszczyźnie pionowej, podczas odpalenia rakiety z przedniej półsfery, ze środka strefy startu. Zakładano dwa rodzaje manewrów, rozpoczynanych w różnych odstępach czasu do spotkania z rakietą:

- w kierunku do rakiety z przeciążeniem normalnym n_C = -5, -6, -7, -8, -9 ,
- w kierunku od rakiety z przeciążeniem normalnym n_C = 5, 6, 7, 8, 9.

Symulację naprowadzania rakiety na cel manewrujący przeprowadzano w warunkach normalnych, przy strzelaniu w „punkt wyprzedzony" z różnymi stałymi nawigacji - k = 3, 5 i 7.5 . Pozwoliło to, z jednej strony - ocenić skuteczność manewru obronnego celu, a z drugiej strony - określić wpływ wielkości stałej nawigacji na skuteczność naprowadzania rakiety do celów manewrujących. Wybrane wyniki badań, w postaci zbiorczych wykresów przedstawiających tory lotu rakiety i celu oraz uzyskiwane na tych torach przeciążenia normalne rakiety, zamieszczono na rys. 5, 6 i 7.

Wykresy na rys. 5 i 6 obrazują przebiegi symulacji, gdy cel rozpoczyna manewr z przeciążeniem normalnym n_C = -5, -7 i -9 w kierunku do rakiety na

Δt = 12, 10, 8 i 6 [s] do spotkania z rakietą, dla k = 3 oraz k = 7.5. Na rys. 7 przedstawiono analogiczne wykresy, ale dla przypadku gdy cel wykonuje manewr w kierunku od rakiety , a rakieta naprowadza się z k = 7.5 .

Przeprowadzone badania potwierdzają zwiększenie szans ucieczki samolotu wraz ze wzrostem przeciążeń, z którymi wykonywany był manewr obronny. Na uwagę zasługuje możliwość wykonania skutecznego manewru obronnego z przeciążeniami znacznie mniejszymi od przeciążeń dopuszczalnych rakiety (rys. 5). Wymaga to jednak ustalenia odpowiedniej chwili rozpoczęcia manewru, zależy również od wartości stalej nawigacji z jaką naprowadzana jest rakieta. Generalnie im większa stała nawigacji tym mniejsze prawdopodobieństwo ucieczki samolotu. W rozważanym przykładzie, w przypadku manewru samolotu w kierunku rakiety, największe szanse ucieczki daje manewr rozpoczynający się na 6 [s] do spotkania z rakietą, natomiast w przypadku manewru w kierunku od rakiety - daje manewr rozpoczynający się w chwili zaobserwowania startu rakiety

Głównym powodem niedokładności naprowadzania jest doprowadzenie do przekroczenia możliwości konstrukcyjnych śledzenia koordynatora i przerwanie tym samym sterowania.

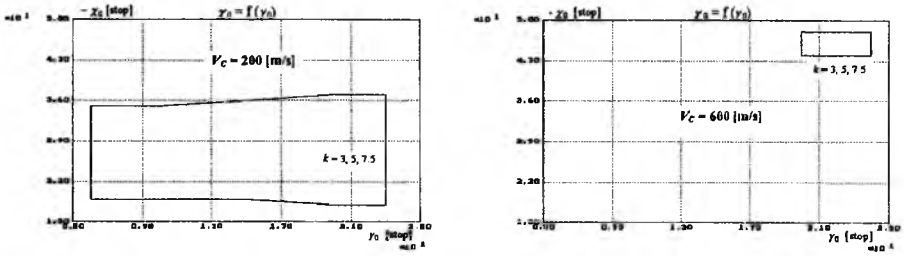
4. Badanie wpływu parametrów atmosfery na dynamikę lotu rakiety

Celem określenia wpływu parametrów atmosfery na dynamikę lotu rakiety przeciwlotniczej, przeprowadzono między innymi szereg symulacji procesu samonaprowadzania z przedniej i tylnej półsfery, w normalnych (T_0 = 233 [K]) i skrajnych (T_0 = 233 i 323 [K]) warunkach temperaturowych.

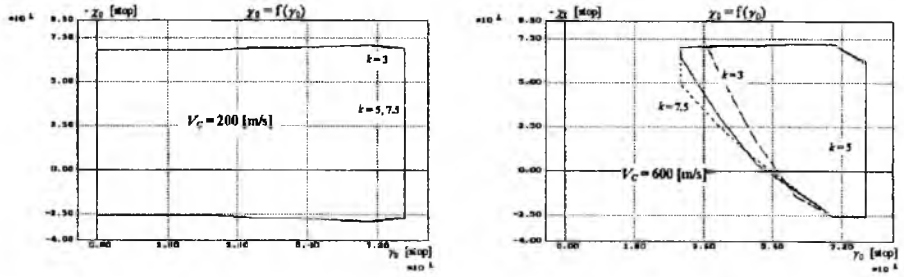
Wpływ występowania stałych i zmiennych ruchów mas powietrza zbadano, przeprowadzając symulację procesu samonaprowadzania w turbulentnej atmosferze oraz w atmosferze bezwietrznej i porównując otrzymane wyniki obliczeń na zbiorczych wykresach (rys. 8). Turbulencję atmosfery zamodelowano jako stacjonarny proces stochastyczny o odpowiednich funkcjach korelacji dotyczących składowych wektora prędkości wiatru [3]. W badaniach uwzględniono skrajne parametry turbulencji atmosfery, właściwe dla warunków burzowych, zgodne z normą wojskową MIL-F-8785B. Przyjęto, że rakieta „wchodzi" w obszar turbulencji w trzeciej sekundzie lotu.

Szczegółowa analiza przebiegu parametrów lotu rakiety (rys. 8), pozwala wyciągnąć następujące wnioski:

- turbulencja atmosfery w niezauważalny sposób wpływa na tor lotu rakiety oraz kąt pochylenia i odchylenia rakiety,
- daje się za to zaobserwować różnicę w pracy organów sterowania, w przebiegu kąta natarcia i ślizgu oraz przeciążeń działających na rakietę.

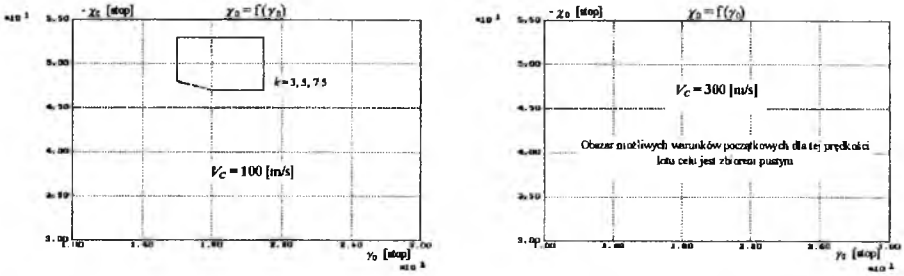


Warunki początkowe: r_{w0} = 5759 [m], ε_0 = 10 [stop], ν_0 = -20 [stop]

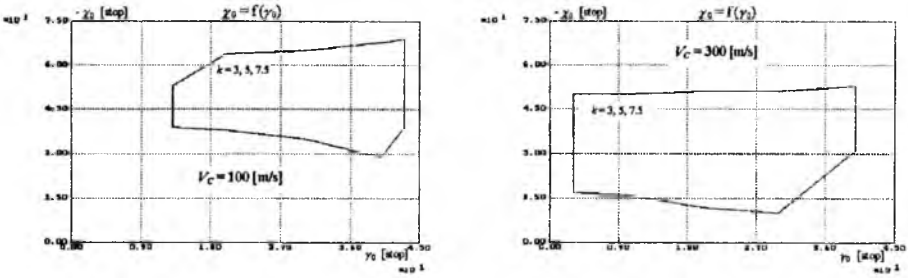


Warunki początkowe r_{w0} = 20000 [m], ε_0 = 30 [stop], ν_0 = -20 [stop]

Rys. 1. Obszary możliwych warunków początkowych startu rakiety z przedniej półsfery



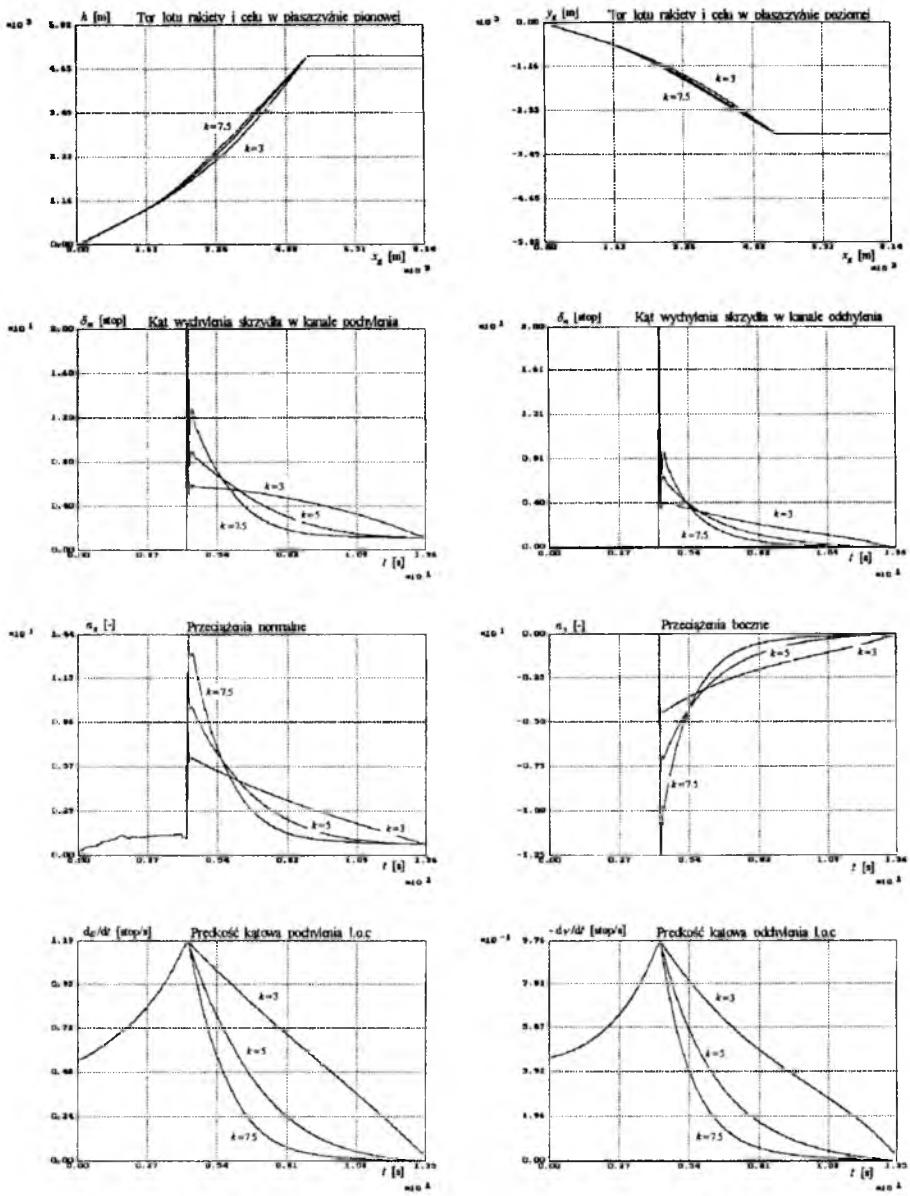
Warunki początkowe: r_{w0} = 3000 [m], ε_0 = 19.5 [stop], ν_0 = -60 [stop]



Warunki początkowe: r_{w0} = 6000 [m], ε_0 = 30 [stop], ν_0 = -60 [stop]

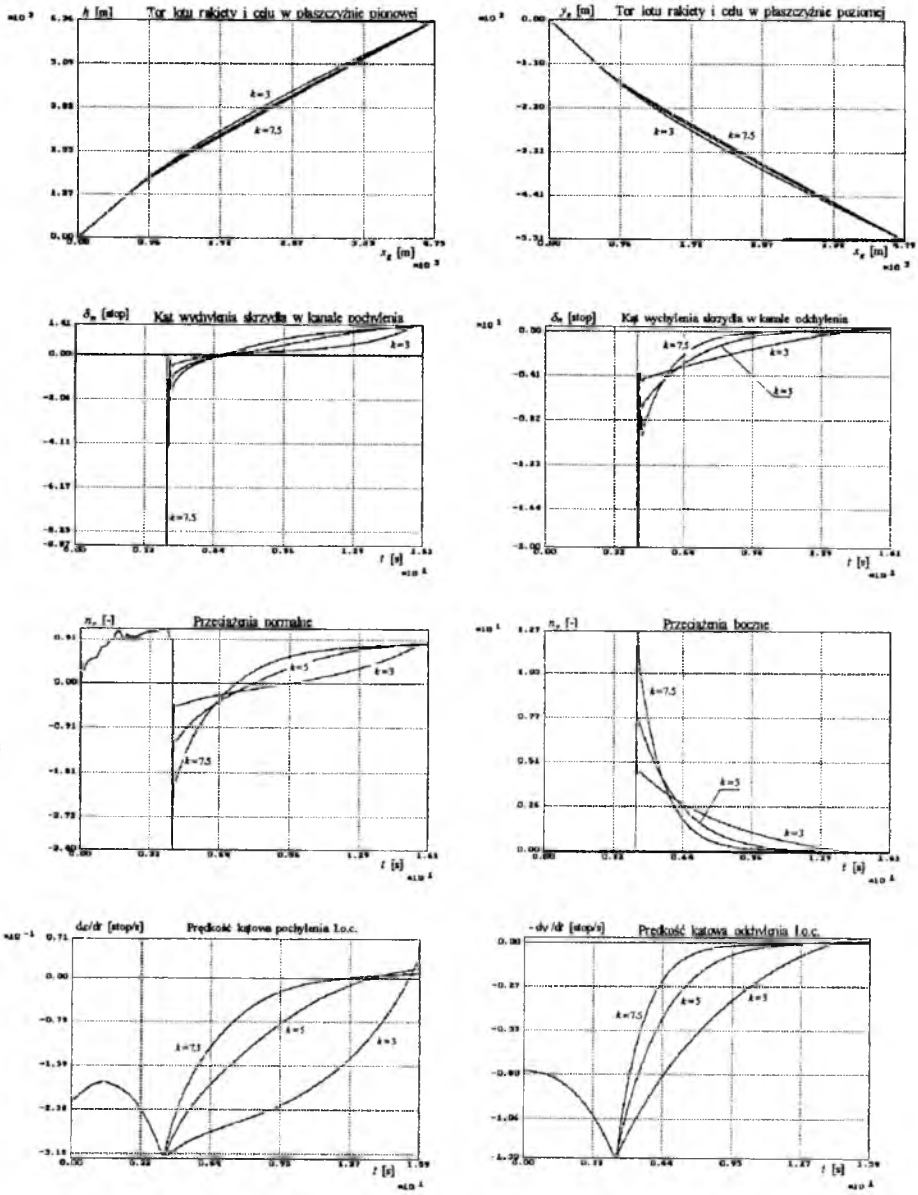
Rys. 2. Obszary możliwych warunków początkowych startu rakiety z tylnej półsfery

Symulacja strzelania z przedniej półsfery
gdy: r_{w0} = 10000 [m], ε_0 = 30 [stop], ν_0 = -20 [stop]



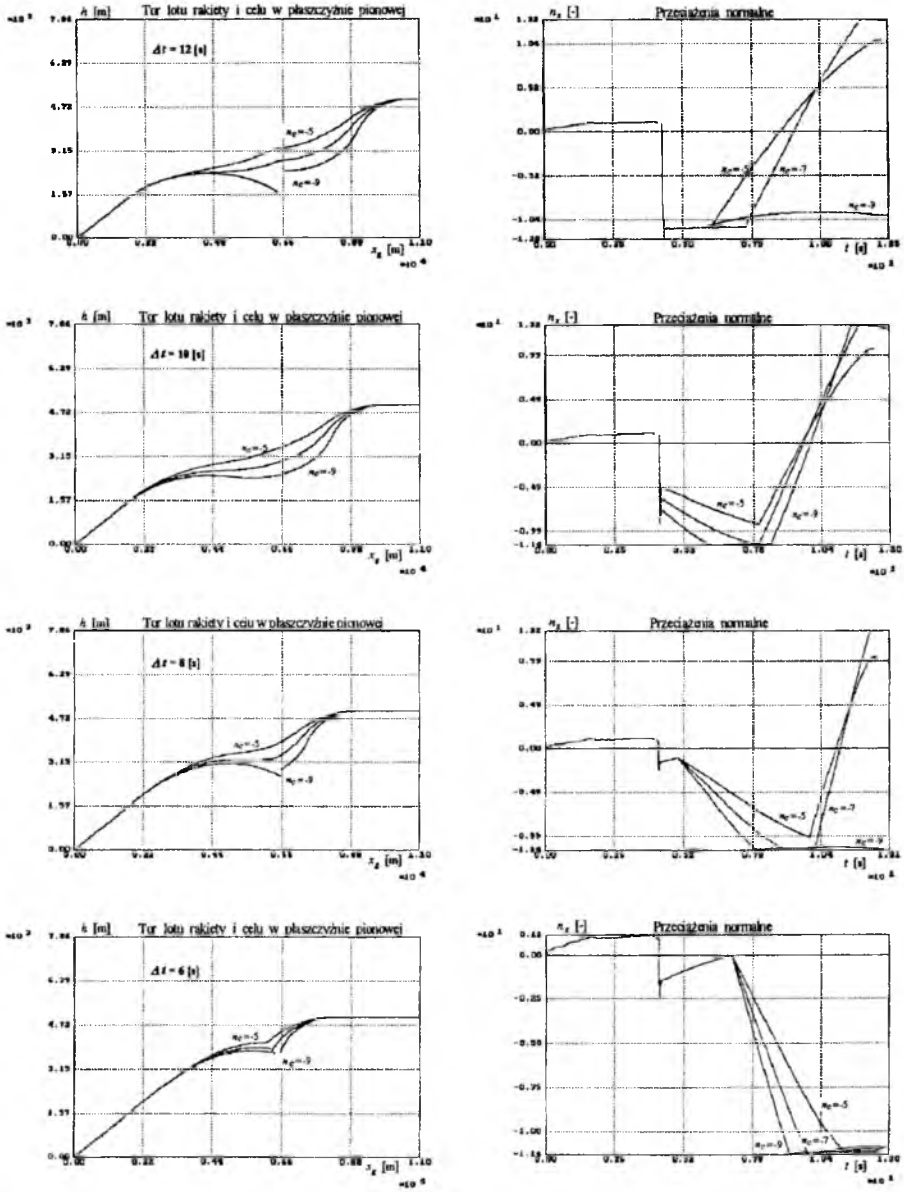
Rys. 3. Parametry lotu rakiety, przy strzelaniu do celu zbliżającego się z prędkością V_C = 200 [m/s], w zależności od stałej nawigacji k

Symulacja strzelania z tylnej półsfery
gdy: r_{w0} = 4950 [m], ε_0 = 45 [stop], ν_0 = -60 [stop]



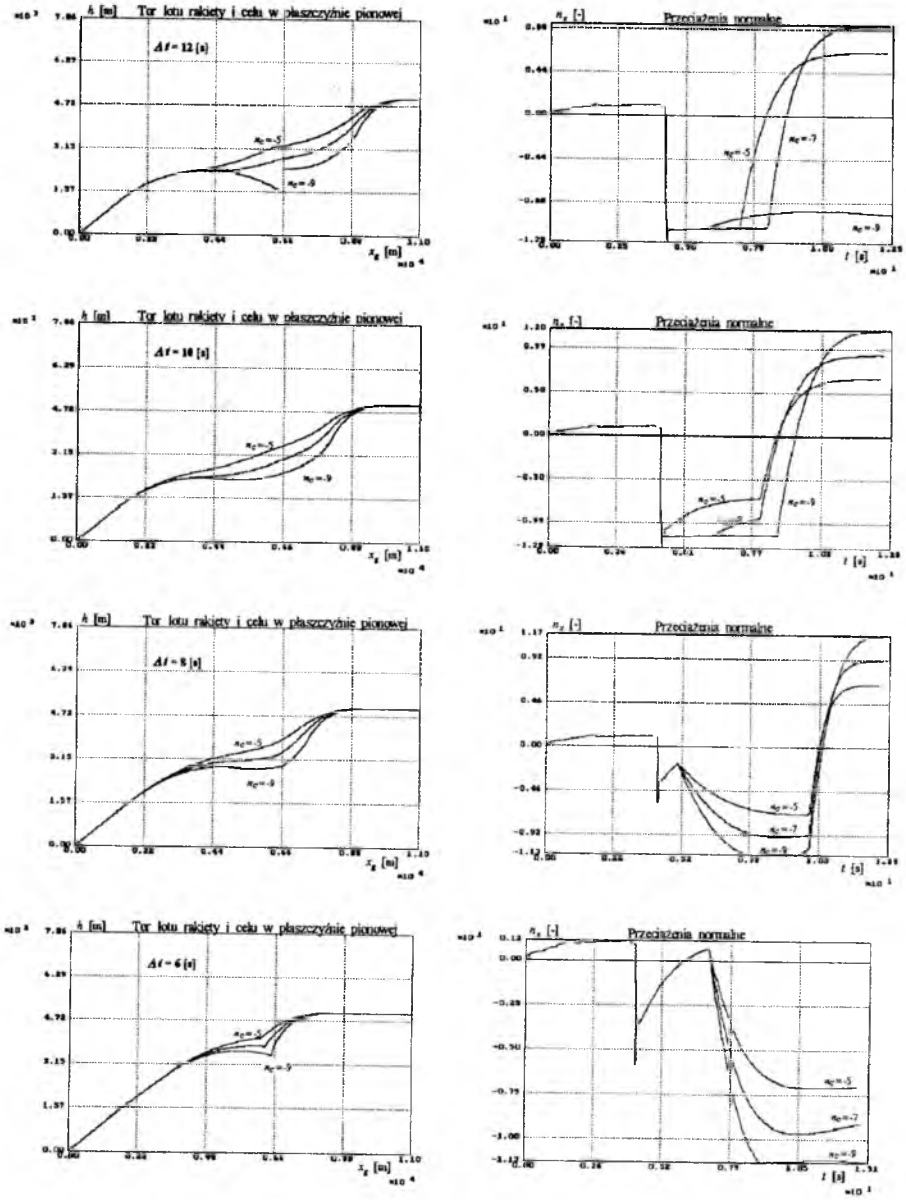
Rys. 4. Parametry lotu rakiety, przy strzelaniu do celu oddalającego się z prędkością V_C = 100 [m/s], w zależności od stałej nawigacji k

Symulacja strzelania z przedniej półsfery
gdy cel rozpoczyna manewr w kierunku do rakiety w różnych chwilach czasu



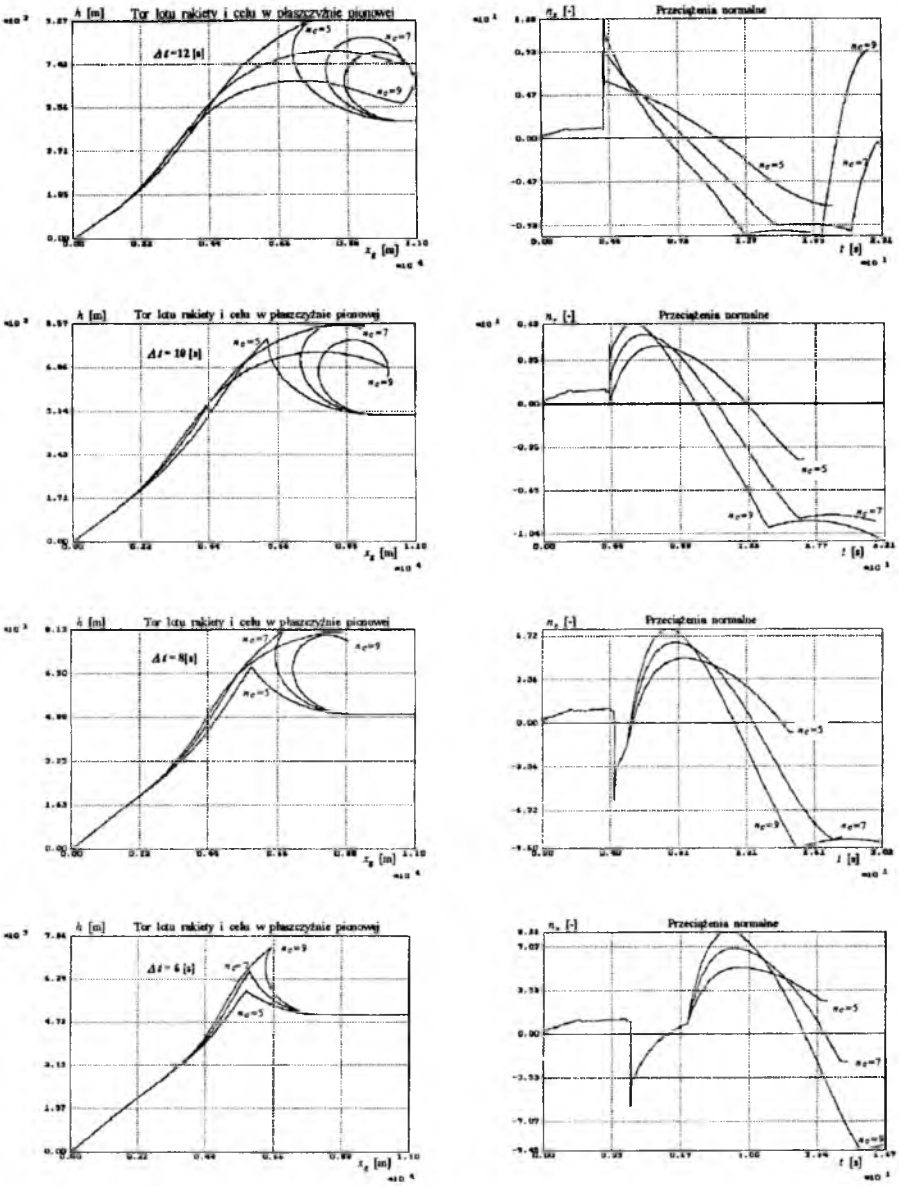
Rys. 5. Wykresy torów rakiety i celu oraz przeciążeń normalnych rakiety w przypadku naprowadzania z $k = 3$, dla n_{C0} = -5, -7, -9

Symulacja strzelania z przedniej półsfery
gdy cel rozpoczyna manewr w kierunku do rakiety w różnych chwilach czasu



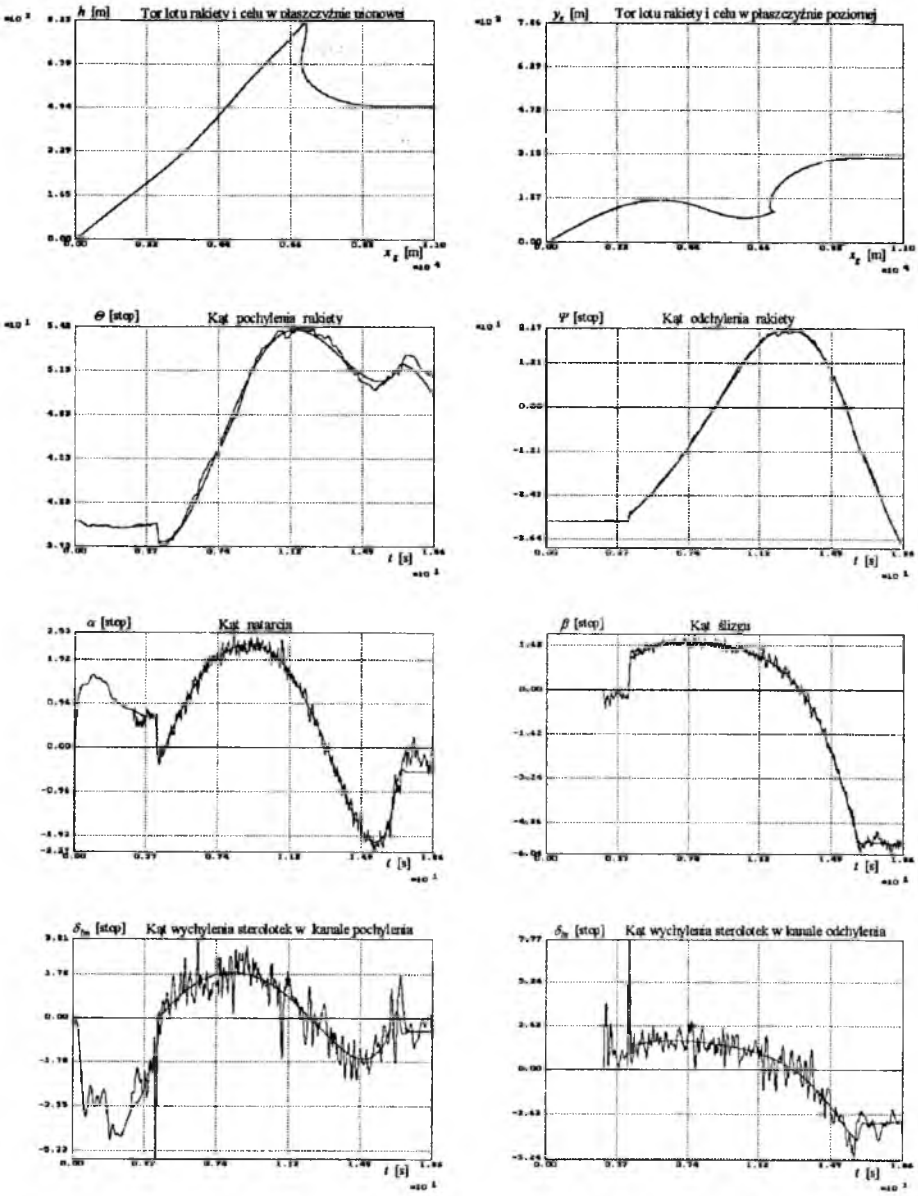
Rys. 6. Wykresy torów rakiety i celu oraz przeciążeń normalnych rakiety w przypadku naprowadzania z $k = 7.5$, dla $n_{C0} = -5, -7, -9$

Symulacja strzelania z przedniej półsfery
gdy cel rozpoczyna manewr w kierunku od rakiety w różnych chwilach czasu



Rys. 7. Wykresy torów rakiety i celu oraz przeciążeń normalnych rakiety w przypadku naprowadzania z $k = 7.5$, dla $n_{C0} = 5, 7, 9$

Symulacja strzelania z przedniej półsfery
do celu manewrującego



Rys. 8. Porównanie parametrów lotu rakiety w warunkach normalnych i w atmosferze turbulentnej

5. Podsumowanie

Przeprowadzone badania symulacyjne, których wyniki tylko częściowo zostały przedstawione w artykule, pozwalają wyciągnąć szereg interesujących wniosków odnośnie wpływu parametrów modelu fizycznego na proces samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej. Jednak największą zaletą metod numerycznych jest uzyskiwanie dokładnych wyników ilościowych, co może być szeroko wykorzystane zwłaszcza na późniejszych etapach projektowania systemu.

Literatura

1. BARANOWSKI L., *Modelowanie i badania procesu samonaprowadzania rakiety z-p w zmiennych warunkach atmosferycznych*, Rozprawa doktorska, Warszawa 1998.

2. BARANOWSKI L., GACEK J., *Modelowanie procesu samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej średniego zasięgu w zmiennych warunkach atmosferycznych*, Materiały VIII Ogólnopolskiej Konferencji „Mechanika w Lotnictwie", Warszawa 1998.

3. ДОБРОЛЕНСКИЙ Ю.П., *Динамика полета в неспокойной атмосфере*, Машиностроение, Москва 1969.

4. RALSTON A., *Wstęp do analizy numerycznej*, PWN, Warszawa 1975.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

IDENTYFIKACJA MODELU DYNAMIKI LOTU STEROWANEGO ŚMIGŁOWCA

GRZEGORZ BĘCZKOWSKI
MIECZYSŁAW LEPIONKA
JERZY MANEROWSKI
FRANCISZEK ZGRZYWA

Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa

W artykule przedstawiono prace dotyczące opracowania modelu fizyczno-matematycznego dynamiki lotu śmigłowca do budowanego w kraju symulatora do szkolenia pilotów. Opracowany model odwzorowuje rzeczywisty obiekt w pełnym zakresie użytkowym. Postać opracowanego modelu zapewnia bezpośrednie wykorzystanie w symulatorze lotu śmigłowca. Przyjęte prawa sterowania modelem odpowiadają prawom sterowania rzeczywistym obiektem.
Równania ruchu śmigłowca wyznaczono w oparciu o podstawowe prawa mechaniki, analogicznie jak w opracowanych wcześniej modelach dynamiki lotu samolotu zastosowanych w symulatorach do szkolenia pilotów.
Do opracowania modelu zastosowano metody identyfikacji przy wykorzystaniu danych zawartych w dokumentacji technicznej śmigłowca oraz wyników pomiarów z prób na rzeczywistym obiekcie.

1. Wstęp

Prace nad modelem dynamiki lotu śmigłowca W-3WA rozpoczęto w 1997r. Celem pracy było opracowanie modelu umożliwiającego zastosowanie go do symulatora lotu do szkolenia pilotów. Zakończenie prac przewidziane jest w roku 1999, weryfikacją opracowanego modelu na symulatorze. W międzyczasie przeprowadzono próby śmigłowca w locie.

2. Założenia

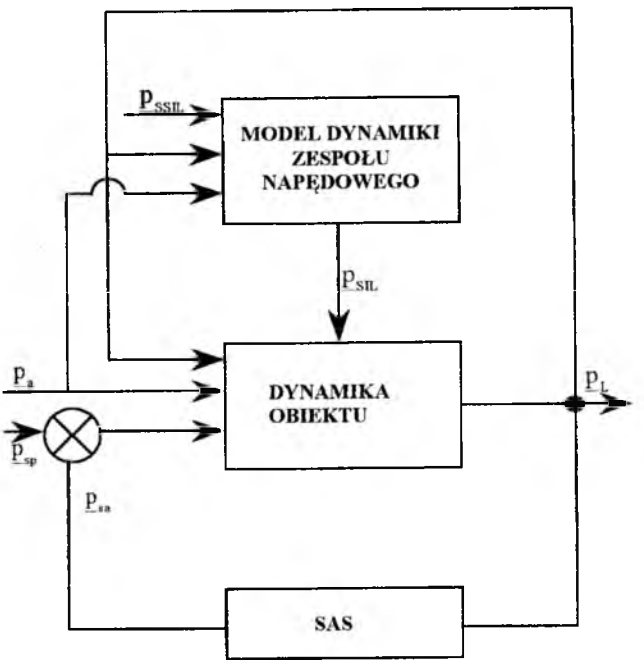
Model dynamiki lotu śmigłowca do symulatora do szkolenia pilotów, winien cechować się dużym stopniem dokładności odwzorowania rzeczywistego

obiektu w pełnym zakresie eksploatacyjnym, z uwzględnieniem szczególnych przypadków w locie.

Uwzględniając stan wiedzy w tym zakresie przyjęto następujące założenia ogólne:

- opracowany model będzie typu „samolotowego",
- podstawę do opracowania modelu stanowią wyniki pomiarów w locie na rzeczywistym obiekcie, dane zawarte w dokumentacji technicznej i eksploatacyjnej oraz wyniki badań przeprowadzonych przez producenta,
- ruch śmigłowca rozpatruje się w rzeczywistej atmosferze,
- sterowanie modelem odpowiada sterowaniu rzeczywistym obiektem.

Schemat funkcjonalny modelu dynamiki lotu śmigłowca przedstawiono na rys.1.



Rys.1. Schemat funkcjonalny modelu dynamiki lotu śmigłowca

Przyjęte oznaczenia:

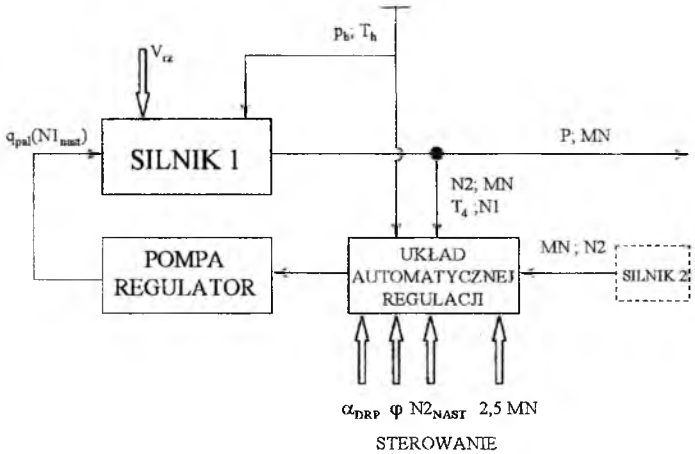
$\underline{p}$ – wektor parametrów odpowiednio: a – atmosfery, sp – sterowania pilota, sa – autopilota, L – lotu,

SAS – system automatycznej stabilizacji.

Wielkościami wejściowymi modelu dynamiki obiektu są:

- parametry lotu $\underline{p}_L$,
- parametry atmosfery $\underline{p}_a$,
- parametry sterowania ($\underline{p}_{sp}$+$\underline{p}_{sa}$).

Wielkości wyjściowe stanowią parametry lotu p_L.
Z kolei rys.2. przedstawia schemat funkcjonalny modelu zespołu napędowego.



Rys.2. Schemat funkcjonalny zespołu napędowego

Zmiennymi na rysunku oznaczono odpowiednio:
- V_{rz} – prędkość lotu,
- p_h i T_h – parametry atmosfery,
- q_{pal} – wydatek paliwa,
- N1 – prędkość obrotowa turbosprężarki,
- $N1_{nast.}$ – nastawa prędkości obrotowej turbosprężarki,
- N2 – prędkość obrotowa wirnika nośnego,
- $N2_{nast}$ – nastawa prędkości obrotowej wirnika nośnego,
- P – moc zespołu napędowego,
- MN – moment napędowy,
- T_4 – temperatura gazów za turbiną sprężarki,
- α_{DRP} – położenie dźwigni rodzaju pracy,
- φ - skok wirnika nośnego.

Do opisu ruchu śmigłowca przyjęto (analogicznie jak w [1÷6]) następujące układy współrzędnych:
- $GX_GY_GZ_G$ - geocentryczny. Punkt G pokrywa się ze środkiem elipsoidy ziemskiej, osie GX_G i GY_G leżą w płaszczyźnie równikowej ziemi. Położenie GX_G odpowiada zerowej długości geograficznej λ;
- PXYZ - związany z powierzchnią elipsoidy ziemskiej. Oś PX leży w płaszczyźnie południkowej. Punkt P leży na południku geograficznym;
- Oxyz - związany ze śmigłowcem.

Ponadto przyjęto, że:

- śmigłowiec stanowi konstrukcję sztywną z przemieszczającymi się wirującymi układami wirnika nośnego i śmigła ogonowego;
- wirnik nośny i śmigło ogonowe będą traktowane jako wirujące nieodkształcalne tarcze - uwzględnia się zmianę położenia płaszczyzny wirowania względem osi wału;
- podwozie śmigłowca stanowi układ sprężysto-tłumiący, a jego obciążenie zmienia położenie śmigłowca względem ziemi.

3. Równania ruchu

Stosując podstawowe zasady mechaniki, (analogicznie jak w modelach dynamiki lotu samolotu zastosowanych w symulatorach do szkolenia pilotów [1]) równania ruchu przedstawia się następująco:

$$\underline{F}_B = \underline{F}_G + \underline{F}_A + \underline{F}_{pod} \quad , \tag{1}$$

gdzie:

$\underline{F}$ - oznaczają wektory sił i momentów sił działających na śmigłowiec, natomiast indeksy odpowiednio;

B - bezwładności (nieruchomych i ruchomych zespołów śmigłowca), G - ciężkości, A - aerodynamicznych, pod - od podwozia.

Poniżej przedstawiono ogólne zależności określające powyższe wielkości.

3.1. Siły i momenty sił bezwładności

Siły i momenty sił bezwładności działające na obiekt, są w rozpatrywanym przypadku sumą tych wielkości od części nieruchomych - $\underline{F}_{Bnr}$ (kadłub, przewożony ładunek, paliwo, itp.) oraz ruchomych - $\underline{F}_{Br}$ (wirnik nośny, śmigło ogonowe, zespoły wirnikowe silników, itp.) przemieszczających się względem kadłuba:

$$\underline{F}_B = \underline{F}_{Br} + \underline{F}_{Bnr} \quad . \tag{2}$$

Z kolei wektor $\underline{F}_{Br}$ opisano następująco:

$$\underline{F}_{Br} = \begin{bmatrix} \underline{B}_{Br} \\ \underline{M}_{Br} \end{bmatrix} \quad , \tag{3}$$

gdzie:

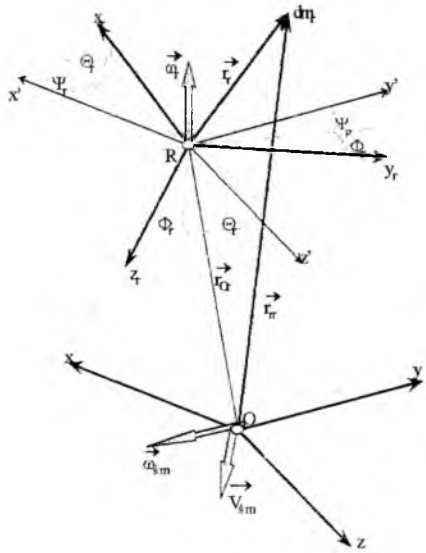
$\underline{B}_{Br}$ - wektor sił bezwładności działających na śmigłowiec w układzie Oxyz,

$$\underline{B}_{Br} = [B_{Brx}\ B_{Bry}\ B_{Brz}]^T \quad , \tag{4}$$

$\underline{M}_{Br}$ - wektor momentów sił bezwładności działających na śmigłowiec w układzie Oxyz,

$$\underline{M}_{Br} = [M_{Brx}\ M_{Bry}\ M_{Brz}]^T \quad . \tag{5}$$

W analogiczny sposób przedstawiono wektory sił i momentów sił dla zespołów nieruchomych ($\underline{F}_{Bnr}$, $\underline{M}_{bnr}$).



Rys.3. Układy współrzędnych – związany ze śmigłowcem Oxyz i lokalny ruchomy $Rx_ry_rz_r$

Do wyznaczenia sił i momentów sił bezwładności ruchomych elementów śmigłowca, wprowadza się układ współrzędnych sztywno związanych z rozpatrywanym zespołem (rys.3), zaczepiony w jego środku masy. Dla tak przyjętego układu wektory sił i momentów sił bezwładności elementów ruchomych opisano w postaci:

$$\vec{B}_{Br} = \int_{V_{mr}} \vec{a}_{dm_r} dm_r$$
$$\vec{M}_{Br} = \int_{V_{mr}} \left(\vec{r}_{rr} \times \vec{a}_{dm_r}\right) dm_r \tag{6}$$

gdzie:

$\vec{a}_{dmr}$ - wektor przyspieszenia bezwzględnego elementarnej masy dm_r,

$\vec{r}_{rr}$ - wektor położenia masy dm_r w układzie współrzędnych związanym ze śmigłowcem, określony sumą:

$$\vec{r}_{rr} = \vec{r}_{Or} + \vec{r}_r \quad , \tag{7}$$

V_{mr} – objętość ruchomego podzespołu.

Uwzględniając przyjęte założenia wektor przyspieszenia określono zależnością:

$$\vec{a}_{dmr} = \dot{\vec{V}}_{śm} + \vec{\Omega}_{śm} \times \vec{V}_{śm} + \dot{\vec{\Omega}}_{śm} \times \vec{r}_{rr} + \vec{\Omega}_{śm} \times \left(\vec{\Omega}_{śm} \times \vec{r}_{rr}\right) + \\ + 2\vec{\Omega}_{śm} \times \left(\vec{\omega}_r \times \vec{r}_r\right) + \vec{\omega}_r \times \left(\vec{\omega}_r \times \vec{r}_r\right) \quad . \tag{8}$$

Przeprowadzając obliczenia, wyżej przedstawione wektory sił i momentów sił bezwładności można opisać zależnością:

$$\underline{B}_{Br} = \sum_{m=1}^{3} \underline{B}_{Br\,m} \\ \underline{M}_{Br} = \sum_{m=1}^{3} \underline{M}_{Br\,m} \tag{9}$$

Powyższe wektory składają się z trzech elementów, odpowiednio:
- dla m = 1, określają wektory zależne od prędkości i przyspieszeń liniowych i kątowych śmigłowca,
- dla m = 2, określają wektory zależne od prędkości kątowych układu ruchomego,
- dla m = 3, określają wektory zależne od prędkości kątowych śmigłowca i układu ruchomego.

3.2. Siły i momenty sił ciężkości

Wektor sił i momentów sił ciężkości zespołów (ruchomych i nieruchomych) śmigłowca określono w układzie Oxyz w postaci:

$$\underline{F}_G = \begin{bmatrix} \underline{G} \\ \underline{M}_G \end{bmatrix} , \tag{10}$$

gdzie:

$\underline{G}$ - wektor sił ciężkości,

$$\underline{G} = [G_x\ G_y\ G_z]^T , \tag{11}$$

$\underline{M}_G$ - wektor momentów sił ciężkości,

$$\underline{M}_G = [M_{Gx}\ M_{Gy}\ M_{Gz}]^T . \tag{12}$$

3.3. Siły i momenty sił aerodynamicznych

Siły i momenty sił aerodynamicznych opisano (analogicznie jak w [7]) następująco:

$$\underline{F}_A = \underline{F}_{AWN} + \underline{F}_{AK} + \underline{F}_{AŚO} \\ \underline{M}_A = \underline{M}_{AWN} + \underline{M}_{AK} + \underline{M}_{AŚO} \tag{13}$$

Składowe $\underline{F}_{AWN}$ i $\underline{M}_{AWN}$ przedstawiono w postaci:

$$\underline{F}_{AWN} = \underline{\underline{E}}_{WN}\, \underline{F}_{aWN}$$
$$\underline{M}_{AWN} = \underline{\underline{E}}_{WN}\, \underline{M}_{aWN} + \underline{r}_{OW}\, \underline{F}_{AWN} \quad , \qquad (14)$$

gdzie:

$\underline{\underline{E}}_{WN}$ – macierz transformacji o wyrazach zależnych od kątów Eulera określających położenie układu $Wx_wy_wz_w$ względem układu Oxyz,

$$\underline{\underline{E}}_{WN} = \underline{\underline{E}}\left|\begin{array}{l} \Psi = \Psi_w = 0 \\ \Theta = \Theta_w \\ \Phi = 0 \end{array}\right. \quad , \qquad (15)$$

$\underline{r}_{OW}$ – macierz promienia $\vec{r}_{OW}$ o wyrazach,

$$\underline{\underline{r}}_{OW} = \begin{bmatrix} 0 & -r_{OWz} & r_{OWy} \\ r_{OWz} & 0 & -r_{OWx} \\ -r_{OWy} & r_{OWx} & 0 \end{bmatrix} \quad , \qquad (16)$$

$\underline{F}_{aWN}$, $\underline{M}_{aWN}$ – wektory sił i momentów sił o postaci,

$$\underline{F}_{aWN} = n^2_{WN}\, \rho_h\, \underline{C}_{WN}$$
$$\underline{M}_{aWN} = n^2_{WN}\, \rho_h\, \underline{C}_{mWN} \quad , \qquad (17)$$

$\underline{C}_{WN}$, $\underline{C}_{mWN}$ – wektory współczynników sił i momentów sił aerodynamicznych,

n_{WN} – prędkość obrotowa WN,

ρ - gęstość powietrza,

$\underline{\underline{E}}$ – macierz Eulera o wyrazach jak w [1÷6].

3.4. Siły i momenty sił od podwozia

Model obciążeń od podwozia opracowano analogicznie jak w [1 i 2] przy założeniu, że:

- reakcje na śmigłowiec od podwozia przedniego oraz głównego lewego i prawego są od siebie niezależne – stanowią funkcję prędkości zmiany położenia śmigłowca względem ziemi (podczas kontaktu pneumatyka z podłożem) oraz ciśnienia hamowania kół podwozia,
- amortyzatory podwozia oraz pneumatyka posiadają nieliniowe charakterystyki sprężystości i tłumienia.

Szczegółowe postaci ww. zależności określających siły i momenty sił zamieszczono w [12].

4. Identyfikacja

Do wyznaczenia współczynników równań opisujących modele zastosowano metody identyfikacji przy wykorzystaniu technik komputerowych, a mianowicie:
- regresji,
- prostej korelacji zakłóceń,
- macierzy rozszerzonej,
- aproksymacji stochastycznej.

Do jakościowej oceny wyznaczonego w procesie identyfikacji modelu (współczynników równań którymi został opisany) wykorzystano:
- współczynnik korelacji wyjść modelu i obiektu,
- wariancję resztkową,
- przedziały ufności współczynników modelu.

Zbiór parametrów stanowiących bazę do identyfikacji opracowano na drodze eksperymentu:
- czynnego – prowadzonego wg określonych programów badawczych,
- biernego – stanowiącego dane pozyskane z typowej eksploatacji śmigłowca, dotychczasowych prób i dokumentacji będącej w posiadaniu producenta [8 ÷ 10].

W celu zebrania danych do identyfikacji na drodze eksperymentu czynnego, przeprowadzono próby w locie na śmigłowcu PZL Sokół. Śmigłowiec przeznaczony do badań był w konfiguracji czystej [11]. Do pomiaru oraz rejestracji mierzonych parametrów zastosowano aparaturę pomiarowo-rejestrującą VFW FOKKER z kalibratorem KNICK L11 oraz pokładowy rejestrator wypadkowy BUR-1-2. Zestawy mierzonych w próbach parametrów zawarto w [11].

W ww. próbach wykonano:
- manewry i wymuszenia w zawisie,
- wznoszenie, opadanie, zakręty i autorotację,
- wymuszenia skokowe w zawisie,
- wymuszenia skokowe i impulsowe w locie poziomym,
- wymuszenia skokowe i impulsowe w zakrętach.

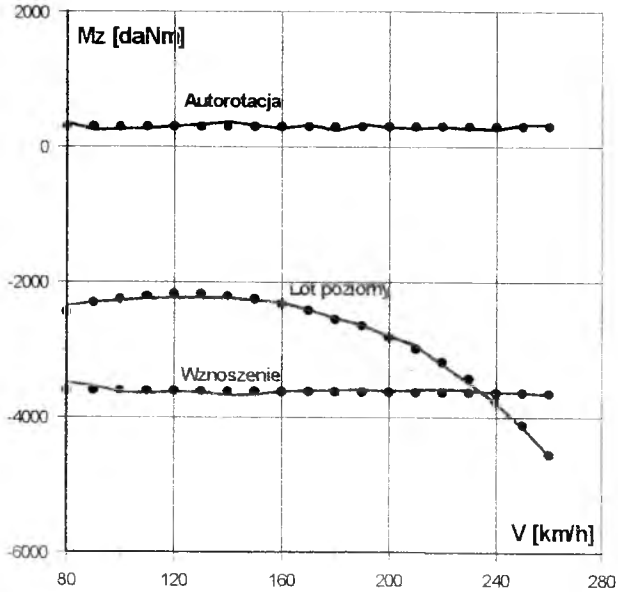
Szczegółowe profile lotów pomiarowych oraz uzyskane w próbach wyniki pomierzonych parametrów zawarto w [11].

Zebrane w powyższy sposób wyniki zostały poddane obróbce (filtracji) i uzupełnione o dane zawarte w instrukcjach technicznych i eksploatacyjnych.

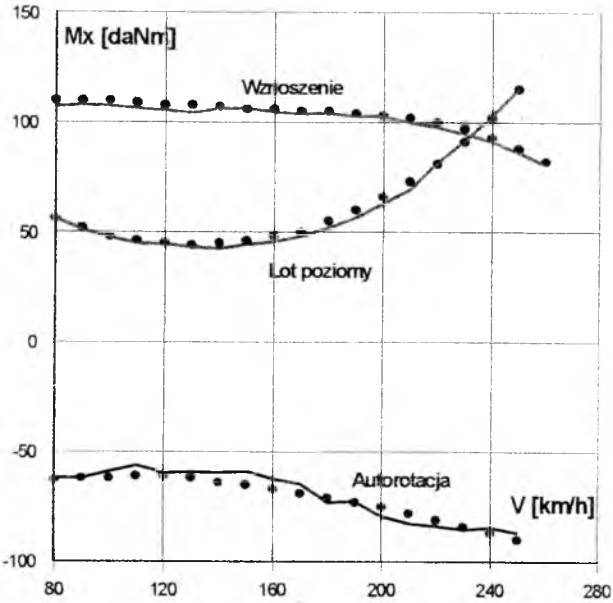
Poniżej przedstawiono przykładowe wyniki identyfikacji modelu przy uwzględnieniu ww. założeń.

Na rysunkach zamieszczono porównanie danych literaturowych (punkty oznaczone kółkami) z wynikami uzyskanymi z identyfikacji (linie ciągłe).

Rys. 4 i 5 przedstawiają zależność momentu oporowego oraz przechylającego na piaście wirnika nośnego śmigłowca w funkcji jego prędkości lotu odpowiednio dla autorotacji, wznoszenia oraz lotu poziomego.

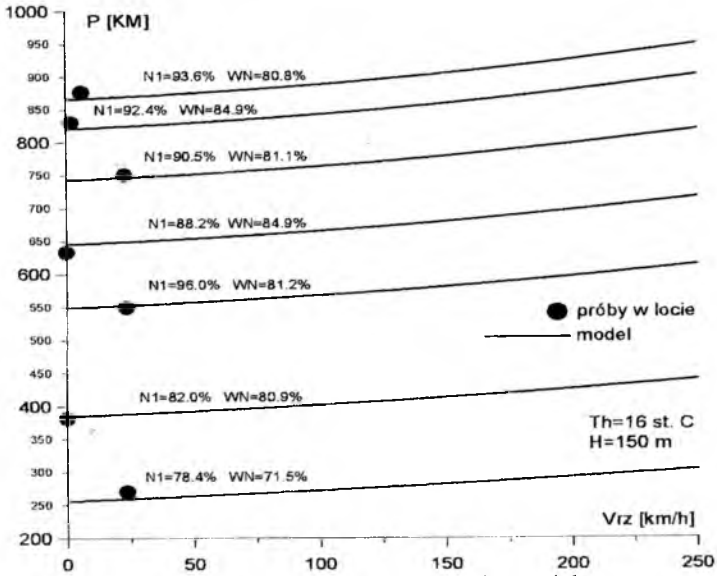


Rys.4. Zależność momentu oporowego na piaście wirnika nośnego w funkcji prędkości lotu

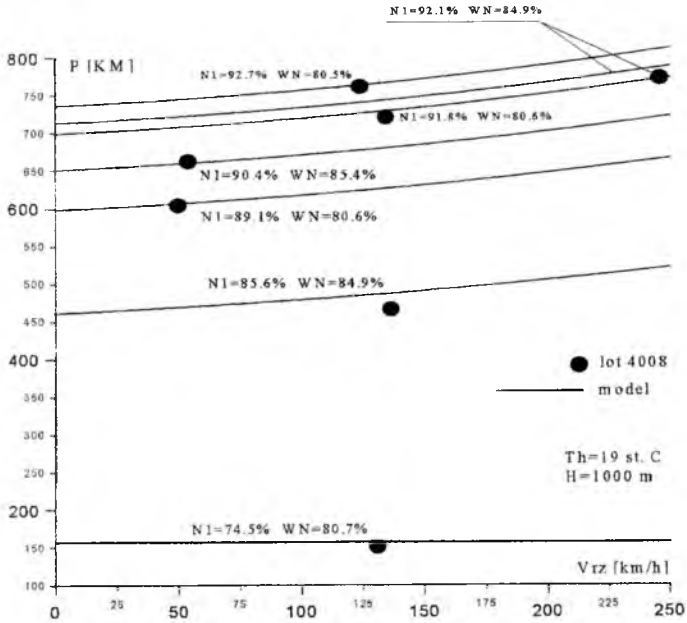


Rys.5. Zależność momentu przechylającego na piaście wirnika nośnego w funkcji prędkości lotu.

Z kolei na rys. 6 i 7 przedstawiono zależność mocy silnika w funkcji prędkości lotu śmigłowca.



Rys.6. Moc silnika w funkcji prędkości lotu śmigłowca



Rys.7. Moc silnika w funkcji prędkości lotu śmigłowca

5. Podsumowanie

Dane z badań w locie [4 i 11] umożliwiają przeprowadzenie identyfikacji. Analiza przebiegów czasowych parametrów lotu i sterowania w stanach nieustalonych, wskazują, że stosowane metody identyfikacji pozwalają określić model nieustalonych stanów lotu.

Literatura

1. J. MANEROWSKI i inni *„Model dynamiki lotu samolotu PZL-130TB Orlik do symulatora lotu"*. ITWL, W-wa 1993r. BT 11659/I.
2. J. MANEROWSKI i inni *„Opracowanie zweryfikowanego próbami w locie komputerowego modelu dynamiki lotu samolotu TS-11 z uwzględnieniem startu i lądowania"*. ITWL, W-wa 1988, BT 8988/I.
3. J. MANEROWSKI i inni *„Komputerowy model dynamiki lotu samolotu zweryfikowany próbami w locie"*. MtiS 3-4,28, W-wa 1990r., s. 303÷312.
4. J. MANEROWSKI *„Model of dynamics of aircraft flight in navigational coordinate systems"*. JTAM 3,30 1992r., s.639÷651.
5. J. MANEROWSKI *„Identyfikacja modelu dynamiki lotu poddźwiękowego samolotu"*. MTiS 1,30 1992r., s.51÷69.
6. J. MANEROWSKI i inni *„Numeryczna analiza parametrów ruchu modelu samolotu bojowego w nawigacyjnych układach współrzędnych"*. Mechanika w Lotnictwie. W-wa 1992r., s.61÷70.
7. A.M. VOLODKO *„Mathematical model of helicopter dynamics in emergency situations"* 21European Rotorcraft Forum - Saint-Petersburg, Russia 1995r., s. IV.4-1÷IV.4-12.
8. Album obliczeniowy. Obliczenia stateczności statycznej śmigłowca W-3. PZL „OBR-SK ŚWIDNIK" opracowanie nr AO-30.01/05.0.
9. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ВЕРТАЛЕТА ПЗЛ - СОКОЛ (В–3). Альбом Но АО–30.01/17.0. Свидник 1988г.
10. Sprawozdanie z fabrycznych prób w locie prototypowego śmigłowca PZL Sokół /W-3/ w celu określenia podstawowych charakterystyk osiągowych. WSK „PZL-ŚWIDNIK" 1LSP-30.00/030/I.
11. Sprawozdanie z prób w locie śmigłowca PZL Sokół w celu zebrania danych do określenia modelu matematycznego dynamiki lotu dla symulato-

ra lotu. WSK „PZL – ŚWIDNIK" S.A. Opracowanie nr 1LSP-37.00/350/1.

12. *„Model dynamiki lotu śmigłowca W-3 w pełnym zakresie użytkowym wraz z modelem zespołu napędowego"*. ITWL W-wa 1997r. Opracowanie nr ewid. 111787/I.

Works considering creating math-physical model of helicopter flight dynamics to the pilot's training simulator created in the country, have been presented in this article. Mentioned model imitates the real object in the full range of usage. Form of created model secure directed using in the helicopter flight simulators. Steering rules used in the model correspond to them in the real object.
The equations of helicopter's motion have been created basing on essential mechanics rules analogous to the elaborated earlier models of aircraft dynamics being used in pilot's training simulators.
Identification methods supported by helicopter technical documentation's data and tests results on the real object have been used while creating this model.

Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

ZALGEBRAIZOWANE GENEROWANIE RÓWNAŃ RUCHU SAMOLOTU Z RUCHOMYMI STERAMI

WOJCIECH BLAJER

Zakład Mechaniki, Instytut Nauk Podstawowych, Politechnika Radomska

Samolot modeluje się jako układ połączonych ze sobą ciał sztywnych: płatowca i sterów obracających się wokół skośne zorientowanych osi. Równania ruchu tak zamodelowanego samolotu cechują się wysokim stopniem skomplikowania, a ich tradycyjne generowanie (z pomocą równań Boltzmanna-Hamela) jest procesem żmudnym i trudnym. W pracy proponuje się w pełni zautomatyzowaną i opartą tylko o przekształcenia algebraiczne metodę rzutową otrzymywania tych równań. Sformułowanie jest dogodne dla komputerowych przekształceń symbolicznych.

1. Wstęp

W badaniach dynamiki lotu samolot modelowany jest często jako układ połączonych ze sobą ciał sztywnych: płatowca oraz obracających się względem niego sterów. Dynamiczne równania ruchu płatowca formułuje się tradycyjnie w układzie własnym, a składowe prędkości liniowej i kątowej samolotu w tym układzie są quasi-prędkościami. Niezależne wychylenia sterów (w wyniku odkształcalności w układach sterowania czy w wypadku lotu z puszczonymi lub uszkodzonymi sterami) są natomiast współrzędnymi uogólnionymi. Ten dualizm (operowanie jednocześnie quasi-prędkościami i prędkościami uogólnionymi) rodzi czasem nieporozumienia przy generowaniu równań ruchu. Ponadto, w wypadku skośnego zorientowania osi obrotu sterów względem płatowca, ścisłe dynamiczne równania ruchu charakteryzują się bardzo wysokim stopniem skomplikowania, co niesie za sobą określone trudności przy ich analitycznym formułowaniu.

Uznanym sposobem generowania równań ruchu samolotu z ruchomymi sterami jest użycie równań Boltzmanna-Hamela [1,5], będących uogólnieniem równań Lagrange'a II rodzaju na przypadek quasi-prędkości. Metoda ta rodzi jednak szereg problemów natury bardzo skomplikowanych i żmudnych wyprowadzeń analitycznych. Tylko w niewielkim stopniu dotyczy to przy tym wyznaczania tzw. trójwskaźnikowych współczynników Boltzmanna-Hamela. Można je bo-

wiem znaleźć w literaturze i są one z założenia równe zeru, gdy którykolwiek ze wskaźników dotyczy prędkości uogólnionej. Podstawową trudnością jest formułowanie i różniczkowanie bardzo złożonej w tym wypadku funkcji energii kinetycznej. Wszystko to sprawia, że metoda jest bardzo pracochłonna i wymaga benedyktyńskiej wręcz cierpliwości [1].

W niniejszej pracy proponuje się inną, zautomatyzowaną i opartą jedynie o przekształcenia algebraiczne metodę generowania równań ruchu samolotu z ruchomymi sterami. Sformułowanie wywodzi się z wypracowanej przez autora *metody rzutowej* badania układów wieloczłonowych [2]. Bazą wyjściową są równania ruchu płatowca (bez sterów) oraz poszczególnych sterów, sformułowane odpowiednio w układzie własnym samolotu oraz w lokalnych układach własnych sterów. W zautomatyzowany sposób generowane są następnie związki kinematyczne między absolutnymi quasi-prędkościami tak zamodelowanych ciał sztywnych a składowymi prędkości liniowej i kątowej samolotu (quasi-prędkości) i prędkościami wychyleń sterów (prędkości uogólnione). Pochodne tych związków otrzymuje się algebraicznie, wykorzystując znaną własność, że pochodną macierzy transformacji przez obrót można wyrazić za pomocą samej macierzy i składowych względnej prędkości kątowej układów, których macierz ta dotyczy [3]. Związki te prowadzą do równań ruchu samolotu z ruchomymi sterami. Generowane są one w zwartej postaci macierzowej, łatwej do zalgorytmizowania numerycznego i dogodnej dla wyprowadzeń analitycznych. Sformułowanie wydaje się szczególnie użyteczne dla komputerowych przekształceń symbolicznych.

2. Struktura równań ruchu

Przyjęty model samolotu scharakteryzować można następująco:

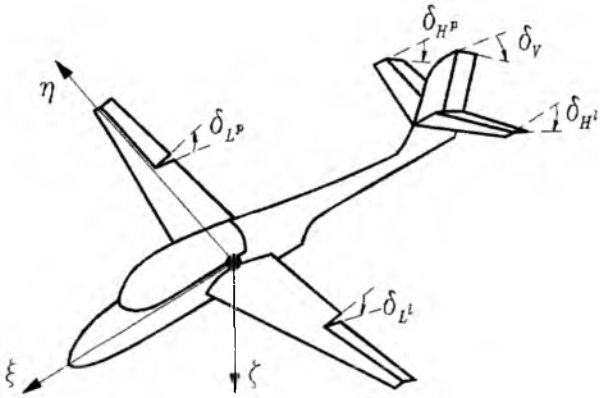
- Układ składa się z ciał sztywnych: płatowca (rozumianego tu jako samolot bez sterów) oraz obracających się względem niego sterów: prawej i lewej lotki, prawej i lewej część steru wysokości oraz steru kierunku (rys. 1). Ster zablokowany stanowi integralną część płatowca.
- Ruchy sterów względem płatowca są od siebie niezależne. Wychylenia prawej i lewej lotki oraz prawej i lewej części steru wysokości opisywane mogą być przy tym są za pomocą jednych współrzędnych.
- Osie obrotu sterów są skośne względem płatowca, a konfiguracje sterów względem płatowca opisują:
  - lotki i ster wysokości: wznios, skos, zaklinowanie + wychylenie steru,
  - ster kierunku: skos, wychylenie steru.
- Osie obrotu sterów przechodzą przez ich środki mas.

Stan ruchu tak zamodelowanego samolotu tradycyjnie opisuje się za pomocą następujących współrzędnych uogólnionych $\mathbf{q}$ oraz składowych prędkości $\mathbf{w}$:

$$\mathbf{q} = [\mathbf{p}^T \ \delta^T]^T = [x_0 \ y_0 \ z_0 \ \phi \ \theta \ \psi \ \delta_{L^p} \ \delta_{L^l} \ \delta_{H^p} \ \delta_{H^l} \ \delta_V]^T \tag{1}$$

$$\mathbf{w} = [\mathbf{u}^T \ \dot{\delta}^T]^T = [U \ V \ W \ P \ Q \ R \ \dot{\delta}_{L^p} \ \dot{\delta}_{L^l} \ \dot{\delta}_{H^p} \ \dot{\delta}_{H^l} \ \dot{\delta}_V]^T \tag{2}$$

gdzie: x_0, y_0 i z_0 - absolutne współrzędne kartezjańskie początku układu własnego płatowca; ϕ, θ i ψ - kąty samolotowe (przechylenia, pochylenia i odchylenia); δ_{J^i} - wychylenia sterów ($J = L, H, V$ - lotek oraz steru wysokości i kierunku, $i = p, l$ - prawej i lewej części); U, V i W oraz P, Q i R - składowe odpowiednio prędkości liniowej i kątowej samolotu w układzie własnym płatowca (quasi-prędkości); $\dot{\delta}_{J^i}$ - prędkości wychyleń sterów (prędkości uogólnione).



Rys. 1 Samolot z ruchomymi sterami

Równania ruchu samolotu wyrażone w zmiennych (1) i (2) zapisać można w następującej ogólnej postaci [1,2,5]:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A}(\mathbf{q})\,\mathbf{w} \tag{3}$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\,\dot{\mathbf{w}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{w}) = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{w}, \dot{\mathbf{w}}, t) \tag{4}$$

gdzie $\mathbf{A}$ oznacza $r \times r$ -wymiarową macierz transformacji między składowymi $\dot{\mathbf{q}}$ i $\mathbf{w}$, $\mathbf{M}$ jest macierzą mas uogólnionych odpowiadających $\mathbf{w}$, r-wymiarowy wektor $\mathbf{h}$ jest wynikiem sił odśrodkowych i momentów żyroskopowych, $\mathbf{f}$ wyraża uogólnione siły zewnętrzne odpowiadające poszczególnym składowym $\mathbf{w}$, a r jest liczbą stopni swobody, $r = 6 + k \le 11$, gdy k jest liczbą niezależnych sterów.

Struktura równań ruchu (3) i (4) wynika z cech przyjętego modelu fizycznego samolotu, w którym ruchy sterów są wzajemnie od siebie niezależne. Macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{M}$ przedstawić można w postaci blokowej jako:

$$\underset{(r\times r)}{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \underset{(6\times 6)}{\mathbf{A}_u} & \underset{(6\times k)}{\mathbf{0}} \\ \underset{(k\times 6)}{\mathbf{0}} & \underset{(k\times k)}{\mathbf{I}} \end{bmatrix}; \qquad \underset{(r\times r)}{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \underset{(6\times 6)}{\mathbf{M}_{uu}} & \underset{(6\times k)}{\mathbf{M}_{u\delta}} \\ \times & \underset{(k\times k)}{\mathbf{M}_{\delta\delta}} \end{bmatrix} \tag{5}$$

a (×) oznacza element symetryczny. O ile $\mathbf{A}_u$ jest klasyczną macierzą transformacji między prędkościami uogólnionymi płatowca **p** i jego quasi-prędkościami **u** [5], a **I** jest macierzą jednostkową, budowa macierzy $\mathbf{M}_{uu}$, $\mathbf{M}_{u\delta}$ i $\mathbf{M}_{\delta\delta}$ jest bardziej złożona. Dla $k = 5$, (dla $k < 5$ odpowiednie składniki poniższych wyrażeń są „sklejane", o czym będzie mowa potem), macierz

$$\underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_{uu}} = \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_{uu}^{P}} + \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_{uu}^{L^P}} + \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_{uu}^{L^l}} + \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_{uu}^{H^P}} + \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_{uu}^{H^l}} + \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_{uu}^{V}} \tag{6}$$

stanowi sumę odpowiednich macierzy mas uogólnionych odpowiadających **u**, wyrażających wpływ od płatowca (P) oraz poszczególnych sterów, natomiast

$$\underset{(6\times k)}{\mathbf{M}_{u\delta}} = [\ \underset{(6\times1)}{\mathbf{M}_{uL^P}}\ \ \underset{(6\times1)}{\mathbf{M}_{uL^l}}\ \ \underset{(6\times1)}{\mathbf{M}_{uH^P}}\ \ \underset{(6\times1)}{\mathbf{M}_{uH^l}}\ \ \underset{(6\times1)}{\mathbf{M}_{uV}}\ ] \tag{7}$$

$$\underset{(k\times k)}{\mathbf{M}_{\delta\delta}} = diag(J_{L^P}, J_{L^l}, J_{H^P}, J_{H^l}, J_V) \tag{8}$$

gdzie $\mathbf{M}_{uJ^i}$ są macierzami sprzężeń masowych pomiędzy ruchami płatowca i sterów - prawej i lewej części ($i = p,l$) lotek i steru wysokości oraz steru kierunku ($J = L,H,V$), a J_{J^i} są masowymi momentami bezwładności sterów względem ich osi obrotu. Budowę bardzo podobną do (6) mają też **h** i **f** zdefiniowane w równaniu (4). Stosując identyczne jak poprzednio oznaczenia jest:

$$\underset{(r\times1)}{\mathbf{h}} = \underset{(r\times1)}{\mathbf{h}^{P}} + \underset{(r\times1)}{\mathbf{h}^{L^P}} + \underset{(r\times1)}{\mathbf{h}^{L^l}} + \underset{(r\times1)}{\mathbf{h}^{H^P}} + \underset{(r\times1)}{\mathbf{h}^{H^l}} + \underset{(r\times1)}{\mathbf{h}^{V}} \tag{9}$$

$$\underset{(r\times1)}{\mathbf{f}} = \underset{(r\times1)}{\mathbf{f}^{P}} + \underset{(r\times1)}{\mathbf{f}^{L^P}} + \underset{(r\times1)}{\mathbf{f}^{L^l}} + \underset{(r\times1)}{\mathbf{f}^{H^P}} + \underset{(r\times1)}{\mathbf{f}^{H^l}} + \underset{(r\times1)}{\mathbf{f}^{V}} \tag{10}$$

Jak zostanie pokazane w dalej, cechą charakterystyczną tych wektorów jest to, że tylko składowe 1÷6 (odpowiadające **u**) $\mathbf{h}^P$ i $\mathbf{f}^P$ nie są z definicji równe zeru, a składowe 7÷11 (odpowiadające δ) $\mathbf{h}^{J^i}$ i $\mathbf{f}^{J^i}$ są niezerowe tylko na pozycjach przypisanych odpowiadającej powierzchni sterowej.

Opisane właściwości struktury równań ruchu (3) i (4) można sparafrazować następująco:

$$\text{samolot} = \textit{płatowiec} + \underbrace{\textit{lotki}(p+l) + \textit{ster wysokości}\ (p+l) + \textit{ster kierunku}}_{\text{superpozycja}}$$

Wpływ poszczególnych sterów może więc być superponowany. Cecha ta będzie wykorzystana przy wyprowadzeniu równań ruchu metodą rzutową. Dla każdego ze sterów generowane będą najpierw równania ruchu w konfiguracji *płatowiec - pojedynczy ster*, zadanie w dużym stopniu zautomatyzowane i relatywnie proste. Odpowiednie składniki tych równań wykorzystywane będą następne w formułowaniu finalnych równań ruchu dla samolotu z wieloma sterami - dokonywana będzie superpozycja zadań składowych. Podane zostaną też przepisy „sklejania" równań ruchu dla przypadku, gdy prawa i lewa lotka lub prawa i lewa część steru wysokości opisywane są za pomocą jednych współrzędnych.

3. Równania ruchu: płatowiec + ster

Płatowiec (p) i ster (s) zamodelowano jako ciała sztywne. Dla swobodnego ciała sztywnego i (tutaj $i = p,s$), dynamiczne równania ruchu zapisane w dowolnym układzie własnym $O_i\xi_i\eta_i\zeta_i$ wyrazić można w zwartej formie macierzowej

$$\mathbf{M}_i\dot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{h}_i(\mathbf{u}) = \mathbf{f}_i \tag{11}$$

lub w postaci bardziej rozwiniętej [2]

$$\begin{bmatrix} m_i\mathbf{I} & m_i\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{Ci} \\ \times & \mathbf{J}_{Oi} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}_{Oi} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_i\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i\mathbf{v}_{Oi} + m_i\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i^2\boldsymbol{\rho}_{Ci} \\ m_i\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{Ci}\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i\mathbf{v}_{Oi} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i\mathbf{J}_{Oi}\boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{N}_i \end{bmatrix} \tag{11'}$$

gdzie: $\mathbf{u}_i \equiv [\mathbf{v}_{Oi}^T\ \boldsymbol{\omega}_i^T]^T = [U_i\ V_i\ W_i\ P_i\ Q_i\ R_i]^T$ - składowe prędkości punktu O_i i prędkości kątowej ciała w $O_i\xi_i\eta_i\zeta_i$; $\boldsymbol{\rho}_{Ci} = [\xi_{Ci}\ \eta_{Ci}\ \zeta_{Ci}]^T$ - współrzędne środka masy C_i w $O_i\xi_i\eta_i\zeta_i$; m_i - masa; $\mathbf{I}$ - 3×3-wymiarowa macierz jednostkowa; $\mathbf{J}_{Oi}$ - macierz masowych momentów bezwładności i dewiacyjnych w $O_i\xi_i\eta_i\zeta_i$; $\mathbf{f}_i$ - składowe sił i momentów sił zewnętrznych w $O_i\xi_i\eta_i\zeta_i$; natomiast (~) jest często stosowanym oznaczeniem macierzy skośnie symetrycznej - operatora mnożenia wektorowego w zapisie macierzowym [2,3],

$$\text{dla} \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_\xi \\ a_\eta \\ a_\zeta \end{bmatrix} \quad \text{jest} \quad \tilde{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{a}_\zeta & \mathbf{a}_\eta \\ \mathbf{a}_\zeta & 0 & -\mathbf{a}_\xi \\ -\mathbf{a}_\eta & \mathbf{a}_\xi & 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Równania (11) ulegają istotnym uproszczeniom w wypadku, gdy układ własny jest centralny ($O_i \equiv C_i$), co implikuje $\boldsymbol{\rho}_{Ci} = \mathbf{0}$. Będzie tak dla steru, gdzie dodatkowo jedna z osi lokalnego układu własnego będzie osią obrotu steru.

Wyjściowe równania ruchu dla „niezależnych" płatowca i steru są złożeniem równań (11) dla $i = p,s$. Przy $\mathbf{u}' = [\mathbf{u}_p\ \mathbf{u}_s]^T$, $\mathbf{u}_p \equiv \mathbf{u} = [U\ V\ W\ P\ Q\ R]^T$ i $\mathbf{u}_s = [U_s\ V_s\ W_s\ P_s\ Q_s\ R_s]^T$, mamy

$$\mathbf{M}'\dot{\mathbf{u}}' + \mathbf{h}' = \mathbf{f}' \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_p} & \underset{(6\times6)}{\mathbf{0}} \\ \underset{(6\times6)}{\mathbf{0}} & \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underset{(6\times1)}{\dot{\mathbf{u}}_p} \\ \underset{(6\times1)}{\dot{\mathbf{u}}_s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underset{(6\times1)}{\mathbf{h}_p} \\ \underset{(6\times1)}{\mathbf{h}_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{(6\times1)}{\mathbf{f}_p} \\ \underset{(6\times1)}{\mathbf{f}_s} \end{bmatrix} \tag{13}$$

W wyniku połączenia steru z płatowcem, na ciała te nałożone są więzy. Kinematyczne warunki I i II rzędu tych więzów wyrazić można [2] jako zależności między prędkościami zależnymi $\mathbf{u}'$ i niezależnymi $\mathbf{w}' = [U\ V\ W\ P\ Q\ R\ \dot{\delta}_s]^T$,

$$\mathbf{u}' = \mathbf{D}\mathbf{w}' \quad \Rightarrow \quad \dot{\mathbf{u}}' = \mathbf{D}\dot{\mathbf{w}}' + \dot{\mathbf{D}}\mathbf{w}' \tag{14}$$

gdzie macierz $\mathbf{D}$ transformacji między $\mathbf{u}'$ i $\mathbf{w}'$ ma postać

$$\underset{(12\times1)}{\mathbf{u}'} \equiv \begin{bmatrix} \underset{(6\times1)}{\mathbf{u}} \\ \underset{(6\times1)}{\mathbf{u}_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{(6\times6)}{\mathbf{I}} & \underset{(6\times1)}{\mathbf{0}} \\ \underset{(6\times6)}{\mathbf{A}_s} & \underset{(6\times1)}{\mathbf{E}_s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underset{(6\times1)}{\mathbf{u}} \\ \underset{(1\times1)}{\dot{\delta}_s} \end{bmatrix} \equiv \underset{(12\times7)}{\mathbf{D}}\ \underset{(7\times1)}{\mathbf{w}'} \tag{15}$$

a macierze $\mathbf{A}_s$ i $\mathbf{E}_s$ przyjmują formy:

$$\underset{(6\times6)}{\mathbf{A}_s} = \begin{bmatrix} \underset{(3\times3)}{\mathbf{A}_{sp}} & \underset{(3\times3)}{-\mathbf{A}_{sp}}\,\underset{(3\times3)}{\widetilde{\boldsymbol{\rho}}_s} \\ \underset{(3\times3)}{\mathbf{0}} & \underset{(3\times3)}{\mathbf{A}_{sp}} \end{bmatrix}; \qquad \underset{(6\times1)}{\mathbf{E}_s} = \begin{bmatrix} \underset{(3\times1)}{\mathbf{0}} \\ \underset{(3\times1)}{\mathbf{1}^{(\pm k)}} \end{bmatrix} \tag{16}$$

W określeniu tym $\mathbf{A}_{sp}$ jest macierzą transformacji przez obrót między układami samolotowym (związanym z płatowcem) $O\xi\eta\zeta$ i lokalnym układem związanym ze sterem $C_s\xi_s\eta_s\zeta_s$, $\boldsymbol{\rho}_s$ jest wektorem położenia C_s w $O\xi\eta\zeta$, a $\mathbf{1}^{(\pm k)}$ jest trójelementowym wektorem o dwu wartościach zerowych oraz trzeciej równej 1 lub −1 na pozycji odpowiadającej tej osi układu $C_s\xi_s\eta_s\zeta_s$, wokół której następuje obrót steru (zgodny z kierunkiem osi lub jej przeciwny) - dla lotki prawej jest to na przykład $\mathbf{1}^{(2)} = [0\ 1\ 0]^T$, dla steru kierunku $\mathbf{1}^{(-3)} = [0\ 0\ -1]^T$).

Formalnie druga z zależności (14) jest formą różniczkową pierwszej. Dla jej określenia wystarczy jednak tylko $\mathbf{D}$. Wielkość ta może być otrzymana na drodze czysto algebraicznej, wykorzystując znaną zależność [3] $\dot{\mathbf{A}}_{sp} = \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{s/p}\mathbf{A}_{sp}$, co w rozważanym wypadku sprowadza się do $\dot{\mathbf{A}}_{sp} = \dot{\delta}_s\widetilde{\mathbf{1}}^{(\pm k)}\mathbf{A}_{sp}$. Mamy zatem

$$\underset{(12\times1)}{\dot{\mathbf{u}}'} \equiv \begin{bmatrix} \underset{(6\times1)}{\dot{\mathbf{u}}} \\ \underset{(6\times1)}{\dot{\mathbf{u}}_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{(6\times6)}{\mathbf{I}} & \underset{(6\times1)}{\mathbf{0}} \\ \underset{(6\times6)}{\mathbf{A}_s} & \underset{(6\times1)}{\mathbf{E}_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{(6\times1)}{\dot{\mathbf{u}}} \\ \underset{(1\times1)}{\dot{\delta}_s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underset{(6\times1)}{\mathbf{0}} \\ \underset{(6\times6)}{\dot{\mathbf{A}}_s}\,\underset{(6\times1)}{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \equiv \underset{(12\times7)}{\mathbf{D}}\,\underset{(7\times1)}{\mathbf{w}'} + \underset{(12\times1)}{\dot{\mathbf{D}}\mathbf{w}'} \tag{17}$$

gdzie

$$\underset{(6\times6)}{\dot{\mathbf{A}}_s} = \begin{bmatrix} \dot{\delta}_s\widetilde{\mathbf{1}}^{(\pm k)}\mathbf{A}_{sp} & -\dot{\delta}_s\widetilde{\mathbf{1}}^{(\pm k)}\mathbf{A}_{sp}\widetilde{\boldsymbol{\rho}}_s \\ \mathbf{0} & \dot{\delta}_s\widetilde{\mathbf{1}}^{(\pm k)}\mathbf{A}_{sp} \end{bmatrix} \equiv \dot{\delta}_s \begin{bmatrix} \underset{(3\times3)}{\widetilde{\mathbf{1}}^{(\pm k)}} & \underset{(3\times3)}{\mathbf{0}} \\ \underset{(3\times3)}{\mathbf{0}} & \underset{(3\times3)}{\widetilde{\mathbf{1}}^{(\pm k)}} \end{bmatrix} \underset{(6\times6)}{\mathbf{A}_s} \tag{18}$$

Wykorzystując *metodę rzutową* (w rozważanym wypadku jest ona równoważna metodzie Kane'a) [2], dynamiczne równania ruchu dla połączonych płatowca i steru wyrażone w zmiennych $\mathbf{w}'$ otrzymać można przemnażając lewostronne równania (13) przez $\mathbf{D}^T$ oraz podstawiając zależności (14). Stąd

$$\mathbf{D}^T\mathbf{M}'\mathbf{D}\dot{\mathbf{w}}' + \mathbf{D}^T(\mathbf{h}' + \mathbf{M}'\dot{\mathbf{D}}\mathbf{w}') = \mathbf{D}^T\mathbf{f}' \tag{19}$$

Uwzględniając budowę $\mathbf{D}$ i $\dot{\mathbf{D}}$ określonych w (15)÷(18), poszczególne składniki tych równań przedstawić można za pomocą poniższych formuł.

$$\mathbf{D}^T\mathbf{M}'\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & \mathbf{M}_{us} \\ \times & J_s \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}^T(\mathbf{h}' + \mathbf{M}'\dot{\mathbf{D}}\mathbf{w}') = \mathbf{h}^P + \mathbf{h}^s; \quad \mathbf{D}^T\mathbf{f}' = \mathbf{f}^P + \mathbf{f}^s \tag{20}$$

gdzie dla $s = J^i$ ($J = L,H,V$; $i = p,l$), w odniesieniu do składowych wprowadzonych we wzorach (4) ÷(10), mamy:

- składniki równania (6) $\underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_{uu}} \equiv \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_{uu}^P} + \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_{uu}^s} = \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_p} + \underset{(6\times6)}{\mathbf{A}_s^T}\,\underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_s}\,\underset{(6\times6)}{\mathbf{A}_s}$ (21)

♦ kolumny macierzy (7) $$\underset{(6\times1)}{\mathbf{M}_{us}} = \underset{(6\times6)}{\mathbf{A}_s^T}\ \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_s}\ \underset{(6\times1)}{\mathbf{E}_s} \tag{22}$$

♦ składniki równania (9) $$\underset{(7\times1)}{\mathbf{h}^P} + \underset{(7\times1)}{\mathbf{h}^s} = \begin{bmatrix} \underset{(6\times1)}{\mathbf{h}_p} \\ \underset{(1\times1)}{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underset{(6\times6)}{\mathbf{A}_s^T} \\ \underset{(1\times6)}{\mathbf{E}_s^T} \end{bmatrix} \left(\underset{(6\times1)}{\mathbf{h}_s} + \underset{(6\times6)}{\mathbf{M}_s}\ \underset{(6\times6)}{\dot{\mathbf{A}}_s}\ \underset{(6\times1)}{\mathbf{u}} \right) \tag{23}$$

♦ składniki równania (10) $$\underset{(7\times1)}{\mathbf{f}^P} + \underset{(7\times1)}{\mathbf{f}^s} = \begin{bmatrix} \underset{(6\times1)}{\mathbf{f}_p} \\ \underset{(1\times1)}{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underset{(6\times6)}{\mathbf{A}_s^T}\ \underset{(6\times1)}{\mathbf{f}_s} \\ \underset{(1\times1)}{M_s} \end{bmatrix} \tag{24}$$

W ostatnim wyrażeniu M_s oznacza moment zawiasowy na sterze. Celem modyfikacji wyrażeń (23) i (24) do żądanego w równaniach (9) i (10) wymiaru $r \times 1$, wektory te należy rozszerzyć przez dodanie odpowiedniej liczby elementów zerowych, a ostatnie (siódme) elementy $\mathbf{h}^s$ i $\mathbf{f}^s$ przesunąć na miejsce odpowiadające rozważanemu δ_s w wektorze $\mathbf{w}$.

Powyższy schemat jest podobny do zaproponowanego w [4] dla układów wieloczłonowych. Zaletą tego jest zwarty zapis macierzowy, wygodny w zastosowaniach komputerowych (komputerowych przekształceniach symbolicznych). Składowe równań dynamicznych (4) generowane mogą być niezależne dla każdego zadania cząstkowego: *płatowiec - ster*. W wypadku, gdy wychylenia lotki prawej i lewej lub prawej i lewej części steru wysokości opisywane są za pomocą jednych współrzędnych, odpowiednio δ_L i δ_H, konsekwencje są następujące:

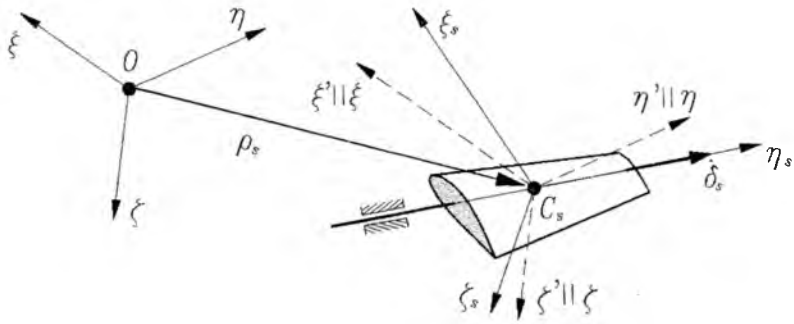
- wymiar zagadnienia (liczba stopni swobody) odpowiednio maleje
- równanie (6) pozostaje nie zmienione
- w równaniu (7), odpowiednie kolumny macierzy $\mathbf{M}_{u\delta}$ należy dodać, liczba kolumn tej macierzy odpowiednio maleje
- w równaniu (8), odpowiednie elementy na diagonali macierzy $\mathbf{M}_{\delta\delta}$ należy dodać, wymiar kwadratowej macierzy $\mathbf{M}_{\delta\delta}$ odpowiednio maleje
- równanie (9) pozostaje nie zmienione
- równanie (10) pozostaje nie zmienione

UWAGA: W wypadku „sklejania" wpływu lotek należy uwzględnić różne znaki oraz ewentualnie wartości wychyleń lotki prawej i lewej.

3.1. Przykład 1: płatowiec + lotka prawa (prawa część steru wysokości)

Przytoczmy podstawowe zależności dla konfiguracji: płatowiec + lotka prawa lub płatowiec + prawa część steru wysokości (sformułowania dla stron lewych będą analogiczne). Zauważmy najpierw, że w porównaniu z ogólną postacią (11), dynamiczne równania ruchu zarówno dla płatowca p jak i steru s (tutaj $s = J^p$, $J = L, H$) ulegają istotnym uproszczeniom. Wynika to z poczynionych wcześniej założeń, że płaszczyzna $O\xi\zeta$ układu własnego $O\xi\eta\zeta$ płatowca (samolotu) jest jego płaszczyzną symetrii, a układ własny steru $C_s\xi_s\eta_s\zeta_s$ jest układem central-

nym o osi $C_s\eta_s$ pokrywającą się z osią obrotu steru (rys. 2). Sformułowanie wyjściowych równań ruchu (13) jest więc zadaniem elementarnym. Literalne postacie tych równań nie będą tutaj cytowane.



Rys. 2 Lotka prawa lub prawa część steru wysokości

O ile składniki $\mathbf{M}_{uu}^{P}$, $\mathbf{h}^{P}$ i $\mathbf{f}^{P}$ równań (6)÷(10) są w świetle sformułowań (21) ÷(24) oczywiste, dla wyznaczenia $\mathbf{M}_{uu}^{LP}$ (lub $\mathbf{M}_{uu}^{HP}$), $\mathbf{M}_{uLP}$ (lub $\mathbf{M}_{uHP}$), $\mathbf{h}^{LP}$ (lub $\mathbf{h}^{HP}$) oraz $\mathbf{f}^{LP}$ (lub $\mathbf{f}^{HP}$) niezbędne jest określenie $\mathbf{E}_s$, $\mathbf{A}_s$ i $\dot{\mathbf{A}}_s$. W rozważanym wypadku ($s = L^p$ lub $s = H^p$)

$$\mathbf{E}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Położenie kątowe $C_s\xi_s\eta_s\zeta_s$ względem $O\xi\eta\zeta$ definiowane jest za pomocą trzech obrotów, w kolejności: $-\nu$ - wzniosu, φ - skosu i $\chi + \delta_s$ - zaklinowania + wychylenia steru. Obroty te odbywają się odpowiednio względem osi pierwszej, trzeciej i drugiej. Macierz $\mathbf{A}_{sp}$ transformacji pomiędzy tymi układami potrzebna dla zdefiniowania $\mathbf{A}_s$ w równaniu (16) ($\boldsymbol{\rho}_s = [\xi_s \;\; \eta_s \;\; \zeta_s]^T$ - wektor położenia C_s w $O\xi\eta\zeta$) ma postać [1,2]

$$\mathbf{A}_{sp} = \begin{bmatrix} c_\varphi c_{\chi+\delta} & c_\nu s_\varphi c_{\chi+\delta} + s_\nu s_{\chi+\delta} & -s_\nu s_\varphi c_{\chi+\delta} + c_\nu s_{\chi+\delta} \\ -s_\varphi & c_\nu c_\varphi & -s_\nu c_\varphi \\ -c_\varphi s_{\chi+\delta} & -c_\nu s_\varphi s_{\chi+\delta} + s_\nu c_{\chi+\delta} & s_\nu s_\varphi s_{\chi+\delta} + c_\nu c_{\chi+\delta} \end{bmatrix}$$

gdzie dla zwartości zapisu użyto skrótów: $c_\varphi \equiv \cos\varphi$, $s_{\chi+\delta} \equiv \sin(\chi + \delta_s)$, etc. W końcu, dla określenia $\dot{\mathbf{A}}_s$ zgodnie z równaniem (18), pochodną powyższej macierzy transformacji zapisuje się jako

$$\dot{\mathbf{A}}_{sp} = \dot{\delta}_s \tilde{\mathbf{1}}^{(2)} \mathbf{A}_{sp} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\delta}_s \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\delta}_s & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{A}_{sp}$$

Określenia powyższe oraz zdefiniowane wcześniej dynamiczne równania ruchu „swobodnych" płatowca i steru pozwalają na algebraiczne wygenerowanie, zgodnie z procedurą równań (21)÷(24), poszukiwanych składników równań ruchu dla samolotu z ruchomymi lotkami i sterem wysokości. Bardzo wygodnie jest dokonać tych wyprowadzeń z pomocą jednego z dostępnych systemów komputerowych przekształceń symbolicznych.

3.2. Przykład 2: płatowiec + ster kierunku

Aktualnie $s = V$, a położenie kątowe lokalnego układu $C_s\xi_s\eta_s\zeta_s$ względem $O\xi\eta\zeta$ opisywane jest za pomocą dwu kątów: γ - skosu (wokół osi drugiej) oraz $-\delta_s$ - wychylenia steru (wokół osi trzeciej). Określone wyżej zależności potrzebne dla wygenerowania pochodzących od steru kierunku składników równań ruchu są następujące

$$\mathbf{E}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1}^{(-3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{A}_{sp} = \begin{bmatrix} c_\gamma c_\delta & s_\delta & -s_\gamma c_\delta \\ -c_\gamma s_\delta & c_\delta & s_\gamma s_\delta \\ s_\gamma & 0 & c_\gamma \end{bmatrix}; \qquad \dot{\mathbf{A}}_{sp} = \dot{\delta}_s \tilde{\mathbf{1}}^{(-3)} \mathbf{A}_{sp} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\delta}_s & 0 \\ -\dot{\delta}_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{A}_{sp}$$

Składniki $\mathbf{M}^V_{uu}$, $\mathbf{M}_{uV}$, $\mathbf{h}^V$ i $\mathbf{f}^V$ wygenerowane mogą być następnie zgodnie ze schematem równań (21)÷(24).

4. Uwagi końcowe

Strukturę równań ruchu (4) omawiano już w rozdziale 2. Powróćmy jeszcze raz do tego zagadnienia. Wyznaczanie sił uogólnionych $\mathbf{f}$ jest zagadnieniem oddzielnym, a zaproponowana metoda skupia się przede wszystkim na generowaniu lewych stron tych równań. Przy założeniu, że $O\xi\zeta$ jest jego płaszczyzną symetrii płatowca, a jego środek masy leży na $O\xi$ oraz, że osie $C_s\eta_s$ dla $s = J^i$ ($J = L, H$, $i = p, l$) oraz $C_V\zeta_V$ centralnych układów lokalnych pokrywają się z osiami obrotu sterów, lewe strony równań (4) przedstawia symbolicznie rysunek 3, gdzie za pomocą (•) zaznaczone te elementy, które nie są z założenia równe zeru, a klamry symbolizują omówione wcześniej „sklejanie" wychyleń prawej i lewe lotki oraz prawej i lewej części steru wysokości.

Istotną obserwacją jest, że pomimo dość złożonych formuł (6) i (21) dla wyznaczania $\mathbf{M}_{uu}$. Składniki $\mathbf{M}^s_{uu}$ są w ogólnym wypadku bardzo złożonymi wyrażeniami zależnymi od kątów wychyleń sterów δ_s. Wpływ ten jest jednak niewielki i bez ryzyka dużego błędu można założyć $\mathbf{M}_{uu} = const$. Tym samym, $\mathbf{M}_{uu}$ wyznaczać można jak dla całego samolotu (wraz ze sterami), a liczenie

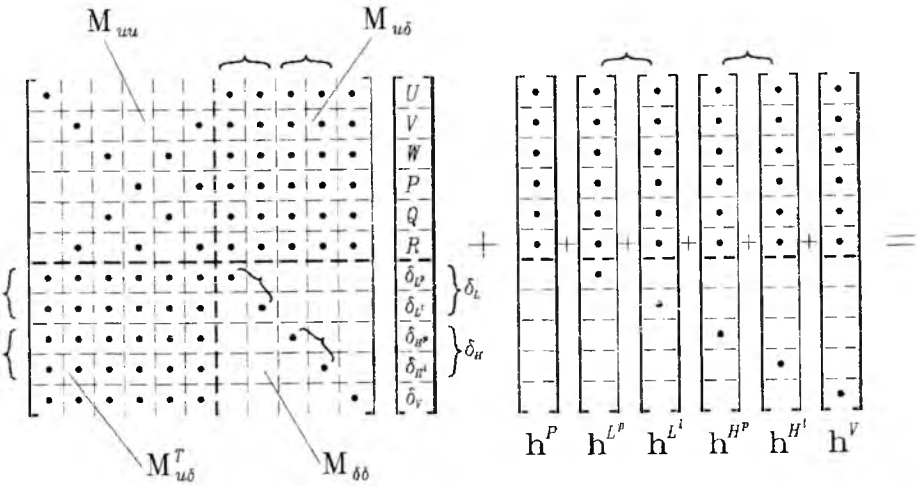
$\mathbf{M}^{s}_{uu}$ według formuły (21) jest w ogóle niepotrzebne. Dla określenia lewych stron równań (4) (rys. 3) wystarczy więc:

- Podać $\mathbf{M}_{uu}$ - macierz mas uogólnionych dla całego samolotu z zablokowanymi sterami
- Wygenerować $\mathbf{M}_{u\delta}$ według formuły (22) dla poszczególnych sterów
- Podać $\mathbf{M}_{\delta\delta}$ dla sterów zgodnie z równaniem (23)
- Podać $\mathbf{h}^{P}$ zdefiniowane w równaniu (23)
- Wygenerować $\mathbf{h}^{s}$ według formuły (23) dla poszczególnych sterów
- Ewentualnie „skleić" wychylenia lotek i obu części steru wysokości

Zaproponowaną metodę rzutową generowania równań ruchu samolotu z ruchomymi sterami rozważyć można jako równoległą do często stosowanej metody równań Boltzmanna-Hamela [1,5]. Ponieważ metody te są zasadniczo odmienne, stosowane jednocześnie stanowić mogą doskonały sposób weryfikacji poprawności uzyskiwanych wyników.

Najistotniejsze cechy i zalety opisanego podejścia streścić można następująco:

- Punktem wyjścia są „gotowe" równania ruchu dla płatowca bez sterów oraz poszczególnych sterów
- Automatyczny (sformalizowany i wolny od konieczności różniczkowania) sposób generowania związków kinematycznych (14)
- Algebraiczne, relatywnie proste i niezależne generowanie poszczególnych składników równań ruchu według formuł (21)÷(24).
- Zapis macierzowy, dogodny dla wyprowadzeń analitycznych i zastosowań komputerowych (komputerowych przekształceń symbolicznych).



Rys. 3 Struktura lewych stron równań ruchu samolotu z ruchomymi sterami

Literatura

[1] AL-ABBADI F.H.: *Modelowanie i symulacja numeryczna dynamiki samolotu w locie przestrzennym po awarii systemu sterowania*, praca doktorska, Politechnika Warszawska, 1997.

[2] BLAJER W.: *Metody dynamiki układów wieloczłonowych*, Wydawnictwo Politechniki Radomskiej, Radom, 1998.

[3] KORN G.A., KORN T.M.: *Matematyka dla pracowników naukowych i inżynierów*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1983.

[4] MAIßER P.: *Analytical dynamics of multibody systems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 91, 1991, pp. 1391-1396.

[5] MARYNIAK J.: *Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu*, Zbiór referatów V Ogólnopolskiej Konferencji „Modelowanie w mechanice". WDN, Warszawa, 1992, str. 575-592.

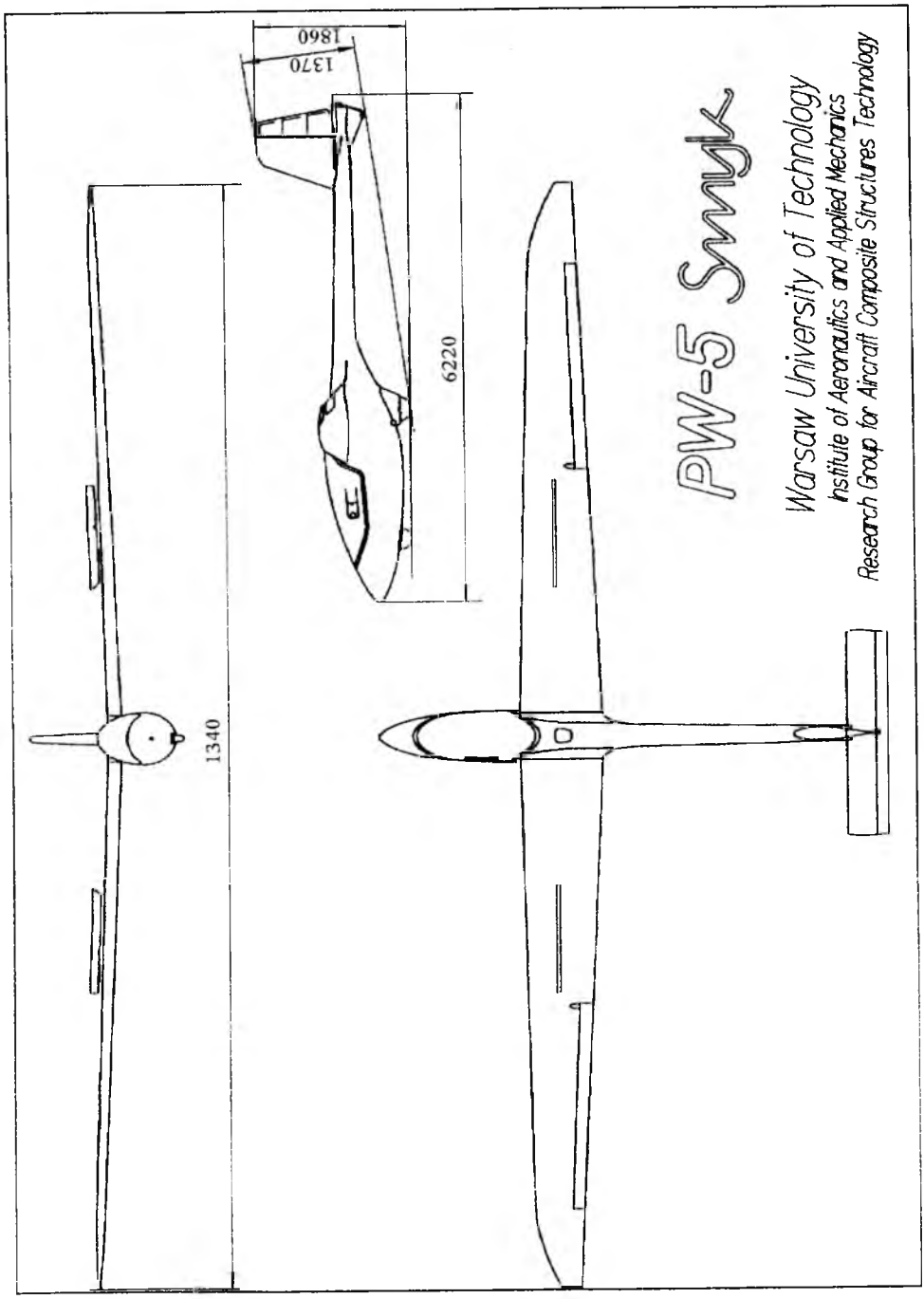
ALGEBRAIC DERIVATION OF EQUATIONS OF MOTION FOR AN AIRCRAFT WITH MOVING CONTROL SURFACES

WOJCIECH BLAJER

Department of Mechanics, Technical University of Radom, Poland

The aircraft is modelled as a multibody system composed of the airframe and the control surfaces that rotate independently along oblique axes relative the airframe. The equations of motion of such a system are highly complicated and their traditional derivation (e.g. by using Boltzmann-Hamel equations) is an arduous task. In this paper, a variant automatized scheme, based on pure algebraic transformations, for generating the equations of motion is developed. The formulation is well suited for computer symbolic transformations.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA



Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

SPECJALIZOWANY PROGRAM POMIAROWY WSZYSTKICH PARAMETRÓW TENSORA PODATNOŚCI KOMPLETNEGO PODWOZIA PŁOZOWEGO

JERZY BOJANOWSKI, JANUSZ PASIERSKI

Politechnika Warszawska, Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej,

Program do wyznaczania parametrów tensora podatności kompletnego podwozia płozowego pod działaniem sił (tensora podatności translacyjnej) oraz tensora podatności pod działaniem momentów (tensora podatności uchylnej) na podstawie pomiarów przemieszczeń czterech węzłów mocowania podwozia do kadłuba, poddanego kontrolowanym obciążeniom. Niezbędne są tylko obciążenia pojedynczą siłą próbną, o znanych położeniach jej linii działania. Nie ma potrzeby przykładania obciążenia jakimkolwiek czystym momentem.

1. Wstęp

Przedstawiany tu w zarysie program ma charakter aplikacyjny. Przystosowany jest do bezpośredniego wyznaczania parametrów tensora podatności translacyjnej oraz tensora podatności uchylnej całego podwozia płozowego [1], wyłącznie na podstawie pomiarów przemieszczeń wszystkich węzłów mocowania podwozia - powstałych w skutek przykładanych do kadłuba (lub jego atrapy w laboratoryjnych warunkach pomiarowych) kontrolowanych obciążeń pojedyńczą siłą próbną. Niezbędna jest następująca kolejność przypadków obciążania ową siłą próbną, o znanym położeniu jej linii działania:

1) siła działa pionowo w płaszczyźnie symetrii podwozia;
2) siła działa poziomo w płaszczyźnie symetrii podwozia;
3) siła działa pionowo poza płaszczyzną symetrii, w płaszczyźnie do niej prostopadłej, przechodzącej przez pierwszy środek podatności;
4) siła działa poziomo poza płaszczyzną symetrii, w płaszczyźnie do niej prostopadłej, przechodzącej przez drugi środek podatności;
5) siła działa poziomo poza płaszczyzną symetrii, w płaszczyźnie do niej prostopadłej, przechodzącej z dala od drugiego środka podatności.

Mierzone są i rejestrowane komputerowo trzy składowe przemieszczeń węzłów mocowania podwozia (oznaczonych literami A, B, C, D na Rys.1 i pozosta-

łych rysunkach), z jednoczesną rejestracją wartości przykładanej siły próbnej. Dane te stanowią wystarczającą bazę do obliczania na bieżąco - z zastosowaniem przygotowanego oprogramowania - następujących parametrów obu tensorów:

* dla przypadków obciążenia 1 i 2 - łącznie

p_x, p_z — współczynniki podatności translacyjnej w kierunku poziomym wzdłużnym x i pionowym z - odpowiednio (mają wymiar mm/N);

q_y — współczynnik podatności pochylania (ma wymiar rad/N•mm);

a_P, a_T — poziome odległości środka obrotu pochylania O_* i tym samym pierwszego środka podatności Q_*, od węzłów przednich i tylnych - Rys.2 i 3;

b_P^*, b_T^* — pionowe odległości środka obrotu pochylania O_* od węzłów przednich i tylnych - Rys.2 i 3;

b_P, b_T — pionowe odległości pierwszego środka podatności Q_* od węzłów przednich i tylnych - Rys.3;

* dla przypadków obciążenia 3, 4, i 5 - łącznie

p_y — współczynnik podatności translacyjnej w kierunku poziomym bocznym y (ma wymiar mm/N);

q_x, q_z — zgodne współczynniki podatności przechylania i odchylania - odpowiednio (mają wymiar rad/N•mm);

q_{xz}, q_{zx} — niezgodne współczynniki podatności przechylania i odchylania - odpowiednio (mają wymiar rad/N•mm);

c_P, c_T — poziome odległości środka obrotu przechylania i odchylania O_o i tym samym drugiego środka podatności Q_o, od węzłów przednich i tylnych - Rys.5 (w mm);

d_P^*, d_T^* — pionowe odległości środka obrotu przechylania i odchylania O_o od węzłów przednich i tylnych - Rys.4 i 6 (w mm);

d_P, d_T — pionowe odległości drugiego środka podatności Q_o od węzłów przednich i tylnych - Rys.6 (w mm).

By uchwycić nieliniowość charakterystyki sprężystej podwozia oraz charakter przyrostu sił tarcia na płozach, wszystkie przypadki obciążenia siłą próbną przeprowadzić trzeba dla conajmniej kilku położeń rownowagi statycznej, zdeterminowanych ustaloną wartością wypadkowej siły nacisku płóz podwozia na grunt.

Pierwszy przypadek obciążania

Przykładana jest pionowa siła próbna F_1, działająca w płaszczyźnie symetrii podwozia. Wywołuje ona równoczesne pionowe przemieszczenie płaszczyzny węzłów δ_z (wyznaczonej punktami A, B, C i D) i jej obrót wokół osi y (pochy-

lanie) φ_y. Obrót towarzyszący prostoliniowemu przemieszczeniu powodowany jest przebiegiem linii działania siły z dala od pierwszego środka podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$. Położenie tej linii (dane wymiarem a - Rys.2) powinno być tak dobrane, by kierunek dodatni siły (zgodny ze zwrotem osi z) wywoływał również dodatni jej moment względem środka podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$ (o kierunku zegarowym na Rys.2) i tym samym dodatni kąt pochylania φ_y (lub odwrotnie). Mierzone są przemieszczenia obu węzłów przednich P (P=A∧B) i obu tylnych T (T=C∧D), z uwzględnieniem ich znaków (przemieszczenia dodatnie mają zwrot zgodny z kierunkiem odpowiedniej osi i *vice versa*).

Na podstawie zarejestrowanych danych pomiarowych obliczany jest kąt pochylania i wyznaczany przebieg funkcji $\varphi_y(\mathbf{F}_1)$; przy wykorzystaniu zależności:

$$\sin\frac{\varphi_y}{2} = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{(\delta_{xP}-\delta_{xT})^2+(-\Delta_{zP}+\Delta_{zT})^2}}{\sqrt{l^2+h^2}},$$

gdzie:

l, h — rozstawienie w poziomie i w pionie (w mm) przednich i tylnych węzłów (Rys.2 i 3); wymiary dane z geometrii podwozia;

δ_{xP}, δ_{xT} — przemieszczenia poziome-wzdłużne węzłów w funkcji siły $\mathbf{F}_1$, pod wpływem pochylania φ_y, mierzone bezpośrednio;

$\Delta_{zP}=\delta_{zP}+\delta_z$, $\Delta_{zT}=\delta_{zT}+\delta_z$ — przemieszczenia pionowe węzłów brutto (dwuskładnikowe), mierzone bezpośrednio, gdzie:

$\delta_z = p_z\mathbf{F}_1$ — jednakowe dla wszystkich węzłów przemieszczenia pionowe netto, pod działaniem siły $\mathbf{F}_1$ w linii biegnącej przez środek podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$,

δ_{zP}, δ_{zT}, — przemieszczenia pionowe węzłów przednich i tylnych netto pod wpływem pochylania φ_y.

Wynika stąd, że różnica mierzonych przemieszczeń pionowych w funkcji siły $\mathbf{F}_1$ równa jest różnicy przemieszczeń netto, powstałych pod wpływem pochylania:

$$-\Delta_{zP}+\Delta_{zT}=-\delta_{zP}+\delta_{zT}.$$

Drugi przypadek obciążania

Przykładana jest pozioma siła próbna $\mathbf{F}_2$, działająca w płaszczyźnie symetrii podwozia. Wywołuje ona równoczesne poziome przemieszczenie płaszczyzny węzłów δ_x i jej obrót wokół osi y (pochylanie) φ_y. Położenie linii działania siły (dane wymiarem b - Rys.3) powinno być tak dobrane, by kierunek dodatni siły (zgodny ze zwrotem osi x) wywoływał również dodatni jej moment względem środka podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$ (o kierunku zegarowym na Rys.3) i tym samym dodatni

kąt pochylania φ_y (lub odwrotnie). Mierzone są - tak jak uprzednio - przemieszczenia obu węzłów przednich P (P=A∧B) i obu tylnych T (T=C∧D), z uwzględnieniem ich znaków.

Na podstawie zarejestrowanych danych pomiarowych obliczany jest kąt pochylania i wyznaczany przebieg funkcji $\varphi_y(\mathbf{F}_2)$; przy wykorzystaniu zależności:

$$\sin\frac{\varphi_y}{2} = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{(\Delta_{x\mathrm{P}} - \Delta_{x\mathrm{T}})^2 + (-\delta_{z\mathrm{P}} + \delta_{z\mathrm{T}})^2}}{\sqrt{l^2 + h^2}},$$

gdzie:

$\delta_{z\mathrm{P}}$, $\delta_{z\mathrm{T}}$ — przemieszczenia pionowe węzłów przednich i tylnych w funkcji siły $\mathbf{F}_2$ pod wpływem pochylania φ_y, mierzone bezpośrednio;

$\Delta_{x\mathrm{P}} = \delta_{x\mathrm{P}} + \delta_x$, $\Delta_{x\mathrm{T}} = \delta_{x\mathrm{T}} + \delta_x$ — przemieszczenia poziome-wzdłużne węzłów brutto (dwuskładnikowe), mierzone bezpośrednio, gdzie:

$\delta_x = p_x\mathbf{F}_2$ — jednakowe dla wszystkich węzłów przemieszczenia poziome wzdłużne netto, pod działaniem siły $\mathbf{F}_2$ w linii biegnącej przez środek podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$,

$\delta_{x\mathrm{P}}$, $\delta_{x\mathrm{T}}$, — przemieszczenia poziome-wzdłune węzłów przednich i tylnych netto pod wpływem pochylania φ_y.

Stąd różnica mierzonych przemieszczeń poziomych-wzdłużnych w funkcji siły $\mathbf{F}_2$ równa jest różnicy przemieszczeń netto, powstałych pod wpływem pochylania:

$$\Delta_{x\mathrm{P}} - \Delta_{x\mathrm{T}} = \delta_{x\mathrm{P}} - \delta_{x\mathrm{T}}.$$

*

Wyznaczone w obu pomiarach funkcje $\varphi_y(\mathbf{F}_1)$ i $\varphi_y(\mathbf{F}_2)$ można przetransformować w funkcje odwrotne $\mathbf{F}_1(\varphi_y)$ i $\mathbf{F}_2(\varphi_y)$, następnie obliczyć parametry położenia środka obrotu pochylania $\boldsymbol{O}_\bullet$ i pierwszego środka podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$ (Rys.2 i 3), wyznaczyć ramiona sił próbnych - x_Q dla siły $\mathbf{F}_1$ (Rys.2) i z_Q dla siły $\mathbf{F}_2$ (Rys.3), rozdzielić pionowe przemieszczenia brutto w pomiarach pierwszych i poziome przemieszczenia brutto w pomiarach drugich oraz obliczyć szereg dalszych parametrów wymienionych niżej:

$a_\mathrm{P} = \frac{1}{2}\left(-\delta_{z\mathrm{P}}\mathrm{ctn}\frac{\varphi_y}{2} - \delta_{x\mathrm{P}}\right)$, $a_\mathrm{T} = \frac{1}{2}\left(\delta_{z\mathrm{T}}\mathrm{ctn}\frac{\varphi_y}{2} + \delta_{x\mathrm{T}}\right)$ — odległości w poziomie od węzłów przednich i tylnych środka obrotu pochylania $\boldsymbol{O}_\bullet$ i pierwszego środka podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$; $a_\mathrm{P} + a_\mathrm{T} = l$, (Rys.2 i 3),

$b_\mathrm{P}^* = \frac{1}{2}\left(\delta_{x\mathrm{P}}\mathrm{ctn}\frac{\varphi_y}{2} - \delta_{z\mathrm{P}}\right)$, $b_\mathrm{T}^* = \frac{1}{2}\left(-\delta_{x\mathrm{T}}\mathrm{ctn}\frac{\varphi_y}{2} + \delta_{z\mathrm{T}}\right)$ — odległości w pionie od węzłów przednich i tylnych środka obrotu pochylania $\boldsymbol{O}_\bullet$; $b_\mathrm{P}^* + b_\mathrm{T}^* = h$,

$x_Q = a_T - a$ — ramię pionowej siły próbnej $\mathbf{F}_1$ względem pierwszego środka podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$;

$\mathbf{T}_1 = x_Q \mathbf{F}_1(\varphi_y)$ — moment pochylania siły próbnej $\mathbf{F}_1$ na ramieniu x_Q,

$q_y = \varphi_y / \mathbf{T}_1$ — współczynnik uchylnej podatności sprężystej pochylania;

$\delta_{zP}(\varphi_y) = -2\sin\frac{\varphi_y}{2}\left(a_P\cos\frac{\varphi_y}{2} + b_P^*\sin\frac{\varphi_y}{2}\right)$ — przemieszczenie pionowe węzłów przednich netto w funkcji kąta pochylania φ_y, wywołanego momentem $\mathbf{T}_1$,

$\delta_{zT}(\varphi_y) = 2\sin\frac{\varphi_y}{2}\left(a_T\cos\frac{\varphi_y}{2} + b_T^*\sin\frac{\varphi_y}{2}\right)$ — przemieszczenie pionowe węzłów tylnych netto w funkcji kąta pochylania φ_y, wywołanego momentem $\mathbf{T}_1$,

$\delta_z(\mathbf{F}_1) = \frac{1}{2}(\Delta_{zP} + \Delta_{zT} - \delta_{zP} - \delta_{zT})$ — jednakowe dla wszystkich węzłów pionowe przemieszczenia netto pod działaniem siły $\mathbf{F}_1$ w linii przechodzącej przez pierwszy środek podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$,

$p_z = \delta_z / \mathbf{F}_1$ — współczynnik pionowej translacyjnej podatności sprężystej;

$\mathbf{T}_2 = \varphi_y(\mathbf{F}_2)/q_y$ — moment pochylania poziomej siły próbnej $\mathbf{F}_2$,

$z_Q = \mathbf{T}_2\ \mathbf{F}_2$ — ramię poziomej siły próbnej $\mathbf{F}_2$ względem pierwszego środka podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$,

$b_P = b - h - z_Q$, $b_T = b - z_Q$ — pozostałe parametry lokalizacji pierwszego środka podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$ (Rys.3);

$\delta_{xP}(\varphi_y) = 2\sin\frac{\varphi_y}{2}\left(b_P^*\cos\frac{\varphi_y}{2} - a_P\sin\frac{\varphi_y}{2}\right)$ — poziome-wzdłużne przemieszczenie węzłów przednich netto w funkcji kąta pochylania φ_y, wywołanego momentem $\mathbf{T}_2$,

$\delta_{xT}(\varphi_y) = -2\sin\frac{\varphi_y}{2}\left(b_T^*\cos\frac{\varphi_y}{2} - a_T\sin\frac{\varphi_y}{2}\right)$ — poziome-wzdłużne przemieszczenie węzłów tylnych netto w funkcji kąta pochylania φ_y, wywoływanego momentem $\mathbf{T}_2$,

$\delta_x(\mathbf{F}_2) = \frac{1}{2}(\Delta_{xP} + \Delta_{xT} - \delta_{xP} - \delta_{xT})$ — jednakowe dla wszystkich węzłów poziome-wzdłużne przemieszczenia netto, pod działaniem siły $\mathbf{F}_2$ w linii biegnącej przez pierwszy środek podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$,

$p_x = \delta_x\ \mathbf{F}_2$ — współczynnik poziomej-wzdłużnej translacyjnej podatności sprężystej.

Trzeci przypadek obciążania

Przykładana jest pionowa siła próbna $\mathbf{F}_3$, działająca poza płaszczyzną symetrii podwozia. Płaszczyznę działania siły, prostopadłą do płaszczyzny symetrii, wyznacza lokalizacja pierwszego środka podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$. Siła ta wywołuje pionowe przemieszczenie płaszczyzny węzłów δ_z z równoczesnym jej obrotem wokół osi x (przechylanie) φ_x i wokół osi z (odchylanie) φ_z. Obroty towarzyszące prostoliniowemu przemieszczaniu powodowane są przebiegiem linii działania siły z dala od środka obrotu przechylania i odchylania $\boldsymbol{O}_0$ i tym samym od pierwszego środka podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$ (oba środki leżą w płaszczyźnie symetrii podwozia). Położenie tej linii (dane wymiarem y_Q - Rys.4) powinno być tak dobrane, by kierunek dodatni siły (zgodny ze zwrotem osi z) wywoływał również dodatni jej moment względem środka obrotu $\boldsymbol{O}_0$ (o kierunku przeciw-zegarowym na Rys.4) i tym samym dodatni kąt przechylania φ_x. Mierzone są i rejestrowane trzy składowe przemieszczeń wszystkich węzłów z uwzględnieniem ich znaków.

Na podstawie zarejestrowanych danych pomiarowych obliczane są kąty przechylania i odchylania, z równoczesnym wyznaczaniem przebiegu funkcji $\varphi_x(\mathbf{F}_3)$ i $\varphi_z(\mathbf{F}_3)$; przy wykorzystaniu zależności:

$$\sin\frac{\varphi_x}{2} = \frac{\sqrt{\Delta_{zC} - \Delta_{zA} + \Delta_{zD} - \Delta_{zB}}}{2\sqrt{h}}, \quad \sin\frac{\varphi_z}{2} = \frac{\sqrt{-\delta_{xA} + \delta_{xC} - \delta_{xB} + \delta_{xD}}}{2\sqrt{l}},$$

gdzie:

l, h — rozstawienie w poziomie i w pionie (w mm) przednich i tylnych węzłów (Rys.4 i 5); wymiary dane z geometrii podwozia;

δ_{xA}, δ_{xB}, δ_{xC}, δ_{xD} — przemieszczenia poziome-wzdłużne węzłów w funkcji siły $\mathbf{F}_3$, pod wpływem przechylania φ_x i odchylania φ_z, mierzone bezpośrednio,

$\Delta_{zA} = \delta_{zA} + \delta_z$, $\Delta_{zB} = \delta_{zB} + \delta_z$, $\Delta_{zC} = \delta_{zC} + \delta_z$, $\Delta_{zD} = \delta_{zD} + \delta_z$ — przemieszczenia pionowe węzłów brutto (dwuskładnikowe), mierzone bezpośrednio,

gdzie:

$\delta_z = p_z\mathbf{F}_3$ — jednakowe dla wszystkich węzłów przemieszczenia pionowe netto, pod działaniem siły $\mathbf{F}_3$ w linii biegnącej przez pierwszy środek podatności $\boldsymbol{Q}_\bullet$,

δ_{zA}, δ_{zB}, δ_{zC}, δ_{zD} — przemieszczenia pionowe węzłów netto pod wpływem przechylania φ_x i odchylania φ_z.

Z różnicy mierzonych przemieszczeń pionowych brutto w funkcji siły $\mathbf{F}_3$ obliczane są różnice przemieszczeń netto, powstałych pod wpływem przechylania i odchylania: $\Delta_{zC} - \Delta_{zA} = -\delta_{zA} + \delta_{zC}$, $\Delta_{zD} - \Delta_{zB} = -\delta_{zB} + \delta_{zD}$.

*

Uzyskane z dotąd przeprowadzonych pomiarów dane pozwalają na dokonanie następujących obliczeń:

$\delta_z = p_z \mathbf{F}_3$ — jednakowe dla wszystkich węzłów przemieszczenia pionowe netto, pod działaniem siły $\mathbf{F}_3$, w linii biegnącej przez pierwszy środek podatności $\boldsymbol{Q}_o$ (obliczane na podstawie znalezionego w pierwszych i drugich pomiarach współczynnika podatności translacyjnej p_z);

$\mathbf{T}_3 = y_Q \mathbf{F}_3$ — moment przechylania w funkcji siły $\mathbf{F}_3$,

$\delta_{zA} = \Delta_{zA} - \delta_z$, $\delta_{zB} = \Delta_{zB} - \delta_z$, $\delta_{zC} = \Delta_{zC} - \delta_z$, $\delta_{zD} = \Delta_{zD} - \delta_z$ — przemieszczenia pionowe netto w funkcji siły $\mathbf{F}_3$, powstałe w skutek przechylania φ_x i odchylania φ_z,

$$c_P = \frac{1}{4}\left\{-\delta_{xA}\left(\operatorname{ctn}^2\frac{\varphi_z}{2}+2\right)+\delta_{yA}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_z}{2}-\delta_{zA}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_x}{2}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_z}{2}\right\}$$ — odległość w poziomie od węzłów przednich środka obrotu przechylania i odchylania $\boldsymbol{O}_o$ i tym samym - drugiego środka podatności $\boldsymbol{Q}_o$ (Rys.5),

$$c_T = \frac{1}{4}\left\{\delta_{xC}\left(\operatorname{ctn}^2\frac{\varphi_z}{2}+2\right)-\delta_{yC}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_z}{2}+\delta_{zC}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_x}{2}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_z}{2}\right\}$$ — odległość w poziomie od węzłów tylnych środka obrotu przechylania i odchylania $\boldsymbol{O}_o$ i tym samym - drugiego środka podatności $\boldsymbol{Q}_o$ (Rys.5); $c_P + c_T = l$;

$$d_P^* = \frac{1}{4}\left\{-\delta_{xA}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_x}{2}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_z}{2}-\delta_{yA}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_x}{2}-\delta_{zA}\left(\operatorname{ctn}^2\frac{\varphi_x}{2}+2\right)\right\}$$ — odległość w pionie od węzłów przednich środka obrotu przechylania i odchylania $\boldsymbol{O}_o$ (Rys.4),

$$d_T^* = \frac{1}{4}\left\{\delta_{xC}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_x}{2}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_z}{2}+\delta_{yC}\operatorname{ctn}\frac{\varphi_x}{2}+\delta_{zC}\left(\operatorname{ctn}^2\frac{\varphi_x}{2}+2\right)\right\}$$ — odległość w pionie od węzłów tylnych środka obrotu $\boldsymbol{O}_o$ (Rys.4); $d_P^* + d_T^* = h$;

$q_x = \varphi_x/\mathbf{T}_3$, $q_{xz} = \varphi_z/\mathbf{T}_3$ — współczynniki - zgodny i niezgodny - podatności sprężystej przechylania (ponieważ w przypadku tym $\mathbf{T}_3 \equiv \mathbf{T}_x$, zaś $\mathbf{T}_z \equiv 0$).

Czwarty przypadek obciążania

Przykładana jest pozioma-poprzeczna siła próbna $\mathbf{F}_4$. Płaszczyznę działania siły, prostopadłą do płaszczyzny symetrii, wyznacza lokalizacja środka obrotów przechylania i odchylania $\boldsymbol{O}_o$. Siła ta wywołuje poziome-boczne przemieszczenia płaszczyzny węzłów δ_y z równoczenym jej obrotem wokół osi x (przechylanie) φ_x i wokół osi z (odchylanie) φ_z. Obroty towarzyszące prostoliniowemu przemieszczaniu powodowane są przebiegiem linii działania siły z dala od drugiego

środka podatności Q_o. Położenie tej linii (dane wymiarem d - Rys.6) powinno być tak dobrane, by kierunek dodatni siły (zgodny ze zwrotem osi y) wywoływał również dodatni jej moment względem środka podatności Q_o (o kierunku przeciw-zegarowym na Rys.6) i tym samym dodatni kąt przechylania φ_x. Mierzone są i rejestrowane trzy składowe przemieszczeń wszystkich węzłów z uwzględnieniem ich znaków.

Na podstawie zarejestrowanych danych pomiarowych obliczane są kąty przechylania i odchylania, z równoczesnym wyznaczaniem przebiegu funkcji $\varphi_x(\mathbf{F}_4)$ i $\varphi_z(\mathbf{F}_4)$; przy wykorzystaniu zależności:

$$\sin\frac{\varphi_x}{2}=\frac{\sqrt{-\delta_{zA}+\delta_{zC}-\delta_{zB}+\delta_{zD}}}{2\sqrt{h}},\quad \sin\frac{\varphi_z}{2}=\frac{\sqrt{-\delta_{xA}+\delta_{xC}-\delta_{xB}+\delta_{xD}}}{2\sqrt{l}},$$

gdzie:

l, h — rozstawienie w poziomie i w pionie (w mm) przednich i tylnych węzłów (Rys.4, 5 i 6); wymiary dane z geometrii podwozia;

δ_{xA}, δ_{xB}, δ_{xC}, δ_{xD} — przemieszczenia poziome-wzdłużne węzłów w funkcji siły $\mathbf{F}_4$, pod wpływem przechylania φ_x i odchylania φ_z, mierzone bezpośrednio,

δ_{zA}, δ_{zB}, δ_{zC}, δ_{zD} — przemieszczenia pionowe węzłów w funkcji siły $\mathbf{F}_4$, pod wpływem przechylania φ_x i odchylania φ_z, mierzone bezpośrednio.

*

Zebrane z dotychczasowych pomiarów dane pozwalają na obliczenie przemieszczeń poziomych-bocznych netto, powstałych w skutek przechylania i odchylania, które nie zostały pomierzone bezpośrednio:

$$\delta_{yA}=2\sin\frac{\varphi_z}{2}\left(c_P\cos\frac{\varphi_z}{2}-\frac{w_P}{2}\sin\frac{\varphi_z}{2}\right)-2\sin\frac{\varphi_x}{2}\left(d_P^*\cos\frac{\varphi_x}{2}+\frac{w_P}{2}\sin\frac{\varphi_x}{2}\right),$$

$$\delta_{yB}=2\sin\frac{\varphi_z}{2}\left(c_P\cos\frac{\varphi_z}{2}+\frac{w_P}{2}\sin\frac{\varphi_z}{2}\right)-2\sin\frac{\varphi_x}{2}\left(d_P^*\cos\frac{\varphi_x}{2}-\frac{w_P}{2}\sin\frac{\varphi_x}{2}\right),$$

$$\delta_{yC}=-2\sin\frac{\varphi_z}{2}\left(c_T\cos\frac{\varphi_z}{2}+\frac{w_T}{2}\sin\frac{\varphi_z}{2}\right)+2\sin\frac{\varphi_x}{2}\left(d_T^*\cos\frac{\varphi_x}{2}-\frac{w_T}{2}\sin\frac{\varphi_x}{2}\right),$$

$$\delta_{yD}=-2\sin\frac{\varphi_z}{2}\left(c_T\cos\frac{\varphi_z}{2}-\frac{w_T}{2}\sin\frac{\varphi_z}{2}\right)+2\sin\frac{\varphi_x}{2}\left(d_T^*\cos\frac{\varphi_x}{2}+\frac{w_T}{2}\sin\frac{\varphi_x}{2}\right),$$

gdzie: w_P, w_T — przednie i tylne poprzeczne rozmieszczenie wzłów (Rys.5 i Rys.6) dane z geometrii podwozia (w mm).

Obliczane są także następujące dalsze parametry:

$\delta_y=\Delta_{yA}-\delta_{yA}=\Delta_{yB}-\delta_{yB}=\Delta_{yC}-\delta_{yC}=\Delta_{yD}-\delta_{yD}$—przemieszczenie poziome-boczne netto, jednakowe dla wszystkich węzłów, pod działaniem siły $\mathbf{F}_4$ w linii biegnącej przez drugi środek podatności Q_o,

$p_y=\delta_y/\mathbf{F}_4$ — współczynnik poziomej-bocznej podatności translacyjnej;

$\mathbf{T}_4 = \mathbf{T}_x = \varphi_x / q_x$ — moment przechylania poziomej-bocznej siły próbnej $\mathbf{F}_4$, obliczany na podstawie znalezionego w pomiarach trzecich zgodnego współczynnika podatności sprężystej przechylania q_x (wzór ten jest ważny, gdy moment odchylania $\mathbf{T}_z = 0$ - tak jak to ma miejsce w tym przypadku),

$z_Q = \mathbf{T}_4 / \mathbf{F}_4$ — ramię poziomej siły próbnej $\mathbf{F}_4$ względem drugiego środka podatności Q_o (Rys.6),

$d_P = z_Q - d - h$, $d_T = z_Q - d$ — pozostałe parametry lokalizacji drugiego środka podatności Q_o (Rys.6);

Piąty przypadek obciążania

Przykładana jest pozioma-poprzeczna siła próbna $\mathbf{F}_5$, działająca w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny symetrii. Siła ta wywołuje poziome-boczne przemieszczenia płaszczyzny węzłów δ_y z równoczenym jej obrotem wokół osi x (przechylanie) φ_x i wokół osi z (odchylanie) φ_z. Obroty towarzyszące prostoliniowemu przemieszczaniu powodowane są przebiegiem linii działania siły z dala od drugiego środka podatności Q_o. Położenie tej linii (dane wymiarami d - Rys.6 i x_Q - Rys.5) powinno być tak dobrane, by kierunek dodatni siły (zgodny ze zwrotem osi y) wywoływał również dodatni jej moment $\mathbf{T}_x$ względem środka podatności Q_o (o kierunku przeciw-zegarowym na Rys.6) i tym samym dodatni kąt przechylania φ_x oraz dodatni moment $\mathbf{T}_z$ względem tegoż środka Q_o (o kierunku zegarowym na Rys.5) i tym samym dodatni kąt odchylania φ_z. Mierzone są i rejestrowane trzy składowe przemieszczeń wszystkich węzłów z uwzględnieniem ich znaków.

Na podstawie zarejestrowanych danych pomiarowych obliczane są kąty przechylania i odchylania, z równoczesnym wyznaczeniem przebiegu funkcji $\varphi_x(\mathbf{F}_5)$ i $\varphi_z(\mathbf{F}_5)$; przy wykorzystaniu tych samych zależności, co w obliczeniach do pomiarów czwartych.

Dalsze parametry obliczane na podstawie danych pomiarowych i uzyskanych wcześniej rezultatów, to:

$\mathbf{T}_x = z_Q \mathbf{F}_5$ — moment przechylania rozwijany przez siłę $\mathbf{F}_5$,

$\mathbf{T}_z = x_Q \mathbf{F}_5$ — moment odchylania wywołany siłą $\mathbf{F}_5$,

$q_z = (\varphi_z - \mathbf{T}_x q_{xz}) / \mathbf{T}_z$ — zgodny współczynnik podatności sprężystej odchylania, obliczany na podstawie znalezionego w pomiarach trzecich niezgodnego współczynnika podatności przechylania q_{xz} ,

$q_{zx} = (\varphi_x - \mathbf{T}_x q_x)/\mathbf{T}_z$ — niezgodny współczynnik podatności sprężystej odchylania, obliczany na podstawie znalezionego w pomiarach trzecich zgodnego współczynnika podatności przechylania q_x.

Dwie ostatnie zależności wynikają z następujących dwóch podstawowych równań opisujących tensor podatności uchylnej w płaszczyźnie xz:

$$\varphi_x = \mathbf{T}_x q_x + \mathbf{T}_z q_{zx} \quad \wedge \quad \varphi_z = \mathbf{T}_z q_z + \mathbf{T}_x q_{xz}.$$

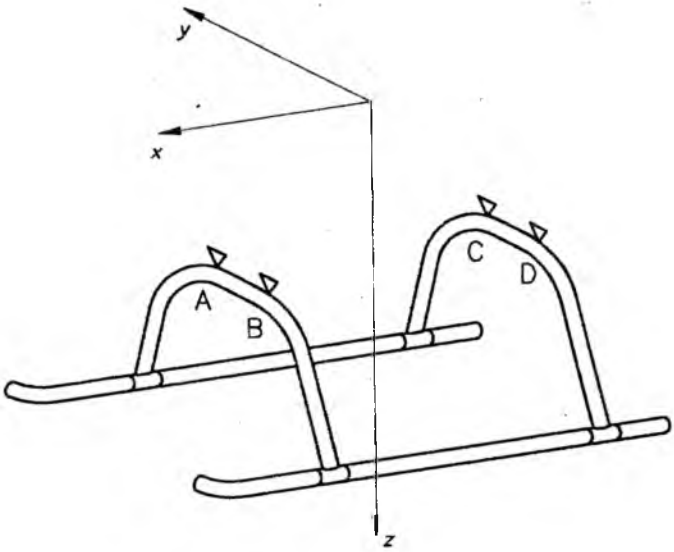
Kilka uwag końcowych

Najistotniejszym zagadnieniem w przedstawionej tu w zarysie procedurze pomiarowo-obliczeniowej jest sposób i dokładność pomiaru przemieszczeń węzłów. Sposób powinien być tak opracowany, by zabudowa czujników przemieszczeń na stanowisku zapewniała niezależny pomiar z odpowiednim znakiem każdej z trzech składowych przemieszczeń wszystkich węzłów mocowania, w kierunkach skorelowanych z przyjętym tu, nieruchomym układem odniesienia. Równie ważna jest dokładność pomiaru przemieszczeń. Przeprowadzona symulacja komputerowa wykazała, że pomiar przemieszczeń z dokładnością do 0.1 mm (kiedy ich maksymalne wartości osiągają co najwyżej kilkanaście mm) zapewnia uzyskanie rezultatów końcowych z błędem nie przekraczającym 3%.

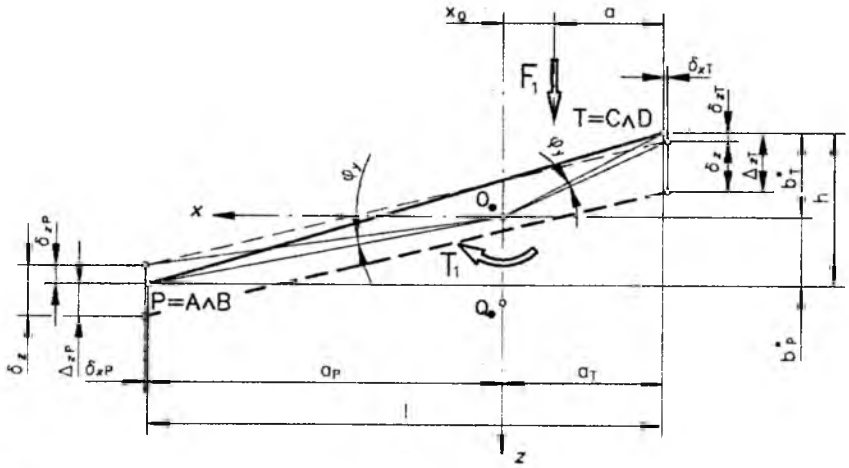
Maksymalne wartości sił próbnych trzeba dobierać indywidualnie dla każdego z pięciu przypadków obciążenia i dla każdego - z przyjętych w pomiarach - położenia równowagi statycznej. Położenia tej równowagi zdeterminowane są wypadkową siłą nacisku płóz na podłoże, której wartość i linię działania trzeba dobierać tak, jak to wynika z różnicy siły ciężkości - zaczepionej w środku masy śmigłowca i siły nośnej - zaczepionej w piaście wirnika. Pionowa siła próbna w pierwszym i trzecim przypadku może osiągać do ±30% wartości wypadkowej siły nacisku płóz na podłoże, jeśli w tych warunkach nie nastąpi jeszcze boczny poślizg płóz. Poziome siły próbne w drugim, czwartym i piątym przypadku, nie powinny przekraczać wartości, przy których następuje wzdłużny poślizg płóz; co zależy oczywiście od rodzaju podłoża.

Literatura

1. BOJANOWSKI J.:*Tensorowy model podatności śmigłowcowego podwozia płozowego.* Prace Instytutu Lotnictwa 1/1998 (152), str.78 ÷ 92.

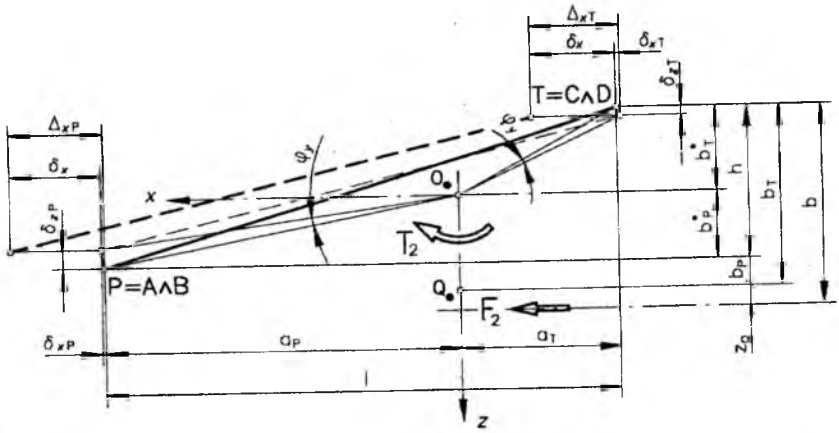


Rys.1
Schemat struktury prętowej podwozia słozowego.



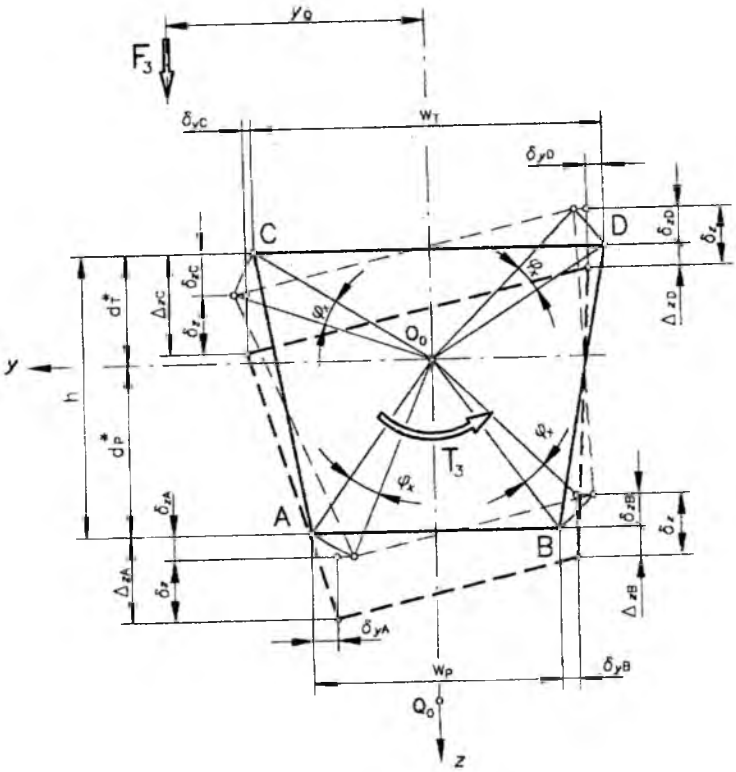
Rys.2

Płaszczyzna węzłów w widoku bocznym. Pionowa siła próbna $\mathbf{F}_1$ działa w płaszczyźnie symetrii podwozia i rozwija na ramieniu x_Q względem środka podatności Q_*, moment pochylania $\mathbf{T}_1$.



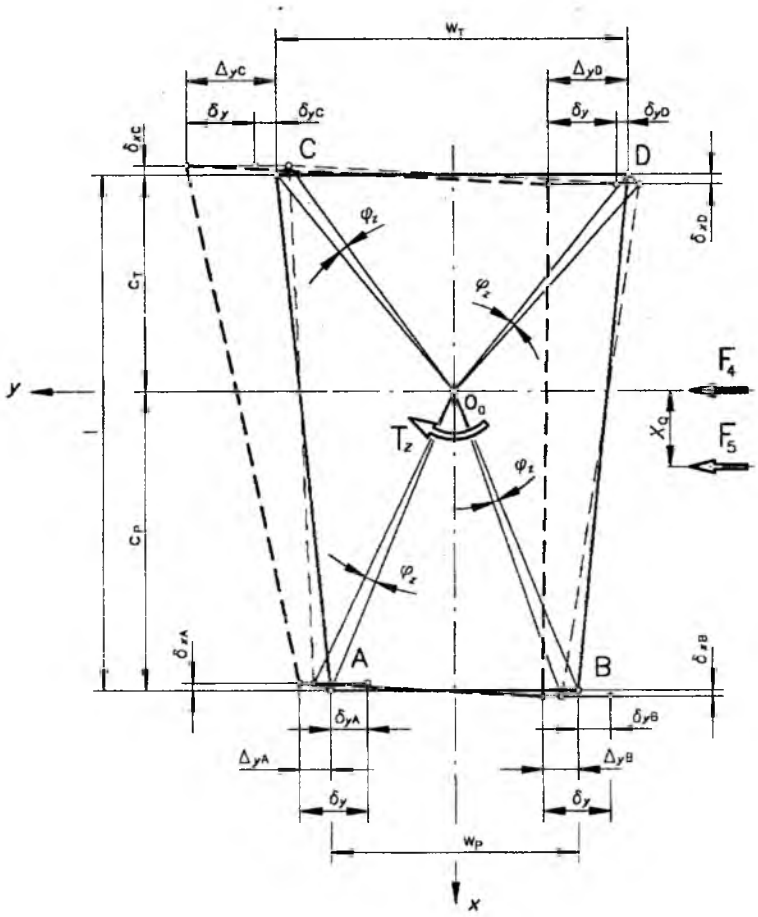
Rys.3.

Płaszczyzna węzłów w widoku bocznym. Pozioma-wzdłużna siła próbna $\mathbf{F}_2$ działa w płaszczyźnie symetrii podwozia i rozwija na ramieniu z_Q względem środka podatności $Q_\bullet$, moment pochylania $\mathbf{T}_2$.



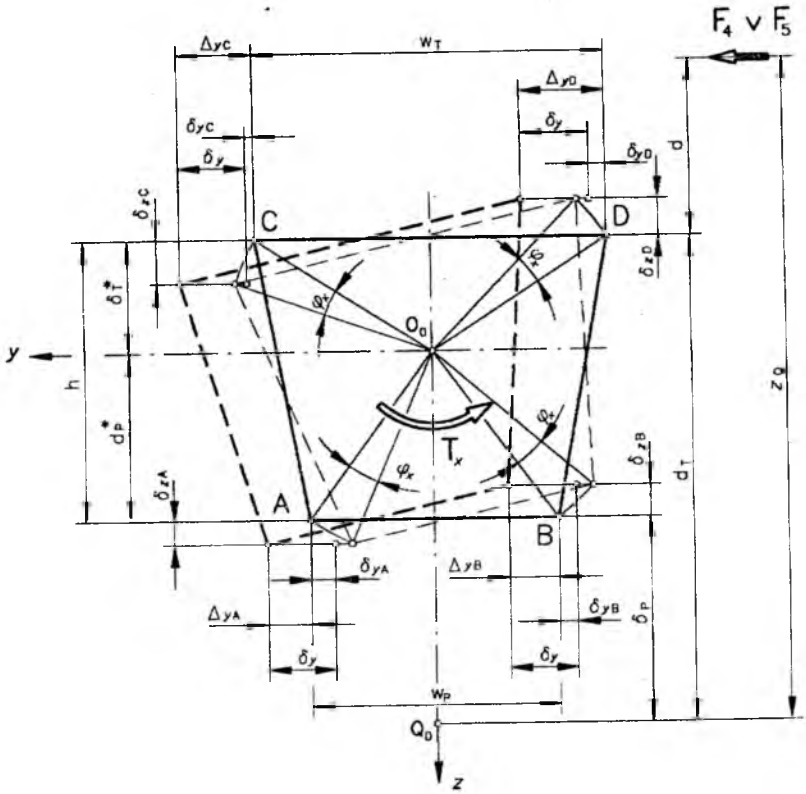
Rys.4

Płaszczyzna węzłów w widoku z przodu. Pionowa siła próbna $\mathbf{F}_3$ działa w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny symetrii (wyznaczonej położeniem środka $Q_\bullet$ - nie pokazanego na rysunku) i rozwija na ramieniu y_Q względem środka podatności Q_0, moment przechylania $\mathbf{T}_3$.



Rys.5

Płaszczyzna węzłów w widoku z góry. Pozioma-poprzeczna siła próbna $\mathbf{F}_4$ działa w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny symetrii – wyznaczonej położeniem środka $\boldsymbol{O}_0$. Moment odchylania tej siły względem środka podatności $\boldsymbol{Q}_0$ (który pokrywa się na rysunku ze środkiem obrotu $\boldsymbol{O}_0$) jest $\mathbf{T}_z = 0$. Pozioma-poprzeczna siła próbna $\mathbf{F}_5$ działa w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny symetrii – wyznaczonej wymiarem x_Q. Moment odchylania tej siły względem środka $\boldsymbol{Q}_0$ jest $\mathbf{T}_z = x_Q \mathbf{F}_5$.



Rys.6

Płaszczyzna węzłów w widoku z przodu. Pozioma-poprzeczna siła próbna $\mathbf{F}_4$ działa w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny symetrii – wyznaczonej położeniem środka O_0. Pozioma-poprzeczna siła próbna $\mathbf{F}_5$ działa w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny symetrii – wyznaczonej wymiarem x_Q (pokazanym na Rys.5). Obie siły rozwijają na ramieniu z_Q względem środka Q_0, taki sam moment przechylania.

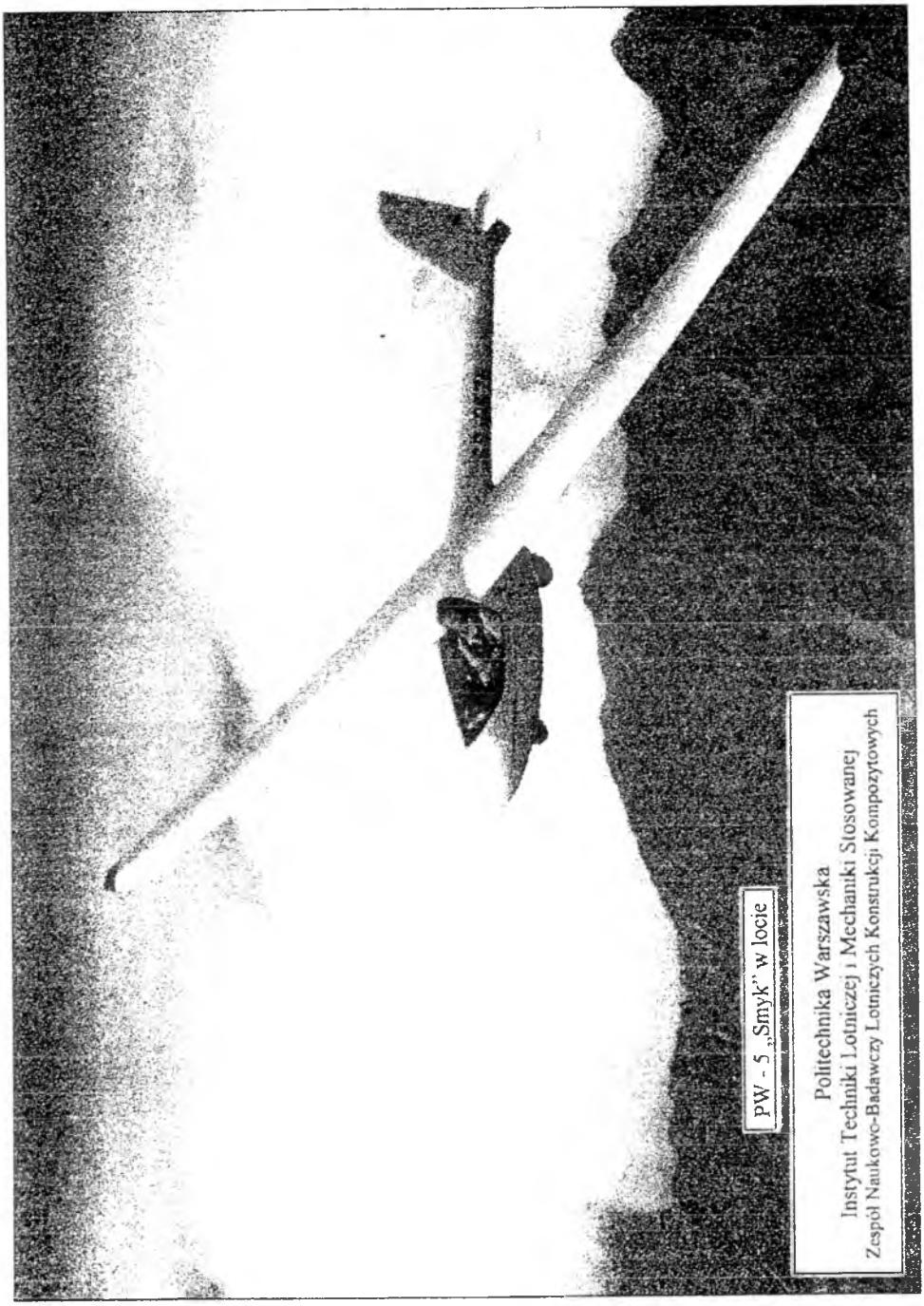
SPECIALISED MEASUREMENT PROGRAM FOR DETERMINING ALL PARAMETERS OF COMPLIANCE TENSOR OF COMPLETE SKI LANDING GEAR

JERZY BOJANOWSKI, JANUSZ PASIERSKI

Warsaw University of Technology, Institute of Aeronautics and Applied Mechanics

The application program, presented in this work, is dedicated to determining parameters of compliance tensor for a complete ski landing gear under the action of forces (tensor of translative compliance), and the compliance tensor under the action of moments (tensor of angular compliance). The parameters are computed on the basis of dislocations measured, under a controlled load, in four nodes joining the fuselage and the landing gear. To exert the load, it is necessary to apply some testing forces, for whom spatial situation of the line of action must be known. However, there is no need to apply the load in the form of a pure moment, which seems to be a meaningful benefit.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA



Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

STEROWANIE I NAWIGOWANIE SAMOLOTEM PRZY WYKORZYSTANIU GLOBALNEGO SYTEMU NAWIGACJI SATELITARNEJ

WŁODZIMIERZ BRUSOW [1]
DMITRIJ MARKIN [2]
NIKOŁAJ MARKIN [2]

[1] *Zakład Samolotów, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów*
[2] *Moskiewski Państwowy Instytut Lotniczy, Moskwa, Rosja*

W pracy omówiono problemy związane z coraz szerszym stosowaniem systemów nawigacji globalnej korzystającej z satelitarnych systemów GPS i GLONASS. Pokazano możliwości integracji systemów z urządzeniami naziemnymi i oprzyrządowaniem pomiarowym na pokładzie samolotu. Wskazano również niecelowość rozszerzania wektora mierzonych parametrów z uwagi na iluzoryczną poprawę dokładności nawigacji.

Wykorzystywanie odbiorników globalnego sytemu satelitarnego GPS pozwala z dokładnością do dziesiątków metrów określać wysokość i prędkość lotu oraz geograficzne współrzędne samolotu. Taka dokładność jest wystarczająca do rozwiązywania zadań nawigacji w etapie przelotu i do wykonania manewru podejścia do lądowania do wysokości *200* [m]. W związku z ograniczonymi możliwościami jednoczesnej obserwacji *4* satelitów, niezawodność wykorzystywania systemu wynosi *0.99* dla wykonania niezbędnych obliczeń w komputerze odbiornika.

Udoskonalanie systemu nawigacji satelitarnej współcześnie idzie w trzech kierunkach. Pierwszy kierunek polega na udoskonalaniu oprzyrządowania satelitów, rozwój systemów aparatów kosmicznych i integrowaniu stosowanych systemów GPS i GLONASS, opracowanych w USA i Rosji, bez istotnych nakładów ze strony użytkowników [1]. Drugi kierunek dotyczy rozwoju struktury urządzeń naziemnych drogą tworzenia regionalnych i lokalnych różnicowych systemów

[1] *ul. W. Pola 2, 35-021 Rzeszow, e-mail: vsbrusow@prz.rzeszow.pl*

lokalizacyjnych. Systemy te opracowują zainteresowane firmy i organizacje w celu podwyższenia dokładności określania współrzędnych uzyskiwanej dzięki dużej liczbie użytkowników w wybranym rejonie. Trzeci kierunek obejmuje rozwój pokładowych systemów na bazie nowocześniejszych odbiorników i systemów przedstawiania informacji, podwyższenie dokładności drogą kompleksowej obróbki informacji różnych przyrządów pomiarowych, rozszerzenie otrzymywanej informacji na podstawie kątowego położenia samolotu, przy wykorzystaniu fazowej demodulacji (w przypadku zastosowania czterech odbiorników).

W pracy rozpatrywane są podstawowe problemy, które należy uwzględniać przy wyborze klasy i wariantu odbiornika globalnego sytemu lokalizacji, celowości opracowania systemu kompleksowej obróbki informacji przy wykorzystaniu danych różnych przyrządów pomiarowych.

1. Wymagania dla układów nawigacji i sterowania, kosztowe charakterystyki systemów pokładowych.

Sterowanie i nawigacja samolotu obejmuje rozwiązanie zadań stabilizacji ruchu kątowego i przeciążeń, wysokości lotu, zadanej linii drogi i kierunku, wykonania manewrów startowych, wznoszenia i lądowania. Wykonywanie lotów na międzynarodowych trasach powietrznych wymaga bardzo dokładnego utrzymywania zadanej trasy i poziomu, zapewnienie wysokiej dokładności czasu przybycia do lotniska przeznaczenia i podejścia do lądowania.

Przy opracowywaniu naziemnych i pokładowych urządzeń wykorzystujących satelitarne systemy różnicowe uwzględnia się wymagania określone dla lotnictwa cywilnego w drugiej i trzeciej kategorii ICAO [2]. Wymagania te obejmują zagadnienia określenia obszaru i warunków bezpiecznego stosowania odbiornika GPS, bieżącej kontroli zdolności do pracy i wykonania swojego funkcjonalnego przeznaczenia oraz bieżącej dokładności określenia współrzędnych.

Tabela 1. Ceny typowych przyrządów i wyposażenia samolotu.

System	Koszt, dolar USA
System przyrządów pilotażowych	260 000
System kursu i pionu	90 000
System powietrznych sygnałów	150 000
Meteorologiczny RLS	80 000
Autopilot	370 000
Radiowysokościomierz	15 000
Automatyczny kompas (dublowany)	21 000
System optymalizacji reżimów lotu (dublowany)	100 000

Wymagania dotyczące dokładności określenia współrzędnych zależą od specyfiki etapu lotu i mogą zmieniać się od kilkuset metrów na etapie przelotu, do dziesiątków metrów na podejściu do lądowania i części metra przy zetknięciu kół samolotu z pasem startowym.

Oceny porównawcze celowości wykorzystywania droższych odbiorników GPS oraz prace naukowo-badawcze i doświadczalno-konstrukcyjne zmierzające do udoskonalenia struktury informacyjnej systemów samolotu, w tym systemu obróbki rezultatów pomiarów, mogą być realizowane dla różnych systemów. Do sterowania samolotem mogą być wykorzystywane typowe przyrządy i wyposażenie, których orientacyjne ceny przedstawiono w tabeli 1.

W USA i w Rosji opracowano globalne systemy nawigacji satelitarnej GPS i GLONASS, które zgodnie z dwustronnym porozumieniem, podpisanym w 1988 r., dostępne są do wspólnego wykorzystywania w lotnictwie cywilnym [3]. Od 1989 odbiorniki GPS przekazano do komercyjnego użytku dla szerokiego kręgu odbiorców.

Oba systemy wykorzystują fundamentalne idee określania współrzędnych samolotu na podstawie pomiaru odległości od satelitów do określenia ich położenia w przestrzeni, zapewnienia dokładnego sprzężenia czasowego i kompensacji błędów. System nawigacji satelitarnej łączy w jeden system zbiór sztucznych satelitów ziemi, sieć naziemnych stacji śledzących i sterujących satelitami i nieograniczoną liczbę odbiorników-komputerów.

Odbiorniki na pokładzie samolotu umożliwiają odbiór i obróbkę dużej ilości informacji pozwalających obliczać długość i szerokość geograficzną, wysokość nad poziomem morza, trzy składowe prędkości, dokładny czas (z błędem w normalnych warunkach nie większym niż *0.1* [s]), rzeczywisty kąt drogi. Załoga otrzymuje informacje wykorzystując system wskaźnikowy.

Wykorzystanie systemu nawigacji satelitarnej pozwala określać współrzędne samolotu nad rejonami z małą gęstością zaludnienia i słabo rozwiniętym systemem naziemnych pomocy nawigacyjnych. Przy wyborze klasy odbiornika, jego charakterystyk i oceny prawdopodobieństwa otrzymania informacji nawigacyjnej należy uwzględniać stan zgrupowania satelitów, możliwości centrum kierowania oraz dodatkowe możliwości uzyskane dzięki stacjom regionalnym i lokalnym.

2. Rozwój orbitalnych systemów aparatów kosmicznych

Orbitalne segmenty systemów GPS i GLONASS [1] składają się w pełnym zestawie z 24 aparatów kosmicznych każdy. Niezawodność pracy systemów nawigacji satelitarnej zależy od niezawodności pracy pojedynczych satelitów, kompletności zgrupowania i liczby satelitów dostępnych do obserwacji w konkretnym momencie i położeniu samolotu. W USA i Rosji opracowano aparaty kosmiczne z obliczeniowym okresem służby odpowiednio 7 i 5 lat mających wy-

mienić egzemplarze zużyte w sposób nie zakłócający funkcjonowania systemów. Według ocen specjalistów najpełniejszą jest grupa satelitów GPS, która na przestrzeni ostatnich kilku lat liczy od 20 do 21 aparatów kosmicznych. Grupa systemu GLONASS w 1996 r. składała się z 24 satelitów, ale obecnie jest rozrzedzona i liczba pracujących satelitów zmienia się w przedziale od 12 do 16. Trudności, spowodowane ekonomicznymi przemianami w Rosji, nie pozwalają zagwarantowanie pełnego składu kosmicznego segmentu systemu.
Do wyznaczenia współrzędnych samolotu w przestrzeni trójwymiarowej należy obserwować nie mniej niż cztery satelity. System GPS pozwala w obszarze małych i średnich szerokości geograficznych obserwować nie mniej niż 4 satelity z prawdopodobieństwem *0.99*. Analogiczna charakterystyka prawdopodobieństwa dla systemu GLONASS jest rzędu *0.98* [3]. Dla odbiorników, zaprojektowanych do współpracy z oboma systemami teoretyczny wskaźnik wynosi *0.9998*, ale równoległe wykorzystywanie pomiarów z wykorzystaniem obu systemów jest możliwe z prawdopodobieństwem *0.97*. W obszarze szerokości powyżej *50* [°] charakterystyki obserwowalności satelitów GLONASS są lepsze niż satelitów GPS z powodu wyboru orbit z większym nachyleniem.

Te okoliczności warunkują zainteresowanie zintegrowanym systemem wykorzystania obu grup satelitów. Kompleksowe wykorzystywanie GPS i GLONASS pozwala na równi z podwyższeniem niezawodności nawigacji podwyższyć dokładność wyznaczania współrzędnych. W tab. 2 przedstawiono rezultaty porównania dokładności dla różnych konfiguracji globalnego systemu otrzymane w laboratoriach Lincolna (USA) [3,4].

Tab. 2. Charakterystyki dokładności wyznaczania współrzędnych.

System wyznaczania współrzędnych	Błąd w płaszczyźnie poziomej [m] z prawdopodobieństwem *0.95*	Błąd wysokości [m] z prawdopodobieństwem *0.95*
GPS	*72*	*135*
GPS przy selektywnym korzystaniu z satelitów	*18*	*34*
GLONASS	*26*	*45*
GPS + GLONASS	*20*	*38*

2. Rozwój naziemnych środków systemów nawigacji globalnej

Naziemne środki niezbędne do sprawnej pracy globalnych systemów nawigacji składają się z naziemnego systemu kierowania oraz sieci stacji śledzenia i kierowania. Urządzenia te zapewniają autonomiczną pracę odbiorników umoż-

liwiając określenie bezwzględnych współrzędnych samolotu z powierzchni ziemi. W większości przypadków w nawigacji wymaga się znajomości nie bezwzględnych współrzędnych geograficznych, lecz współrzędnych względem pewnego, dokładnie punktu - repera na powierzchni ziemi. Odbiornik klasy geodezyjnej, umiejscowiony w reperze, może być wykorzystany dla określenia współrzędnych względnych. Błędy określenia współrzędnych spowodowane wpływem jonosfery i pogody nad danym rejonem ziemi, mogą być zmniejszone z dziesiątków do pojedynczych metrów. Takie urządzenia nazwane są różnicowymi i mogą ubezpieczać złożone manewry lądowania samolotu i lot w pobliżu lotnisk z o dużym natężeniu ruchu lotniczego.

Opracowanie różnicowych systemów nawigacji satelitarnej i odpowiedniego oprzyrządowania pokładowego samolotu może być realizowane siłami oddzielnych firm mając na celu rozwój sieci regionalnych. Perspektywiczną wydaje się być koncepcja pojedynczego systemu różnicowego, przyjęta w Rosji w marcu 1996 roku [2, 3]. Koncepcja przewiduje hierarchiczną strukturę w skład której wchodzą szerokostrefowe, regionalne i lokalne systemy różnicowe. Szerokostrefowe systemy różnicowe przeznaczone do określenia współrzędnych samolotów w odległościach do *2000* [km] z dokładnością do *10* [m]. Regionalne systemy różnicowe pozwalające określać współrzędne względne z dokładnością do *3* [m] na odległość do *500* [km]. Lokalne systemy różnicowe, rozłożone w okolicach lotnisk, zapewniające decymetrową dokładność na odległość do *100* [km].

Lądowanie samolotu jednym z najbardziej odpowiedzialnych etapów lotu, szczególnie w trudnych warunkach meteorologicznych. Współcześnie istniejące oprzyrządowanie lotniskowe nie zapewnia ich wykonania z wymaganą dokładnością i niezawodnością. Stworzone współcześnie satelitarne systemy lądowania samolotów i śmigłowców, bazujące na lokalnych satelitarnych systemach różnicowych, pomyślnie rozwiązują ten problem i po wszechstronnych badaniach będą mogły się stać podstawą systemów lądowania.

4. Wyposażenie pokładowe samolotów przy korzystaniu z GPS

Wykorzystanie GPS wymaga umieszczenia na pokładzie samolotu urządzenia antenowego, wysokoczęstotliwościowego kanału odbioru, urządzeń do matematycznej obróbki przyjętych sygnałów, komputera o dużej szybkości działania i dużej pamięci, urządzenia sprzęgającego z automatycznym systemem sterowania i nawigacji samolotu oraz czujników.

Współczesne nawigacyjne odbiorniki GPS w półautomatycznym reżimie pracy wykonują zadania nawigatora według planu przedlotowego i sterowania

w locie. W zależności od przeznaczenia odbiornika jego wbudowany komputer rozwiązuje szereg zadań serwisowych. Są to:

- ochrona i podawanie informacji o warunkach nawigacji w okolicach portów lotniczych,
- łączność przy pomocy standardowych łącz z zewnętrznym wyposażeniem i środkami obliczeniowymi oraz praca w środowisku różnych systemów nawigacyjnych i informacyjnych,
- zbieranie i obróbka statystyczna w pamięci wewnętrznej odbiornika rezultatów pomiarów,
- wykonywanie pomocniczych operacji kontrolnych odbiornika oraz zmiana warunków odbioru sygnałów satelitarnych,
- odtwarzanie informacji z urządzeń czujnikowych i dialogowy interfejs z operatorem.

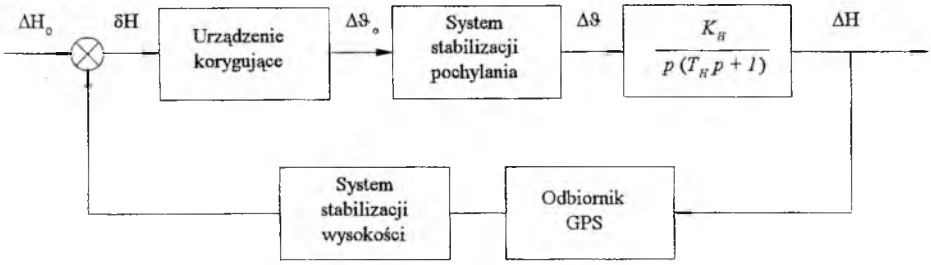
Odbiór danych z częstotliwością *1* [GHz] dla systemu GPS i 2 [GHz] dla systemu GLONASS warunkuje potrzebę wspólnej obróbki danych systemu GPS i rezultatów pomiarów z urządzeń pilotażowych i systemu sygnałów aerodynamicznych. Ta właściwość uzasadnia opracowanie systemu obróbki informacji w czasie rzeczywistym z uwzględnieniem różnej dyskretyzacji podawania informacji z systemu GPS i GLONASS, czujników inercyjnych, czujników kątów natarcia i ślizgu oraz dajnika ciśnienia dynamicznego.

Rozmieszczenie na pokładzie samolotu czterech anten odbiorczych i odpowiedniego zestawu odbiorników zapewnia możliwość określenia wg danych GPS kątowych współrzędnych samolotu : kąta pochylenia, przechylenia i ślizgu drogą fazowej demodulacji sygnałów. Sprzyjającymi czynnikami ułatwiającymi rozwiązanie takiego zadania są duże liniowe wymiary bazy pomiarowej i małe prędkości ruchu kątowego. Jednocześnie pojawiają się trudności z powodu wpływu niejednoznaczności w ocenie fazowego przemieszczania między różnymi odbiornikami oraz uwzględnieniem deformacji. Badania na latających laboratoriach wskazują, że przy równoczesnym wykorzystaniu systemu GPS i GLONASS osiągana jest dokładność rzędu *0.1 - 0.25* [°] w pomiarach kątowych współrzędnych samolotu.

5. Wykorzystanie GPS do zadań sterowania i nawigacji.

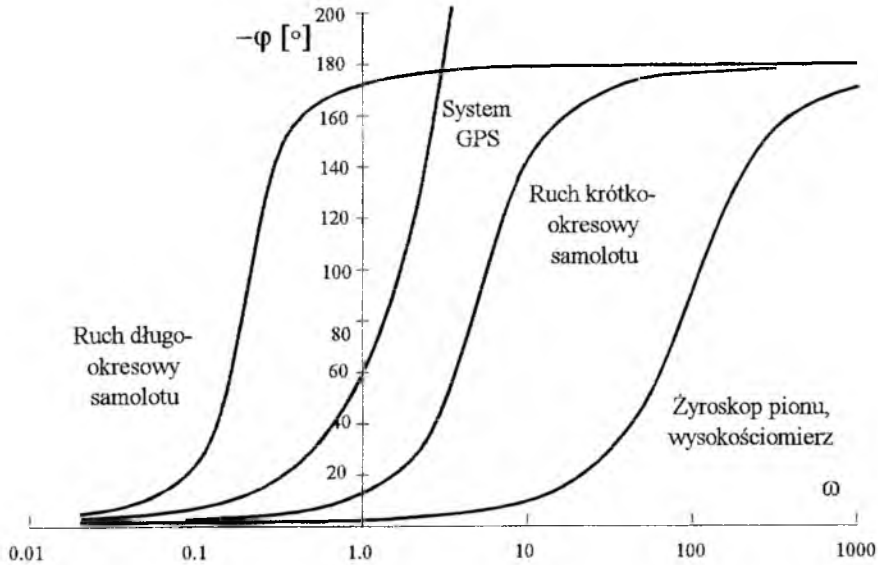
Stosowanie GPS w systemach stabilizacji wysokości kursu lub linii drogi można odbywać się w trybie półautomatycznym lub automatycznym. W trybie półautomatycznym odbiornik GPS wykorzystuje się w urządzeniach ustalania poziomu lotu, kursu i stabilizacji wysokości lotu lub kąta kursowego z równoczesnym wykorzystaniem wysokościomierza barometrycznego.

W trybie automatycznym konieczne jest sprzężenie aparatury GPS z elementami układu sterowania. Przykład strukturalnego schematu zewnętrznego konturu stabilizacji wysokości pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Schemat układu stabilizacji wysokości z wykorzystaniem satelitarnego systemu GPS do pomiaru wysokości

Transmitancję odbiornika GPS opisuje się członem opóźnieniającym $W_{GPS}(p) = e^{-\tau p}$. Wartość stałej czasowe przy wykorzystaniu GPS wynosi $\tau = 1$ [s]. Przy wykorzystaniu systemu GLONASS i równoczesnym wykorzystaniu systemów GPS i GLONASS $\tau = 0.5$ [s]. W przypadku obróbki danych z wykorzystaniem pomiarów wysokościomierza barometrycznego stała przyjmuje wartość $\tau = 0.01$ [s].



Rys. 2. Charakterystyki fazowe elementów systemu sterowania.

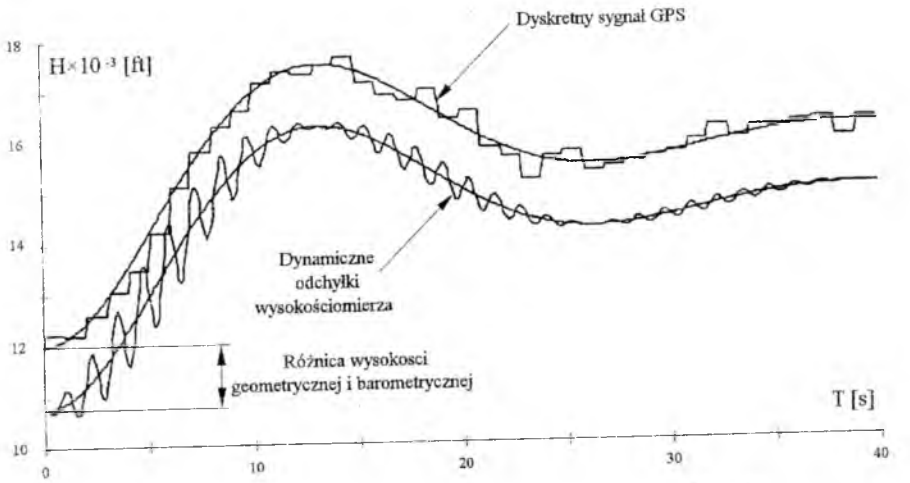
Rozpatrzymy teraz fazowe charakterystyki samolotu jako obiektu sterowania w ruchu długo i krótkookresowym, fazowe charakterystyki inercjalnych przyrządów pomiarowych i globalnego systemu pomiarowego. Względne położenie fazowych charakterystyk wymienionych układów dla hipotetycznego samolotu przedstawiono na rys. 2.

Przy stałej czasowej samolotu w ruchu krótkookresowym powyżej *0.1* [s] pożądane jest stosowanie przyrządów żyroskopowych do pomiaru położenia kątowego. Dla stałej czasowej ruchu krótkookresowego powyżej *10* [s] rozpatrywanie pomiar kątowego położenia na podstawie czterech odbiorników GPS może mieć znaczenie praktyczne.

Wpływ dyskretyzacji pomiarów odbiornikiem GPS na stabilizację wysokości lotu lub linii drogi zależy od wartości stałej czasowej samolotu w ruchu długookresowym. Należy zaznaczyć, że nawet dla najlżejszych samolotów klasy biznesowej fazowa charakterystyka ruchu długookresowego leży bardziej „w lewo" od fazowej charakterystyki GPS. Tym samym dla kompensacji opóźnienie celowe jest typu

$$R_H(p)=\frac{i_{-1}}{p}\ (T_H p + 1).$$

Badanie osobliwości systemu stabilizacji wysokości lotu z wykorzystaniem odbiornika GPS i wysokościomierza barometrycznego realizuje się metodą modelowania matematycznego z uwzględnieniem charakterystyk wszystkich elementów układu sterowania. Na rys. 3 przedstawiono charakterystyki procesów przejściowych przy zmianie poziomu lotu z *12000* do *16000* [stóp].



Rys. 3. Rezultaty modelowania procesu przejściowego przy zmianie poziomu lotu.

Na wykresie przedstawiono zależność wysokości lotu od czasu z uwzględnieniem systematycznych błędów wysokościomierza, wpływ dyskretyzacji pomiarów i dynamicznych odchyłki wysokościomierza na bieżące wskazanie wysokości lotu.

6. Podsumowanie.

Zastosowanie globalnego systemu informacji nie pozwala na rezygnację z stosowania tradycyjnych układów sterowania i nawigacji. Równocześnie niezawodność nawigacji i sterowania trajektorią ruchu, dokładność pomiarów współrzędnych i składowych prędkości znacząco rośnie przy zastosowaniu odbiorników GPS i GLONASS.

Analiza fazowych charakterystyk ruchu krótko i długookresowego samolotu, fazowych charakterystyk odbiornika GPS i mierników inercyjnych pokazuje, że częstość pomiarów *1* [Hz] wystarcza do wykorzystania w układach sterowania ruchem długookresowym samolotu.

Perspektywicznym wydaje się rozwijanie metod programowej obróbki danych i interfejsu do sprzężenia odbiorników GPS w miernikami inercyjnymi mające na celu podniesienie dokładności i częstości pozyskiwania informacji. Przy braku matematycznego opracowania pomiarów kompensacja dyskretyzacji pomiarów wymaga stosowania urządzeń korygujących, wykorzystujących przekształcenia różniczkowo-całkowe.

W związku z dużą podażą technologii informacyjnych, wariantów aparatury systemów GPS, sposobów ich integracji z aparaturą pokładową i systemów obróbki informacji, ekonomiczna i techniczna celowość stosowania droższych przyrządów z lepszymi charakterystykami technicznymi i rozszerzonymi możliwościami wymaga szczegółowej analizy i oceny osiąganych efektów. Przeprowadzone badania dla kilku wariantów samolotów pokazuje, że rozszerzenie wektora mierzonych parametrów i podniesienie dokładności pomiarów nie pozwala poprawić jakościowych charakterystyk systemu sterowania samolotu.

Literatura

1. P. DALY, MISRA P.N.: *OPS and Global Navigation Satellite System (GLONASS), Chapter 9 in Global Positioning System: Theory and Applications*, Vol.11, published as Vol.164 of Progress in Astronautics and Aeronautics, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Washington,DC, 1996, pp.243-272.

2. *GLONASS Interface Control Document, International Civil Aviation Organization (ICAO)*, GNSS/2-WP/66, Montreal, Canada, 14 November 1995.

3. MISRA P.N.: *Integrated Use of GPS and GLONASS in Civil Aviation*, Lincoln Laboratory Journal, Vol.6, No.2, Summer/Fall 1993.

4. MISRA P.N., PRATT M, MUCHNIK R., BURKE B., HALL T.: *GLONASS Performance: Measurement Data Quality and System Upkeep*, Proc. ION GPS-96, Kansas City, MO, 17- 20 September 1996.

CONTROL AND NAVIGATION OF AIRPLANE USING GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEM

WŁODZIMIERZ BRUSOW [1]
DMITRIJ MARKIN [2]
NIKOŁAJ MARKIN [2]

[1] *Zakład Samolotów, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów*
[2] *Moskiewski Państwowy Instytut Lotniczy, Moskwa, Rosja*

In the paper was discussed problem of broader and broader using global navigation systems supported on satellite systems GPS and GLONASS. Systems integration with ground installations and deck measuring instrumentation possibility were shown. Inexpedience of measured parameters vector widens on account of not much improvement of navigation precision was proved.

[1] *ul. W. Pola 2, 35-021 Rzeszow, e-mail: vsbrusow@prz.rzeszow.pl*

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

STATECZNOŚĆ I NIELINIOWE DRGANIA, REGULARNE I CHAOTYCZNE, PŁYTY W OPŁYWIE NADDŹWIĘKOWYM

ZBIGNIEW DŻYGADŁO, IDZI NOWOTARSKI, ALEKSANDER OLEJNIK

Wojskowa Akademia Techniczna i Instytut Lotnictwa, Warszawa

Streszczenie. Rozpatrzono stateczność i nieliniowe drgania płyty o skończonej długości w płaskim opływie naddźwiękowym z uwzględnieniem sił ściskających, działających w płaszczyźnie środkowej płyty, które mogą powodować wyboczenie układu.
Zastosowano metodę rozwinięcia względem funkcji własnych i otrzymano nieliniowy układ równań różniczkowych zwyczajnych. Przeprowadzono analizę rozwiązań tych równań. Wyznaczono granice stateczności układu oraz ustalono obszary występowania nieliniowych drgań regularnych i chaotycznych płyty w opływie naddźwiękowym.

1. Wstęp

Zagadnienia drgań i stateczności układów powierzchniowych w opływie naddźwiękowym mają już bogatą literaturę (por. na przykład [1], [2], [5] - [10] i literaturę tam podaną). Badano liniowe, autonomiczne i nieautonomiczne problemy początkowo-brzegowe aerosprężystych drgań takich układów [1], [8], [10], a także problemy nieliniowe [2], [5], [6], [7], [9].

Stosując metody współczesnej dynamiki układów nieliniowych [2], [3], [4] można zbadać szereg interesujących zjawisk występujących w aerosprężystych układach nieliniowych (por. [6], [7]).

W niniejszej pracy rozpatrzono nieliniowe drgania płyty o skończonej długości w płaskim opływie naddźwiękowym przy uwzględnieniu sił ściskających działających w płaszczyźnie środkowej układu, które mogą spowodować wyboczenie płyty. Zastosowano zlinearyzowaną teorię naddźwiękowego potencjalnego opływu oraz nieliniowe równanie drgań płyty (por. [2], [5], [6], [7]).

$$D\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}+N[W(x,t)]\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\rho_p h\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}=\Delta p[W(x,t)] \tag{2.1}$$

gdzie różnica ciśnień Δp jest określona wzorem [1],[6]

$$\Delta p[W(x,t)]=-\frac{\rho_o U_o}{\mu}\left[\frac{M^2-2}{M^2-1}\frac{\partial W}{\partial t}+U_o\frac{\partial W}{\partial x}\right] \tag{2.2}$$

a siła działająca w płaszczyźnie płyty [1]

$$N[W(x,t)]=N_o-\left(1+\beta_o\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{c_o}{2}\int_o^L\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 dx \tag{2.3}$$

oraz $\mu=\sqrt{M^2-1}$; $M=\frac{U_o}{a_o}$; $D=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$

Warunki brzegowe płyty przyjmiemy w postaci:

dla x = 0,L $$W=\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}=0 \tag{2.4}$$

Równanie (2.1)–(2.3) sprowadzimy do postaci bezwymiarowej przyjmując, że przemieszczenie W jest odniesione do grubości płyty h, współrzędna x–do długości płyty L, a czas t–do $1/\omega_o$, gdzie

$$\omega_o=\frac{\pi^2}{L^2}\sqrt{\frac{D}{\rho_p h}} \tag{2.5}$$

jest podstawową częstością drgań rozpatrywanej płyty w próżni przy N[W(x,t)]=0. Równanie (2.1) – (2.3) możemy wówczas zapisać w postaci

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}+S[W(x,t)]\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\gamma_1\frac{\partial W}{\partial x}+\pi^4\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}+\gamma_2\frac{\partial W}{\partial t}=0 \tag{2.6}$$

gdzie

$$\gamma_1=\frac{\rho_o U_o^2}{\mu}\frac{L^3}{D};\qquad \gamma_2=\gamma_1\delta;\qquad \delta=\frac{\omega_o L}{Ma_o}\left(\frac{M^2-2}{M^2-1}\right) \tag{2.7}$$

oraz

$$S[W(x,t)] = S_o - \left(1 + \beta\frac{\partial}{\partial t}\right)c\int_0^1\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 dx \tag{2.8}$$

$$S_0 = \frac{N_0 L^2}{D} \qquad c = \frac{c_0 L h^2}{2D}; \qquad \beta = \beta_0\omega_0$$

a warunki brzegowe (2.4)

dla x = 0;1 $$W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \tag{2.9}$$

W równaniu (2.6) współczynnik γ_1 określa bezwymiarowe ciśnienie dynamiczne naddźwiękowego opływu, które decyduje o samowzbudności rozpatrywanego układu, a γ_2 jest współczynnikiem tłumienia aerodynamicznego, które również wpływa na charakter drgań płyty.

Bezwymiarowa siła S_o decyduje o wyboczeniu płyty, a część nieliniowa siły S, która występuje w (2.8) ma wpływ na drgania w cyklach granicznych.

Równanie (2.6), (2.7), (2.8), z warunkami brzegowymi (2.9), umożliwia analizę regularnych i chaotycznych drgań nieliniowych rozpatrywanej płyty w opływie naddźwiękowym.

3. Rozwiązanie problemu

Rozwiązania równania (2.6) będziemy poszukiwać w postaci rozwinięcia względem znormalizowanego układu funkcji własnych $X_j(x)$ samosprzężonego, zlinearyzowanego problemu drgań rozważanej płyty w próżni. Ograniczając się do n wyrazów w tym rozwinięciu napiszemy

$$W(x,t) = \sum_{j=1}^{n} w_j(t)X_j(x) \tag{3.1}$$

gdzie przy uwzględnieniu warunków brzegowych (2.9) mamy

$$X_j(x) = \sqrt{2}\sin j\pi x \tag{3.2}$$

Po podstawieniu (3.1) do równania (2.6) i zastosowaniu metody Galerkina otrzymamy układ równań dla funkcji $w_j(t)$ o następującej postaci

$$\ddot{w}_j(t) + \eta\dot{w}_j(t) + u_j^2 w_j(t) + \gamma_{1z}\sum_{k=1}^{n} b_{jk} w_k(t) =$$

$$= -cj^2 w_j(t)\sum_{k=1}^{n} k^2\left[w_k^2(t) + \beta_1\dot{w}_k(t)w_k(t)\right] \tag{3.3}$$

dla j = 1,2,3,..,n,

gdzie oznaczono

$$\eta = \gamma_2 / \pi^4; \qquad u_j^2 = j^2(j^2 - \sigma) \tag{3.4}$$

$$\gamma_{1z} = \gamma_1 / \pi^4; \qquad \sigma = S_o / \pi^2$$

$$b_{jk} = \frac{2jk}{j^2 - k^2}\left[1 - (-1)^{j+k}\right] \text{ dla } j \neq k \tag{3.5}$$

$b_{jk} = 0$ dla $j = k$

Układ równań (3.3) stanowi punkt wyjściowy do numerycznej analizy rozpatrywanego problemu.

4. Numeryczna analiza stateczności i nieliniowych drgań płyty

Na początku układ równań (3.3) uprościmy linearyzując go. Otrzymamy wówczas

$$\ddot{w}_j(t) + \eta \dot{w}_j(t) + u_j^2 w_j(t) + \gamma_{1z} \sum_{k=1}^{n} b_{jk} w_k(t) = 0 \tag{4.1}$$

dla $j = 1,2,3,...,n$,

Przyjmując rozwiązanie układu (4.1) w postaci

$$w_j(t) = a_j e^{i\omega t}, \qquad j = 1,2,3,...,n \tag{4.2}$$

otrzymamy równanie częstości

$$\Delta = \det\left[\left(u_j^2 - \omega^2 + i\omega\eta\right)\delta_{jk} + \gamma_{1z} b_{jk}\right] = 0 \tag{4.3}$$

$j,k = 1,2,3,...n$,

z którego możemy wyznaczyć krytyczne parametry samowzbudnych drgań

$$\gamma_1 = \gamma_{1kr}, \qquad \omega = \omega_{kr} \tag{4.4}$$

oraz parametry divergentnej utraty stateczności

$$\gamma_1 = \gamma_{1div}, \qquad \omega = 0 \tag{4.5}$$

w zależności od pozostałych parametrów problemu (σ,δ).

Rozwiązań równania (4.3) będziemy poszukiwać na płaszczyźnie

$$\gamma_1 \quad \text{i} \quad q = \omega > 0 \tag{4.6}$$

w zależności od wartości σ przy ustalonych pozostałych parametrach problemu. Otrzymamy wówczas linie

$$\mathrm{Re}\Delta = 0 \quad \text{i} \quad \mathrm{Im}\Delta = 0 \tag{4.7}$$

Punkty przecięcia tych linii przy $q \neq 0$ wyznaczają krytyczne parametry (4.4), a dla $q = 0$ parametry (4.5).

Przykładowe przebiegi linii (4.7) i położenie krytycznych parametrów (4.4) i (4.5) dla różnych wartości σ pokazano na rys.2

Na podstawie tych wyników wyznaczamy następnie granice obszarów stateczności i niestateczności płyty na płaszczyźnie $\gamma_1\sigma$, co pokazano przykładowo na rys.3.
Na tym rysunku linia AB wyznacza granicę drgań samowzbudnych typu flatter, na której występuje bifurkacja Hopfa [2],[3],[4],[6]. Linia CDE określa granice diwergencji, czyli statycznej niestateczności pierwszej i drugiej postaci drgań własnych rozpatrywanej płyty w opływie naddźwiękowym. Na tych granicach występują bifurkacje siodło-węzeł [2],[4],[6].

Na następnym rys.4. pokazano w powiększeniu obszary niestateczności, które występują w otoczeniu punktów DBF z rys.3.

Analizę nieliniowych drgań przeprowadzono całkując numerycznie układ równań (3.3) dla n = 6 przy założeniu $\beta = 0$.

Wyznaczano przebiegi przemieszczenia płyty W(x,t) dla ustalonej wartości $x = x_o = 0{,}75$, gdzie na ogół występuje maksymalna wartość ugięcia płyty w opływie naddźwiękowym. Na tych wykresach oznaczono

$$W = W(t) = W(x_0, t) \tag{4.8}$$

Na rysunkach 5–9 pokazano przebiegi drgań (4.8) w punktach 1–5 zaznaczonych na rys.3.

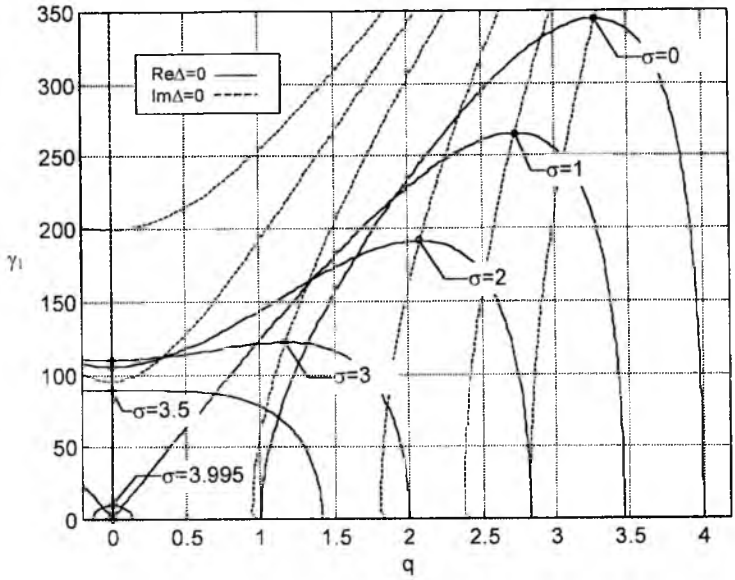
Na rys.5 i 6 przedstawiono drgania w punktach 1,2, które występują w obszarze statecznym. Drgania te mają charakter asymptotycznie stateczny. Na rys 7. pokazano drgania w punkcie 3, gdzie występuje okresowy cykl graniczny drgań samowzbudnych. Na następnych rys. 8 i 9 występują drgania w punktach 4,5 i mają charakter nieliniowej diwergencji.

Na następnych rysunkach 10–13 pokazano przebiegi drgań w punktach 6–9 zaznaczonych na rys.4. Są to punkty w otoczeniu różnych granic stateczności i niestateczności, które dla wybranej wartości $\gamma_1 = 100$ są położone blisko siebie.

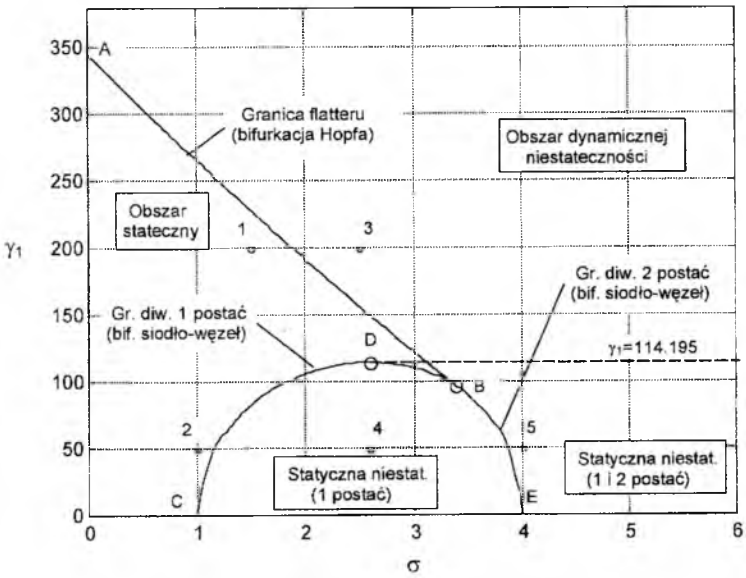
Z rysunków tych wynika, że w punkcie 6 (rys.10), dla $\sigma = 3{,}3$, występuje nieliniowa diwergencja układu, a obok w punkcie 7 (rys.11), dla $\sigma = 3{,}325$, drgania są asymptotycznie stateczne. W następnym punkcie 8 (rys.12), dla $\sigma = 3{,}3356$, występuje cykl graniczny okresowych drgań samowzbudnych, a w punkcie 9 (rys.13), dla $\sigma = 3{,}35$, znów występuje nieliniowa diwergencja układu.

Na dalszych rysunkach przedstawiono przebiegi drgań w punktach 10 i 11 zaznaczonych na rys.4. Występują one w pobliżu liniowej granicy diwergencji układu $\gamma_1 = 114{,}195$ dla $\sigma > 2{,}6$.

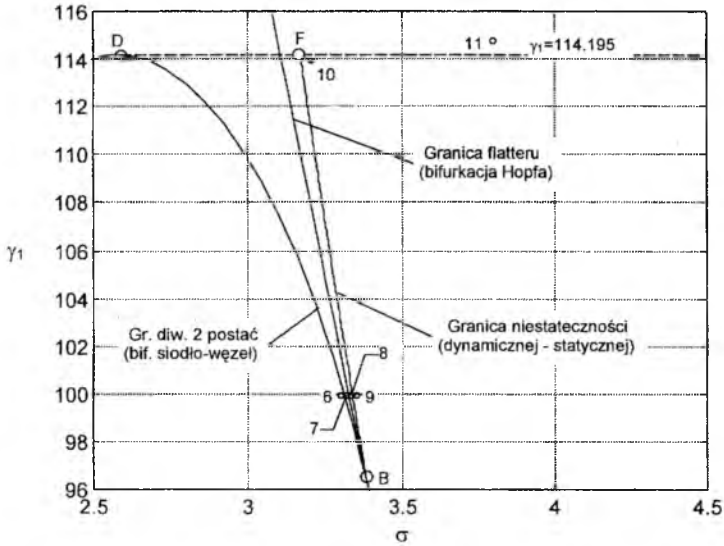
W tych punktach występują chaotyczne cykle graniczne. W punkcie 10 (rys.14) położonym w pobliżu granicy BF, dla $\gamma_1 = 114$ i $\sigma = 3{,}2$, widać wyraźne, nieliniowe drgania chaotyczne układu.



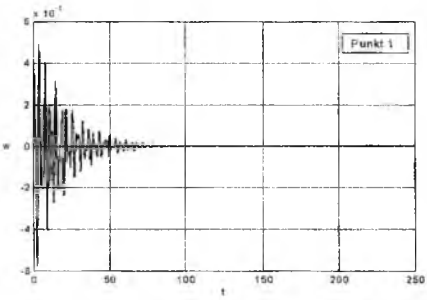
Rys. 2. Linie ReΔ=0, ImΔ=0
(n=6, δ=0.05)



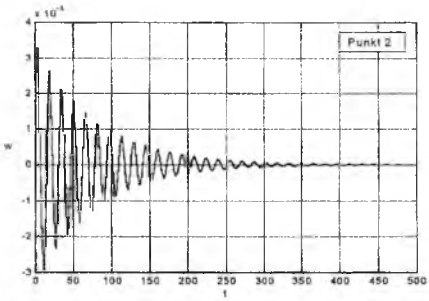
Rys. 3. Obszary niestateczności płyty
(n=6, δ=0.05)



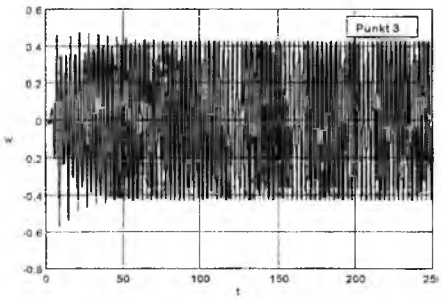
Rys. 4. Obszary niestateczności w otoczeniu punktów DBF



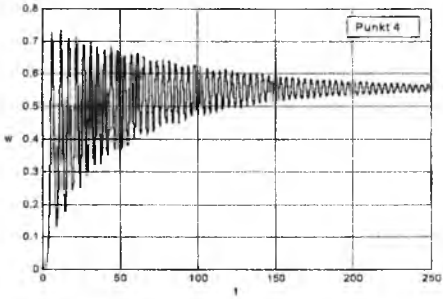
Rys. 5. γ_1=200, σ=1.5



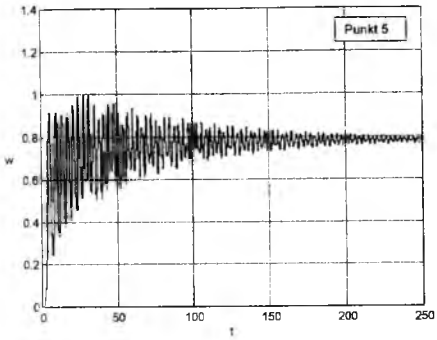
Rys. 6. γ_1=50, σ=1.0



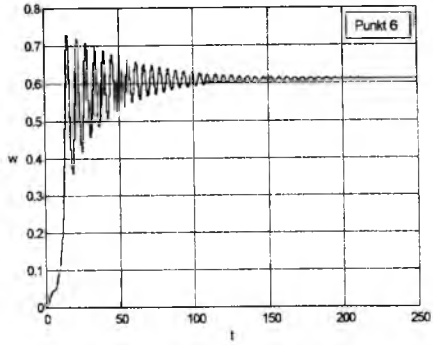
Rys. 7. γ_1=200, σ=2.5



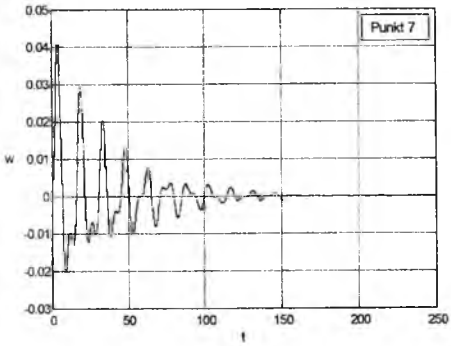
Rys. 8. γ_1=50, σ=2.588



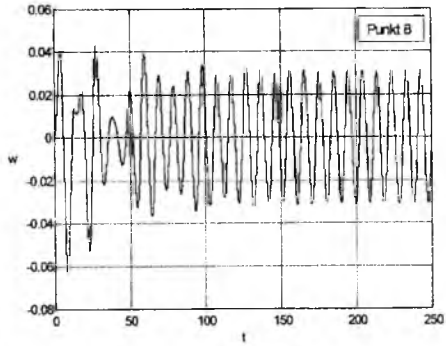
Rys. 9. γ_1=50, σ=4.0



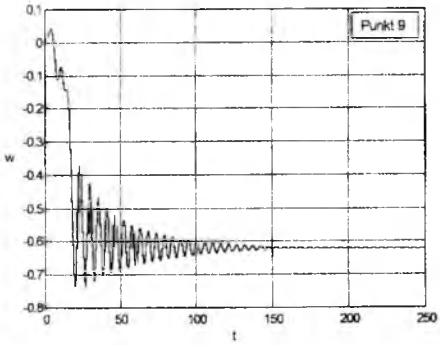
Rys. 10. γ_1=100, σ=3.3



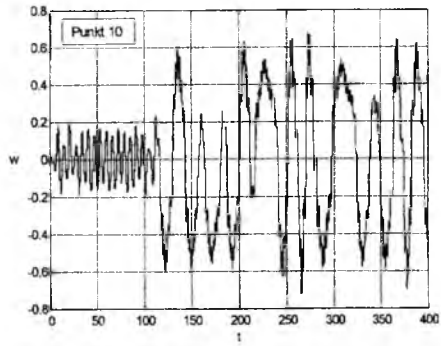
Rys. 11. γ_1=100, σ=3.325



Rys. 12. γ_1=100, σ=3.3356



Rys. 13. γ_1=100, σ=3.35



Rys. 14. γ_1=114, σ=3.2

W dalszym punkcie 11 (rys.15), dla $\gamma_1 = 114{,}8$ i $\sigma = 3{,}8$, również występują podobne nieliniowe chaotyczne drgania układu.

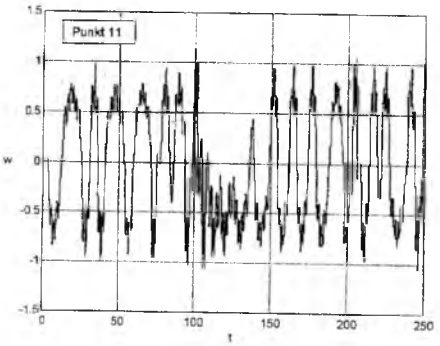
Jest to potwierdzone na następnym rysunku 16, na którym pokazano na płaszczyźnie fazowej $\frac{dW}{dt}$, $W(t)$ obraz drgań w tym samym punkcie.

5. Podsumowanie

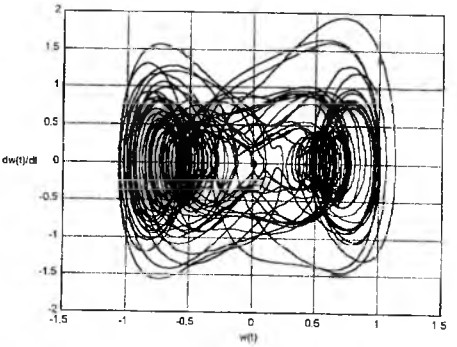
W pracy przedstawiono wyniki numerycznej analizy stateczności i nieliniowych drgań płyty w opływie naddźwiękowym. Ustalono przebiegi granic niestateczności dynamicznej (flatteru) oraz niestateczności statycznej (diwergencji) układu w zależności od ciśnienia dynamicznego przepływu i siły ściskającej działającej w płaszczyźnie płyty.

Stwierdzono występowanie diwergencji pierwszych dwóch postaci drgań własnych płyty, do których stycznie dotyka linia graniczna dynamicznej niestateczności układu.

Po uwzględnieniu nieliniowości zbadano przebiegi drgań w otoczeniu granic niestateczności i stwierdzono występowanie przenikania się obszarów niestateczności statycznej i dynamicznej oraz drgania chaotyczne dla różnych parametrów układu.



Rys. 15. γ_1=114.8, σ=3.8



Rys. 16. γ_1=114.8, σ=3.8

Literatura

1. R.L. BISPLINGHOFF, H. ASHLEY, *Principles of Aeroelasticity*, John Wiley and Sons, New York, London 1962.
2. J. GUCKENHEIMER, P. HOLMES, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, New York, Berlin 1983.
3. S. WIGGINS, *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, Spring-Verlag, New York, Berlin, London, Tokyo, 1990.
4. M. G. SCHUSTER, *Chaos deterministyczny*. Wprowadzenie. PWN, Warszawa 1993.
5. E. M. DOWELL, *Nonlinear oscillations of a fluttering plate*, AIAA Journal, v.4, No7, 1966.
6. P. J. HOLMES, *Bifurcations to divergence and flutter in flow induced oscillations: a finite dimensional analysis*, Jour. of Sound and Vibrations, v. 53, No4, 1977.
7. E. H. DOWELL: *Flutter of a buckled plate as an example of chaotic motion of a deterministic autonomus system*, Jour. of Sound and Vibrations, v.85, No3, 1982.
8. Z. DŻYGADŁO, *On nonautonomous boundary value problems of plates oscillating in supersonic flow*, Fluid Dynamics Transactions, vol. 4, PWN Warszaw 1969.
9. Z. DŻYGADŁO, *Local analysis of nonlinear forced vibrations of a plate of finite length in plane supersonic flow*, Proc. Vibr. Probl. v. 11, No 4,1970.
10. Z. DŻYGADŁO, I. NOWOTARSKI, A. OLEJNIK, *Vibrations of a plate in supersonic flow subjected to a follower force*, 2nd International Conference EAHE, Engineering, Aero-Hydroelasticity, Pilzen, Czech Republic, June 6-10,1994.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

ZASTOSOWANIE TEORII BIFURKACJI DO ANALIZY DYNAMIKI SAMOLOTU NA DUŻYCH KĄTACH NATARCIA

ZBIGNIEW DŻYGADŁO[1], KRZYSZTOF SIBILSKI[2]

[1]*Instytut Lotnictwa*, [2]*Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa*

Współczesne samoloty wojskowe mogą wykonywać manewry na dużych okołokrytycznych i nadkrytycznych kątach natarcia. Klasyczne metody badania stateczności ruchu w tym zakresie kątów natarcia zawodzą. Teoria bifurkacji jest interesującym narzędziem pozwalającym na analizę osobliwości dynamiki lotu w tym zakresie eksploatacyjnym samolotu. W pracy przedstawiono wyniki bifurkacyjnej analizy ustalonych stanów lotu samolotu ze skrzydłem pasmowym. Przedstawiono także rezultaty cyfrowej symulacji samowzbudnych ruchów samolotu typu „wing-rock". Badania te przeprowadzono dla dwu wariantów obciążeń aerodynamicznych – stacjonarnych i niestacjonarnych (z uwzględnieniem histerezy współczynników aerodynamicznych). Przy wyznaczaniu obciążeń niestacjonarnych wykorzystano model ONERA przeciągnięcia dynamicznego. Wyniki otrzymane przy założeniu aerodynamiki niestacjonarnej mają cechy rozwiązań chaotycznych

Ważniejsze oznaczenia

m	-	masa samolotu
V_0	-	prędkość lotu
p, q, r	-	prędkości kątowe przechylania, pochylania i odchylania
P_{Xa}, P_{Ya}, P_{Za}	-	składowe wektora siły aerodynamicznej na osie prędkościowego układu współrzędnych
S	-	wektor sterowania
T	-	wielkość wektora ciągu
x_g, y_g, z_g	-	współrzędne środka masy samolotu
Z	-	wektor stanu
α	-	kąt natarcia samolotu

α_{zH} - kąt zaklinowania statecznika
β - kąt ślizgu samolotu
$\delta_H, \delta_V, \delta_L$ - odpowiednio kąty wychylenia steru wysokości, kierunku i lotek
ϕ_{Fy}, ϕ_{Fz} - kąty wychylenia ciągu silnika odpowiednio w płaszczyźnie skrzydeł i w płaszczyźnie symetrii kadłuba
Φ - kąt przechylenia samolotu
Θ - kąt pochylenia samolotu
Ψ - kąt odchylenia samolotu

1. Wstęp

Do niedawna możliwość występowania chaosu w rzeczywistych układach fizycznych praktycznie nie była brana pod uwagę. W chwili obecnej, dzięki szerokiemu stosowaniu komputerów do rozwiązywania problemów dynamicznych sytuacja się zmieniła. Występowanie nieregularnych ruchów nieliniowych układów dynamicznych uznano za fakt oczywisty. Takie zachowanie się nieliniowych układów nazwano chaosem deterministycznym [1, 2, 3]. Ze zjawiskiem chaosu deterministycznego jest ściśle związana teoria bifurkacji.

Bifurkacją nazywa się jakościową zmianę dynamiki, pojawiająca się przy zmianie parametru układu. W nieliniowych układach dynamicznych występują różnego rodzaju bifurkacje, inaczej mówiąc punkty rozgałęzienia rozwiązań badanych układów zależące od wartości parametrów tych układów. Rozwiązania mające charakter chaotyczny pojawiają się zazwyczaj dla wartości parametrów, przy których wystąpiła dostatecznie duża liczba bifurkacji.

Przykładami prostych bifurkacji położeń równowagi mogą być: bifurkacja Hopfa i bifurkacja typu siodło węzeł.

W wyniku bifurkacji Hopfa, położenie równowagi, które było statecznym ogniskiem zmienia się w ognisko niestateczne. W przypadku gdy badany układ jest nieliniowy, to dookoła takiego ogniska może wystąpić stateczny cykl graniczny okresowych drgań samowzbudnych.

W przypadku gdy jedna z wartości własnych rozwiązania jest rzeczywista i zmienia znak z ujemnego na dodatni, otrzymuje się zmianę położenia równowagi ze statecznego węzła na niestateczne siodło, a następnie znów na stateczny węzeł. Tego rodzaju bifurkacja nazywana jest bifurkacją siodło-węzeł. W takim przypadku wystąpi divergentna utrata stateczności układu i skończone przemieszczenie w ujęciu nieliniowym.

W nieliniowych układach dynamicznych występuje także szereg innych znacznie bardziej złożonych bifurkacji położenia równowagi oraz trajektorii

fazowych. Na ogół przy dostatecznie dużej liczbie bifurkacji pojawiają się ruchy chaotyczne.

2. Postawienie zagadnienia

2.1. Nieliniowe równania ruchu

Ruch statku powietrznego opisywany jest za pomocą układu silnie nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych. Ilość tych równań zależy od przyjętego modelu fizycznego statku powietrznego. Przy założeniu klasycznego modelu nieodkształcalnego samolotu z ruchomymi powierzchniami sterowymi równania te można zapisać w następującej postaci [4]:

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{f}(\mathbf{Z}(t), \mathbf{S}(t)) \tag{1}$$

W równaniu (1) **Z** oznacza wektor stanu, **S** wektor sterowania. Jeżeli równania ruchu środka masy samolotu zapisane są w prędkościowym układzie współrzędnych, a równania ruchu nieodkształcalnego kadłuba samolotu względem środka masy zapisane są w układzie związanym wektor stanu **Z** można zapisać w postaci:

$$\mathbf{Z} = \mathrm{col}[V_0, \alpha, \beta, p, q, r, \Phi, \Theta, \Psi, x_g, y_g, z_g] \tag{2}$$

W ogólnym przypadku wektor sterowania jest równy:

$$\mathbf{S} = \mathrm{col}[\alpha_{zH}(t), \delta_H(t), \delta_L(t), \delta_V(t), T(t), \phi_{Fy}(t), \phi_{Fz}(t)] \tag{3}$$

Składowe wektora **f** mają postać:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{m}\left[F\cos(\alpha + \phi_{Fz}) - P_{Xa} \right] - \\ &\quad - g\left[\cos\Theta \sin\Phi \sin\beta - (\sin\Theta\cos\alpha - \cos\Theta\cos\Phi\sin\alpha)\cos\beta \right] \\ f_2 &= q - (p\cos\alpha + r\sin\alpha)\,\mathrm{tg}\,\beta - \frac{1}{mV\cos\beta}\Big[F\sin(\alpha + \phi_{Fz}) + P_{Za} + \\ &\quad - mg(\sin\Theta\sin\alpha + \cos\Theta\cos\Phi\cos\alpha) + P_{Za} \Big] \end{aligned} \tag{4}$$

$$[f_4, f_5, f_6]^T = \mathbf{J}_A^{-1} \cdot (\mathbf{M}_a + \mathbf{M}_F) - \mathbf{J}_A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{J}_A$$

$$[f_7, f_8, f_9]^T = \begin{bmatrix} 1 & \sin\Phi \operatorname{tg}\Theta & \cos\Phi \operatorname{tg}\Theta \\ 0 & \cos\Phi & -\sin\Phi \\ 0 & \sin\Phi \sec\Theta & \cos\Phi \sec\Theta \end{bmatrix} \cdot [p, q, r]^T \tag{5}$$

$$[f_{10}, f_{11}, f_{12}]^T = \mathbf{A}_G^{\,T} \cdot \mathbf{A}_a \cdot [V_0, 0, 0]^T$$

gdzie:

$$\mathbf{J}_A = \begin{bmatrix} J_X & 0 & -J_{XZ} \\ 0 & J_Y & 0 \\ -J_{XZ} & 0 & J_Z \end{bmatrix}$$ - jest macierzą bezwładności,

$\mathbf{M}_F$ - wektor momentu pochodzącego od silników i efektów giroskopowych:

$$\mathbf{M}_F = \sum_i \mathbf{M}_{F_i} = \sum_i \left(\mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i + \mathbf{J}_{F_i} \boldsymbol{\omega}_{F_i} \times \boldsymbol{\Omega}_k \right) \tag{6}$$

$\mathbf{r}_i$ - wektor łączący środek masy samolotu z punktem przyłożenia siły ciągu i-tego silnika;

$\mathbf{F}_i$ - wektor siły ciągu i-tego silnika;

$\mathbf{J}_{F_i}$ - biegunowy moment bezwładności silnika;

$\boldsymbol{\omega}_{F_i}$ - wektor prędkości kątowej i-tego silnika;

Ω_k - wektor prędkości kątowej samolotu.

$\mathbf{M}_a$ - wektor momentu aerodynamicznego

Macierze transformacji $\mathbf{A}_G$ i $\mathbf{A}_a$ dane są zależnościami:

$$\mathbf{A}_G = \begin{bmatrix} \cos\Psi & \sin\Psi & 0 \\ -\sin\Psi & \cos\Psi & 0 \\ 0 & -0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & -\sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Phi & \sin\Phi \\ 0 & -\sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} -\cos\beta\cos\alpha & \sin\beta\cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ -\cos\beta\sin\alpha & -\sin\beta\sin\alpha & -\cos\alpha \end{bmatrix} \tag{8}$$

2.2. Teoretyczne podstawy bifurkacyjnej analizy dynamiki ruchu samolotu

W teorii systemów dynamicznych pierwszym krokiem analizy nieliniowego układu równań różniczkowych jest ocena stateczności stanów ustalonych danego systemu. Stan ustalony jest wyznaczony poprzez przyrównanie do zera pochodnych i rozwiązaniu układu równań algebraicznych. Na podstawie twierdzenia Hartmana-Grobmana można stwierdzić, że lokalna stateczność quasi-ustalonego stanu lotu jest zdeterminowana poprzez wyznaczenie wartości własnych zlinearyzowanego wokół położenia równowagi układu różniczkowych równań ruchu. Jeżeli choć jedna z wartości własnych ma dodatnią część rzeczywistą, wówczas położenie równowagi jest niestateczne. Można udowodnić, że jeżeli zlinearyzowany układ równań jest nieosobliwy, wówczas stan ustalony systemu dynamicznego jest ciągłą funkcją parametrów stanu. Zatem stany ustalone równań opisujących ruch statku powietrznego są ciągłymi funkcjami wychyleń powierzchni sterowych. Zmiany stateczności wystąpią wtedy, gdy przynajmniej jedna z wartości własnych zlinearyzowanego układu równań ruchu statku powietrznego zmieni swój znak. Zmiany stateczności stanu ustalonego prowadzą do jakościowo różnej odpowiedzi systemu i są zwane bifurkacjami. Granice stateczności mogą być wyznaczone poprzez poszukiwanie stanów ustalonych posiadających przynajmniej jedną wartość własną z zerową częścią rzeczywistą.

Teoria bifurkacji nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych zajmuje się układem równań różniczkowych pierwszego rzędu:

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{Z}(t), \mu), \qquad \mathbf{Z} \in \Re^n, \qquad s \in \Re \tag{9}$$

zależnym od parametru μ i opisującym ruch układu dynamicznego w n - wymiarowej przestrzeni euklidesowej $\Re^n$. Zakłada się, że opisany równaniem (1) układ ma asymptotycznie stabilne rozwiązanie stacjonarne **Z=0.** Oznacza to, że dla wszystkich $\mathbf{Z}(0)$ należących do tego otoczenia spełnione są warunki:

a) trajektoria $\mathbf{Z}(t)$ spełnia warunek: $|\mathbf{Z}(t)| < \varepsilon$ dla $t>0$

b) $|\mathbf{Z}(t)| \to 0$ dla $t \to \infty$

Rozwiązanie problemu polega na znalezieniu odpowiedzi na pytanie, jak zmiana parametru μ wpłynie lokalnie na otoczenie punktu **Z**=*0*. Ze względu na to, że dla wszystkich μ spełnione jest równanie:

$$\mathbf{f}(\mathbf{0},\mu)=0 \tag{10}$$

można je zapisać w postaci:

$$\dot{\mathbf{Z}}(t)=\mathbf{H}_{\mu}\mathbf{Z}+\mathbf{f}(\mathbf{Z},\mu) \tag{11}$$

Przy czym $\mathbf{H}_{\mu}=D_Z\mathbf{f}(0,\mu)$ jest kwadratową macierzą charakterystyczną o elementach danych równaniem:

$$\left[\mathbf{H}_{\mu}\right]_{ij}=\frac{\partial f_i(0,\mu)}{\partial z_j} \tag{12}$$

zaś nieliniowa funkcja wektorowa **f** spełnia warunki:

$$\mathbf{f}(0,\mu)=0,\quad D_Z\mathbf{f}(0,\mu)=0 \tag{13}$$

W procesie badania stateczności stacjonarnego rozwiązania równania (3) (**Z**=0) ma wspominane już powyżej twierdzenie Hartmana-Grobmana. Stanowi ono, że jeżeli wszystkie wartości własne macierzy charakterystycznej $\mathbf{H}_{\mu}$ zlinearyzowanego układu (9) leżą w lewej półpłaszczyźnie zespolonej, tj.:

$$\mathrm{Re}(\lambda_j)<0\text{, dla } j=1,2,3,\ldots,n \tag{14}$$

wówczas istnieje pewna ciągła, homomorficzna transformacja zmiennych sprowadzająca lokalnie nieliniowy układ równań (9) do układu liniowego. Oznacza to, że jeżeli stacjonarne rozwiązanie zlinearyzowanego układu równań jest asymptotycznie stateczne, to również stateczne jest rozwiązanie układu nieliniowego. Z twierdzenia Hartmana-Grobmana wynika również, że każda jakościowa zmiana nieliniowego układu dynamicznego jest wskazywana przez zerowe części rzeczywiste wartości własnych macierzy charakterystycznej $\mathbf{H}_{\mu}$ układu zlinearyzowanego.

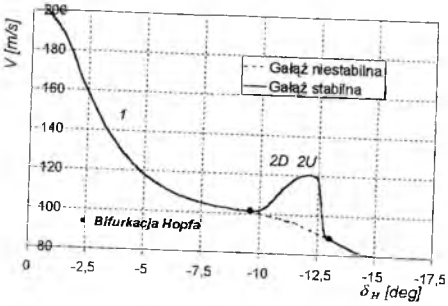
3. Bifurkacyjna analiza wybranych stanów lotu statków powietrznych

W dotychczasowej literaturze można znaleźć szereg opracowań dotyczących zastosowań teorii bifurkacji i chaosu deterministycznego do analizy zagadnień dynamiki lotu statków powietrznych. Pierwsze prace publikowane

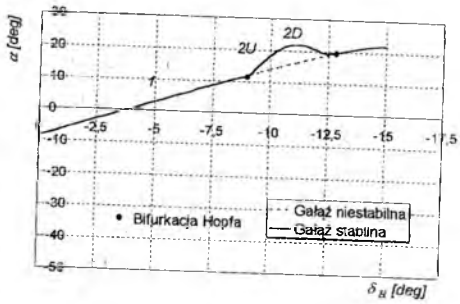
w ogólnodostępnej literaturze światowej dotyczące bifurkacyjnej analizy dynamiki lotu samolotu pojawiły się na początku lat osiemdziesiątych. Publikowane prace dotyczyły głównie problemów niestateczności oscylacji typu „wing rock", niestateczności spiralnej, wprowadzenia w korkociąg i dynamiki płaskiego korkociągu ([5], [6], [7], [8], [9]). Analiza literatury wykazuje, że zastosowanie teorii bifurkacji do badania dynamiki lotu na nadkrytycznych kątach natarcia jest wysoce wydajnym narzędziem pozwalającym na efektywne badanie osobliwości tego lotu w tym zakresie parametrów eksploatacyjnych samolotu. Dynamika lotów sterowanych na dużych okołokrytycznych i nadkrytycznych kątach natarcia jest stosunkowo młodą dziedziną dynamiki lotu. Na wiele istotnych pytań dotyczących stateczności i bezpieczeństwa lotu nie uzyskano dotąd zadawalających odpowiedzi. Ze względu na nieliniowość dynamiki lotu samolotów manewrowych, występowanie zjawiska histerezy obciążeń aerodynamicznych, nie mogą być w tym przypadku stosowane dobrze opracowane metody badań dynamiki lotu samolotów konwencjonalnych.

Typowym zjawiskiem występującym w trakcie lotu na dużych kątach natarcia jest tzw. „wing-rock" (kołysanie się skrzydeł). Jest to zjawisko samowzbudne, które mimo że występuje już na podkrytycznych kątach natarcia, może być, ze względu na silnie nieliniowy charakter zaliczane do zjawisk towarzyszących hiper- i super – manewrowości. Ze względu na fakt, że „wing-rock" jest na ogół zjawiskiem niebezpiecznym, celowe jest jego bliższe rozpoznanie tego zjawiska. Badania dynamiki tego ruchu podejmowane były w wielu pracach [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17]. We wszystkich cytowanych pracach przyjmowano statyczne charakterystyki aerodynamiczne samolotu. Jednak, ze względu na oscylacyjne zmiany kąta natarcia występujące na dużych, okołokrytycznych i nadkrytycznych kątach natarcia, oczywistym jest występowanie zjawisk związanych z niestacjonarnością opływu. W oparciu o dane uogólnionego samolotu (część charakterystyk i danych masowych oparto o zmodyfikowaną wersję samolotu „Iryda") przeprowadzono badania symulacyjne oscylacji typu „wing-rock".

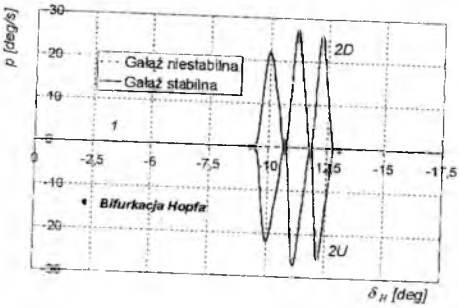
Pierwszym krokiem analizy zjawiska było przeprowadzenie analizy stateczności stanów ustalonych samolotu. Wyniki tej analizy uzyskane dla „uogólnionych" danych samolotu szkolno-bojowego wyposażonego w skrzydło pasmowe przedstawiono na rysunkach 1–6. Dane masowe, część danych geometrycznych i aerodynamicznych badanego samolotu oparto o dane samolotu „Iryda".



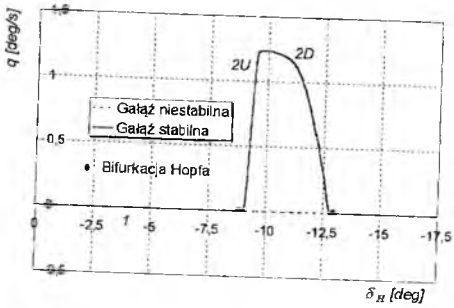
Rys. 1 Stany ustalone samolotu: $\delta_L=\delta_V=0$, $V=f(\delta_H)$



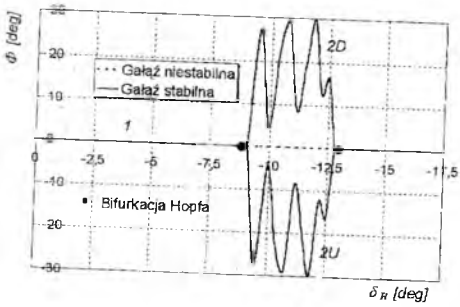
Rys. 2 Stany ustalone samolotu: $\delta_L=\delta_V=0$, $\alpha=f(\delta_H)$



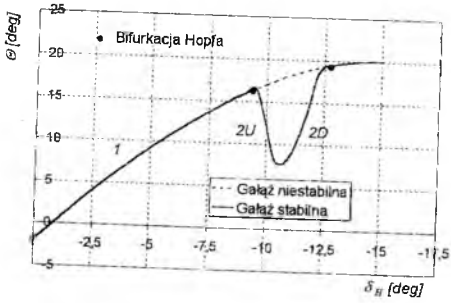
Rys. 3 Stany ustalone samolotu: $\delta_L=\delta_V=0$, $p=f(\delta_H)$



Rys. 4 Stany ustalone samolotu $\delta_L=\delta_V=0$, $q=f(\delta_H)$



Rys. 5 Stany ustalone samolotu: $\delta_L=\delta_V=0$, $\Phi=f(\delta_H)$

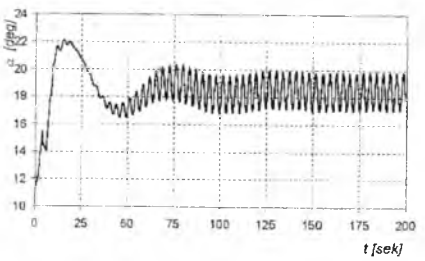


Rys. 6 Stany ustalone samolotu: $\delta_L=\delta_V=0$, $\Theta=f(\delta_H)$

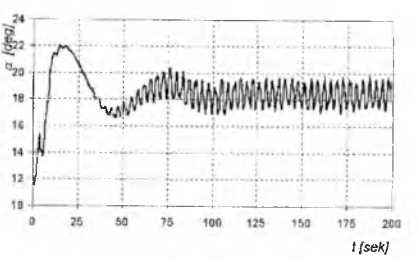
Stany ustalone prezentowane przez krzywą „1" odpowiadają warunkom równowagi samolotu, natomiast krzywe oznaczone „2U" i „2D" odpowiadają

niestateczności spiralnej samolotu; przy czym „U" i „N" oznaczają odpowiednio stany ustalone odpowiadające ujemnej i dodatniej prędkości kątowej przechylania. Powyższe rysunki ukazują, że dla kątów wychylenia statecznika δ_H większych od -9° stany ustalone badanego samolotu są stateczne. Warunki równowagi samolotu odpowiadające określonemu wychyleniu steru wysokości mogą być określone poprzez wykreślenie pionowej linii odpowiadającej danemu wychyleniu steru. Każdy punkt przecięcia tej linii z krzywymi stanu ustalonego określa wszystkie możliwe stany ustalone samolotu. Otrzymane wyniki są jakościowo zgodne z wynikami uzyskanym dla samolotu F-14 przedstawionymi w pracy [18].

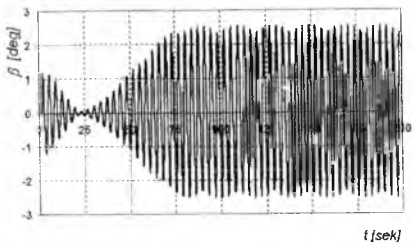
Kąty wychylenia steru wysokości należące do przedziału <-9, -12,8> wyznaczają obszar niestatecznych stanów ustalonych. Zmiana stateczności następuje na skutek dwu bifurkacji Hopfa (dla δ_H=-9° i δ_H=-12,8°). Bifurkacje Hopfa mogą prowadzić do niestatecznych ruchów periodycznych. Ruchy tego typu są przedstawione na rysunkach 5.28-58. Rysunki te przedstawiają wyniki cyfrowej symulacji ruchu badanego samolotu. Zaburzenie ruchu polegało na przemieszczenia steru wysokości od -7° do -9°. Spowodowało to przemieszczenie samolotu w obszar niestatecznych stanów ustalonych. Skutkiem tego pojawiły się stopniowo narastające oscylacje o okresie około 3 sek. Symulację przeprowadzono przy założeniu dwu modeli aerodynamiki samolotu – quasi stacjonarnego i niestacjonarnego, uwzględniającego histerezę i zjawisko głębokiego przeciągnięcia dynamicznego. Niestacjonarne charakterystyki uzyskano stosując zmodyfikowaną metodę pasową. Niestacjonarność opływu profilu na dużych kątach natarcia modelowano metodą ONERA. Współczynniki równań różniczkowych tego modelu zaczerpnięto z prac [19], [20], [21]. Rysunki przedstawiono w dwu kolumnach. Wyniki zestawione w pierwszej uzyskano dla stacjonarnych wartości współczynników aerodynamicznych. Wyniki zestawione w kolumnie drugiej uzyskano przy założeniu, niestacjonarnych współczynników aerodynamicznych.



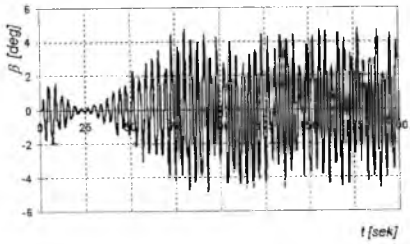
Rys. 7 Przebieg kąta natarcia – ruch regularny



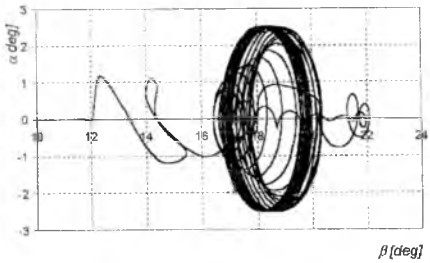
Rys. 8 Przebieg kąta natarcia – ruch chaotyczny



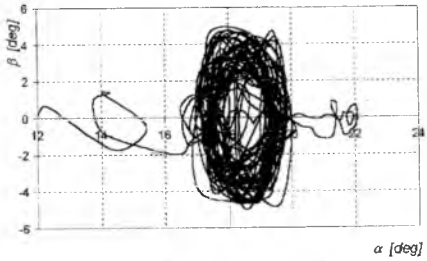
Rys. 9 Przebieg kąta ślizgu – ruch regularny



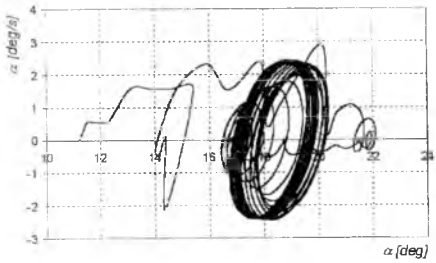
Rys. 10 Przebieg kąta ślizgu – ruch chaotyczny



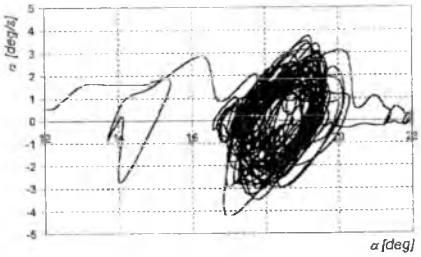
Rys. 11 Trajektoria na płaszczyźnie fazowej $\alpha(\beta)$ – ruch regularny



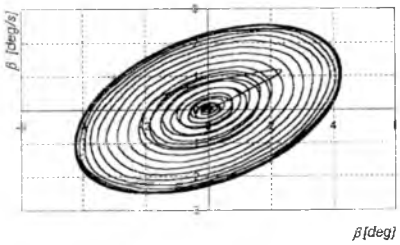
Rys. 12 Trajektoria na płaszczyźnie fazowej $\alpha(\beta)$– ruch chaotyczny



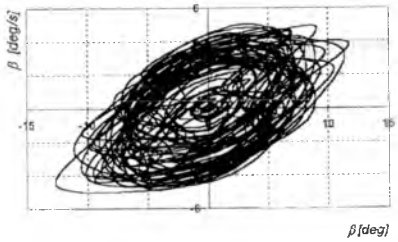
Rys. 13 Trajektoria na płaszczyźnie fazowej $\dot{\alpha}(\alpha)$ – ruch regularny



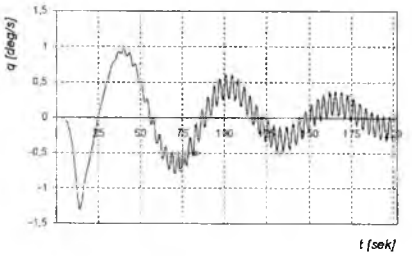
Rys. 14 Trajektoria na płaszczyźnie fazowej $\dot{\alpha}(\alpha)$ – ruch chaotyczny



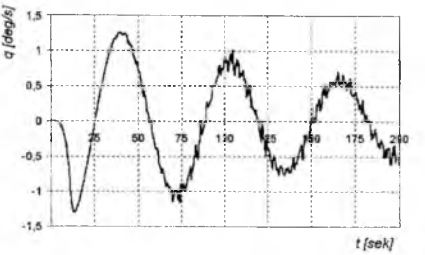
Rys. 15 Trajektoria na płaszczyźnie fazowej $\dot{\beta}(\beta)$ – ruch regularny



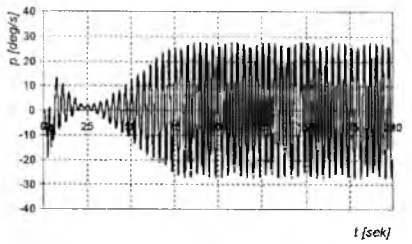
Rys. 16 Trajektoria na płaszczyźnie fazowej $\dot{\beta}(\beta)$ – ruch chaotyczny



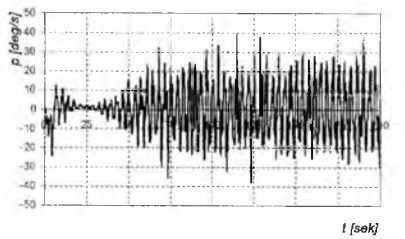
Rys. 172 Przebieg prędkości kątowej q – ruch regularny



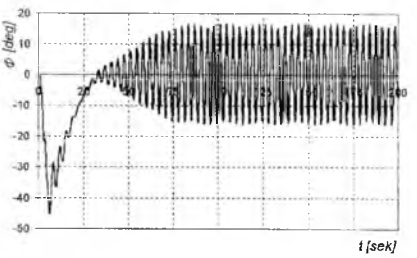
Rys. 18 Przebieg prędkości kątowej q – ruch chaotyczny



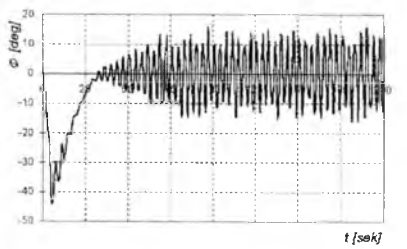
Rys. 19 Przebieg prędkości kątowej p – ruch regularny



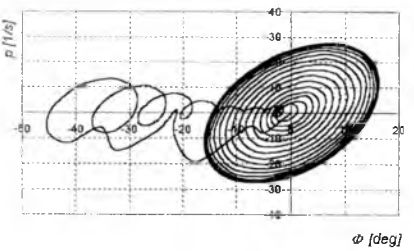
Rys. 20 Przebieg prędkości kątowej p – ruch chaotyczny



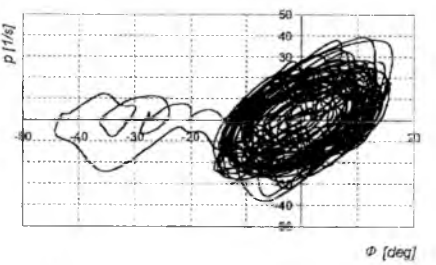
Rys. 21 Przebieg kąta przechylenia Φ – ruch regularny



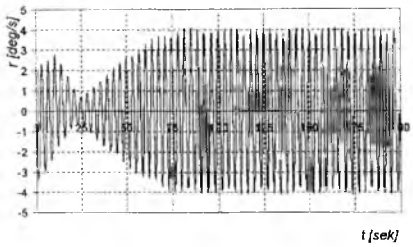
Rys. 22 Przebieg kąta przechylenia Φ – ruch chaotyczny



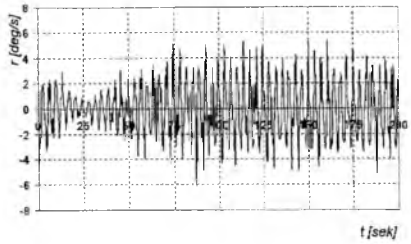
Rys. 23 Trajektoria na płaszczyźnie fazowej $p(\Phi)$ – ruch regularny



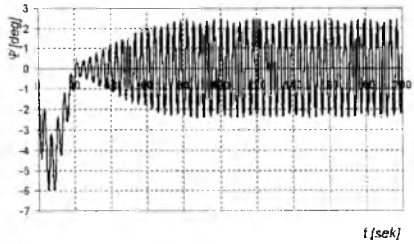
Rys. 24 Trajektoria na płaszczyźnie fazowej $p(\Phi)$ – ruch chaotyczny



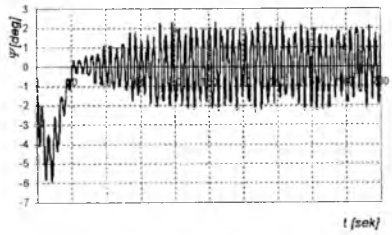
Rys. 25 Przebieg prędkości kątowej odchylania r – ruch regularny



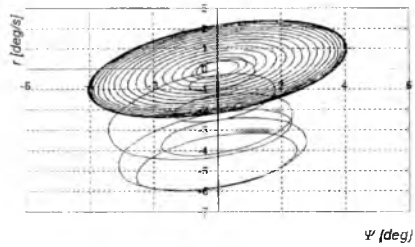
Rys. 26 Przebieg prędkości kątowej odchylania r – ruch chaotyczny



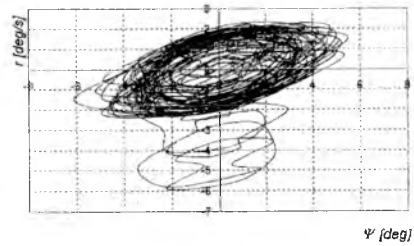
Rys. 27 Przebieg kąta odchylania Ψ – ruch regularny



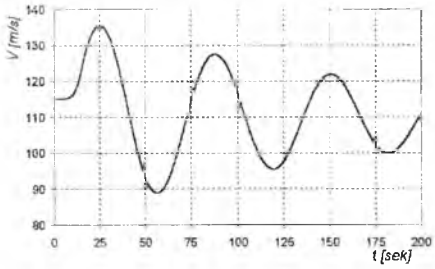
Rys. 28 Przebieg kąta odchylania Ψ – ruch chaotyczny



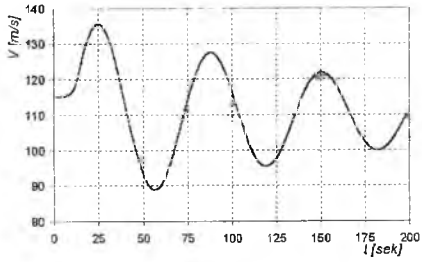
Rys. 29 Trajektoria na płaszczyźnie fazowej $r(\Psi)$ – ruch regularny



Rys. 30 Trajektoria na płaszczyźnie fazowej $r(\Psi)$ – ruch chaotyczny



Rys. 31 Przebieg prędkości lotu V – ruch regularny



Rys. 32 Przebieg prędkości lotu V – ruch chaotyczny

W wyniku wejścia samolotu w obszar niestatecznych stanów ustalonych pojawiły się charakterystyczne oscylacje. Oscylacje te polegają głównie na kołysaniu samolotu ze skrzydła na skrzydło. Kołysania te mają amplitudę około 30° (dla kata przechylania), 7° dla kąta natarcia i ślizgu. Prędkość lotu zmniejsza się. Okres oscylacji odpowiadających zmianom kąta pochylenia samolotu jest równy okresowi wahań fugoidalnych samolotu. W przypadku przyjęcia stacjonarnego modelu aerodynamiki oscylacje te mają charakter drgań o cyklu granicznym.

Dla niestacjonarnych obciążeń aerodynamicznych uzyskano jakościowo inny obraz rozwiązań. W miejsce regularnych oscylacji o stałej amplitudzie pojawiły się ruchy nieregularne, posiadające cechy charakterystyczne dla rozwiązań chaotycznych.

3. Uwagi końcowe

Ze względu na silne nieliniowości stateczność ruchu samolotu na dużych okołokrytycznych i nadkrytycznych kątach natarcia nie może być badana klasycznymi metodami. Bifurkacyjna analiza dynamiki ruchu samolotu jest pożytecznym narzędziem pozwalającym na zbadanie osobliwości lotu samolotu w tym zakresie kątów natarcia.

Silne nieliniowości charakteryzujące matematyczny opis dynamiki lotu samolotu, połączone z nieliniowościami przyjętego modelu niestacjonarnej aerodynamiki spowodowały pojawienie się nieregularnych rozwiązań równań ruchu samolotu, posiadające cechy chaosu. Otrzymane wyniki wydają się być interesujące. Konieczna jest jednakże ich dalsza analiza (np. widma mocy, czy też wyznaczenie map Poincare'go) pozwalająca na kategoryczne stwierdzenie, czy otrzymane rozwiązania są rozwiązaniami chaotycznymi. Analizą tych zagadnień zajmiemy się w dalszych pracach.

Literatura

1. OTT E., *Chaos w Układach Dynamicznych*, WN-T, Warszawa, 1997.
2. STEWARD I., *Czy Bóg Gra w Kości? Nowa Matematyka Chaosu*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1995.
3. SZEMPLIŃSKA – STUPNICKA W., *On Routes to Chaotic Motion in Oscillators with Unsymmetric and Symmetric Elastic Non-Linearity*. Prace Instytutu Podstawowych Problemów Techniki, Nr. 27, Warszawa, 1986.

4. DŻYGADŁO Z., SIBILSKI K., *Dynamics of Spatial Motion of an Aeroplane After Drop of Loads*, Journal of Technical Physics, Vol. 29, No. 3-4, 1988.

5. CARROLL J. V., MEHRA R. K., *Bifurcation Analysis of Non-Linear Aircraft Dynamics*, Journal of Guidance, Vol. 5, No. 5, 1982.

6. GRANASY P., *Flight Dynamics of a Vectored Thrust Aircraft*, ICAS-96-3.1.4, Proceedings 20th ICAS Congress, 1996.

7. GUICHETEAU P., *Application De La Theorie Des Bifurcations a L'Etudie Des Pertes De Controle Sur Avion De Combat*, AGARD-CP-319, 1982.

8. KOWALECZKO G., *Nieliniowa Dynamika Przestrzennego Ruchu Śmigłowca*, Wojskowa Akademia Techniczna, 1998.

9. TANG D. M., DOWELL E. H, *Flutter and Stall Response of a Helicopter Blade with Structural Nonlinearity*, Journal of Aircraft, Vol. 29, No. 5, 1992.

10. ERICSSON L. E., *Further Analysis of Wing Rock Generated by Forebody Vortices,* Journal of Aircraft, Vol. 26, No. 12, 1989.

11. ERICSSON L. E., *Effect of Deep-Stall Wing Dynamics on Forebody-Induced Wing Rock*, Journal of Aircraft, Vol. 34, No. 3, 1997.

12. GORDNIER R. E., *Computation of Delta-Wing Roll Manoeuvres*, Journal of Aircraft, Vol. 32, No. 3, 1995.

13. MARYNIAK J., PYRZ J., *An Estimation of Simplified Mathematical Dynamic Model of an Aircraft Using Sensitivity Methods*, Proc. 4th Conference on Dynamical Systems – Theory and Applications, Łódź, 1998.

14. ORLIK-RUCKEMANN K., J., *Aerodynamic Aspects of Aircraft Dynamics at High Angles of Attack*, Journal of Aircraft, Vol.20, No.9, 1983.

15. ORLIK-RUCKEMANN K.J., HANF E. S., *Experiments on cross coupling and translational accelerations derivatives*, AGARD-CP-235, Paper 8, 1978.

16. PYRZ J, ZŁOCKA M., *Numerical Analysis of Wing Rock. Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 35, No. 1, 1997.

17. ZŁOCKA M., *Parametryczna Wrażliwość Korkociągu Ustalonego*, Mechanika w Lotnictwie „ML-VII". PTMTiS Warszawa, 1995.

18. JAHNKE C. C., CULICK F. E. C., *Application of Bifurcation Theory to the High-Angle-Of-Attack Dynamics of the F-14,* Journal of Aircraft, Vol.31, No. 1, 1994.

19. DAT R., TRAN C. T., PETOT D., *Modele Phenomenologique de Decrochage Dynamique sur Profil de Pale d'Helicoptere*, ONERA T. P., 1979-149. 1979.

20. McALISTER K. W., LAMBERT O., PETOT D., *Application of the ONERA Model of Dynamic Stall*, NASA TP2399 or AVSCOM TP84-A-3, 1984.

21. NARKIEWICZ J., SYRYCZYŃSKI J, BATLER T., *Circulation ONERA Model for Dynamic Airfoil Stall*, Prace Instytutu Lotnictwa, Nr 132-133, Warszawa 1993.

22. TRAN C. T., PETOT D., Semi-Empirical Model for the Dynamic Stall of Airfoils in View of the Application to the Calculation of Responses of a Helicopter Rotor Blade in Forward Flight, Vertica, Nr. 5, 1981.

INSTYTUT TECHNICZNY WOJSK LOTNICZYCH

ul. Księcia Janusza, 00-961 Warszawa, skr. poczt. 60

Telefony kontaktowe:
Komendant
(48 22) 685 20 01; 685 20 04; 685 20 16; 685 20 32
Sekretariat
(48 22) 685 20 05; tel./fax: 36 44 71
Sekcja Informacji Naukowej i Promocji
(48 22) 685 20 71; tel./fax: 685 22 99
e-mail: poczta@itwl.waw.pl
Internet: www.itwl.waw.pl

Instytut zajmuje się naukowo-badawczym wspomaganiem eksploatacji lotniczej techniki wojskowej.
W działalności Instytutu można wyodrębnić główne obszary tematyczne:

- badanie bezpieczeństwa i niezawodności lotniczej techniki wojskowej;
- badanie przyczyn niepożądanych zdarzeń w procesie eksploatacji lotniczej techniki wojskowej;
- opracowywanie zweryfikowanych eksperymentalnie modeli (analogowych, cyfrowych) obiektów i procesów eksploatacji lotniczej techniki wojskowej;
- opracowywanie wybranych urządzeń specyficznych dla potrzeb eksploatacji lotniczej techniki wojskowej;
- techniczne i organizacyjne wspomaganie procesu wdrażania lotniczej techniki wojskowej;
- analiza i ocena przydatności w Siłach Zbrojnych i gospodarce narodowej rozwiązań technicznych oraz organizacyjnych w oparciu o doświadczenia z eksploatacji lotniczej techniki wojskowej.

Posiadamy uprawnienia do nadawania stopni naukowych doktora nauk technicznych w specjalności „Budowa i eksploatacja maszyn".

Wdrożyliśmy w Instytucie system jakości zgodny z wymaganiami norm PN-EN 45011 i PN-EN 45001. Certyfikaty akredytacji, wydane przez Polskie Centrum Badań i Certyfikacji, uzyskał Ośrodek Certyfikacji ITWL oraz 6 laboratoriów badawczych. Certyfikat akredytacji wydany przez Główny Urząd Miar uzyskała Pracownia Pomiarów Ciśnienia.

GUM

ITWL - TO GWARANCJA DOBREGO PARTNERSTWA

PCBC

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

MODEL DYNAMIKI LOTU STEROWANEJ RAKIETY

PIOTR GOLAŃSKI
JERZY MANEROWSKI
STANISŁAW RYMASZEWSKI

Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa

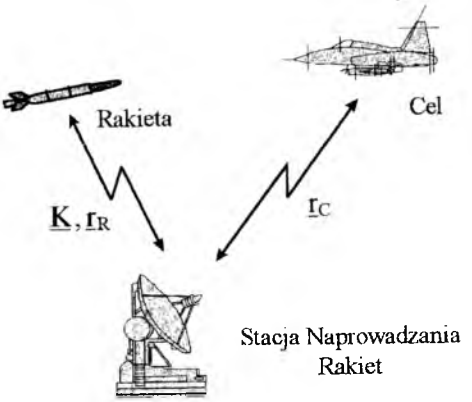
Problematyka artykułu dotyczy opracowania modelu dynamiki lotu sterowanej rakiety dla potrzeb symulatora szkolenia dywizjonu rakiet. W pracy przedstawiono przydatny do symulatora model matematyczny dynamiki rakiety oparty na zwrotnościowych równiach ruchu oraz wyznaczonych związkach na przeciążenia. Nieznane współczynniki modelu wyznaczono metodami komputerowej identyfikacji w oparciu o wyniki pomiarów przebiegów czasowych współrzędnych położenia rakiety oraz komend kierowania zarejestrowanych podczas rzeczywistych strzelań poligonowych.

1. Wstęp

Wysokie wymagania stawiane przed personelem obsługującym złożony technicznie sprzęt bojowy z jednej strony, z drugiej zaś wysokie koszty szkolenia związane zwłaszcza z użyciem środków bojowych, determinują wykorzystanie w procesie szkolenia wojsk różnego rodzaju imitatorów i symulatorów. Podstawą ich działania są modele matematyczne, opisujące istotne z punktu widzenia wymagań symulatora własności symulowanych obiektów lub procesów i umożliwiające w efekcie wyznaczenie niezbędnych do symulacji bieżących parametrów obiektu (procesu). Problematyka niniejszego artykułu dotyczy właśnie sformułowania matematycznego modelu dynamiki lotu sterowanej rakiety, przydatnego do opracowywanego w ITWL symulatora szkolenia dywizjonu rakiet.

W procesie modelowania matematycznego podstawowe znaczenie ma przeznaczenie modelu w symulatorze i związane z tym wymogi stawiane przed modelem. Dla poszukiwanego modelu dynamiki powyższe kryteria wynikają z analizy strukturalnej i funkcjonalnej pracy bojowej dywizjonu rakietowego, którego

schemat ideowy przedstawiono na rys.1. Można w nim wyróżnić zwalczany cel, rakietę ziemia-powietrze naprowadzaną w rozpatrywanym przypadku w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach naprowadzania (kanały I i II) odpowiadających płaszczyznom sterowania rakiety oraz Stację Naprowadzania Rakiet (SNR), generującą komendy kierowania $\underline{K}$ na podstawie określanych radiolokacyjnie bieżących położeń atakowanego celu $\underline{r}_C$ i naprowadzanej na cel rakiety $\underline{r}_R$.



Rys.1. Struktura ideowa działania dywizjonu rakietowego

Z przedstawionego opisu i przeprowadzonych analiz pracy systemu wynika, że opracowywany dla potrzeb symulatora model dynamiki powinien być sterowany komendami naprowadzania i generować bieżące współrzędne położenia (tor lotu) rakiety niezbędne do realizacji procesu jej naprowadzania. Ogólny model dynamiki lotu sterowanej rakiety spełniający powyższe wymogi przedstawiono w p.2. opracowania.

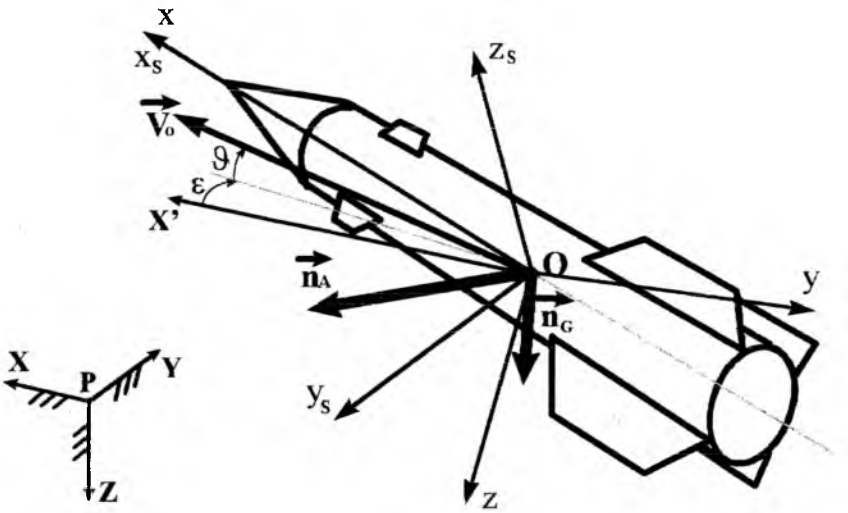
Innym niezwykle ważnym wymogiem stawianym przed modelem jest dokładność odwzorowania rzeczywistości przez opracowany model. Z tych też względów oraz z uwagi na brak w dostępnej autorom literaturze danych niezbędnych do pełnego opisu modelu, potrzebne charakterystyki dynamiczne modelu wyznaczono metodami komputerowej identyfikacji obiektów dynamicznych w oparciu o zarejestrowane wyniki strzelań poligonowych. Uzyskane wyniki identyfikacji wraz z wskaźnikami jakości identyfikacji oraz metodami przygotowania zarejestrowanych danych z prób dla potrzeb identyfikacji modelu przedstawiono w p.3. artykułu. Wyniki porównawcze otrzymane na drodze komputerowej symulacji opracowanego modelu dynamiki sterowanej rakiety oraz obróbki wyników prób, pozwalające na jakościową ocenę dokładności modelu (weryfikację modelu) zamieszczono w p.4.

2. MODEL DYNAMIKI LOTU STEROWANEJ RAKIETY

Przeznaczeniem modelu dynamiki rakiety w modelu symulacyjnym jest generacja bieżących współrzędnych liniowych położenia (symulacja toru lotu) sterowanej komendami naprowadzania rakiety. Z uwagi na powyższe, równania ruchu sformułowano w postaci tzw. równań *zwrotnościowych*, określających zmianę w czasie parametrów toru lotu w funkcji przeciążeń oddziaływujących na obiekt. Ponadto przyjęcie takiego modelu opisu dynamiki lotu rakiety podyktowane było możliwością przeprowadzenia identyfikacji nieznanych charakterystyk modelu.

Można wykazać [8], że ruch rozpatrywanej rakiety przy następujących założeniach:

- początek układu współrzędnych związanego z obiektem Oxyz leży w środku masy, zaś oś Ox jest podłużną osią symetrii (rys.2.),
- kąt przechylenia rakiety jest zerowy (funkcja jej autonomicznego układu stabilizacji),
- pomija się kąty natarcia i ślizgu (małe dla rozpatrywanego obiektu),



Rys.2. Układ aerodynamiczny rakiety oraz układy współrzędnych

- przeciążenie $\vec{n}_A$ określone jest przez składowe w układzie związanym ze sterami $Ox_sy_sz_s$ (rys.2.), ponieważ w tym układzie ze względu na układ aerodynamiczny i napędowy rakiety powstają siły, a w efekcie przeciążenia aerodynamiczne i pochodzące od silnika,

można opisać matematycznie równaniem wektorowym o postaci

$$\left[\dot{V}_0 \quad \dot{\vartheta} \quad \dot{\varepsilon}\right]^T = g\underline{\underline{E}}_t(V_0,\vartheta,\varepsilon)\underline{\underline{E}}^T(\vartheta,\varepsilon)\left(\underline{\mathbf{n}_G}(\vartheta) + \underline{\underline{\mathbf{E}}_s}\underline{\mathbf{n}_A}(\underline{\mathbf{K}},\ldots)\right), \qquad (1)$$

gdzie:

V_0, ϑ, ε – prędkość lotu oraz kąt pochylenia i kursu toru lotu rakiety,

$\underline{\underline{\mathbf{E}}}$ – macierz transformacji Eulera,

$\underline{\underline{\mathbf{E}}}_t$ – macierz transformacji równa

$$\underline{\underline{\mathbf{E}}}_t = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon\cos\vartheta & \sin\varepsilon\cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ -\cos\varepsilon\sin\vartheta/V_0 & -\sin\varepsilon\sin\vartheta/V_0 & -\cos\vartheta/V_0 \\ -\sin\varepsilon/V_0\cos\vartheta & \cos\varepsilon/V_0\cos\vartheta & 0 \end{bmatrix},$$

$\underline{\underline{\mathbf{E}}}_s$ – macierz transformacji z układu $Ox_sy_sz_s$ do układu Oxyz o postaci

$$\underline{\underline{\mathbf{E}}}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \end{bmatrix},$$

$\underline{\mathbf{n}_G}$ – wektor przeciążeń grawitacyjnych w układzie Oxyz równy

$$\underline{\mathbf{n}_G} = \left[-\sin\vartheta \quad 0 \quad \cos\vartheta\right]^T,$$

$\underline{\mathbf{n}_A}$ – wektor przeciążeń aerodynamicznych i od silnika rakietowego,

Zależność (1) jak widać stanowi postulowane *zwrotnościowe* równania ruchu sterowanej rakiety i wraz ze związkami kinematycznymi prędkości liniowych w postaci

$$\left[\dot{X} \quad \dot{Y} \quad \dot{Z}\right] = V_0\left[\cos\varepsilon\cos\vartheta \quad \sin\varepsilon\cos\vartheta \quad -\sin\vartheta\right]^T, \qquad (2)$$

umożliwia wyznaczenie bieżących parametrów toru lotu i ostatecznie współrzędnych liniowych położenia rakiety pod warunkiem, że znane są bieżące wartości wektora przeciążeń $\mathbf{n}_A$. W rzeczywistości brak jest danych literaturowych (współczynników sił i momentów aerodynamicznych rakiety, charakterystyk jej układu sterowania, ciągu silnika rakietowego itp.) pozwalających na zdefiniowanie wprost relacji miedzy składowymi rozważanego wektora, a wartościami komend naprowadzania i parametrów lotu. W związku z tym, zależności umożliwiające wyliczenie składowych przeciążenia (model przeciążeń) niezbędnych do symulacji lotu sterowanej rakiety, wyznaczono w pracy jak wspomniano wcześniej, metodami identyfikacji (metodą regresji [2,5,6] oraz metodą stochastyczną [7]).

Wymogiem przeprowadzenia identyfikacji, obok posiadania niezbędnych danych z prób na rzeczywistym obiekcie, jest założenie (przewidzenie) ogólnej postaci poszukiwanych zależności, w tym wypadku modelu przeciążeń. W oparciu o własności konstrukcyjne i aerodynamiczne modelowanej rakiety i jej układu sterowania oraz mając na uwadze dynamikę procesów sterowania i generacji przeciążeń, przyjęto dla potrzeb identyfikacji metodą regresji model przeciążeń w postaci

$$
\begin{aligned}
n_{A_{y_s}} &= \sum_{i=1}^{2} a_i \frac{d^{(i)}}{dt^i} n_{A_{y_s}} + \sum_{j=0}^{2} b_j \frac{d^{(j)}}{dt^j} K_I , \\
n_{A_{z_s}} &= \sum_{i=1}^{2} a_i \frac{d^{(i)}}{dt^i} n_{A_{z_s}} + \sum_{j=0}^{2} b_j \frac{d^{(j)}}{dt^j} K_{II} ,
\end{aligned}
\tag{3}
$$

zaś dla metody stochastycznej zgodnie z wymaganiami tej metody w postaci równań różnicowych

$$
\begin{aligned}
n_{A_{y_{s_l}}} &= \sum_{i=1}^{2} A_i n_{A_{y_{s_{l-i}}}} + \sum_{j=0}^{2} B_j K_{I_{l-j}} , \\
n_{A_{z_{s_l}}} &= \sum_{i=1}^{2} A_i n_{A_{z_{s_{l-i}}}} + \sum_{j=0}^{2} B_j K_{II_{l-j}} ,
\end{aligned}
\tag{4}
$$

gdzie:

K_I, K_{II} – komendy kierowania odpowiednio w kanale I i II naprowadzania,

a_i, b_j, A_i, B_j – nieznane (podlegające identyfikacji) współczynniki.

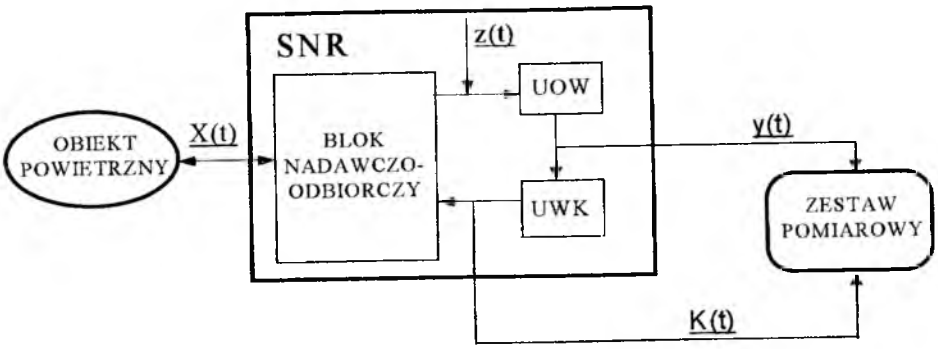
Powyższe zależności stanowią wariantowe (zależnie od stosowanej metody identyfikacji) sformułowanie poszukiwanego modelu przeciążeń i alternatywnie, wraz z równaniami ruchu (1) oraz związkami kinematycznymi (2) definiują ogólny (ze względu na nieznane współczynniki) model dynamiki lotu sterowanej komendami naprowadzania rakiety, spełniający pod względem sterowania i postaci uzyskiwanych wyników wymogi opracowywanego symulatora.

3. IDENTYFIKACJA MODELU DYNAMIKI

Problem identyfikacji przedstawionego w p.2. modelu dynamiki sterowanej rakiety sprowadza się w istocie do wyznaczenia (identyfikacji) nieznanych współczynników występujących w związkach na przeciążenia (3) i (4). Z kolei z postaci tych zależności wynika, że do przeprowadzenia identyfikacji niezbędna jest znajomość przebiegów czasowych składowych przeciążenia $\underline{\mathbf{n}_A}$ rakiety oraz

komend naprowadzania. Podstawą do określenia powyższych przebiegów są zarejestrowane podczas strzelań poligonowych sygnały SNR. Sposób akwizycji sygnałów i ich obróbki do postaci przydatnej do identyfikacji omówiono poniżej.

Na rys.3. pokazano schematycznie sposób rejestracji sygnałów SNR przez ze-



Rys.3. Pomiar sygnałów SNR

staw pomiarowy. Zgodnie ze schematem na wyjściu z układu określania współrzędnych (UOW) rejestrowane są sygnały zawierające informacje o bieżących współrzędnych położenia rakiety oraz celu, natomiast na wyjściu układu wyliczania komend (UWK) mierzone są chwilowe wartości komend kierowania K(t). Tak zarejestrowane w postaci cyfrowej dane dla potrzeb identyfikacji podlegają obróbce. W pierwszym etapie następuje eliminacja błędów przypadkowych rejestracji, przeskalowanie danych w celu uzyskania ich fizycznych wartości oraz czasowa synchronizacja danych związana z asynchronicznym próbkowaniem sygnałów przez zestaw pomiarowy. Kolejnym, niezwykle ważnym z punku widzenia identyfikacji, etapem obróbki jest eliminacja z danych współrzędnych położenia rakiety błędów wnoszonych przez układ UOW czyli estymacja rzeczywistego położenia obiektu. W tym celu przyjęto, opierając się na danych literaturowych dotyczących UOW [3], że wspomniane błędy związane są z błędami dynamicznymi oraz zakłóceniami losowymi z(t), co matematycznie wyraża zależność

$$y(t) = X(t) + \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot \frac{d^{(i)}}{dt^i} X(t) + z(t), \tag{5}$$

gdzie:

$y(t)$ – zmierzona wartość współrzędnej,

$X(t)$ – rzeczywista wartość współrzędnej,

w_i – współczynniki uchybu (nieznane).

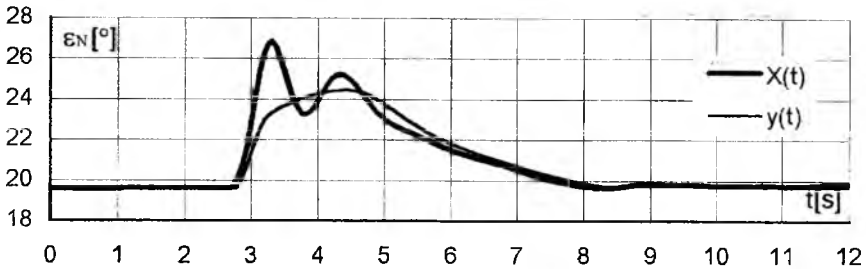
Wykorzystując własności uśredniania krótkoczasowego [1], zależność (5) przekształcono do następującej postaci

$$\frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}}\left[\frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} y(t)dt - y(t)\right]dt = \xi\cdot\frac{d^{(2)}}{dt^2}X(t) + \xi^2\cdot\frac{d^{(4)}}{dt^4}X(t), \qquad (6)$$

gdzie:

$$\xi = \frac{1}{24}T^2 \text{ – znana stała,}$$

nie zawierającej błędów dynamicznych i zakłóceń losowych i umożliwiającej wyznaczenie [4] poszukiwanych estymowanych współrzędnych położenia. Na rys.4.



Rys.4. Estymacja współrzędnej

przedstawiono przykładowe porównanie przebiegów czasowych wartości kąta elewacji ε_N położenia rakiety wyznaczonych z rejestracji (linia cienka) oraz otrzymanych w wyniku estymacji (linia gruba). Końcowy etap obróbki stanowią wielokrotne procesy transformacji i różniczkowania wyestymowanych współrzędnych. Uzyskane tą drogą przebiegi czasowe składowych przeciążenia rakiety wraz z przeskalowanymi i zsynchronizowanymi przebiegami komend naprowadzania umożliwiają przeprowadzenie identyfikacji przyjętych w p.2. modeli przeciążeń.

Przechodząc do omówienia wyników identyfikacji, otrzymane metodą regresji na podstawie zarejestrowanych i przygotowanych danych z dwóch strzelań, wartości współczynników składowej y_s i z_s modelu przeciążeń (3) zamieszczono odpowiednio w tabelach 1 oraz 2. Analogicznie w tabeli 3 przedstawiono wyznaczone metodą identyfikacji stochastycznej wartości współczynników składowych modelu przeciążeń (4). Wyniki obliczeń odpowiadające wariantowi I w przypad-

ku obu metod identyfikacji odpowiadają pełnym przyjętym postaciom modeli przeciążeń (patrz (3,4)), zaś pozostałe warianty odpowiadają różnym stopniom uproszczenia.

Tab.1. Wyniki identyfikacji współczynników składowej y_s regresyjnego modelu przeciążeń

	Wariant I	Wariant II	Wariant III	Wariant IV
a_1	-.26262E+00	-.25171E+00	**-.26287E+00**	-.25219E+00
a_2	-.17604E-02	-.14536E-02	**.00000E+00**	.00000E+00
b_0	.31959E+00	.28656E+00	**.32077E+00**	.28838E+00
b_1	-.14011E-01	-.16032E-01	**-.14364E-01**	-.16273E-01
b_2	-.17604E-02	.00000E+00	**.16322E-02**	.00000E+00
Wsp. korel.	.84968E+00	.82881E+00	**.84251E+00**	.82312E+00
War. reszt.	.12783E+01	.14429E+01	**.13088E+01**	.14615E+01

Tab.2. Wyniki identyfikacji współczynników składowej z_s regresyjnego modelu przeciążeń

	Wariant I	Wariant II	Wariant III	Wariant IV
a_1	-.30047E+00	-.32248E+00	**-.30165E+00**	-.32364E+00
a_2	-.20353E-02	-.20198E-02	**.00000E+00**	.00000E+00
b_0	.33897E+00	.33618E+00	**.34145E+00**	.33864E+00
b_1	-.35003E-01	-.25486E-01	**-.35665E-01**	-.26149E-01
b_2	.16237E-02	.00000E+00	**.16226E-02**	.00000E+00
Wsp. korel.	.88879E+00	.85681E+00	**.88572E+00**	.85361E+00
War. reszt.	.19177E+01	.22048E+01	**.19443E+01**	.22276E+01

Tab.3. Wyniki identyfikacji współczynników stochastycznego modelu przeciążeń

	składowa y_s		składowa z_s	
	Wariant I	Wariant II	Wariant I	Wariant II
A_1	.54032E+00	**.89244+00**	.67006E+00	**.89810E+00**
A_2	.30610E+00	**.00000E+00**	.19726E+00	**.00000E+00**
B_0	.92362E-01	**.21138E-01**	.78089E-01	**.19613E-01**
B_1	-.96527E-01	**.21632E-01**	-.86036E-01	**.33746E-01**
B_2	.67211E-01	**.0000E+00**	.76036E-01	**.0000E+00**
Wsp. korel.	.9763E+00	**.9861E+00**	.9903E+00	**.9941E+00**
War. reszt.	.1680E-01	**.1865E-01**	.1884E-01	**.1927E-01**

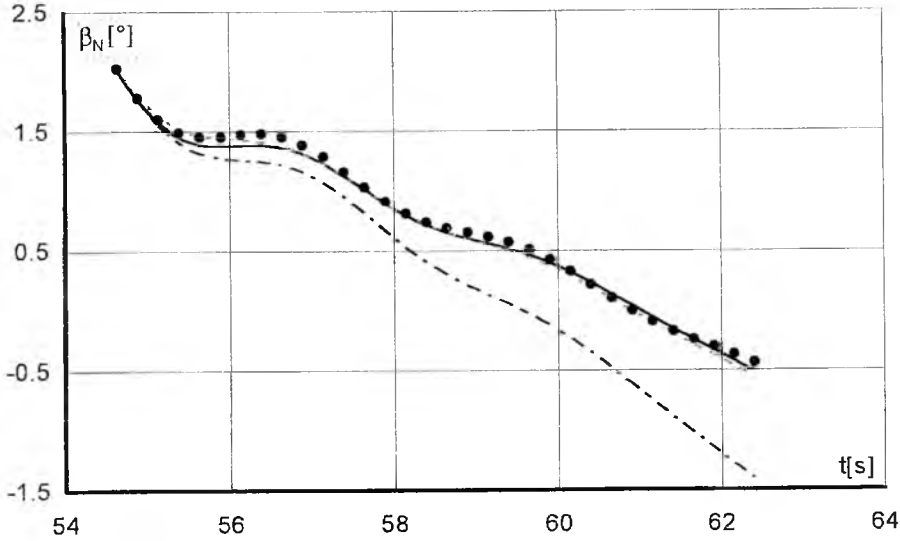
W wyniku analizy wyznaczonych współczynników jakości identyfikacji (współczynnik korelacyjny, wariancja resztkowa) wybrano ostatecznie do opisu związków na przeciążenia wariant III dla metody regresji oraz wariant II (odpowiadający stopniu skorelowania 1) dla modelu stochastycznego. Odpowiadające powyższym wariantom współczynniki wraz z modelami przeciążeń (3) lub (4), równaniami ruchu (1) oraz związkami kinematycznymi (2) stanowią przyjęty przez autorów szczegółowy model dynamiki lotu sterowanej rakiety, wyznaczony odpowiednio metodą regresji lub identyfikacją stochastyczną.

4. WERYFIKACJA MODELU

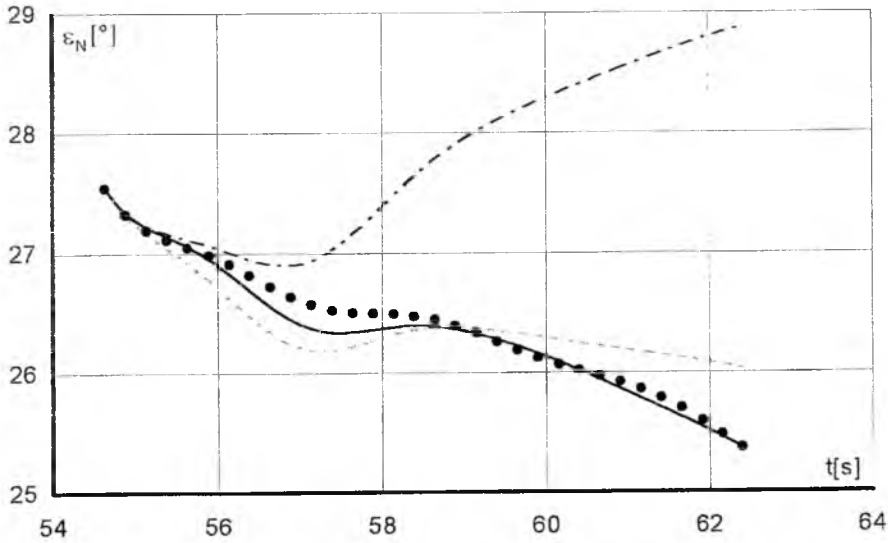
W niniejszym rozdziale przedstawiono przykłady weryfikacji jakościowej opracowanych modeli (regresyjny i stochastyczny) dynamiki lotu sterowanej rakiety. Dla potrzeb weryfikacji napisano w oparciu o powyższe modele program komputerowy (komputerowy model symulacyjny), umożliwiający symulacje lotu rakiety i wyznaczenie jej parametrów lotu, niezbędnych dla celów porównawczych. Wybrane wyniki obliczeń wraz z odpowiadającymi im danymi otrzymanymi z rejestracji eksperymentu (strzelania) przedstawiono w formie graficznej na wykresach.

Na rysunkach 5 oraz 6 zamieszczono przebiegi czasowe odpowiednio kąta azymutu β_N oraz kąta elewacji ε_N położenia rakiety względem SNR. Linie ciągłe na wykresach odpowiadają współrzędnym położenia zarejestrowanym podczas rzeczywistego strzelania (wyniki eksperymentu), linie przerywane przedstawiają współrzędne wyliczone przez komputerowy model symulacyjny wykorzystujący model przeciążeń wyidentyfikowany metodą regresji, zaś liniami punktowymi zobrazowano wyniki symulacji dla modelu dynamiki ze stochastycznym modelem przeciążeń. Należy mieć przy tym na uwadze, że omawiane wyniki obliczeń otrzymano dla przebiegów komend naprowadzania identycznych z zarejestrowanymi podczas strzelania będącego przedmiotem symulacji. Powoduje to, że powstające wskutek „niedokładności" opracowanego modelu dynamiki różnice między symulowanymi i rzeczywistymi współrzędnymi położenia rakiety nie są korygowane na bieżąco komendami, co prowadzi generalnie do narastania wspomnianych różnic wraz z czasem trwania symulacji. W związku z powyższym wykonano symulację lotu rakiety ze sterowaniem aktywnym tzn. sterowaną komendami naprowadzania wyliczanymi przez opracowany model UWK (nie będący przedmiotem artykułu) na podstawie bieżących położeń rakiety oraz zarejestrowanych podczas rozważanego strzelania przebiegów współrzędnych położenia celu. Takie podejście odpowiada procesowi symulacji jaki będzie realizowany w rzeczywistym symulatorze. Otrzymane dla modelu ze stochastycznym mode-

lem przeciążeń i aktywnym sterowaniem wyniki obliczeń zobrazowano na rysunkach symbolami kółkowymi. Widoczna jest w tym przypadku istotna poprawa przebiegów i ich dobra zgodność (podobieństwo) z wynikami eksperymentu.



Rys.4.1. Porównanie przebiegów czasowych kąta azymutu położenia rakiety względem SNR



Rys.4.2. Porównanie przebiegów czasowych kąta elewacji położenia rakiety względem SNR

5. PODSUMOWANIE

W pracy sformułowano modele (regresyjny oraz stochastyczny) dynamiki sterowanej rakiety, w których nieznane współczynniki modeli przeciążeń wyznaczono metodami komputerowej identyfikacji w oparciu o zarejestrowane wyniki strzelań. Przy opracowaniu modeli uwzględniono wymogi symulatora co do zasad sterowania modelem i postaci otrzymywanych wyników. Z kolei przedstawione w p.4. porównania pozwalają na stwierdzenie poprawności przyjętych założeń i metodyk określania charakterystyk dynamicznych rakiety i umożliwiają zdaniem autorów wykorzystanie opracowanych modeli w symulatorze szkolenia dywizjonu rakiet.

Zamiarem autorów jest kontynuacja prac nad modelem, zwłaszcza w zakresie składowej podłużnej przeciążenia, którą na obecnym etapie zamodelowano w postaci przebiegu czasowego, wyznaczonego na podstawie zarejestrowanych strzelań.

LITERATURA

1. BENDAT J.S., PIERSOL A.G., *Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych*, PWN, Warszawa 1976.
2. BĘCZKOWSKI G., MANEROWSKI J., RYMASZEWSKI S., *Metoda identyfikacji matematycznego modelu dynamiki lotu i charakterystyk lotnych samolotu*, Informator ITWL nr 322/94 tom 2, Warszawa 1994, ss.7÷16.
3. GĄSIOR B. S., *Układy określania współrzędnych*, Wydawnictwo WAT, Warszawa 1980.
4. KRUPOWICZ A., *Metody numeryczne zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych*, PWN, Warszawa 1986.
5. MANEROWSKI J., *Identyfikacja modelu dynamiki lotu samolotu*, Problemy Badań i Eksploatacji Techniki Lotniczej tom1, ITWL 1993, ss.81÷156.
6. MANEROWSKI J., NOWAKOWSKI M., RYMASZEWSKI S., *Komputerowy model dynamiki lotu samolotu zweryfikowany próbami w locie*, MTiS 3–4,28, Warszawa 1990, ss.303÷311.
7. MAŃCZAK K., NAHORSKI Z., *Komputerowa identyfikacja obiektów dynamicznych*, PWN, Warszawa 1983.
8. RYMASZEWSKI S., *Model dynamiki lotu rakiet klasy ziemia-powietrze*, Sprawozdanie ITWL 12012/I, Warszawa 1997.

The problem of this article is focused about model of dynamic of stearing missile for training simulator for missile squadron creating. Useful for simulator math model of missile dynamics based on manoeuvrability equations of the motion and assigned G-load relations has been presented. Unknown coefficiets of the model have been assigned useing computer identification methods supported by time runs of missile position co-ordinates and orders of control recorded while real test firing.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

IDENTYFIKACJA ŁOŻYSKA MAGNETYCZNEGO Z WYKORZYSTANIEM MODELU ARX

Zdzisław GOSIEWSKI, Krzysztof FALKOWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

W artykule przedstawione są wyniki identyfikacji układu zamkniętego i otwartego aktywnego łożyska magnetycznego sterowanego napięciowo z regulatorem PD^2 w torze sprzężenia zwrotnego od wektora wyjść. Do identyfikacji właściwości dynamicznych łożyska magnetycznego zastosowano model ARX, który został wykorzystany do wyznaczenia parametrów Markowa układu zamkniętego i otwartego, a następnie do określenia realizacji układu jako modelu w przestrzeni stanu.

1. Wstęp

Część nowoczesnych systemów mechatronicznych jest klasyfikowana w automatyce jako układy strukturalnie niestabilne. Układy tego typu musza mieć zapewniony zapas stabilności przez regulator włączony w torze sprzężenia zwrotnego od wektora wyjść lub stanu.

Układ otwarty jako układ strukturalnie niestabilny nie może być identyfikowany stosowanymi powszechnie metodami [3, 5]. Dlatego w ciągu ostatnich kilkunastu lat opracowane zostały różne metody identyfikacji układu otwartego na podstawie sygnału wejściowego i wyjściowego układu zamkniętego [4].

Każda z opracowanych metod zakłada, że dla przyjętego modelu układu otwartego (oszacowanego na podstawie opisu matematycznego zachodzących zjawisk fizycznych) zaprojektowany zostanie regulator. Przyjęty model układu otwartego, może znacznie odbiegać od układu rzeczywistego. Pomimo, że zaprojektowany regulator zwykle nie zapewnia odpowiednich właściwości dynamicznych układu zamkniętego, to może zapewnić stabilną pracę układu zamkniętego. Regulatory typu PID tolerują zmianę parametrów pomiędzy rzeczywistym modelem a modelem przyjętym do obliczeń, wynoszącą około 20% wartości nominalnej (dla otwartego układu strukturalnie niestabilnego).

Na podstawie sygnałów wejściowych i wyjściowych przeprowadzana jest identyfikacja modelu układu zamkniętego w przestrzeni stanu.

Po przeprowadzeniu analizy modelu układu zamkniętego i regulatora umieszczonego w sprzężeniu zwrotnym od wektora stanu lub wektora wyjść w przestrzeni stanu, można wyznaczyć model układu otwartego w przestrzeni stanu.

Weryfikując model układu otwartego oraz regulator można uzyskać układ zamknięty realizujący założony cel sterowania jakim są wymagane właściwości dynamiczne układu zamkniętego.

Przedstawiona metoda identyfikacji zastosowana została do identyfikacji aktywnego łożyska magnetycznego zbudowanego w Zakładzie Osprzętu i Automatyki Lotniczej WAT [1, 2]. Łożysko to wykonane jest w wariancie starowania napięciowego i jest sterowane przez regulator PD^2, który został włączony w torze sprzężenia zwrotnego od wektora wyjść (pomiar przemieszczenia).

2. Model obiektu i jego parametry Markowa

Równania różniczkowe opisujące siłownik elektromagnetyczny w kierunku osi Oy [6]:

$$\begin{aligned} m\frac{d^2y}{dt^2} &= 2k_y y + 2k_i i, \\ u &= Ri + L_o\frac{di}{dt} + k_i\frac{dy}{dt}, \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie: y - przemieszczenie, m - masa zredukowana do płaszczyzny łożyska, i – prąd sterujący, u - napięcie sterujące cewki elektromagnesów, L_o, k_z, k_i - są odpowiednio indukcyjnością, sztywnością przemieszczeniową, sztywnością prądową w punkcie pracy. Z powyższych równań formułujemy model obiektu w przestrzeni stanu:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_c\mathbf{x} + \mathbf{B}_c\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \nu_1 & 0 & \nu_2 \\ 0 & -\nu_3 & -\nu_4 \end{bmatrix}, \text{ - macierz stanu,}$$

$$\mathbf{b}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \nu_5 \end{bmatrix}^T \text{ - wektor wejść sterujących,}$$

$\mathbf{c} = [1 \quad 0 \quad 0]$ - wektor wyjść,
$\mathbf{x} = [y \quad \dot{y} \quad i]$ - wektor stanu, $\mathbf{u} = u_c$ - wektor wejść, $\mathbf{y} = y$ – wektor wyjść,
gdzie: $\nu_1 = 2k_y / m$, $\nu_2 = 2k_i / m$, $\nu_3 = k_i / L_o$, $\nu_4 = R / L_o$, $\nu_5 = 1 / L_o$.
Zastosowany regulator typu PD^2 posiada prawo sterowania ze sprzężeniem od wektora wyjść [6]:

$$u_c = -(a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_o y) + r, \tag{3}$$

gdzie: r – wejście zakłócające.
Prawo sterowania można wyrazić przez wektor stanu:

$$u_c = -\mathbf{K}\mathbf{x} + r, \tag{4}$$

gdzie: $\mathbf{K} = [a_o + a_2\nu_1 \quad a_1 \quad a_2\nu_2]$.
Zarówno równania obiektu jak i prawo sterowania poddano dyskretyzacji:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k), \tag{5a}$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k), \tag{5b}$$

$$u_c(k) = -[a_2 y(k+2) + a_1 y(k+1) + a_o y(k)] + r(k), \tag{5c}$$

lub

$$u_c(k) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(k) + r(k). \tag{5d}$$

Rozwiązanie równania (5a) względem **x** można zapisać w postaci sumy całki ogólnej i całki szczególnej, które po wstawieniu do równania (5b) dadzą odpowiedź układu otwartego w punktach pomiarowych:

$$\mathbf{y}(p) = \mathbf{C}\mathbf{A}^p\mathbf{x}(0) + \sum_{i=1}^{p}\mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(p-i) \tag{6}$$

gdzie: $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}(t_o)$ jest stanem początkowym. Przy zerowych warunkach początkowych (lub po zaniku procesu przejściowego) rozwiązanie upraszcza się do całki szczególnej, którą można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{y}(p) = [\mathbf{CB} \quad \mathbf{CAB} \quad \mathbf{CA}^2\mathbf{B} \quad \ldots \quad \mathbf{CA}^{p-1}\mathbf{B}] \begin{bmatrix} \mathbf{u}(p-1) \\ \mathbf{u}(p-2) \\ \mathbf{u}(p-3) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(0) \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Elementami lewych macierzy w iloczynach są macierze zwane parametrami Markowa obiektu (układu otwartego) [4]:

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{CB}, \mathbf{Y}_2 = \mathbf{CAB}, \mathbf{Y}_3 = \mathbf{CA}^2\mathbf{B}, \ldots \mathbf{Y}_k = \mathbf{CA}^{k-1}\mathbf{B}. \tag{8}$$

Poddając przekształceniu Z równania (5), otrzymamy:

$$z\mathbf{x}(z) = \mathbf{Ax}(z) + \mathbf{B}u_c(z), \tag{9a}$$

$$\mathbf{y} = y(z) = \mathbf{Cx}(z), \tag{9b}$$

$$\mathbf{u} = u_c(z) = -[a_2 z^{-2} + a_1 z^{-1} + a_0]y(z) + r(z), \tag{9c}$$

lub

$$\mathbf{u} = u_c(z) = -\mathbf{Kx}(z) + r(z). \tag{9d}$$

Na podstawie dwóch pierwszych równań mamy:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(z) &= \{\mathbf{C}[z\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{B}\}\mathbf{u}(z) = [\sum_{k=0}^{\infty} z^{-(k+1)}\mathbf{CA}^k\mathbf{B}]\mathbf{u}(z) = \\ &= [\mathbf{Y}_1 z^{-1} + \mathbf{Y}_2 z^{-2} + \ldots + \mathbf{Y}_n z^{-n} + \ldots]\mathbf{u}(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{Y}_n z^{-n}\mathbf{u}(z). \end{aligned} \tag{10}$$

Po wprowadzeniu transformacji układu współrzędnych stanu: $\mathbf{x} = \mathbf{T}\tilde{\mathbf{x}}$, otrzymamy nową realizację macierzy modelu w przestrzeni stanu: $\{\mathbf{A}_T = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{AT}, \mathbf{B}_T = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}, \mathbf{C}_T = \mathbf{CT}\}$. Należy zauważyć, że:

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{C}_T\mathbf{A}_T^{k-1}\mathbf{B}_T = \mathbf{CT}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{T})\mathbf{T}^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{CA}^{k-1}\mathbf{B}. \tag{11}$$

Zależności (10) i (11) wskazują, że parametry Markowa nie zależą od wyboru układu współrzędnych, natomiast z tych parametrów można, na podstawie zależności (8), wyznaczyć realizację układu w postaci macierzy $\{\mathbf{A}_T, \mathbf{B}_T, \mathbf{C}_T\}$ o tych samych funkcjach przejścia co realizacja $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\}$, wynikająca z modelu fizycznego. Każdą z tych realizacji można transformować (korzystając z macierzy transformacji modalnej $\mathbf{T}$ zbudowanej odpowiednio z wektorów własnych macierzy $\mathbf{A}$ lub $\mathbf{A}_T$) do postaci modalnej $\{\Lambda_T, \mathbf{B}_T, \mathbf{C}_T\}$, gdzie Λ_T jest macierzą diagonalną z wartościami własnymi na przekątnej.

Parametry Markowa można wyliczyć z sygnałów wejścia i wyjścia obiektu prezentowanych zarówno w dziedzinie czasu (6) jak i w dziedzinie częstotliwości 10). Częściej, ze względu na powszechnie dostępną aparaturę i

przyzwyczajenia badaczy, wyznacza się je obecnie z sygnałów prezentowanych w dziedzinie częstotliwości. Ze względu na bezpośredniość metody wydaje się, że wyznaczanie parametrów Markowa z sygnałów w dziedzinie czasu będzie jednak w przyszłości dominowało.

3. Wyznaczanie realizacji układu [4]

Jeśli znane są parametry Markowa (obojętnie jakiego układu: otwartego, zamkniętego, czy podzespołu), to do wyznaczenia realizacji tego układu buduje się z nich macierze Hankela o wymiarach: $[N_o \alpha x \beta N_i]$:

$$\mathbf{H}(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_k & \mathbf{Y}_{k+1} & \cdots & \mathbf{Y}_{k+\beta-1} \\ \mathbf{Y}_{k+1} & \mathbf{Y}_{k+2} & \cdots & \mathbf{Y}_{k+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_{k+\alpha-1} & \mathbf{Y}_{k+\alpha} & \cdots & \mathbf{Y}_{k+\alpha+\beta-2} \end{bmatrix}, \text{ dla } k=1, 2, 3,... \tag{12}$$

Macierz Hankela można faktoryzować na trzy macierze:

$$\mathbf{H}(k-1) = \mathbf{P}_C \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{P}_B, \tag{13}$$

przy czym:

$$\mathbf{P}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{A}^{\alpha-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

oraz

$$\mathbf{P}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T & (\mathbf{CA})^T & (\mathbf{CA}^2)^T & \cdots & (\mathbf{CA}^{\beta-1})^T \end{bmatrix}^T$$

są odpowiednio macierzami obserwowalności i sterowalności, w których uwzględniono odpowiednio: α, β macierzy blokowych. W wyniku faktoryzacji uzyskamy dwa ważne przypadki:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(0) &= \mathbf{P}_C \mathbf{P}_B, \\ \mathbf{H}(1) &= \mathbf{P}_C \mathbf{A} \mathbf{P}_B. \end{aligned} \tag{14}$$

Obecnie dokonajmy dekompozycji macierzy $\mathbf{H}(0)$ według wartości szczególnych:

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{R}\Sigma\mathbf{S}^{\mathrm{T}}, \tag{15}$$

gdzie macierze **R** i **S** są ortonormalne, a macierz Σ jest macierzą prostokątną, przy czym:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \ldots\ldots, \Sigma_n = \mathrm{diag}\left[\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \cdots \quad \sigma_i \quad \sigma_{i+1} \quad \cdots \quad \sigma_n\right], \tag{16}$$

jest macierzą wartości szczególnych uporządkowanych od wartości największej σ_1 do wartości najmniejszej σ_n. Następnie przyjmijmy, że macierze $\mathbf{R}_n$ i $\mathbf{S}_n$ są zbudowane z pierwszych n kolumn odpowiednio macierzy **R** i **S**. Macierz **H**(0) i jej pseudoodwrotność przyjmą postać:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(0) &= \mathbf{R}_n\Sigma_n\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}, \\ \mathbf{H}^{+}(0) &= \mathbf{S}_n\Sigma_n^{-1}\mathbf{R}_n^{\mathrm{T}}, \end{aligned} \tag{17}$$

gdzie: $\mathbf{R}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{R}_n = \mathbf{I}_n = \mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_n$. Porównanie wzorów (14) i (17) na macierz **H**(0) sugeruje związki pomiędzy macierzami: $\mathbf{R}_n$, $\mathbf{S}_n$ oraz macierzami: $\mathbf{P}_C$, $\mathbf{P}_B$. Wprowadzając zrównoważony podział macierzy Σ_n otrzymamy macierze obserwowalności i sterowalności:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_C &= \mathbf{R}_n\Sigma_n^{1/2}, \\ \mathbf{P}_B &= \Sigma_n^{1/2}\mathbf{S}_n. \end{aligned} \tag{18}$$

Pierwsze N_i kolumn w macierzy $\mathbf{P}_B$ stanowi macierz **B**, podczas gdy pierwsze N_o wierszy w macierzy $\mathbf{P}_C$ tworzy macierz **C**. Wprowadzając więc macierze:

$$\mathbf{E}_{No}^{\mathrm{T}} = \left[\mathbf{I}_{No} \quad \mathbf{0}_{No} \quad \cdots \quad \mathbf{0}_{No}\right], \quad \mathbf{E}_{Ni}^{\mathrm{T}} = \left[\mathbf{I}_{Ni} \quad \mathbf{0}_{Ni} \quad \cdots \quad \mathbf{0}_{Ni}\right],$$

gdzie: $\mathbf{0}_i$, $\mathbf{I}_i$ są odpowiednio zerową i jednostkową macierzą o wymiarze i, otrzymamy oszacowanie macierzy sterowań i pomiarów:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{B}} &= \Sigma_n^{1/2}\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{Ni}, \\ \hat{\mathbf{C}} &= \mathbf{E}_{No}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}_n\Sigma_n^{1/2}. \end{aligned} \tag{19}$$

Uwzględniając (18) w macierzy Hankela **H**(1) (wzór 14), otrzymamy:

$$\mathbf{H}(1) = \mathbf{P}_C \mathbf{A} \mathbf{P}_B = \mathbf{R}_n \Sigma_n^{1/2} \mathbf{A} \Sigma_n^{1/2} \mathbf{S}_n^T. \tag{20}$$

Ze wzoru tego po wykonaniu przekształceń, otrzymamy oszacowaną macierz stanu **A**:

$$\hat{\mathbf{A}} = \Sigma_n^{-1/2} \mathbf{R}_n^T \cdot \mathbf{H}(1) \mathbf{S}_n \Sigma_n^{-1/2}. \tag{21}$$

Otrzymana trójka macierzy { $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}$ } jest jedną z wielu realizacji tego obiektu i zazwyczaj nie jest tożsama liczbowo z trójką {**A,B,C**} otrzymaną na podstawie praw fizyki dla danego obiektu. Jednak te dwie trójki są tożsame dynamicznie, to znaczy mają te same wartości własne i wektory własne.

4. Układ zamknięty i jego parametry Markowa [1]

Korzystając z równań układu otwartego (5a, b) i prawa sterowania (5d) otrzymamy równanie operatorowe układu zamkniętego:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(z) &= \{\mathbf{C}[z\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}]^{-1}\mathbf{B}\}\mathbf{r}(z) = [\sum_{k=0}^{\infty} z^{-(k+1)} \mathbf{C}(\tilde{\mathbf{A}})^k \mathbf{B}]\mathbf{r}(z) = \\ &= [\mathbf{Y}_z(1)z^{-1} + \mathbf{Y}_z(2)z^{-2} + \ldots + \mathbf{Y}_z(n)z^{-n} + \ldots]\mathbf{r}(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{Y}_z(n) z^{-n} \mathbf{r}(z), \end{aligned} \tag{22}$$

gdzie $\mathbf{Y}_z(k)$ są parametrami Markowa układu zamkniętego. Ponieważ regulator zapewnia, że macierz $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mathbf{BK}$ jest asymptotycznie stabilna, to $\tilde{\mathbf{A}}^i \cong \mathbf{0}$, dla : $i > q$ przy q odpowiednio dużym. Tym samym szereg w równaniu (22) można przyjąć za skończony i po zastosowaniu odwrotnej transformaty Z otrzymamy:

$$\mathbf{y}(p) = \begin{bmatrix} \mathbf{CB} & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{B} & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}^2\mathbf{B} & \ldots & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}^{p-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}(p-1) \\ \mathbf{r}(p-2) \\ \mathbf{r}(p-3) \\ \vdots \\ \mathbf{r}(0) \end{bmatrix} \tag{23}$$

gdzie parametry Markowa układu zamkniętego wyniosą: $\mathbf{Y}_z(k) = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}^{k-1}\mathbf{B}$.

Przyjmijmy, że dysponujemy ciągami o długości l wartości sygnału wejściowego **r** i sygnału wyjściowego **y** w dyskretnych chwilach czasu.

Korzystając z zależności typu (23) dla kolejnych wartości sygnału wyjściowego otrzymamy zależność:

$$\mathbf{y} = \overline{\mathbf{Y}}\mathbf{V}, \tag{24}$$

gdzie:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) & \mathbf{y}(2) & \cdots & \mathbf{y}(q) & \cdots & \mathbf{y}(l-1) \end{bmatrix},$$

$$\overline{\mathbf{Y}}_z = \begin{bmatrix} \mathbf{CB} & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}^{q-1}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}^{l-2}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}(0) & \mathbf{r}(1) & \cdots & \mathbf{r}(q) & \cdots & \mathbf{r}(l-1) \\ & \mathbf{r}(0) & \cdots & \mathbf{r}(q-1) & \cdots & \mathbf{r}(l-2) \\ & & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & & & \mathbf{r}(l-q-1) \\ & 0 & & \mathbf{r}(0) & \cdots & \ddots \\ & & & & & \mathbf{r}(0) \end{bmatrix}$$

przy czym macierze mają wymiary: $\mathbf{y}[N_o x(l-1)]$, $\overline{\mathbf{Y}}\,[N_o x\{N_i+N_o)p+N_i\}]$, $\mathbf{V}[\{(N_i+N_o)p+Ni\}x(l-1)]$.

Zauważmy, że nie ma sensu uwzględnienia więcej niż q wierszy w macierzy **V**, gdyż $\overline{\mathbf{Y}}_{k+1} = \mathbf{0}$, dla $k \geq q$ i wówczas macierz **V** staje się źle uwarunkowana. Jest to ograniczenie od góry na wymiar macierzy **V**. Ograniczenie od dołu ma zapewnić rząd macierzy **V** równy n. Dla obiektów o wielu punktach pomiarowych liczba wierszy powinna wynikać z zależności $N_o xp \geq n$. Te drugie ograniczenie znacznie zmniejsza liczbę obliczeń w przypadku obiektów wielowymiarowych (No>1).

Ponieważ macierz **V** jest prostokątna, parametry Markowa obliczymy przez pseudoodwrócenie macierzy **V** lub w sensie najmniejszej sumy kwadratów:

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{Y}}_z &= \mathbf{y}\mathbf{V}^+, \\ \overline{\mathbf{Y}}_z &= \mathbf{y}\mathbf{V}^T[\mathbf{V}\mathbf{V}^T]^{-1}. \end{aligned} \tag{25}$$

Te drugie rozwiązanie stosujemy, gdy istnieje $[\mathbf{V}\mathbf{V}^T]^{-1}$. Zależności (25) pozwalają obliczyć pierwsze p+1 niezerowych parametrów Markowa układu zamkniętego. Jeśli do dalszych obliczeń potrzebna jest większa liczba tych parametrów, to wyliczone uzupełniamy zerowymi.

Często korzystniej jest wyznaczyć parametry Markowa układu zamkniętego w sposób pośredni z jego modelu ARX:

$$\mathbf{y}(k)=\sum_{i=1}^{q}\mathbf{a}_i\mathbf{y}(k-i)+\sum_{i=1}^{q}\mathbf{b}_i\mathbf{r}(k-i), \tag{26}$$

gdzie: parametry modelu $\mathbf{a}_i$, $\mathbf{b}_i$ wyznacza się przez parametryzację powyższego równania. Losowo pobudzając układ mierzonym sygnałem $\mathbf{r}(k)$ i mierząc odpowiedź $\mathbf{y}(k)$ obliczamy parametry modelu ARX metodą najmniejszej sumy kwadratów z zależności:

$$\mathbf{P}=(\tilde{\mathbf{V}}^T\tilde{\mathbf{V}})^{-1}\tilde{\mathbf{V}}^T\tilde{\mathbf{y}}, \tag{27}$$

gdzie:

$$\tilde{\mathbf{V}}=\begin{bmatrix} \mathbf{y}^T(q) & \mathbf{r}^T(q) & \mathbf{y}^T(q-1) & \mathbf{r}^T(q-1) & \dots & \mathbf{y}^T(1) & \mathbf{r}^T(1) \\ \mathbf{y}^T(q+1) & \mathbf{r}^T(q+1) & \mathbf{y}^T(q) & \mathbf{r}^T(q) & \dots & \mathbf{y}^T(2) & \mathbf{r}^T(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{y}^T(l-1) & \mathbf{r}^T(l-1) & \mathbf{y}^T(l-2) & \mathbf{r}^T(l-2) & \dots & \mathbf{y}^T(l-q) & \mathbf{r}^T(l-q) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{y}}=\begin{bmatrix}\mathbf{y}(q+1) & \mathbf{y}(q+2) & \dots & \mathbf{y}(l)\end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_1 & \mathbf{b}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{b}_2 & \dots & \mathbf{a}_q & \mathbf{b}_q\end{bmatrix}^T$$

Poddając przekształceniu Z model ARX (26), rozdzielając transformaty $\mathbf{y}(z), \mathbf{r}(z)$ i wykonując tzw. „długie dzielenie" otrzymamy:

$$\mathbf{y}(z)=\left\{\mathbf{b}_1z^{-1}+(\mathbf{b}_2+\mathbf{a}_1\mathbf{b}_1)z^{-2}+\left[\mathbf{b}_3+\mathbf{a}_1(\mathbf{b}_2+\mathbf{a}_1\mathbf{b}_1)+\mathbf{a}_2\mathbf{b}_1\right]z^{-3}+\dots\right\}\mathbf{r}(z). \tag{28}$$

Porównując równania (22) i (28) otrzymamy:

$$\mathbf{Y}_z(k)=\mathbf{b}_k+\sum_{i=1}^{k}\mathbf{a}_i\mathbf{Y}_z(k-i). \tag{29}$$

Jest to wzór rekurencyjny pozwalający na obliczanie dowolnej liczby parametrów Markowa układu zamkniętego.

Zazwyczaj liczba parametrów modelu ARX jest znacznie mniejsza od liczby parametrów Markowa. Tym samym łatwiej jest odwrócić macierz ze

wzoru (27) niż ze wzoru (22). W tym przypadku korzystne jest otrzymanie parametrów Markowa układu zamkniętego z parametrów jego modelu ARX.

5. Obliczanie parametrów Markowa układu otwartego [1]

Podstawiając prawo sterowania (9c) do równania układu otwartego (10) otrzymamy odpowiedź układu zamkniętego:

$$\mathbf{y}(z)=\sum_{k=1}^{\infty}\mathbf{Y}(k)z^{-1}\left[-(\sum_{i=0}^{2}a_i z^{-i})\mathbf{y}(z)+\mathbf{r}(z)\right]=-\sum_{k=1}^{\infty}\alpha(k)z^{-k}\mathbf{y}(z)+\sum_{k=1}^{\infty}\mathbf{Y}(k)z^{-k}\mathbf{r}(z). \tag{30}$$

gdzie:

$$\alpha(k)=\sum_{i=k-2}^{k}\mathbf{Y}(i)a(k-i).$$

Rozdzielmy transformaty $\mathbf{y}(z),\mathbf{r}(z)$:

$$\left(\mathbf{I}-\sum_{k=1}^{\infty}\alpha(k)z^{-k}\right)\mathbf{y}(z)=\sum_{k=1}^{\infty}\mathbf{Y}(k)z^{-k}\mathbf{r}(z). \tag{31}$$

Wykonajmy „długie dzielenie" powyższej zależności. Składniki otrzymanego wyniku porównamy z składnikami równania (22) przy tych samych potęgach zmiennej zespolonej z otrzymując zależności:

$$\mathbf{Y}_z(k)=\mathbf{Y}(k)-\sum_{i=1}^{k}\alpha(k)\mathbf{Y}_z(k-i). \tag{32}$$

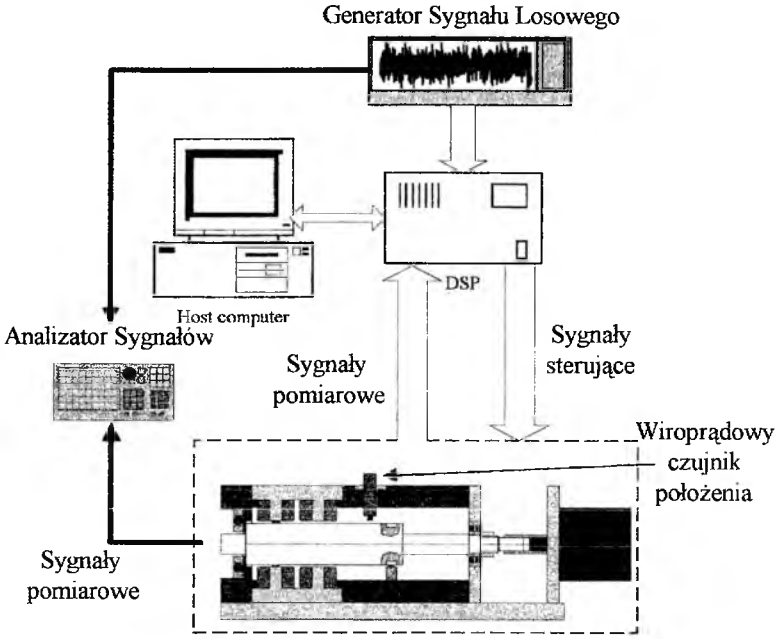
Dokonując przestawienia składników w powyższym wzorze oraz uwzględniając $\alpha(k)$, wyznaczymy w sposób rekurencyjny parametry Markowa obiektu z parametrów Markowa układu zamkniętego:

$$\mathbf{Y}(k)=\mathbf{Y}_z(k)+\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=j-2}^{j}\mathbf{Y}(i)a(j-i)\mathbf{Y}_z(k-j). \tag{33}$$

Celem wyznaczenia realizacji układu otwartego (obiektu) należy wykorzystać obliczone parametry Markowa w macierzach Hankela opisanych w rozdziale 3.

6. Wyniki identyfikacji promieniowego aktywnego łożyska magnetycznego

Omówiona metoda identyfikacji została wykorzystana do określenia parametrów dynamicznych promieniowego aktywnego łożyska magnetycznego zbudowanego w Zakładzie Osprzętu i Automatyki Lotniczej WAT [7]. Łożysko

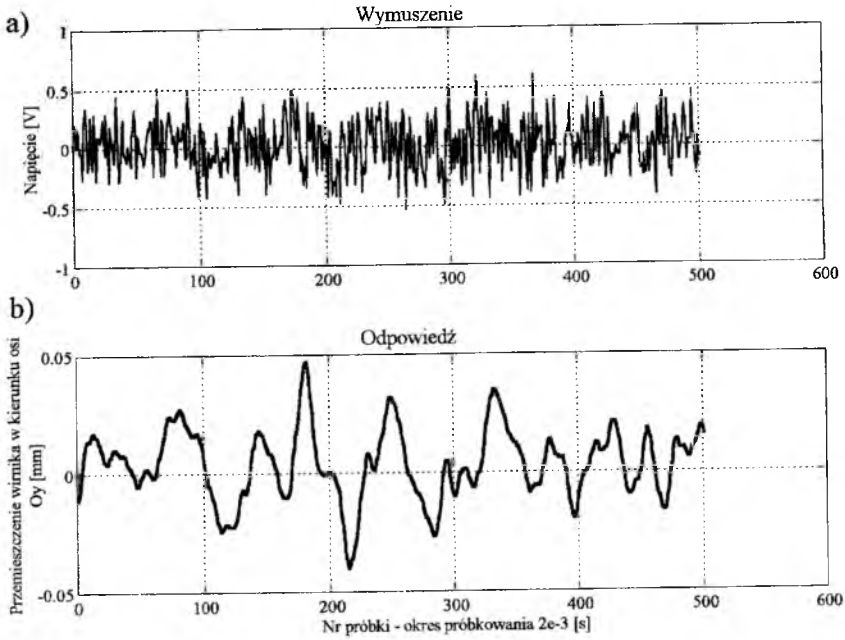


Rys. 1. Stanowisko badawcze do identyfikacji promieniowego łożyska magnetycznego.

to wykonane zostało w wariancie sterowania napięciowego z regulatorem PD^2 umieszczonym w torze sprzężenia zwrotnego od wektora wyjść, zgodnie z prawem sterowania (3). Model łożyska magnetycznego opisany jest równaniami (1).

Przed wykonaniem badania identyfikacyjnego zbudowano stanowisko badawcze (rys. 1) złożone z badanego łożyska magnetycznego, komputera przemysłowego, w którym został zamodelowany regulator zgodnie z prawem sterowania (2), generatora napięciowego sygnału losowego oraz systemu rejestracji oraz archiwizacji wyników pomiarowych.

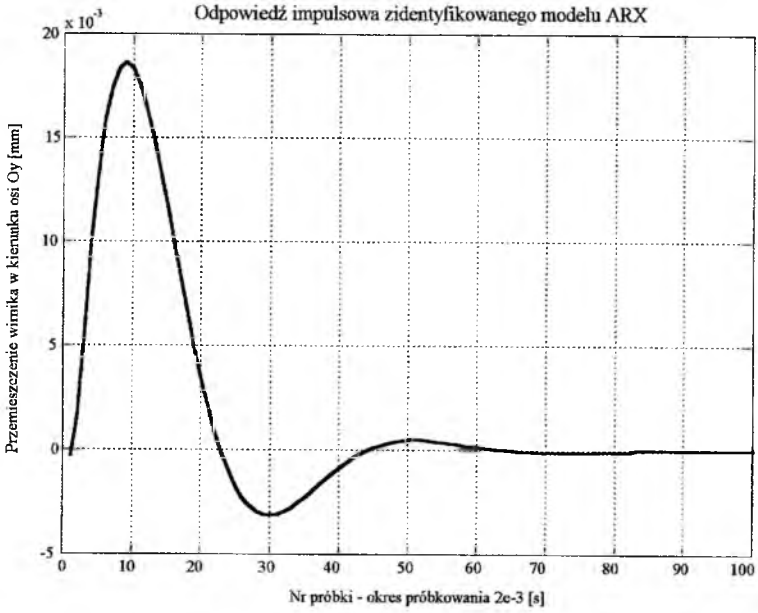
Aktywne łożysko zostało pobudzone napięciowym sygnałem losowym o wariancji 0.045. Na wyjściu z łożyska mierzono przemieszczenie wirnika w płaszczyźnie łożyskowania. Sygnał wejściowy i wyjściowy rejestrowany został przez system rejestracji i archiwizacji danych co 0.002 [s] (częstotliwość próbkowania 500 [Hz]).



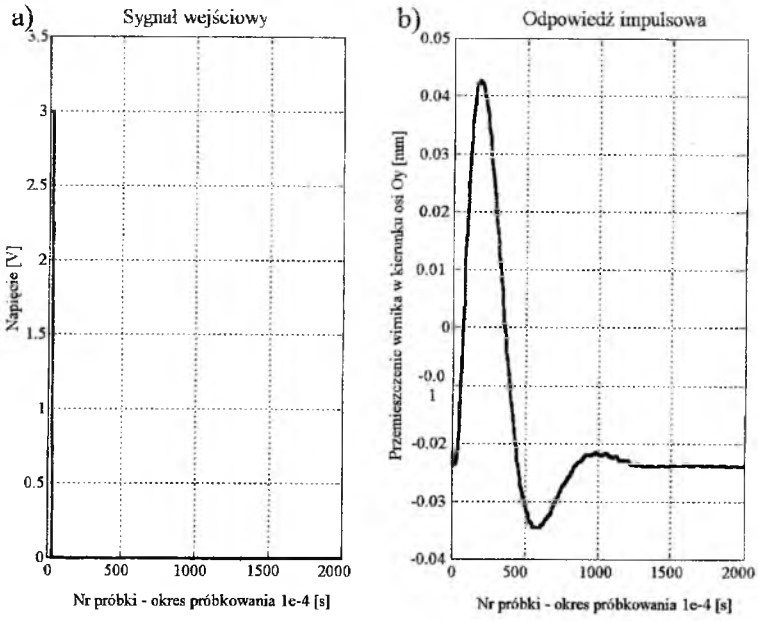
Rys. 2. Sygnał pobudzający i wyjściowy z aktywnego łożyska magnetycznego.

Badanie identyfikacyjne przeprowadzono według następującego algorytmu.

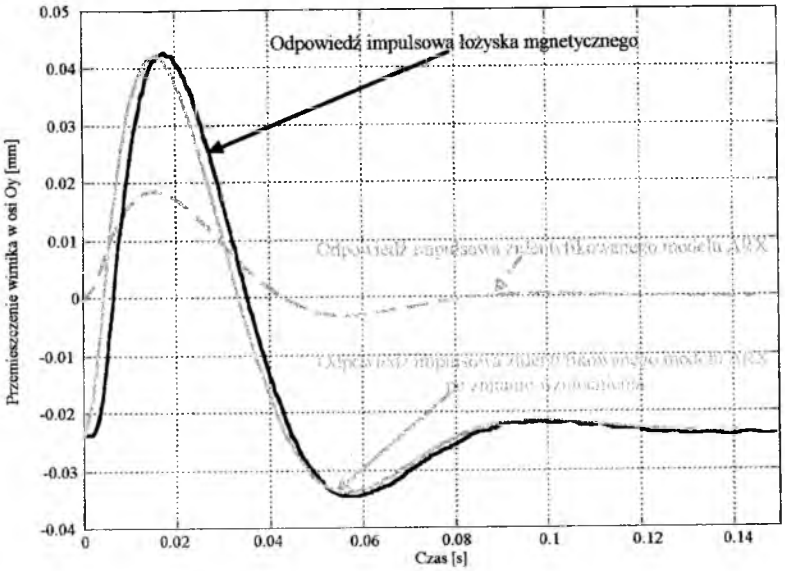
1. Pobudzenie łożyska napięciowym sygnałem losowym r(t) zgodnie z równaniem (22).
2. Rejestracja i archiwizacja sygnału wejściowego r(t) oraz sygnału wyjściowego y(t).
3. Wyznaczenie modelu ARX dla przyjętego rzędu badanego łożyska magnetycznego zgodnie z równaniem (27).
4. Wyznaczenie odpowiedzi impulsowej zidentyfikowanego modelu ARX zgodnie z równaniem (29).
5. Określenie modelu w przestrzeni stanu układu zamkniętego ($\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{D}}$) zgodnie z równaniami (19) i (21).
6. Wyznaczenie odpowiedzi impulsowej układu otwartego na podstawie odpowiedzi impulsowej układu zamkniętego i nastaw regulatora PD^2 zgodnie z równaniem (33).
7. Określenie modelu w przestrzeni stanu układu otwartego (**A, B, C, D**) zgodnie z równaniami (19) i (21).
8. Weryfikacja modelu oraz układu sterowania.



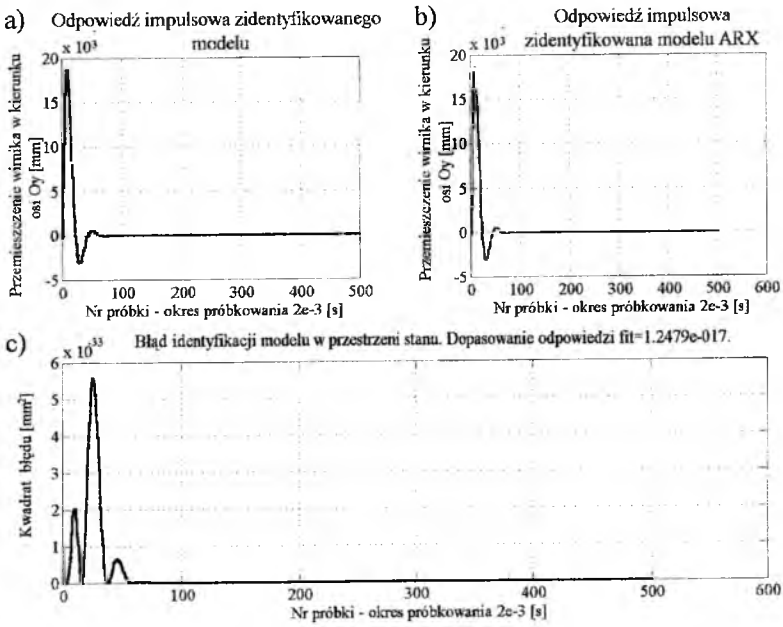
Rys. 3. Odpowiedź impulsowa zidentyfikowanego modelu ARX.



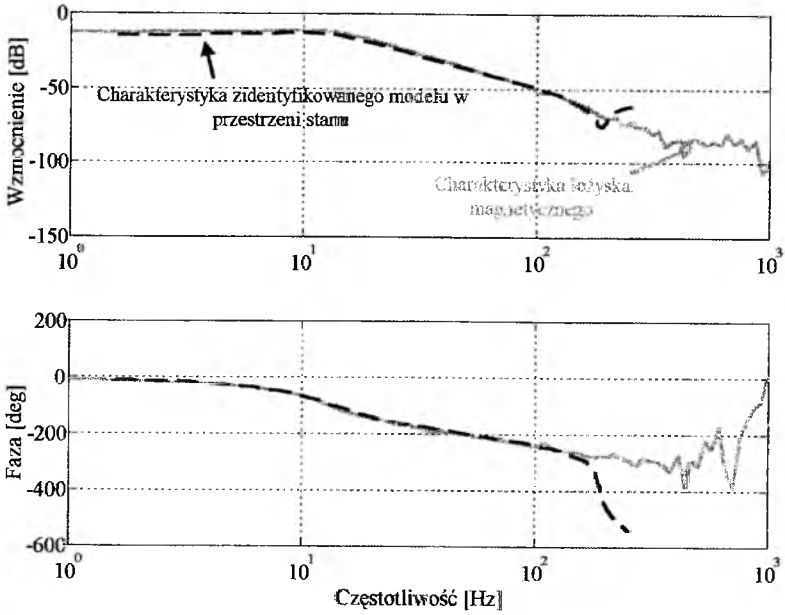
Rys. 4. Odpowiedź impulsowa łożyska magnetycznego: a) sygnał wejściowy, b) odpowiedź na wymuszenie.



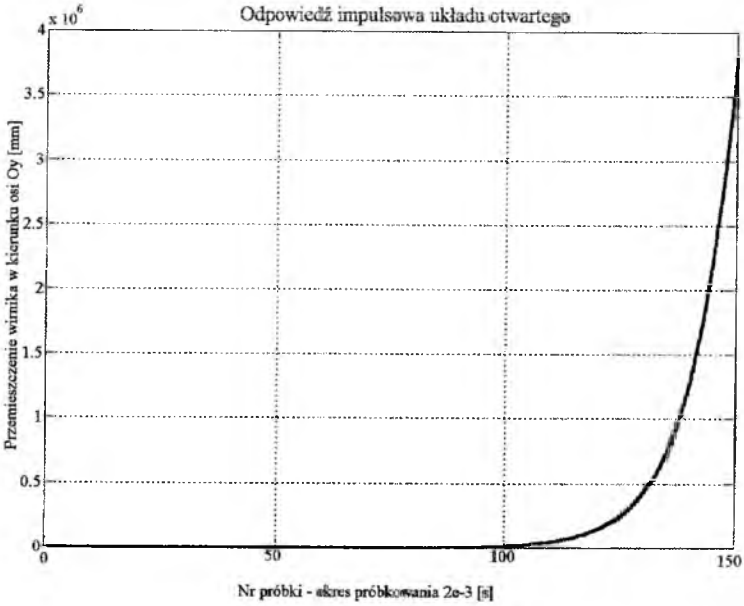
Rys. 5. Porównanie odpowiedzi impulsowej łożyska i zidentyfikowanego modelu ARX.



Rys. 6. Odpowiedź impulsowa modelu w przestrzeni stanu układu zamkniętego.



Rys. 7. Charakterystyki Bodego łożyska magnetycznego i zidentyfikowanego modelu w przestrzeni stanu.



Rys. 8. Odpowiedź impulsowa układu otwartego.

Zgodnie z przyjętym algorytmem sterowania do układu podano wymuszenia w postaci sygnału losowego przedstawionego na rys. 2a. Następnie zarejestrowano przemieszczenie wirnika (odpowiedź układu na losowe wymuszenie - rys. 2b). Do pomiaru przemieszczenia wykorzystany został wiroprądowy czujnik przemieszczenia, który również jest wykorzystany w torze sterowania łożyskiem magnetycznym.

Na podstawie tych sygnałów wyznaczone zostały współczynniki wielomianów modelu ARX. Do obliczeń przyjęto, że układ posiada równanie charakterystyczne trzeciego rzędu. Otrzymano następujące współczynniki wielomianów modelu ARX $\mathbf{a_i}$ i $\mathbf{b_i}$:

$$a = [1\ -1.3506\ -0.0007\ 0.3913]$$

$$b = [-0.0003\ 0.0019\ 0.0034\ 0.0029]$$

Następnie wyznaczono odpowiedź impulsową tak zidentyfikowanego modelu ARX zgodnie z równaniem (29), która jest przedstawiona na rys. 3.

W celu sprawdzenia przeprowadzonych obliczeń pobudzono aktywne łożysko magnetyczne napięciowym wymuszeniem impulsowym o amplitudzie 3 [V].

Na rys. 4 przedstawiona została odpowiedź impulsowa układu (sygnał wejściowy i wyjściowy rejestrowany jest z częstotliwością 10 [kHz]). Porównując odpowiedź impulsową zidentyfikowanego modelu ARX oraz otrzymaną odpowiedź impulsową podczas eksperymentu można zauważyć różnicę w wartości odpowiedzi, która jest związana z poziomem sygnału wejściowego. Dlatego odpowiedź impulsową zidentyfikowanego modelu ARX zweryfikowano dostosowując poziom sygnałów wejściowych. Na rys. 5 przedstawiono wynik powyższej operacji. Jak można zauważyć pomiędzy przedstawionymi odpowiedziami impulsowymi nie występują istotne różnice.

Po stwierdzeniu, że otrzymana odpowiedź impulsowa układu jest wyznaczona prawidłowo wyznaczono model w przestrzeni stanu układu zamkniętego, zgodnie z równiami (19) i (21).

Otrzymano następujący model w przestrzeni stanu układu zamkniętego:

- macierz stanu:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1.1503 & -0.278 & 0.025 \\ 0.278 & 0.7229 & -0.2644 \\ 0.025 & 0.2644 & -0.5226 \end{bmatrix},$$

- wektor wejść:

$$\tilde{\mathbf{B}} = [0.0742 \quad -0.0644 \quad 0.0139]^T,$$

- wektor wyjść:

$$\tilde{\mathbf{C}} = [0.0742 \quad 0.0644 \quad 0.0139],$$

- wektor transmisyjny: $\tilde{\mathbf{D}} = -2.6821e-4$.

Na rys. 6a przedstawiono odpowiedź impulsową wyznaczonego modelu w przestrzeni stanu, korzystając ze standardowej procedury programu Matlab. Następnie porównano powyższą odpowiedź z odpowiedzią impulsową zidentyfikowanego modelu ARX (rys. 6b) oraz wyznaczono wartość średnią kwadratu różnicy otrzymanych amplitud (współczynniki dopasowania fit). Kwadrat różnicy amplitud został przedstawiony na rys. 6c.

Dla tak zidentyfikowanego modelu wyznaczona zastała charakterystyka Bodego a następnie porównano ją z charakterystyką Bodego zmierzoną za pomocą analizatora sygnałów. Obie charakterystyki przedstawiono na rys. 7.

Po porównaniu odpowiedzi impulsowych, charakterystyk Bodego zidentyfikowanego modelu ARX układu zamkniętego łożyska magnetycznego oraz zidentyfikowanego modelu w przestrzeni stanu łożyska magnetycznego z charakterystykami wyznaczonymi eksperymentalnie stwierdzono, że układ zamknięty został zidentyfikowany prawidłowo i ma wartości własne (model dyskretny):

$$p_{1d}=0.9076+0.1368i,\ p_{2d}=0.9076-0.1368i,\ p_{3d}=-0.4645.$$

Po transformacji biliniowej, wyznaczono wartości własne modelu analogowego:

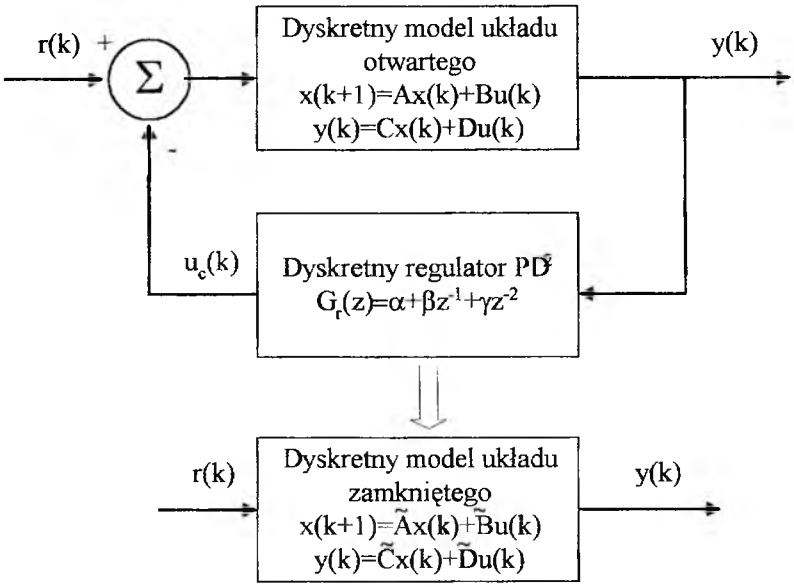
$$p_1=-42.9+74.8i,\ p_2=-42.9-74.8i,\ p_3=-383.4\ .$$

Ostatnim etapem procesu identyfikacji jest wyznaczenie odpowiedzi impulsowej i modelu układu otwartego w przestrzeni stanu. Do wyznaczenia odpowiedzi impulsowej układu otwartego, należy uwzględnić nastawy regulatora PD^2. Na rys. 8 przedstawiono odpowiedź impulsową układu otwartego wyznaczoną zgodnie z równaniem (33).

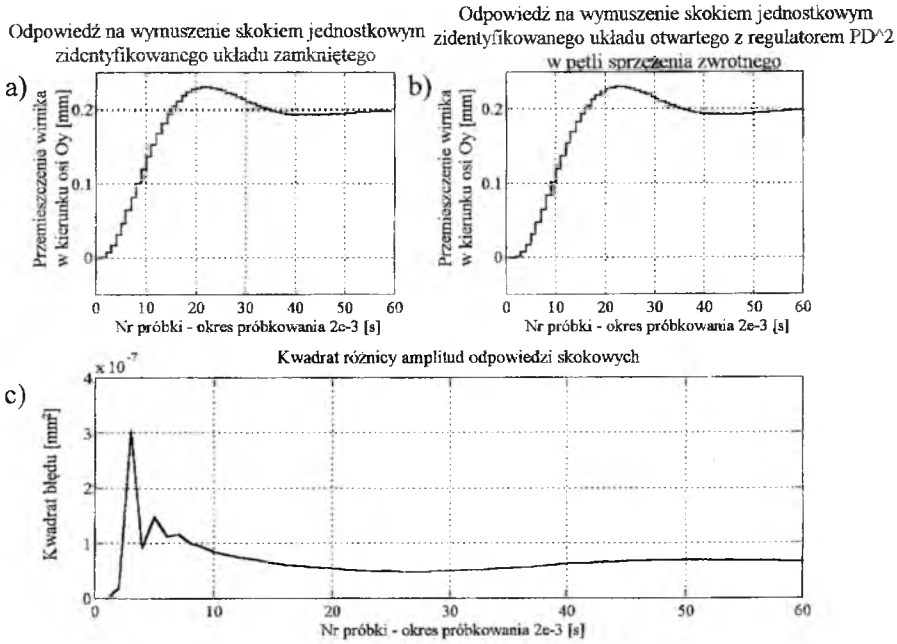
Na podstawie odpowiedzi impulsowej wyznaczono model w przestrzeni stanu układu otwartego, który posiada następujące macierze:

- macierz stanu:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1.1156 & -0.0173 & 0.0054 \\ 0.0173 & 0.8917 & -0.1294 \\ 0.0054 & 0.1294 & 0.7918 \end{bmatrix},$$



Rys. 9. Model otwarty łożyska magnetycznego z regulatorem PD^2.



Rys. 10. Odpowiedź skokowa układu zamkniętego oraz układu otwartego z regulatorem PD^2 w pętli sprzężenia zwrotnego.

- wektor wejść:

$$\mathbf{b} = [0.5835 \quad -0.6171 \quad 0.2357]^T,$$

- wektor wyjść:

$$\mathbf{c} = [0.5835 \quad 0.6171 \quad 0.2357],$$

- wektor transmisyjny: $\mathbf{d} = -0.0027$.

W celu sprawdzenia wyników obliczeń przeprowadzono symulację komputerową wyznaczonego układu otwartego modelu w przestrzeni stanu z regulatorem włączonym w torze sprzężenia zwrotnego od wektora wyjść (rys. 9). Tak zbudowany model symulacyjny powinien charakteryzować się właściwościami dynamicznymi zbliżonymi do parametrów modelu zamkniętego, który został wcześniej zidentyfikowany.

Ocenę zamodelowanego układu przeprowadzono porównując odpowiedź układu na wymuszenie skokiem jednostkowym. Na rys. 10a przedstawiona została odpowiedź na wymuszenie skokiem jednostkowym układu zamkniętego ($\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{d}}$) natomiast na rys. 10b przedstawiono odpowiedź układu otwartego ($\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{d}$) z włączonym w torze sprzężenia zwrotnego regulatorem PD^2. Porównano powyższe charakterystyki analizując kwadrat różnicy amplitud odpowiedzi skokowych.

Analizując otrzymane wyniki uznano, że układ otwarty został zidentyfikowany prawidłowo i ma wartości własne (model dyskretny dla okresu próbkowania $T_s = 2$ [ms]):

$$p_{1od}=1.1148,\ p_{2od}=0.8421+0.1196i,\ p_{3od}=0.8421-0.1196i,$$

a po zastosowaniu przekształcenia biliniowego, określono wartości własne modelu analogowego:

$$p_{1o}=54.3483,\ p_{2o}=-80.9154+70.5490i,\ p_{3o}=-80.9154-70.5490i.$$

Wszystkie obliczenie wykonane zostały w programie Matlab - Simulink. W tym celu przygotowany został zestaw niezbędnych funkcji pozwalających zrealizować poszczególne etapy identyfikacji zaprojektowanego łożyska magnetycznego.

Wyprowadzone tu procedury można wykorzystać do identyfikacji innych złożonych systemów dynamicznych.

7. Podsumowanie

Wynikiem przeprowadzonej identyfikacji jest model dynamiczny układu otwartego i zamkniętego aktywnego łożyska magnetycznego. Otrzymane modele są modelami o właściwościach dynamicznych zbliżonych do identyfikowanego łożyska.

Omówiona metoda identyfikacji nie może być przyjęta jako jedyne źródło informacji o układzie. Należy przeprowadzić identyfikację układu innymi metodami [3, 5]. Inną metodę, którą autorzy artykułu zastosowali do porównania wyników identyfikacji, jest metoda funkcji odpowiedzi częstotliwościowej [2].

Po zastosowaniu metody funkcji odpowiedzi częstotliwościowej otrzymano dyskretny model charakteryzujący się następującymi wartościami własnymi: p_1=0.9032+0.1532i, p_2=0.9032-0.1532i, p_3=-0.2707, a po przeprowadzeniu przekształcenia biliniowego otrzymano model analogowy układu otwartego o wartościach własnych: p_{1a}=-669.09, p_{2a}=-44.85+86.04i, p_{3a}=-44.85-86.04i co potwierdza otrzymane wyniki.

Identyfikację aktywnego łożyska magnetycznego przeprowadzono metodą funkcji odpowiedzi częstotliwościowej na podstawie wyników eksperymentu przedstawionego na rys. 2.

Literatura

1. Z. Gosiewski: *„Identyfikacja parametrów dynamicznych samolotów i obiektów wyposażenia pokładowego"*. II Konferencja Awioniki, Jawor koło Soliny 1998
2. Z. Gosiewski, K. Falkowski: *„Identyfikacja promieniowego łożyska magnetycznego giroskopu prędkościowego"*. II Konferencja Awioniki, Jawor koło Soliny 1998
3. L. Ljung: *„System identification"*. Prentice-Hall, Inc., 1987
4. Jer-Nan Juang: *„Applied System Identification"*. Prentice-Hall, Inc., 1994
5. P. Stoica: *„Identyfikacja systemów"*. Wydawnictwo Naukowe PWN, 1997
6. D. Vischer: *"Sensorlose und Spannungsgesteuerte Magnetlager"*, Zurich 1988
7. Praca zbiorowa pod kierunkiem Z. Gosiewskiego: *"Synteza i badanie inercjalnego bezkardanowego systemu orientacji przestrzennej"*. Sprawozdanie z pracy badawczej finansowanej przez KBN nr 9T12C03010,Warszawa 1998

The using of ARX model to identification of magnetic bearing

Zdzisław Gosiewski, Krzysztof Falkowski

Military University of Technology, ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warsaw
phone: (022) 685-98-51, email: falk@wul.wat.waw.pl

Abstract

Precision identification of static and dynamic parameters of magnetic bearings is an important problem in the design of its control system. When the control system is implemented it is important to check if the plant and regulator models are accurate.

An identification method to solve above problem is presented in the paper. The ARX model of active magnetic bearing is obtained from input and output signals. It was used to calculated the Markov parameters and state space models of close loop system and open loop system of active magnetic bearing.

INSTYTUT TECHNICZNY WOJSK LOTNICZYCH

ul. Księcia Janusza, 00-961 Warszawa, skr. poczt. 60

Telefony kontaktowe:
Komendant
(48 22) 685 20 01; 685 20 04; 685 20 16; 685 20 32
Sekretariat
(48 22) 685 20 05; tel./fax: 36 44 71
Sekcja Informacji Naukowej i Promocji
(48 22) 685 20 71; tel./fax: 685 22 99
e-mail: poczta@itwl.waw.pl
Internet: www.itwl.waw.pl

Instytut zajmuje się naukowo-badawczym wspomaganiem eksploatacji lotniczej techniki wojskowej.
W działalności Instytutu można wyodrębnić główne obszary tematyczne:

- badanie bezpieczeństwa i niezawodności lotniczej techniki wojskowej;
- badanie przyczyn niepożądanych zdarzeń w procesie eksploatacji lotniczej techniki wojskowej;
- opracowywanie zweryfikowanych eksperymentalnie modeli (analogowych, cyfrowych) obiektów i procesów eksploatacji lotniczej techniki wojskowej;
- opracowywanie wybranych urządzeń specyficznych dla potrzeb eksploatacji lotniczej techniki wojskowej;
- techniczne i organizacyjne wspomaganie procesu wdrażania lotniczej techniki wojskowej;
- analiza i ocena przydatności w Siłach Zbrojnych i gospodarce narodowej rozwiązań technicznych oraz organizacyjnych w oparciu o doświadczenia z eksploatacji lotniczej techniki wojskowej.

Posiadamy uprawnienia do nadawania stopni naukowych doktora nauk technicznych w specjalności „Budowa i eksploatacja maszyn".

Wdrożyliśmy w Instytucie system jakości zgodny z wymaganiami norm PN-EN 45011 i PN-EN 45001. Certyfikaty akredytacji, wydane przez Polskie Centrum Badań i Certyfikacji, uzyskał Ośrodek Certyfikacji ITWL oraz 6 laboratoriów badawczych. Certyfikat akredytacji wydany przez Główny Urząd Miar uzyskała Pracownia Pomiarów Ciśnienia.

GUM

ITWL - TO GWARANCJA DOBREGO PARTNERSTWA

PCBC

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

ZASTOSOWANIE OBSERWATORÓW STANU DO IDENTYFIKACJI WIRNIKA ŁOŻYSKOWANEGO MAGNETYCZNIE

ZDZISŁAW GOSIEWSKI
MAREK PASZOWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Uzbrojenia i Lotnictwa, Warszawa

W niniejszym artykule omówiona zostanie metoda identyfikacji dynamiki sztywnego wirnika łożyskowanego magnetycznie, poprzez identyfikację parametrów modalnych. Prezentowana metoda (OCID - Observer/Controller Identification) polega na zastosowaniu algorytmów metody OKID (Observer/Kalman Filter Identification) do identyfikacji parametrów układu sterowania. Identyfikowany układ sterowania ze sprzężeniem od odtworzonego wektora stanu składa się ze sztywnego wirnika w zawieszeniu magnetycznym, obserwatora i regulatora.

1. Wstęp

Jednym z możliwych rozwiązań giroskopu prędkościowego jest zawieszenie jego wirnika w sterowanych (jedno osiowe, dwa promieniowe) łożyskach magnetycznych [1]. W pracy [2] wykazano, że układ sterowania ruchem poprzecznym przez dwa promieniowe łożyska można rozprząc na układy sterowania ruchem translacyjnym i rotacyjnym (rys.1).

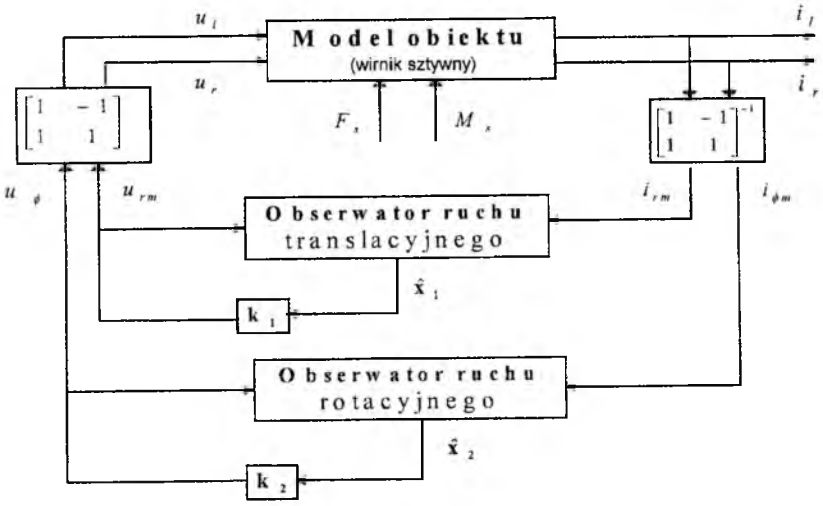
Najtańsze, ale jednocześnie najtrudniejsze do zrealizowania są tzw. łożyska samopomiarowe, w których nie stosuje się czujników pomiarowych. Mierzone są prądy w cewkach elektromagnesów, natomiast napięcia są sygnałami sterującymi. Przemieszczenia wirnika są oszacowywane na podstawie tych sygnałów. Układy sterowania łożyskami samopomiarowymi są wrażliwe na zmiany parametrów punktu pracy, dlatego ich dynamika powinna być dokładnie identyfikowana [6].

Przez parametry dynamiczne rozumiemy wielkości modalne: postacie, częstości, współczynniki tłumienia. Ponieważ wirnik jako obiekt sterowania jest stabilizowany, to dynamikę układu otwartego można identyfikować, korzystając

z parametrów Markowa układu zamkniętego [5]. Jedną z metod przedstawiono w [4].

W niniejszym artykule wykorzystamy metodę przedstawioną w [5], gdyż pozwala ona obok dynamiki obiektu zidentyfikować rzeczywistą macierz wzmocnienia regulatora oraz obserwatora odtwarzającego brakujące składowe wektora stanu.

Rozważania ograniczymy do identyfikacji dynamiki ruchu translacyjnego, a badania przeprowadzimy na modelu symulacyjnym. W przypadku obiektu rzeczywistego należałoby jednocześnie uwzględnić ruch rotacyjny i ruchy te rozprząc, stosując transformację modalną opisaną w [2].



Rys. 1. Schemat układu zamkniętego z rozprzężonymi postaciami drgań. F_s i M_s – siły i momenty, i, u – napięcie i prąd sterujący w prawej i lewej cewce elektromagnesów, x - oznacza wektor stanu, k – regulator proporcjonalny.

2. Model ruchu translacyjnego i jego sterowanie

Model ruch translacyjnego można przedstawić we współrzędnych wektora stanu, przy czym współrzędne te mogą być zmiennymi zespolonymi, jeśli współrzędne (x, y) i inne zmienne w płaszczyźnie łożyska zastąpimy zmiennymi (np. $r=x+jy$) na płaszczyźnie zespolonej [3]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie: $\mathbf{x} = [\ddot{r} \quad \dot{r} \quad i_{rm}]^T$,

$$\mathbf{u} = u,$$

$$\mathbf{y} = i_{rm}, \quad i_{rm} = i_x + j i_y$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -v_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} v_1 & 0 & v_2 \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

oraz:

$$v_1 = \frac{2i_o}{mx_o} = \frac{2K_i}{mL_o}, \quad v_2 = \frac{2x_o}{K} = \frac{1}{L_o}, \quad v_3 = \frac{i_o}{x_o}.,$$

a i_0, L_0, x_0 są parametrami punktu pracy: prądem, indukcyjnością, szczeliną, m jest masą zredukowaną do płaszczyzny łożyska, K - stałą konstrukcyjną.

Sterownik będzie składał się z regulatora ze sprzężeniem od wektora stanu i z obserwatora. Załóżmy prawo sterowania w postaci:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_f = -\mathbf{K}\mathbf{x}, \tag{2}$$

gdzie $\mathbf{K}$ jest macierzą wzmocnienia regulatora. Zgodnie z metodą przesuwania biegunów założymy, że układ zamknięty ma następujące wartości własne (bieguny): p_1, p_2, p_3. Dla tych wartości własnych możemy bezpośrednio obliczyć elementy macierzy wzmocnienia:

$$\begin{aligned} k_1 &= -\frac{p_1 + p_2 + p_3}{v_1} - \frac{v_2 p_1 p_2 p_3}{v_1^2 v_3}, \\ k_2 &= \frac{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}{v_1}, \qquad k_3 = \frac{p_1 p_2 p_3}{v_1 v_3}. \end{aligned} \tag{3}$$

Jak wynika z powyższych wzorów, jeśli wybierzemy bieguny rzeczywiste lub zespolone parami sprzężone, to otrzymamy rzeczywiste elementy macierzy wzmocnienia. To oznacza, że sterowanie ruchem translacyjnym w kierunkach: x oraz y, może być konstruowane niezależnie.

W przypadku ruchu translacyjnego równanie stanu obserwatora pełnego rzędu można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \overline{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & -\mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}, \\ \overline{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{G}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{4}$$

gdzie $\overline{\mathbf{A}}$ jest macierzą stanu, **G** – macierzą wzmocnienia obserwatora. Przy konstruowaniu obserwatora, dla wybranych wartości własnych: p_{1o}, p_{2o}, p_{3o} wyznaczono elementy macierzy **G**:

$$g_1 = \frac{p_{1o}p_{2o}p_{3o}}{v_3}, \quad g_2 = -\frac{p_{1o}p_{2o} + p_{1o}p_{3o} + p_{2o}p_{3o}}{v_3}, \qquad (5)$$
$$g_3 = -(p_{1o} + p_{2o} + p_{3o}).$$

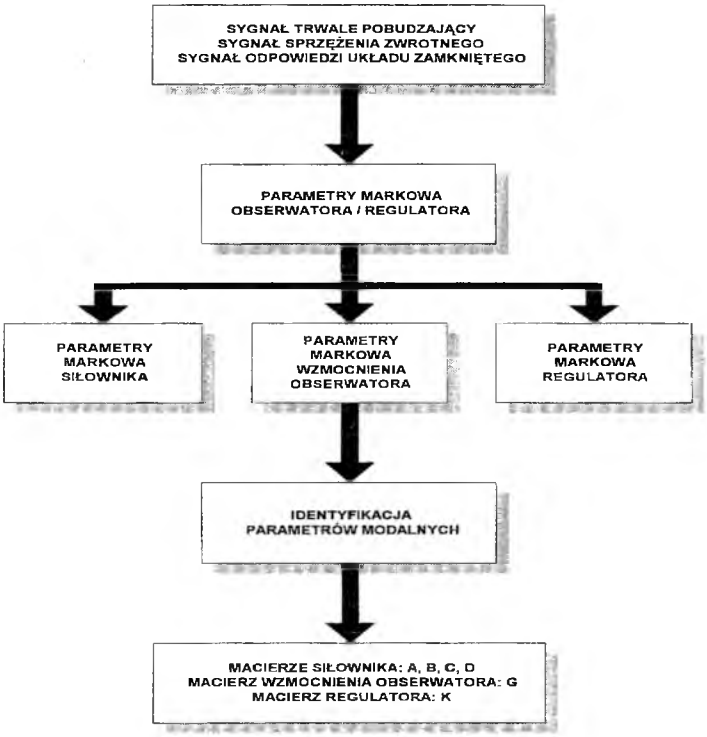
Z powyższych wzorów wynika, że elementy macierzy wzmocnienia obserwatora będą rzeczywiste, jeśli wybierzemy bieguny o wartościach rzeczywistych lub zespolonych parami sprzężonych. To oznacza, że obserwator ruchu translacyjnego może być konstruowany niezależnie dla kierunków: x oraz y. Jest natomiast możliwe wystąpienie sprzężeń pomiędzy tymi kierunkami powodowane przez geometrię cewek.

3. Algorytm identyfikacji

Zakłada się, że obiekt jest stabilizowany przy pomocy układów automatycznej regulacji. W tym przypadku możliwa jest nie tylko identyfikacja dynamiki układu zamkniętego, ale również dynamiki niestabilnego obiektu sterowania i parametrów regulatora.

W pierwszym etapie identyfikacji (rys.2) wyznacza się parametry Markowa obserwatora o czasie skończonym (deadbeat) a następnie na ich podstawie parametry Markowa układu zamkniętego. Obserwator o czasie skończonym zastosowano ze względu na problemy związane z zapewnieniem zerowych warunków początkowych i długością procesu przejściowego w warunkach eksperymentu. W drugim etapie korzystając z algorytmu numerycznego rozwiązywania zagadnienia wartości szczególnych (ERA) wyznacza się z parametrów Markowa macierze Hankela. W wyniku ich dekompozycji można określić estymaty parametrów modalnych układu zamkniętego. Trzeci etap polega na wyznaczeniu realizacji układu otwartego - obiektu fizycznego - bezpośrednio z wyznaczonych parametrów modalnych układu zamkniętego.

Powyższa metoda wykorzystana została do symulacji komputerowej oraz identyfikacji parametrów obiektu składającego się ze sztywnego wirnika zawieszonego w dwóch promieniowych i jednym osiowym łożyskach magnetycznych. Wirnik w tym przypadku jest ciałem swobodnym, a więc niestabilnym. Sterowanie łożyskami magnetycznymi zapewnia stabilizację położenia wirnika względem obudowy. Identyfikacja takiego obiektu sprowadza się przede wszystkim do identyfikacji dynamiki wnoszonej przez łożyska magnetyczne oraz przez efekt giroskopowy.



Rys.2. Algorytm identyfikacji.

Implementacja modeli: obiektu, obserwatora/regulatora, obliczenia oraz badania symulacyjne wykonane zostały w środowisku Matlab-Simulink.

4. Parametry Markowa układu zamkniętego

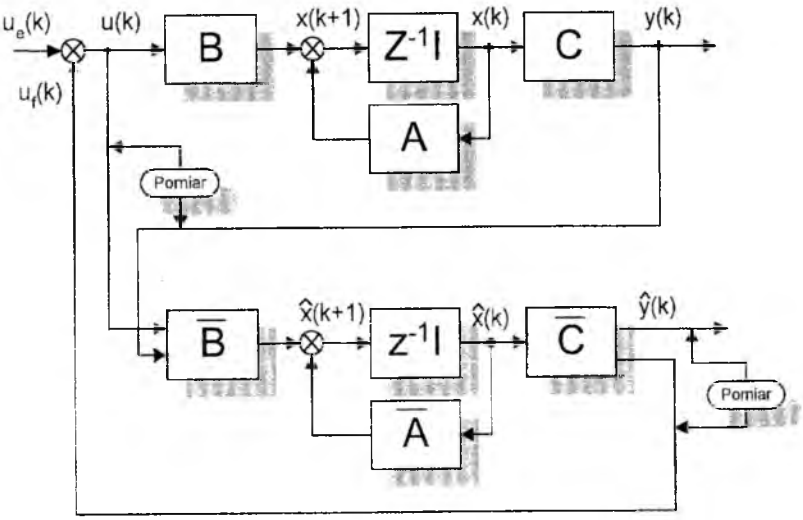
Podczas identyfikacji korzystamy z parametrów Markowa $\mathbf{Y}_i$, które wiążą sygnały wejściowe $\mathbf{u}(\mathbf{k})$ i sygnały wyjściowe $\mathbf{y}(\mathbf{k})$, (dowolnego obiektu: otwartego, zamkniętego, lub ich fragmentu, przy zerowych warunkach początkowych), zależnością:

$$\mathbf{y}(k) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{Y}_i \mathbf{u}(k-i), \quad \mathbf{Y}_i = \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}. \tag{6}$$

Istniejący w pętli sprzężenia zwrotnego obserwator konstruuje się zazwyczaj jako asymptotycznie stabilny, czyli taki, którego stan dąży do stanu obiektu tak, aby już po s krokach można było przyjąć, że: $\hat{\mathbf{x}} \cong \mathbf{x}$. Tak skonstruowanego obserwatora nie można zidentyfikować, jeśli przyjmiemy zerowe warunki początkowe obiektu lub do identyfikacji wykorzystamy odpowiedź układu bez

s pierwszych próbek po włączeniu wymuszenia. W obu tych przypadkach mamy bowiem: $\hat{\mathbf{x}} \cong \mathbf{x}$. Dalszą więc identyfikację ograniczymy do identyfikacji dynamiki obiektu i macierzy wzmocnienia regulatora. Możemy zidentyfikować również macierz wzmocnienia obserwatora o skończonym czasie, który zostanie wykorzystany w procesie identyfikacji.

Przedmiotem badań jest układ przedstawiony na rys.3. Przyjęliśmy, zgodnie z powyższymi rozważaniami, że wyjście z obserwatora funkcjonującego w pętli sprzężenia zwrotnego jest identyczne z wyjściem obiektu (po s krokach).



Rys.3. Identyfikowany układ sterowania ze sprzężeniem od wektora stanu.

Ponieważ na wyjściu tego obserwatora jest również stan obiektu (po procesie przejściowym trwającym s kroków), to sygnał ten jest wprowadzany do regulatora. Obok sygnału sterującego $\mathbf{u}_f$ (który również powinien być mierzony na potrzeby identyfikacji) do obiektu wprowadza się znany sygnał trwale pobudzający $\mathbf{u}_e$ (o szerokim widmie wymuszenia, najlepiej pseudolosowy). Ponieważ dynamika obserwatora dąży do dynamiki obiektu, to w dalszych rozważaniach można model obiektu zastąpić modelem obserwatora.

Obiekt i regulator opisują następujące równania:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1) &= \bar{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}\begin{bmatrix}\mathbf{u}(k)\\ \mathbf{y}(k)\end{bmatrix}, \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \cong \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k), \\ \mathbf{u}(k) &= -\mathbf{K}\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}_e(k). \end{aligned} \tag{7}$$

Powyższe równania prowadzą do modelu układu zamkniętego, który nazwiemy modelem obserwatora/regulatora:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k) &= \overline{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k) + \overline{\mathbf{B}}\begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}(k) \\ \mathbf{u}_f(k) \end{bmatrix} &= \overline{\mathbf{C}}\mathbf{x}(k), \end{aligned} \tag{8}$$

gdzie: $\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{GC}, \quad \overline{\mathbf{B}} = [\mathbf{B} \quad -\mathbf{G}], \quad \overline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_o \\ -\mathbf{K} \end{bmatrix}.$

W macierzy pomiarowej obserwatora $\overline{\mathbf{C}}$ dostęp do całego wektora stanu zapewnia macierz:

$$\mathbf{C}_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Dla funkcji przejścia pomiędzy wejściami a wyjściami z identyfikującego obserwatora (w punktach zaznaczonych na rys.3) można sformułować parametry Markowa obserwatora/regulatora w następującej postaci:

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{Y}}_k &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_o \\ -\mathbf{K} \end{bmatrix} (\mathbf{A} + \mathbf{GC})^{k-1} [\mathbf{B} \quad -\mathbf{G}] = \\ &= \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{Y}}_k^{(1,1)} & -\overline{\mathbf{Y}}_k^{(1,2)} \\ -\overline{\mathbf{Y}}_k^{(2,1)} & \overline{\mathbf{Y}}_k^{(2,2)} \end{bmatrix}, \quad dla: k = 1, 2, \ldots \end{aligned} \tag{9}$$

gdzie na przykład mamy następujący związek podmacierzy w równaniu (9) z macierzami obiektu i obserwatora:

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{Y}}_k^{(1,1)} &= \mathbf{C}_o(\mathbf{A} + \mathbf{GC})^{k-1}\mathbf{B}, \\ \overline{\mathbf{Y}}_k^{(1,2)} &= \mathbf{C}_o(\mathbf{A} + \mathbf{GC})^{k-1}\mathbf{G}. \end{aligned} \tag{10}$$

Powiążemy parametry Markowa obserwatora/regulatora z sygnałami wejściowymi i wyjściowymi następującym równaniem regresji liniowej:

$$\mathbf{y}_t = \overline{\mathbf{Y}}\mathbf{V}_t, \tag{11}$$

gdzie:
$$\mathbf{y}_t = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}(s+1) & \hat{\mathbf{y}}(s+2) & \cdots & \hat{\mathbf{y}}(l-1) & \hat{\mathbf{y}}(l) \\ \mathbf{u}_f(s+1) & \mathbf{u}_f(s+2) & \cdots & \mathbf{u}_f(l-1) & \mathbf{u}_f(l) \end{bmatrix},$$

$$\overline{\mathbf{Y}} = \left[\overline{\mathbf{CB}} \quad \overline{\mathbf{CAB}} \quad \ldots \quad \overline{\mathbf{CA}}^{p-1}\overline{\mathbf{B}}\right],$$

$$\mathbf{V}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{v}(s) & \mathbf{v}(s+1) & \cdots & \mathbf{v}(l-1) \\ \mathbf{v}(s-1) & \mathbf{v}(s) & \cdots & \mathbf{v}(l-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{v}(s-p+1) & \mathbf{v}(s-p+2) & \cdots & \mathbf{v}(l-p) \end{bmatrix}.$$

Liczba p oznacza liczbę parametrów Markowa obserwatora/regulatora, które należy wyznaczyć, gdyż zakładamy, że:

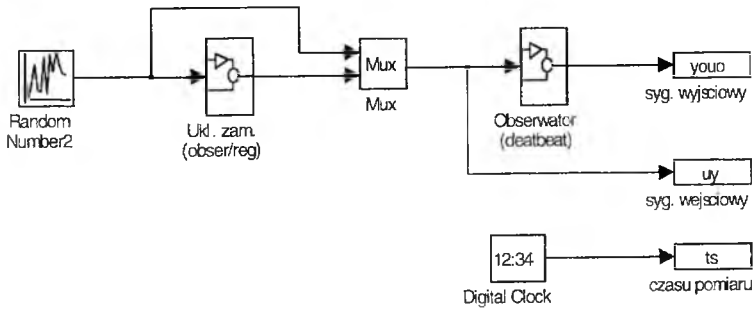
$$\overline{\mathbf{Y}}_k = \overline{\mathbf{CA}}^{k-1}\overline{\mathbf{B}} = \mathbf{0}, dla: k \rangle p.$$

Parametry Markowa obserwatora/regulatora znajdziemy pseudoodwracając macierz lub rozwiązując równanie (11) w sensie najmniejszej sumy kwadratów:

$$\overline{\mathbf{Y}} = \mathbf{y}_t \mathbf{V}_t^+, \qquad \overline{\mathbf{Y}} = \mathbf{y}_t \mathbf{V}_t^T (\mathbf{V}_t \mathbf{V}_t^T)^{-1}. \tag{12}$$

To pierwsze rozwiązanie stosuje się, gdy rząd macierzy $\mathbf{V}_t$ jest mniejszy niż n. Zazwyczaj jednak szum pomiarowy powoduje, że macierz ta osiąga pełny rząd.

W warunkach eksperymentu trudno jest zapewnić zerowe warunki początkowe. Z drugiej strony układy mechaniczne są słabo tłumione, dlatego proces zanikania drgań swobodnych jest długi, co powoduje, że parametry Markowa zbyt wolno zbiegają się do zera. To z kolei narzuca długie sekwencje pomiarowe i obliczenia na dużych, źle uwarunkowanych macierzach.



Rys.4. Model symulacyjny z wymuszeniem losowym zbudowany w środowisku Matlab-Simulink

Aby uniknąć powyższych trudności proponuje się wprowadzenie obserwatorów stanu. Najkrótszy czas zanikania procesów przejściowych zapewnia obserwator o czasie skończonym (ang. deadbeat observer). Wszystkie wartości własne takiego obserwatora są równe zero, a proces przejściowy trwa nie dłużej niż $n+1$ kroków próbkowania, gdzie n jest rzędem macierzy stanu obiektu.

Na potrzeby badań symulacyjnych został zbudowany w środowisku Matlab-Simulink (rys.4) układ składający się z układu zamkniętego (rys.3) i obserwatora o skończonym czasie (proces przejściowy zanika po p krokach), skonstruowanym na potrzeby identyfikacji.

Porównując rys.3 i rys.4 można zauważyć, że ze względu na przyjęte punkty pomiarowe (rys.3) oba schematy są sobie równoważne. Dlatego też w dalszych rozważaniach opis obiektu (7, 8) będzie się odnosił do układu zamkniętego.

5. Parametry Markowa sterowanego obiektu, wzmocnienia obserwatora i regulatora

Zauważmy że dla czterech funkcji przejścia pomiędzy wybranymi punktami na schemacie z rys.3 można sformułować zestawione parametry Markowa:

$$\mathbf{Y}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_0\\ -\mathbf{K}\end{bmatrix}\mathbf{A}^{k-1}\begin{bmatrix}\mathbf{B} & -\mathbf{G}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_0\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B} & -\mathbf{C}_0\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{G}\\ -\mathbf{K}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B} & \mathbf{K}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{G}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{Y}_k^{(1,1)} & -\mathbf{Y}_k^{(1,2)}\\ -\mathbf{Y}_k^{(2,1)} & \mathbf{Y}_k^{(2,2)}\end{bmatrix}, \quad (13)$$

dla $k=1,2,\ldots$, gdzie np.: $\mathbf{Y}_k^{(1,1)}=\mathbf{C}_0\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B}$ są parametrami Markowa obiektu i mogą zostać wykorzystane do wyznaczenia realizacji obiektu, $\mathbf{Y}_k^{(2,1)}=\mathbf{K}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B}$ są parametrami Markowa macierzy wzmocnienia regulatora i mogą zostać wykorzystane do wyznaczenia tej macierzy.

Porównując podmacierze w równaniach (9) i (13) można te parametry wyrazić przez parametry Markowa obserwatora/regulatora (określenie to teraz dotyczy układu: układ zamknięty – obserwator o czasie skończonym):

$$\mathbf{Y}_k^{(1,1)}=\overline{\mathbf{Y}}_k^{(1,1)}-\sum_{i=1}^{k}\overline{\mathbf{Y}}_i^{(1,2)}\mathbf{Y}_{k-i}^{(1,1)},\quad \mathbf{Y}_k^{(1,2)}=\overline{\mathbf{Y}}_k^{(1,2)}-\sum_{i=1}^{k}\overline{\mathbf{Y}}_i^{(1,2)}\mathbf{Y}_{k-i}^{(1,2)}, \quad (14\text{ a, b})$$

$$\mathbf{Y}_k^{(2,1)}=\overline{\mathbf{Y}}_k^{(2,1)}-\sum_{i=1}^{k}\overline{\mathbf{Y}}_i^{(2,2)}\mathbf{Y}_{k-i}^{(1,1)},\quad \mathbf{Y}_k^{(2,2)}=\overline{\mathbf{Y}}_k^{(2,2)}-\sum_{i=1}^{k}\overline{\mathbf{Y}}_i^{(2,2)}\mathbf{Y}_{k-i}^{(1,2)}, \quad (14\text{ c, d})$$

gdzie: $\overline{\mathbf{Y}}_k^{(1,1)}=\overline{\mathbf{Y}}_k^{(1,2)}=\mathbf{0}$ dla $k>p$, $\overline{\mathbf{Y}}_k^{(2,1)}=\overline{\mathbf{Y}}_k^{(2,2)}=\mathbf{0}$ dla $k>p$.

Cztery równania (14) stanowią zbiór zależności do obliczania parametrów obiektu, regulatora i obserwatora z parametrów Markowa obserwatora/regulatora. Parametry Markowa obserwatora/regulatora

otrzymywane są w wyniku przeprowadzenia obliczeń na sygnałach wejścia/wyjścia otrzymanych w eksperymencie.

6. Obliczenie realizacji obiektu

Aby otrzymać modalną realizację obiektu w postaci trójki macierzy opisującej układ obserwatora/regulatora w przestrzeni stanu, z parametrów Markowa obserwatora/regulatora (9) zbudujemy macierz Hankela:

$$\mathbf{H}(k-1)=\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{Y}}_k & \overline{\mathbf{Y}}_{k+1} & \cdots & \overline{\mathbf{Y}}_{k+\beta} \\ \overline{\mathbf{Y}}_{k+1} & \overline{\mathbf{Y}}_{k+2} & \cdots & \overline{\mathbf{Y}}_{k+\beta+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\mathbf{Y}}_{k+\alpha} & \overline{\mathbf{Y}}_{k+\alpha+1} & \cdots & \overline{\mathbf{Y}}_{k+\alpha+\beta} \end{bmatrix}, \tag{15}$$

W wyniku dekompozycji macierzy Hankela:

$$\mathbf{H}(0)=\mathbf{RDS}^T=\mathbf{R}_n\mathbf{D}_n\mathbf{S}_n^T$$

i wykorzystania macierzy $\mathbf{H}(1)$ otrzymamy następujące macierze obiektu:

$$\begin{aligned} \hat{\overline{\mathbf{A}}} &= \mathbf{D}_n^{-1/2}\mathbf{R}_n\mathbf{H}(1)\mathbf{S}_n\mathbf{D}_n^{-1/2}, \\ \hat{\mathbf{G}} &= \mathbf{D}_n^{1/2}\mathbf{S}_n^T\mathbf{E}_{m+r}, \\ \hat{\mathbf{C}}_o &= \mathbf{E}_{m+r}^T\mathbf{R}_n\mathbf{D}_n^{1/2}. \end{aligned} \tag{16}$$

Macierz $\mathbf{E}_{m+r}$ ma postać: $\mathbf{E}_{m+r}^T=\begin{bmatrix}\mathbf{I}_{m+r} & \mathbf{0}_{m+r} & \cdots & \mathbf{0}_{m+r}\end{bmatrix}$.

Otrzymana wzorem (16) trójka macierzy $\{\hat{\overline{\mathbf{A}}}, \hat{\mathbf{G}}, \hat{\mathbf{C}}_o\}$ jest modalną realizacją układu obserwatora/regulatora. Jest ona jedną z wielu realizacji tego obiektu i zazwyczaj nie jest tożsama liczbowo z trójką macierzy opisującą układ w przestrzeni stanu otrzymaną na podstawie praw fizyki dla danego obiektu. Obie realizacje (trójki macierzy) są tożsame dynamicznie, to znaczy mają te same wartości własne i wektory własne.

W [4] zostało wykazane, że parametry Markowa nie zależą od wyboru układu współrzędnych stanu, dlatego też na podstawie znajomości macierzy transformacji modalnej **T** oraz realizacji modalnej układu można wyznaczyć w wyniku transformacji realizację fizyczną układu o tych samych funkcjach przejścia.

Przekształcając parametry Markowa (10) obserwatora/regulatora wg powyższej zasady, przy użyciu funkcji transformacji modalnej **T** otrzymuję nową trójkę macierzy, które są macierzami modalnymi obserwatora/regulatora:

$$\overline{\mathbf{Y}}_k^{(1,2)} = \mathbf{C}_o\overline{\mathbf{A}}^{k-1}\mathbf{G} = \mathbf{C}_o\mathbf{T}\left(\mathbf{T}^{-1}\overline{\mathbf{A}}^{k-1}\mathbf{T}\right)\mathbf{T}^{-1}\mathbf{G} = \hat{\mathbf{C}}_o\hat{\overline{\mathbf{A}}}^{k-1}\hat{\mathbf{G}}\,. \tag{17}$$

Dysponując realizacją modalną (16) oraz funkcją transformacji (18):

$$\mathbf{T} = \hat{\mathbf{C}}_o^{-1}, \tag{18}$$

mogę wyznaczyć nową trójkę macierzy, będącą realizacją fizyczną układu obserwatora/regulatora:

$$\{\hat{\mathbf{C}}_o\hat{\overline{\mathbf{A}}}^{k-1}\hat{\mathbf{C}}_o^{-1},\ \hat{\mathbf{C}}_o\hat{\mathbf{G}},\ \mathbf{I}\}\,. \tag{19}$$

Obliczenie realizacji fizycznej układu otwartego wyznaczane jest na podstawie zależności pomiędzy siłownikiem a obserwatorem/regulatorem (7,8):

$$\mathbf{C}_o = \mathbf{I} \qquad \mathbf{G} = \hat{\mathbf{C}}_o\hat{\mathbf{G}}$$

$$\mathbf{A} = \hat{\mathbf{C}}_o\hat{\overline{\mathbf{A}}}^{k-1}\hat{\mathbf{C}}_o^{-1} + \hat{\mathbf{C}}_o\hat{\mathbf{G}}\mathbf{C} \qquad \mathbf{B} = \overline{\mathbf{Y}}^{(1,1)}$$

Macierz regulatora **K** można wyznaczyć rozwiązując układ równań:

$$\mathbf{KB} = \overline{\mathbf{Y}}_1^{(2,1)}$$
$$\mathbf{K}\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B} = \overline{\mathbf{Y}}_2^{(2,1)}$$
$$\mathbf{K}\overline{\mathbf{A}}^2\mathbf{B} = \overline{\mathbf{Y}}_3^{(2,1)}.$$

7. Badania symulacyjne

Założymy, że obiekt ma następujące parametry:

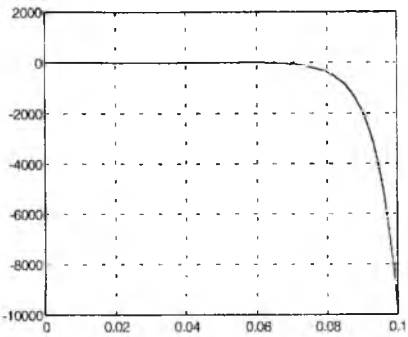
$$m = 0.1461[kg],\quad x_o = 0.0001[m],\quad i_o = 0.1194[A],\quad K = 4.64*10^{-5}\,.$$

Dla ruchu translacyjnego (opisanego zmiennymi zespolonymi) równanie charakterystyczne ruchu swobodnego masy (układ otwarty) ma postać następującą: $s^3 = 0$. Oznacza to, że ruch masy jest na granicy stabilności (typu dywergencja), bieguny mają wartości: $s_j = \alpha_j + j\omega_j = 0, j = 1,2,3,$ a częstotliwości ω_j są równe zero.

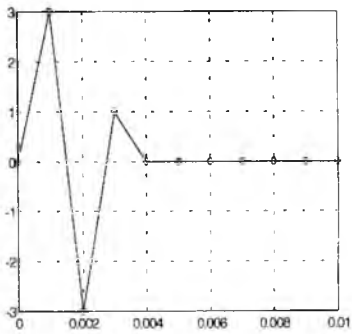
Poddając obiekt próbkowaniu z czasem próbkowania $\Delta t = 0.001s$ otrzymamy dyskretny model w przestrzeni stanu, gdzie dla podanych wcześniej parametrów obiektu i czasu próbkowania macierze **A**, **B**, **C** przyjmują postać:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1.0252 & 0.0010 & 0.0001 \\ 50.5404 & 1.0083 & 0.1398 \\ -5.9281 & -0.2330 & 0.9207 \end{bmatrix},\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0003 \\ 0.0036 \end{bmatrix},\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Badania symulacyjne zostały przeprowadzone dla układu opisanego w punkcie 2. Poniższe charakterystyki (rys.6, 7) zostały wykreślone dla układu niezaburzonego przy dostępie do jednej składowej wektora stanu (przemieszczenie lub prąd sterujący). Przy braku zaburzeń dla obu przypadków dobrze są odtwarzane wszystkie składowe wektora stanu.



Rys.6 . Prąd sterujący siłownika (niestabilny układ otwarty) - odpowiedź na impuls napięcia obiektu określonego przez macierze modelu modalnego, przebieg parametrów Markowa dla układu otwartego



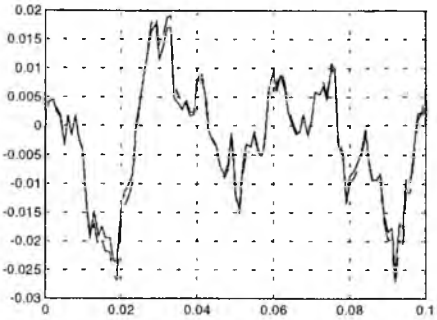
Rys.7 Odpowiedź obserwatora o czasie skończonym na wymuszenie impulsem oraz przebieg parametrów Markowa obserwatora

Kolejne badania symulacyjne przeprowadzono przy zaburzeniu macierzy stanu siłownika, parametry regulatora **K** nie zmieniły się. Wprowadzone zaburzenie może np. symulować zmianę punktu pracy lub niedokładność przyjętego modelu. Na podstawie zarejestrowanych sygnałów wejściowych i wyjściowych układu zamkniętego możemy przy pomocy np. jednej z metod parametrycznych zidentyfikować zaburzoną (rzeczywistą) macierz stanu układu zamkniętego. Dla zidentyfikowanego układu budujemy obserwator o czasie skończonym, przy pomocy którego określamy parametry Markowa obserwatora/regulatora.

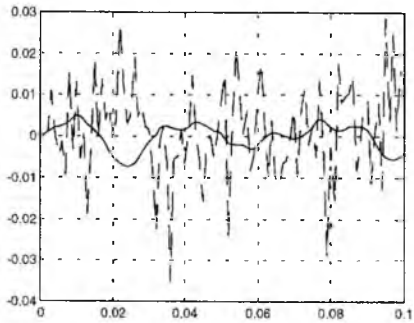
Charakterystyki (rys.8, 9) prezentują wpływ zaburzenia na przebieg składowych wektora stanu dla dwóch przypadków:

- dostępny jest prąd sterujący;
- dostępne jest przemieszczenie.

Na podstawie charakterystyk (rys.8, 9) można zauważyć dużą wrażliwość układu samopomiarowego na niedokładności modelu obiektu wykorzystywanego do budowy obserwatora odtwarzającego niedostępne składowe wektora stanu.



Rys.8 Odpowiedź układu zamkniętego na wymuszenie trwale pobudzające (prąd sterujący) przy zaburzeniu macierzy stanu oraz przebieg estymaty na podstawie parametrów Markowa obserwatora/regulatora dla pomiaru przemieszczenia (- -)



Rys.9 Odpowiedź układu zamkniętego na wymuszenie trwale pobudzające (przemieszczenie) przy zaburzeniu macierzy stanu oraz przebieg estymaty na podstawie parametrów Markowa obserwatora/regulatora dla pomiaru prądu sterującego (- -)

8. Podsumowanie

W zależności od rozwiązania układu pomiarowego istnieje kilka schematów sterowania magnetycznym zawieszeniem. Nazywa się je odpowiednio sterowaniem: prądowym, napięciowym, strumieniem magnetycznym, samopomiarowym. Najtańszym rozwiązaniem jest układ sterowania samopomiarowego. W tym przypadku system pomiarowy jest zredukowany do łatwo mierzalnych prądów w elektromagnesach. Wyeliminowanie czujników przemieszczenia czy strumienia magnetycznego ułatwia również zaprojektowanie bardziej zwartej konstrukcji maszyny wirnikowej.

Układ sterowania samopomiarowego ma również pewne wady. Układ sterowania jest bardziej złożony niż w innych rozwiązaniach, gdyż w układzie pomiarowym nie otrzymujemy sygnału, który można by bezpośrednio wykorzystać w regulatorze oraz jest dużo czulszy na wpływ przypadkowych zakłóceń i wszelkiego rodzaju niedokładności modelu obiektu (rys.8, 9). Celem zbudowania regulatora ze sprzężeniem od wektora stanu należy dodatkowo skonstruować obserwator stanu. Samopomiarowe łożyska magnetyczne są niestabilne w układzie otwartym, a nieminimalnofazowe - w układzie zamkniętym. To oznacza, że należy dysponować dokładnym modelem obiektu, aby znaleźć taki sterownik (obserwator + regulator), który będzie stabilizował układ.

Literatura

1. GOSIEWSKI Z., FALKOWSKI K.: *Two-Axial Gyroscope with Magnetically Supported Rotor.* Proceedings, Fifth International Symposium on Magnetic Bearings, Kanazawa, 1996, pp.65-70.
2. GOSIEWSKI Z.: *Sterowanie drganiami wirników sztywnych przy pomocy samopomiarowych łożysk magnetycznych.* Materiały IV Konferencji „Układy dynamiczne- teoria i zastosowanie". Łódź, grudzień 1997, str. 109-114.
3. GOSIEWSKI Z.: *Sterowanie drganiami wirników izotropowych.* Prace Instytutu Lotnictwa, nr 4/97 (151) 1997, str. 81-91.
4. GOSIEWSKI Z.: *Identyfikacja parametrów dynamicznych samolotów i obiektów wyposażenia pokładowego.* Materiały II Konferencji Awioniki Rzeszów, wrzesień 1998, Cz. I, str. 10-20.
5. JER-NAN JUANG: *Applied System Identification.* Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1994.
6. MUELLER R., BEDENING F., BLEULER H., MIZUNO T.: *Position Sensorless AMB in Four Degrees of Freedom.* Proceedings, Fifth International Symposium on Magnetic Bearings, Kanazawa, 1996, pp.101-106.
7. OGATA K.: *Designing Linear Control Systems with MATLAB*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1994.
8. VISCHER D.: *Sensorlose und spannungsgesteuerte Magnetlager*, PhD thesis, ETH, 1994, Zürich.

STATE OBSERVER IS BEING APPLIED TO IDENTIFICATION OF MAGNETICALLY SUPPORTED RIGID ROTOR

ZDZISŁAW GOSIEWSKI
MAREK PASZOWSKI

Military University of Technology, Armament and Aviation Department, Warsaw

Modal parameters identification method of magnetically supported rigid rotor is presented in the paper. Presented method (OCID - Observer/Controller Identification) is the extension of the OKID (Observer/Kalman Filter Identification) method to identify the closed-loop system. The closed-loop system includes magnetically supported rigid rotor, controller and observer.

The real observer is replaced by its deadbeat state observer and the observer and system Markov parameters are computed. They are used to realize a state space model of the open-loop system by using ERA (the Eigensystem Realization Algorithm).

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW RUCHU SAMOLOTU - OCENA MOŻLIWOŚCI

JACEK A. GOSZCZYŃSKI [1]
TOMASZ GOETZENDORF-GRABOWSKI [2]
JERZY MARYNIAK [1,2]
WIESŁAW J.J. MICHALSKI [3]
JÓZEF A.PIETRUCHA [2]

[1] *Instytut Lotnictwa, Warszawa,*
[2] *ITLiMS Politechnika Warszawska, Warszawa,*
[3] *ul. Nowoursynowska 164 bl. 42 m. 6, 02-787 Warszawa*

W pracy przedstawiono analizę możliwości identyfikacji obiektu latającego w czasie rzeczywistym. Omówiono metodę filtracji nieliniowej i metodę estymacji przed modelowaniem. Obiektem identyfikacji jest obiekt latający dla którego przedstawiono model matematyczny i wyniki symulacji.

1. Wstęp

Ruch przestrzenny dowolnego statku powietrznego jest wynikiem działania wielu czynników. Należą do nich zarówno obciążenia od otaczającego środowiska (atmosfera i grawitacja), jak i zespołu napędowego oraz własności samego obiektu (momenty statyczne i bezwładności, które zależą od rozkładu masy).

Na charakterystyki dynamiczne samolotu w zasadniczy sposób wpływają obciążenia aerodynamiczne. Bardzo istotnym elementem obciążeń aerodynamicznych jest tłumienie aerodynamiczne, zależne od składowych prędkości kątowej samolotu.

Jednym z celów prowadzonych prób w locie powinno być zidentyfikowanie rzeczywistych charakterystyk aerodynamicznych samolotu, w tym ich składowych dynamicznych (tłumienia aerodynamicznego). Te charakterystyki stanowią podstawę opracowania modelu symulacyjnego samolotu - możliwe jest wykonywanie części badań przewidzianych programem prób, za pomocą

modelu matematycznego samolotu, a nie na samym samolocie w trakcie lotu doświadczalnego. Zidentyfikowane charakterystyki pozwalają przewidzieć zachowanie obiektu w zadanych warunkach, jak również zaprojektować modyfikacje konstrukcji i uzyskać pożądane zachowanie obiektu w przewidywanych warunkach. Ponadto umożliwiają one opracowanie systemów automatycznego sterowania, a także stanowią podstawową przesłankę przy budowie symulatorów lotu dla danego statku powietrznego.

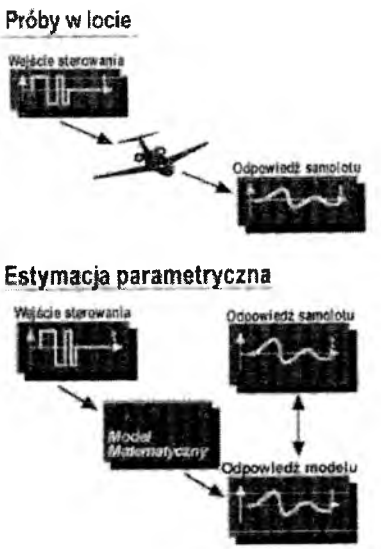
W literaturze [6,8,9,12] nie ma zbyt wielu informacji o rekursywnych metodach identyfikacji, a więc takich, które wymagają wykorzystywania wyłącznie wyników obliczeń poprzedniego kroku oraz nowych pomiarów bez potrzeby zapamiętywania całej historii pomiarowej. W Polsce stosuje się dotąd metodę standardową [12], która wprawdzie daje dobre wyniki, ale jest wielce czasochłonna.

W pracy przedstawiono dwie metody, które mają własność rekursywności, a mianowicie metodę filtracji nieliniowej i metodę estymacji przed modelowaniem.

2. Zadanie identyfikacji

Zagadnienie identyfikacji polega na dobraniu modelu matematycznego samolotu w taki sposób, aby zapewniał on najlepszą aproksymację danych pomiarowych w sensie wybranego wskaźnika identyfikacji. Ponieważ w sformułowaniu zagadnienia identyfikacji tkwi duża swoboda (co znajduje swoje odbicie w wielu nieporozumieniach), więc podajemy tutaj krótko najistotniejsze elementy naszego rozumienia tego zagadnienia; należą do nich:

1) rodzaj identyfikacji (skrzynka „czarna" czy „szara"?);
2) identyfikowalność modeli;
3) sposób identyfikacji;
4) weryfikacja i testowanie modelu.



Rys. 1 Ilustracja zagadnienia identyfikacji (NCR Canada)

Mówiąc o identyfikacji parametrów samolotu (obiektu latającego), ma się na myśli wyznaczanie sił i momentów aerodynamicznych, na ogół wyrażanych za pomocą odpowiednich współczynników i ich pochodnych. Zakłada się wówczas, że siły i momenty sił pochodzące od grawitacji i napędu są znane, natomiast siły aerodynamiczne i ich momenty są identyfikowane na podstawie zarejestrowanych sygnałów cyfrowych ruchu obiektu latającego zaburzonych czynnikami losowymi. Mamy zatem do czynienia z skrzynką „szarą". Przy założeniu, że charakterystyki aerodynamiczne są nieznanymi wielomianami zmiennych stanu, sterowania i liczby Macha, identyfikacji podlegają postacie tych wielomianów oraz występujące w nich współczynniki. Czasami jednak niezbędne jest przeprowadzenie identyfikacji parametrów, przy założeniu że siły i momenty sił pochodzące od napędu są nieznane. W tym przypadku mamy do czynienia z „czarną" skrzynką.

Pojęcie identyfikowalności dotyczy budowy modelu matematycznego i jest związane z możliwością określenia struktury i estymacji parametrów modelu przy wykorzystaniu wiedzy *a priori* o obiekcie oraz danych z eksperymentu na modelowanym obiekcie. W niniejszej pracy zakładamy, że samolot jest identyfikowalny. Zauważmy jeszcze, że identyfikowalność danego obiektu zależy od struktury modelu, metody identyfikacji oraz warunków prowadzenia eksperymentu.

Rozróżnia się identyfikację *„na bieżąco" (on-line)* i „na postoju" (*off-line*). Identyfikacja *off-line* polega na obróbce pomiarów (i dlatego można ją nazwać identyfikacją *wsadową*). Natomiast w identyfikacji *on-line* parametry są wyznaczane w trakcie dokonywania pomiarów. Niezależnie od tego możemy mieć do czynienia z identyfikacją *in real-time*, która ma charakter czasowy, w przeciwieństwie do obu poprzednich o charakterze przestrzennym i dlatego częste utożsamianie identyfikacji *on-line* i *in real-time* nie jest zasadne [3]!. Identyfikacja *in real-time* stosowana jest wówczas, kiedy czas otrzymywania modelu jest istotny, np. w zagadnieniach sterowania.

Weryfikacja modelu jest bardzo ważnym etapem identyfikacji; polega ona na ustaleniu czy model otrzymany w wyniku identyfikacji może być (lub nie) zaakceptowany jako poprawny opis zachowania się obiektu. Jest to trudne zagadnienie i dlatego ograniczymy się tutaj tylko do zasygnalizowania, że zastosowanie testów statystycznych stanowi lepsze kryterium, niż ogólnikowe wskazówki jakościowe czy nawet zdrowy rozsądek. Więcej informacji można znaleźć w pracy [13, rozdz.11].

3. Ogólny model matematyczny samolotu w ruchu przestrzennym

Samolot traktujemy jako bryłę sztywną o sześciu stopniach swobody, z ruchomymi powierzchniami sterowymi. Model matematyczny wyprowadzono

w samolotowym układzie współrzędnych (rys.1), który definiuje się następująco:

- środek układu znajduje się w 1/4 średniej cięciwy aerodynamicznej leżącej w płaszczyźnie symetrii samolotu,
- kierunek osi Ox pokrywa się z kierunkiem średniej cięciwy aerodynamicznej, oś zwrócona jest do przodu,
- oś Oz zwrócona ku dołowi, jest prostopadła do Ox i leży w płaszczyźnie symetrii,
- oś Oy zwrócona jest na prawe skrzydło.

Na podstawie praw mechaniki teoretycznej możemy otrzymać następujące równanie ruchu:

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{V}_\omega \mathbf{B}\mathbf{x}_d + \mathbf{F}_M) \tag{1}$$

gdzie: $\mathbf{x}_d = [U, V, W, P, Q, R]^T$ - część dynamiczna wektora stanu;

$\mathbf{B}$ - macierz bezwładności;

$\mathbf{V}_\omega$ - macierz prędkości liniowych i kątowych;

$\mathbf{F}_M = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T$ - wektor sił i momentów sił zewnętrznych

Równanie (1) trzeba uzupełnić o związki kinematyczne:

$$\dot{\mathbf{x}}_k = \mathbf{T}(\mathbf{x}_k)\mathbf{x}_d \tag{2}$$

gdzie: $\mathbf{T}$ - macierz transformacji z układu obiektowego do związanego z ziemią;

$$\mathbf{x}_k = [\Phi, \Theta, \Psi, x_1, y_1, z_1]^T$$

Wektor $\mathbf{F}_M$ przedstawiamy w postaci sumy sił i momentów sił grawitacyjnych, ciągu oraz aerodynamicznych:

$$\mathbf{F}_M = \mathbf{F}_M^G + \mathbf{F}_M^T + \mathbf{F}_M^A \tag{3}$$

Zakładamy, że siły i momenty sił pochodzące od grawitacji i napędu są znane, a siły aerodynamiczne i ich momenty

$$\mathbf{F}_M^A = [P_x, P_y, P_z, L, M, N]^T \tag{4}$$

są estymowane na podstawie zarejestrowanych sygnałów cyfrowych ruchu samolotu przy użyciu technik filtrowania i wygładzania.

W ruchu rzeczywistym samolotu można z założenia mierzyć sygnały wejściowe i wyjściowe, ale trzeba pamiętać, że na ruch ten oddziałują też zaburzenia o charakterze losowym, które zakłócają zarówno ruch, jak i zniekształcają wyniki pomiarów. Dlatego w rozważaniach szczegółowych przyjmiemy model dynamiki samolotu w postaci ogólnej

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t)] + \mathbf{w}(t) \tag{5}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t)] + \mathbf{v}(t) \tag{6}$$

gdzie:

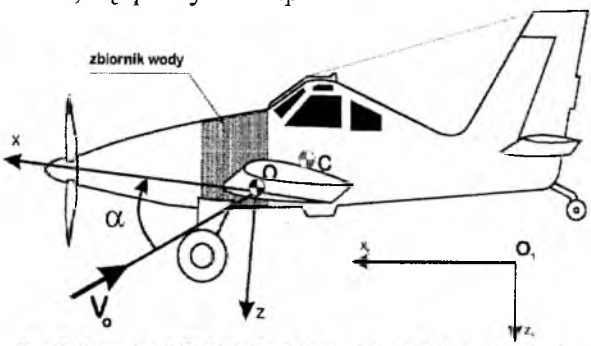
x => wektor stanu zbudowany ze współrzędnych i prędkości uogólnionych;
u => wektor sterowania, którego składowymi są wychylenia powierzchni sterowych oraz ciąg silnika;
y => wektor wyjścia (wektor wielkości mierzonych);
p => wektor poszukiwanych parametrów;
w => wektor zakłóceń stanu;
v => wektor błędów pomiarowych.

Zakłada się, że wektory **w** i **v** są procesami losowymi niezależnymi o zerowych wartościach średnich oraz zadanych macierzach kowariancji.

4. Szczególny model samolotu PZL 106 Kruk w ruchu symetrycznym

Do przetestowania wybranych metod identyfikacji parametrów ruchu obiektu, przyjęto m.in. jako obiekt identyfikacji samolot pożarniczy PZL-106 „Kruk" (którego dane aerodynamiczne były znane), Dla celów testowych przeprowadzono symulację numeryczną ruchu samolotu i jej wyniki zostały potraktowane jako *dane pomiarowe* wektora stanu samolotu. przyjęte do identyfikacji

Samolot ten wydawał się interesujący ze względu na fakt, że reakcja samolotu na zrzut wody tj. bomby wodnej (40% masy startowej) jest bardzo gwałtowna. Owocuje to szybkimi zmianami takich parametrów lotu jak kąt natarcia, prędkość lotu, kąt pochylenia itp.



Rys.2 Samolot PZL106 Kruk i przyjęte układy odniesienia

Dla potrzeb symulacji numerycznej zrzutu wody przyjęto następujący model fizyczny samolotu „Kruk" (rys.2) tj.:

- samolot jest traktowany jako bryła sztywna o trzech stopniach swobody: dwa przemieszczenia liniowe (x_I , z_I) i jedno kątowe (kąt pochylenia Θ),
- ster wysokości jest ruchomy, ale nie może wykonywać drgań własnych,
- aerodynamika jest quasi-stacjonarna,
- atmosfera jest bezwietrzna i niezaburzona (zgodna z atmosferą wzorcową),

- masa zrzucanej wody ma wpływ jedynie na charakterystyki masowo-bezwładnościowe samolotu (tzn. masę, położenie środka ciężkości oraz momenty bezwładności) – nie oddziałuje na charakterystyki aerodynamiczne samolotu.

Przy poczynionych założeniach elementy równania ruchu (1) przybierają postacie:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} m & 0 & S_z \\ 0 & m & -S_x \\ S_z & -S_x - M_{\dot{W}} & J_y \end{bmatrix} \qquad \mathbf{V}_\omega = \begin{bmatrix} 0 & Q & 0 \\ -Q & 0 & 0 \\ W & -U & 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

natomiast związki kinematyczne (2):

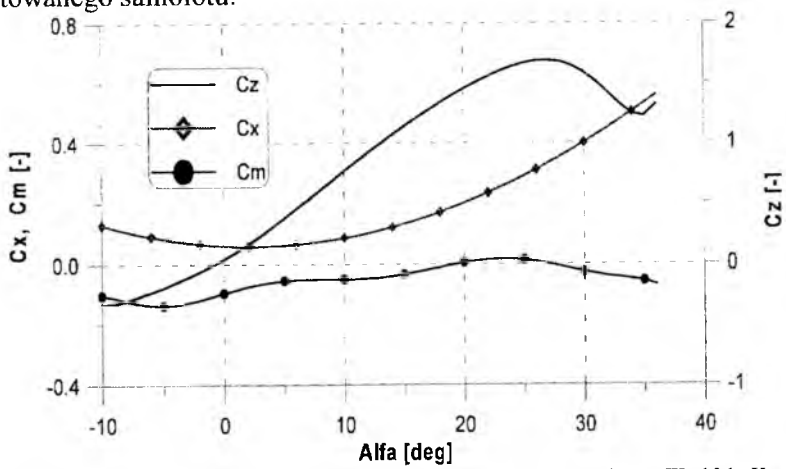
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= U\cos\Theta + W\sin\Theta \\ \dot{z}_1 &= -U\sin\Theta + W\cos\Theta \\ \dot{\Theta} &= Q \end{aligned} \tag{8}$$

Założono, że siły i momenty sił pochodzące od grawitacji i napędu są znane, a siły aerodynamiczne i ich moment (rys. 3):

$$\mathbf{F}_M^A = \begin{bmatrix} P_x \\ P_z \\ M_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho S V_0^2 (C_{xa}\cos\alpha - C_{za}\sin\alpha) + X^Q Q \\ -\frac{1}{2}\rho S V_0^2 (C_{xa}\sin\alpha - C_{za}\cos\alpha) + Z^Q Q + Z^{\delta_H}\delta_H + Z^{\alpha_{ZH}}\alpha_{ZH} \\ \frac{1}{2}\rho S V_0^2 c_a C_{mya} + M^Q Q + M^{\delta_H}\delta_H + M^{\alpha_{ZH}}\alpha_{ZH} \end{bmatrix} \tag{9}$$

są estymowane na podstawie zarejestrowanych sygnałów cyfrowych ruchu samolotu. Estymaty te są nieznanymi wielomianami zmiennych stanu i sterowania.

Celem identyfikacji jest wyznaczenie charakterystyk aerodynamicznych prezentowanego samolotu.



Rys. 2. Bezwymiarowe współczynniki aerodynamiczne samolotu PZL 106 „Kruk"

5. Charakterystyka ogólna metod identyfikacji

W literaturze ogólnej można spotkać wiele rozmaitych metod identyfikacji (np. [3,11,13]) o cechach rekursywności. Do zastosowania wybrano dwie, a mianowicie metodę estymacji przed modelowaniem (EPM) i metodę filtracji nieliniowej (FN). Co się tyczy metody EPM, to nie ma ona za sobą długiej historii (zob. [5, 6]). Jest to metoda rozwojowa, o czym świadczy praca [7] oraz wyniki jej zastosowania [4,5]. Najmniej rozpoznana jest metoda filtracji nieliniowej [10], ale pierwsze wyniki [1,4] są obiecujące.

W podejściu typowym przeprowadza się identyfikację parametryczną. Dobieranie struktury modelu polega na wielokrotnym stosowaniu techniki regresji liniowej [11]. Wynika to z faktu stopniowego wprowadzania i usuwania zmiennych niezależnych. Zmienna niezależna, która mogła być najlepszą pojedynczą zmienną do wprowadzenia na etapie poprzedzającym, może być zbyteczna na etapie późniejszym.

Istotą metody EPM jest podział na estymację i modelowanie, co dobrze uzasadnia jej nazwę. Wyróżnikiem jest możliwość wyboru podobszarów, w których przeprowadza się niezależną identyfikację [2]. Ma to duże znaczenie przy prowadzeniu identyfikacji w obszarze dużych zmian wartości wielkości fizycznych, mających wpływ na wartości parametrów.

Przyjęcie, że proces losowy, opisujący zmiany stanu jest stacjonarny i utożsamienie go z wektorem nieznanych parametrów pozwala na sprowadzenie zagadnienia identyfikacji parametrów do zagadnienia filtracji [10]. Otrzymuje się w ten sposób uogólnienie teorii filtracji na przypadek procesów opisywanych nieliniowymi *losowymi równaniami różniczkowymi.*

6. Metoda filtracji nieliniowej (FN)

Model samolotu sterowanego w locie przestrzennym zapisany zgodnie z wymaganiami teorii filtracji ma postać:

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{B}^{-1}\,\mathbf{g}(\mathbf{x}_d, t) + \mathbf{B}^{-1}\,\mathbf{f}(\mathbf{x}_d, t) + \mathbf{h} \tag{10}$$

gdzie:

$\mathbf{x}_d = col\,(\mathrm{U, V, W, P, Q, R})$,

$\boldsymbol{h}$ – wektor wyrazów wolnych,

$\boldsymbol{B}$ – macierz bezwładności,

$\boldsymbol{g}$ – wektor sił grawitacyjnych i ciągu,

$\boldsymbol{f}$ – wektor sił aerodynamicznych.

Wektora sił aerodynamicznych szukamy w postaci relacji liniowej ze względu na nieznane parametry

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_d, t) = \mathbf{X}(\mathbf{x}_d, t)\,\mathbf{p}\,, \tag{11}$$

która określa zarówno strukturę wektora $\boldsymbol{p}$, jak i macierzy $\mathbf{X}(\mathbf{x}_d,t)$, na razie nieznanej.

Po określeniu macierzy $\mathbf{X}(\mathbf{x}_d,t)$ i podstawieniu (11) do (10) oraz uzupełnieniu o wyrazy odpowiedzialne za zewnętrzne zaburzenia losowe lotu otrzymujemy losowe równanie ruchu

$$d\mathbf{x}_{dt} = [\mathbf{h} + \mathbf{B}^{-1}\,\mathbf{g}(\mathbf{x}_{dt},t) + \mathbf{B}^{-1}\,\mathbf{X}(\mathbf{x}_{dt},t)\mathbf{p}]dt + \mathbf{D}d\omega_t \tag{12}$$

które traktujemy jako *równanie obserwacji* (w sensie teorii filtracji), gdzie ω_t ¤ 0 jest sześcio–wymiarowym procesem *Wienera*, modelującym wpływ czynników losowych na wartość sił i momentów sił aerodynamicznych.

Postać (12) umożliwia wykorzystanie wyników nieliniowej teorii filtracji *Lipcera* i *Sziriajewa* [zob. twierdz. 12.7 w pracy 10] do opracowania *algorytmu identyfikacji parametrów samolotu* z zastosowaniem teorii filtracji [1,4].

7. Metoda estymacji przed modelowaniem (*EPM*)

W metodzie estymacji przed modelowaniem najpierw przeprowadza się estymację, wykorzystując równania stanu i wyjścia oraz charakterystyki statystyczne pomiarów i zakłóceń. Wyniki wykorzystuje się następnie do budowy modelu sił i momentów w przestrzeni stanów. To właśnie uzasadnia nazwanie tego etapu mianem modelowania. Sposób postępowania na etapie modelowania pokazany jest w pracy [4,5].

Bardzo istotną rolę w tej metodzie odgrywa sposób modelowania aerodynamiki, która musi zostać zapisana w postaci równania stanu, aby mogła być wykorzystana w filtracji kalmanowskiej. W tym celu każdą ze składowych wektora sił i momentów sił aerodynamicznych przedstawia się w postaci procesu Gaussa-Markowa:

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{K}_i(t)\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{G}_i\,\zeta_i(t), \qquad \mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_{i0}, \qquad i = 1,\ldots,6, \tag{13}$$

gdzie:

$\zeta_i(t)$ - szum biały (gaussowski);

$\mathbf{G}_i$ - macierz wejścia;

$\mathbf{x}_i$ - wektor stanu;

$\mathbf{K}_i$ - odpowiednio dobrana macierz stanu.

Obliczenia przeprowadza się w dwóch następujących etapach:

1) ocena wektora stanu za pomocą filtru;

2) modelowanie "właściwe" metodą regresji, u podstaw której leży równanie

$$\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{p}} + \hat{\varepsilon} \tag{14}$$

gdzie :

$\hat{\mathbf{z}}$ = ocena wektora wyjścia (z filtru);

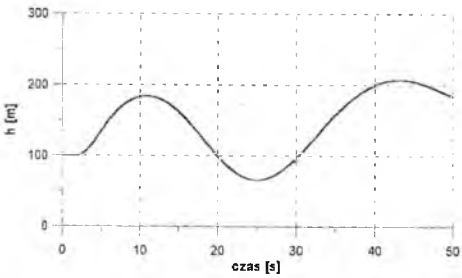
A = macierz ocen wektora **x**;

$\hat{\varepsilon}$ = wektor błędu o zerowej wartości średniej i stałej macierzy kowariancji.

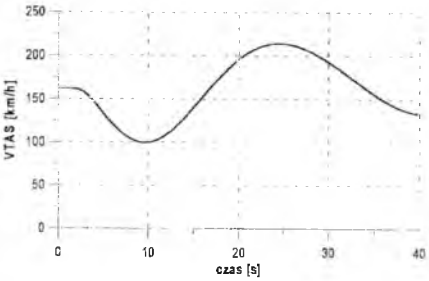
8. Przykład identyfikacji

Przeprowadzono symulację numeryczną ruchu symetrycznego samolotu i zarejestrowane wyniki symulacji zostały przyjęte jako dane pomiarowe wektora stanu samolotu do identyfikacji.

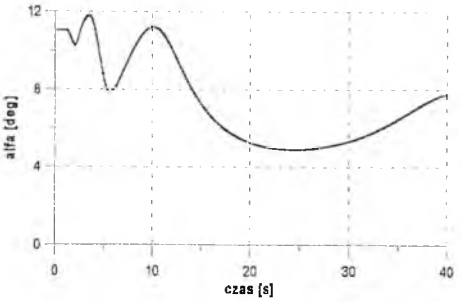
Obliczenia testowe wykonano dla szeregu przebiegów czasowych [4], z których jeden wybrano do prezentacji. Odpowiada on następującym warunkom początkowym:



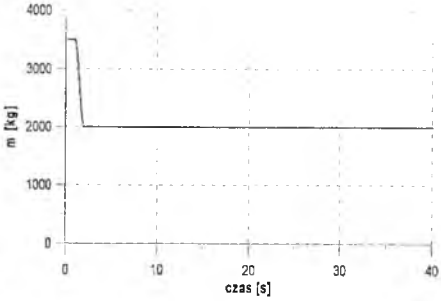
Rys. 4 Przebieg trajektorii h = f(t)



Rys. 5 Przebieg V_{TAS} = f(t)



Rys. 6 Przebieg kąta natarcia α = f(t)



Rys. 7 Przebieg zmiany masy samolotu m = f(t)

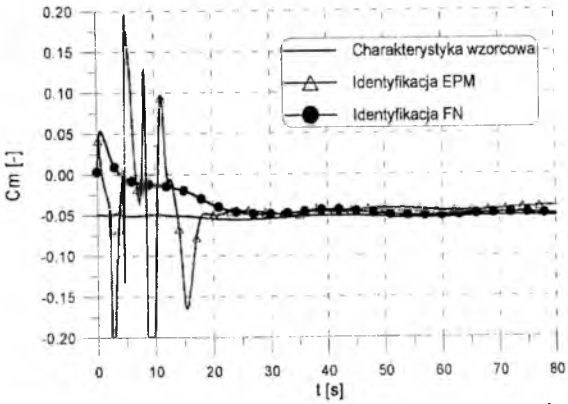
- prędkość lotu 45 m/s (162 km/h) – lot poziomy,
- zrzut wody między 1. i 2. sekundą lotu,
- zmiana wychylenia steru wysokości od wartości spełniającej warunek równowagi momentów pochylających przed zrzutem do analogicznej wartości po zrzucie wody między 3. i 5. sekundą lotu.

Przebieg wysokości, prędkości rzeczywistej, kąta natarcia oraz zmiany masy samolotu dla zdefiniowanego powyżej przypadku przedstawiają rys.4 ÷ 7.

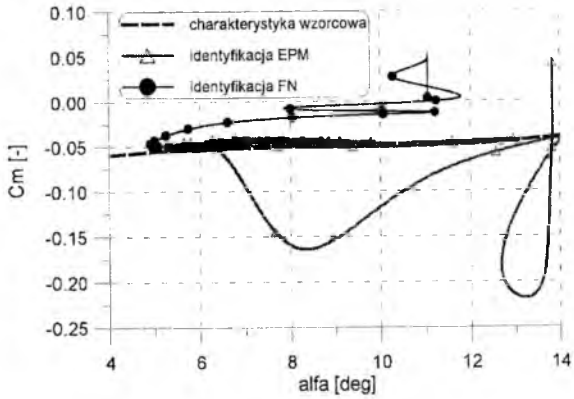
Jak już wspomniano, wygenerowana historia ruchu samolotu PZL106 Kruk z uwzględnieniem zaburzeń losowych stanowiła podstawę przeprowadzanej identyfikacji jego charakterystyk aerodynamicznych. Warunki startowe identyfikacji zakładały *zerową informację* o identyfikowanych charakterystykach.

W trakcie obliczeń testowych przy czasie próbkowania 0.01 s, identyfikowano podstawowe współczynniki aerodynamiczne: siły nośnej Cz, oporu Cx oraz momentu pochylającego Cm.

W pracy przedstawiono tylko wyniki identyfikacji współczynnika momentu pochylającego. Na rys. 8 i 9 przedstawiono kolejno wyniki identyfikacji współczynnika C_m w funkcji czasu „realizowanego" lotu i kąta natarcia α

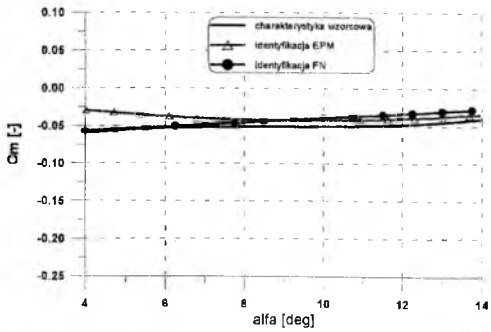


Rys. 7 Przebieg identyfikacji współczynnika Cm w czasie

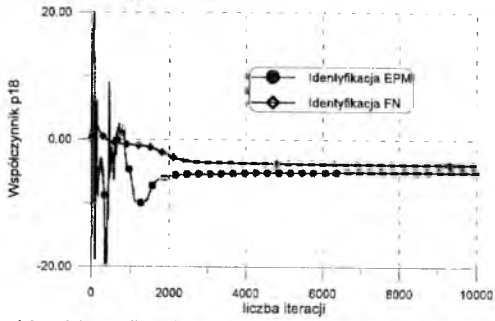


Rys. 8 Identyfikacja Cm w funkcji kąta natarcia.

obiema metodami identyfikacji. Widać dobrą zbieżność obliczeń i dość dobrą dokładność. Identyfikacja nie nadąża początkowo za silnymi zmianami



Rys. 10 Zidentyfikowane postaci wielomianów opisujących Cm w funkcji kąta natarcia



Rys. 11 Przebieg identyfikacji parametru p18 wielomianu opisującego C_m.

parametrów lotu (skok kąta natarcia dla ok. 10 sekundy lotu), ale po ok. 2000. iteracji następuje dokładne odtwarzanie charakterystyki wzorcowej.

Na rys. 10 przedstawiono postaci zidentyfikowanych wielomianów opisujących współczynnik momentu pochylającego na tle charakterystyki wzorcowej (rys. 2). Należy zauważyć, że w zakresie kąta natarcia 6. do 8. stopni zidentyfikowany wielomian opisuje najwierniej charakterystykę wzorcową, gdyż w tym zakresie kątów natarcia dysponowaliśmy największą ilością informacji „pomiarowej" co jest widoczne na przedstawionych wykresach (rys. 6, 8, 9, 10).

9. Podsumowanie

Przedstawione w niniejszej pracy metody identyfikacji typu *on-line* (a pod pewnymi warunkami *in real time*) prowadzą do uzyskania wyniku na bieżąco, rokując nadzieję na zidentyfikowanie szczególnie trudno poddających się identyfikacji tzw. aerodynamicznych pochodnych dynamicznych obiektu, tj. wyrazów opisujących tłumienie aerodynamiczne ruchu obiektu. Wyniki otrzymane obiema metodami są zachęcające, chociaż w różnym stopniu [4].

Obliczenia przeprowadzone metodą FN dają zadawalające wyniki identyfikacji wartości współczynników aerodynamicznych. Współczynniki

wielomianów opisujących charakterystyki aerodynamiczne są identyfikowane ze znacznie większym błędem i wymagają dłuższej historii lotu, zawierającej zmiany parametrów wektora stanu w znacznie większym zakresie wartości. Pozytywną cechą metody FN jest fakt małej zależności między identyfikowanymi współczynnikami. Przeprowadzone badania prognozują, że zwiększenie wymiaru zagadnienia nie spowoduje pogorszenia jakości identyfikacji parametrów już zidentyfikowanych.

Jeśli chodzi o obliczenia przeprowadzone metodą EPM, to są one charakterystyczne dla metod wykorzystujących *filtrację kalmanowską*. Zależy ona w dużym stopniu od zasobu nagromadzonej informacji, czyli liczby przeprowadzonych pomiarów. Stąd silne wahania losowe estymowanych parametrów w początkowej fazie obliczeń (rys. 11). Jako model symulacyjny pomiarów wykorzystano przebiegi wzorcowe zdeterminowanego modelu samolotu. Wiadomo jednak, że efektywność filtracji uwidacznia się w sytuacji znacznych szumów zarówno procesu, jak i pomiarów.

Pracę wykonano w ramach projektów badawczych KBN nr 9T12C 006 08 i 9T12C 018 13.

Literatura

1. BANEK T., GOETZENDORF - GRABOWSKI T., GOSZCZYŃSKI J.A., MARYNIAK J., PIETRUCHA J.A., PYRZ J.: *Zastosowanie metody filtracji do budowy algorytmu identyfikacji parametrów obiektu latającego,* Sympozjum „Symulacja Procesów Dynamicznych SPD –10", PTEiS Warszawa 1998
2. BATTERSON J. G., KLEIN V.: *Partitioning of flight data for aerodynamic modeling of aircraft at high angles of attack*, Journal of Aircraft, Vol. 26, No. 4, April 1989, pp. 334-339
3. EYKHOFF P.: *Identyfikacja w układach dynamicznych,* PWN, Warszawa 1980
4. GOSZCZYŃSKI J.A I ZESPÓŁ.: *Identyfikacja w czasie rzeczywistym parametrów obiektu latającego z zastosowaniem do symulacji numerycznej ruchu",* Końcowy raport merytoryczny projektu badawczego KBN nr 9T12C 006 08, Warszawa 1998 ,
5. GOSZCZYŃSKI J.A, MICHALSKI W.J.J., PIETRUCHA J.A.: *Metoda estymacji przed modelowaniem w identyfikacji samolotu.* Zeszyty Naukowe Katedry Mech. Stosowanej Pol. Śląskiej, z.6, 1998, 121-126
6. HAMEL P.G., JATEGAONKAR R.V. :*Evolution of Flight Vehicle System Identification*, Journal of Aircraft, 1996, Vol.33, No.1, pp.9-28

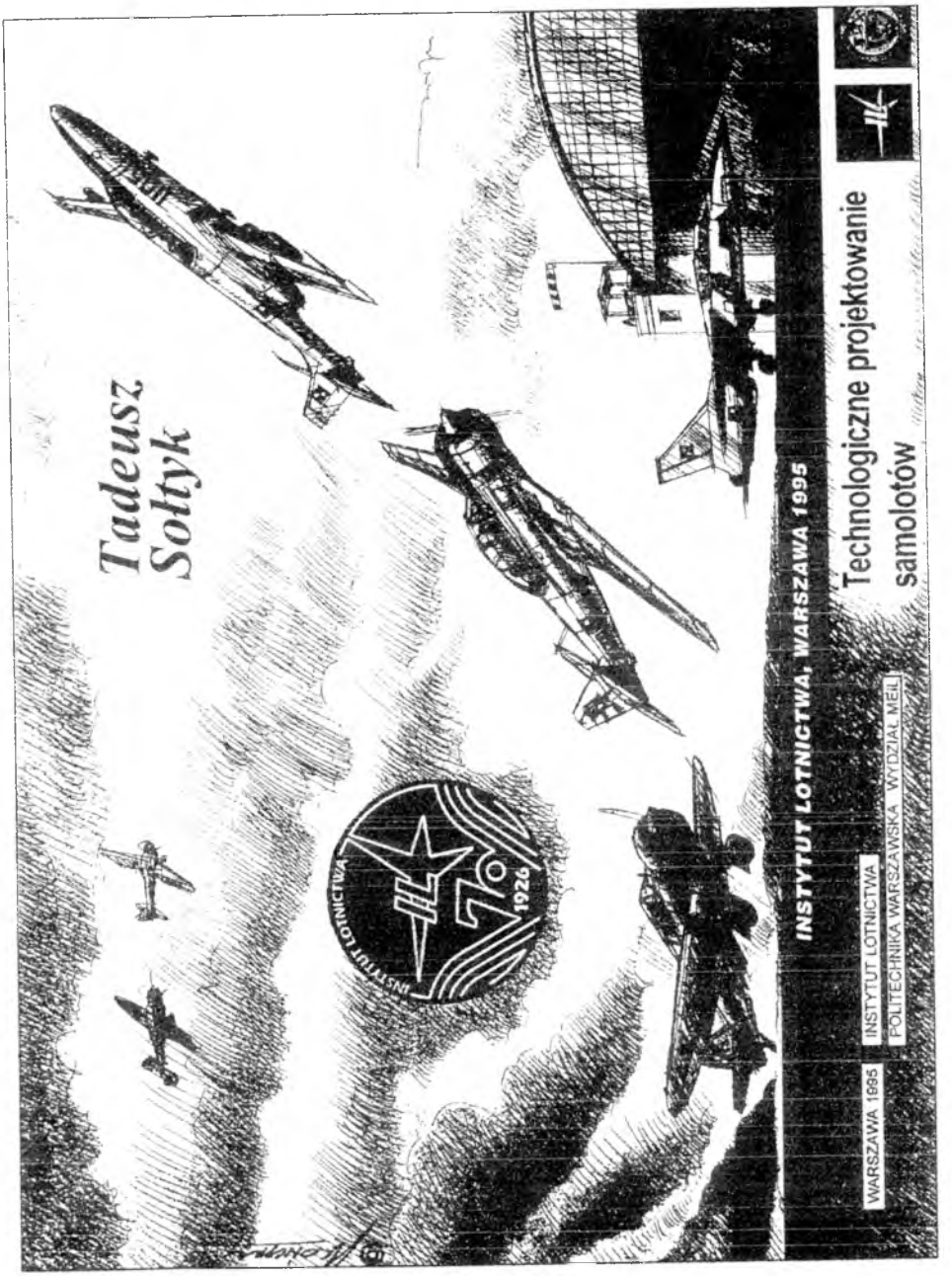
7. HOFF J. C., COOK M. V.: *Aircraft Parameter Identification using on Estimation - before - Modelling Technique*, Aeronautical Journal, 1996, Aug - Sept, pp. 259 - 268
8. ILIFF K.W.: *Parameter Estimation for Flight Vehicles*, Journal of Guidance, 1989, Vol.12, No.5, pp.609-622
9. KLEIN V.: *Estimation of Aircraft Aerodynamic Parameters from Flight Data*, Progress in Aerospace Sciences, 1989 vol. 26, pp. 1 - 77
10. LIPCER R.S., SZIRIAJEW A.N.: *Statystyka procesów stochastycznych - filtracja nieliniowa i zagadnienia pokrewne*, PWN, Warszawa 1981
11. MAŃCZAK K., NAHORSKI Z.: *Komputerowa identyfikacja obiektów dynamicznych*, PWN, Warszawa 1983
12. MANEROWSKI J.:. *Identyfikacja modelu dynamiki lotu odrzutowego samolotu oraz jego układów sterowania*, Informator ITWL nr 296, Warszawa 1990
13. SODERSTROM T., STOICA P.: *Identyfikacja systemów*, PWN, Warszawa 1997.

PARAMETER IDENTIFICATION OF AIRCRAFT - THE POSSIBILITY ANALYSIS

JACEK A. GOSZCZYŃSKI [1]
TOMASZ GOETZENDORF-GRABOWSKI [2]
JERZY MARYNIAK [1,2].
WIESŁAW J. J. MICHALSKI [3]
JÓZEF A. PIETRUCHA [2]
[1] *Institute of Aviation, Warsaw*
[2] *ITLiMS Warsaw University of Technology, Warsaw,*
[3] *ul. Nowoursynowska 164 bl. 42 m. 6, 02-787 Warszawa*

The possibility analysis of the real-time identification of aerodynamic characteristics of aircraft is presented. The promising methods; i.e. nonlinear filtering and estimation-before-modelling are discussed. Both the methods have been applied to processing flight time history of the anti-fire aircraft PZL 106 "Kruk".
This investigation was supported by State Committee for Scientific Research (KBN) under grants no 9T12C 006 08 & 9T12C 018 13.

INSTYTUT LOTNICTWA



Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

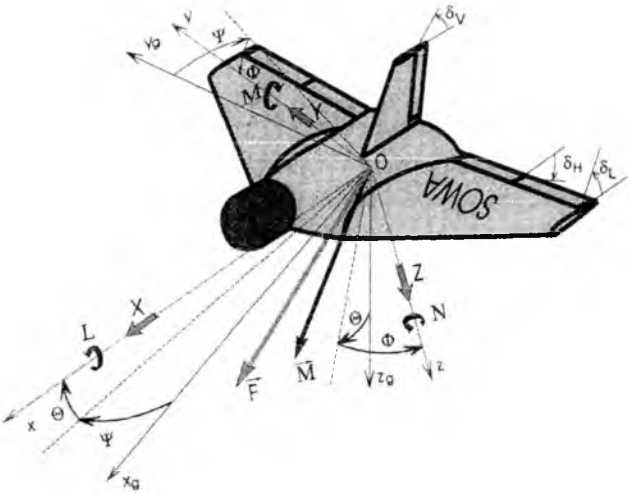
SYMULACJA MANEWRÓW SPECJALNYCH SAMOLOTU BEZPILOTOWEGO

JERZY GRAFFTEIN[1], MARIUSZ KRAWCZYK[1], JERZY MARYNIAK[2]

[1]*Instytut Lotnictwa, Warszawa*
[2]*Politechnika Warszawska, Warszawa*

W pracy przeanalizowano metody oraz warunki startu i odzysku bezpilotowego samolotu BSL. Wykorzystano do tego celu model dynamiki BSL, wyprowadzony przy zastosowaniu formalizmu Boltzmanna-Hamela. Do rozwiązania zagadnienia startu wykorzystano teorię ruchu programowego Za program ruchu przyjęto więzy nałożone na trajektorię i położenie kątowe BSL względem niej. W pracy zamieszczono wybrane wyniki symulacji manewru startu i odzysku bezpilotowego samolotu

1. Ogólny model dynamiki lotu BSL



Rys.1. Przyjęte układy współrzędnych do wyprowadzenia modelu BSL

Model fizyczny opisujący dynamikę samolotu i powierzchni sterowych uwzględnia ich wzajemny wpływ, a także oddziaływanie przesunięcia środka masy powierzchni sterowych: steru wysokości, kierunku i lotek względem własnych osi obrotu.

Model matematyczny opisujący dynamikę BSL, traktowanego jako układ mechaniczny, w ruchomym układzie współrzędnych *Oxyz* (rys. 1), w którym prawa sterowania [3-5] potraktowano jako więzy nieholonomiczne, wyprowadzono stosując formalizm Boltzmanna-Hamela:

Przyjęto następujący wektor współrzędnych uogólnionych **q** oraz quasi-prędkości ω:

$$\mathbf{q} = [x_1, y_1, z_1, \Phi, \Theta, \Psi, \delta_H, \delta_V, \delta_L]^T \quad (1),$$

$$\omega = [U, V, W, P, Q, R, \omega_7, \omega_8, \omega_9]^T \quad (2),$$

gdzie: ω_7, ω_8, ω_9 wynikają z praw sterowania [4,5]:

$$\begin{aligned}\omega_7 &= K_\Phi^L(\Phi - \Phi_z) + K_P^L(P - P_z) + K_W^L(W - W_z) + K_y^L(y_1 - y_{1z}) + \\ &+ K_V^L(V - V_z) + K_\Psi^L(\Psi - \Psi_z) + K_R^L(R - R_z) - T_3^L\dot{\delta}_L - T_2^L\delta_L + \delta_{L0}\end{aligned} \quad (3),$$

$$\begin{aligned}\omega_8 &= K_\Theta^H(\Theta - \Theta_z) + K_Q^H(Q - Q_z) + K_W^H(W - W_z) + K_x^H(x_1 - x_{1z}) + \\ &+ K_z^H(z_1 - z_{1z}) + K_U^H(U - U_z) - T_3^H\dot{\delta}_H - T_2^H\delta_H + \delta_{H0}\end{aligned} \quad (4),$$

$$\begin{aligned}\omega_9 &= K_\Phi^V(\Phi - \Phi_z) + K_P^V(P - P_z) + K_W^V(W - W_z) + K_y^V(y_1 - y_{1z}) + \\ &+ K_V^V(V - V_z) + K_\Psi^V(\Psi - \Psi_z) + K_R^V(R - R_z) - T_3^V\dot{\delta}_V - T_2^V\delta_V + \delta_{V0}\end{aligned} \quad (5).$$

Wyznaczenie trójwskaźnikowych mnożników Boltzmanna zamieszczonych w [2,4] pozwala na sformułowanie energetycznych równań ruchu BSL [3,4], a określenie zależności na energię samolotu T^*, traktowaną jako suma energii samolotu i wszystkich powierzchni sterowych, pozwala sformułować dziewięć różniczkowych równań ruchu w postaci:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{V}} + \mathbf{K}\mathbf{M}_1\mathbf{V} + \mathbf{M}_S\mathbf{V} + \mathbf{K}_{WZ}\mathbf{H} = \mathbf{Q} \quad (6).$$

Zależności opisujące macierze użyte w równaniu (6) **M**, $\mathbf{M}_1$, **K**, $\mathbf{M}_S$ [3] oznaczają odpowiednio macierze masowe i bezwładności oraz macierz prędkości. Wektor **Q** reprezentuje siły uogólnione – takie jak: aerodynamiczne, grawitacyjne i od układu napędowego. **V** i $\dot{\mathbf{V}}$ są wektorami prędkości uogólnionych i ich pochodnych.

Równanie (6) uzupełnione związkami kinematycznymi [3,5] i prawami sterowania [2,5] stanowi ogólny model matematyczny sterowanego autonomicznie BSL wykorzystywany do badań symulacyjnych.

2. Analiza i wybór sposobu startu BSL

Każdy system wykorzystujący bezpilotowe samoloty wymaga opracowania sposobu startu zarówno pod względem technicznym jak i proceduralnym. BSL mogą wykorzystywać najprostsze sposoby startu polegające na rozpędzaniu się na własnym podwoziu lub z rozpędzonego pojazdu. Metody te nie są polecane jako docelowe ze względu na konieczność dysponowania odpowiednio długim, prostym i gładkim odcinkiem drogi, co w tereni przygodnym jest na ogół trudne do spełnienia..

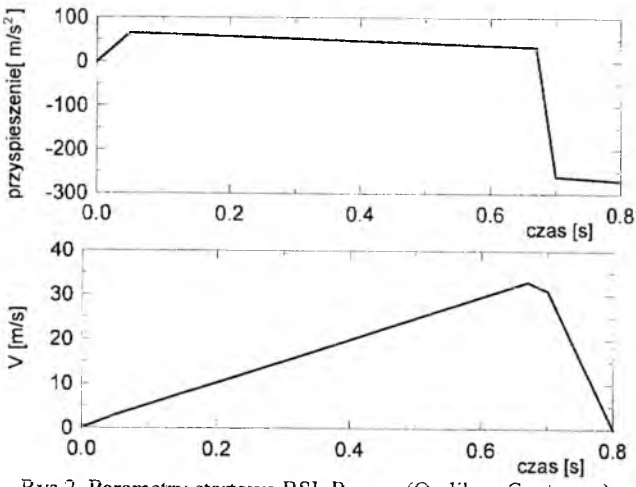
W związku z tym najczęściej stosuje się metodę startu z wyrzutni umieszczonej na własnym podwoziu lub zamocowanej na samochodzie.

Istotne różnice pomiędzy szeregiem typów wyrzutni wynikają przede wszystkim ze sposobu rozpędzania wózka na prowadnicach. Wśród spotykanych rozwiązań rozpędzających samolot upowszechniły się: rakietowy, z lin gumowych, pneumatyczny, pneumatyczno-hydrauliczny oraz za pomocą silników elektrycznych i spalinowych.

Wybrano sposób rozpędzania BSL na wyrzutni napędzanej linami gumowymi pozwalającymi w zależności od ilości i przekroju gum na dobór siły potrzebnej do rozpędzenia BSL.

3. Symulacja manewru startu BSL

Założono, że start BSL, o masie maksymalnej m=157.3 kg odbywał się z wyrzutni ustawionej pod kątem $\theta = 24°$, z prędkością początkową (w chwili

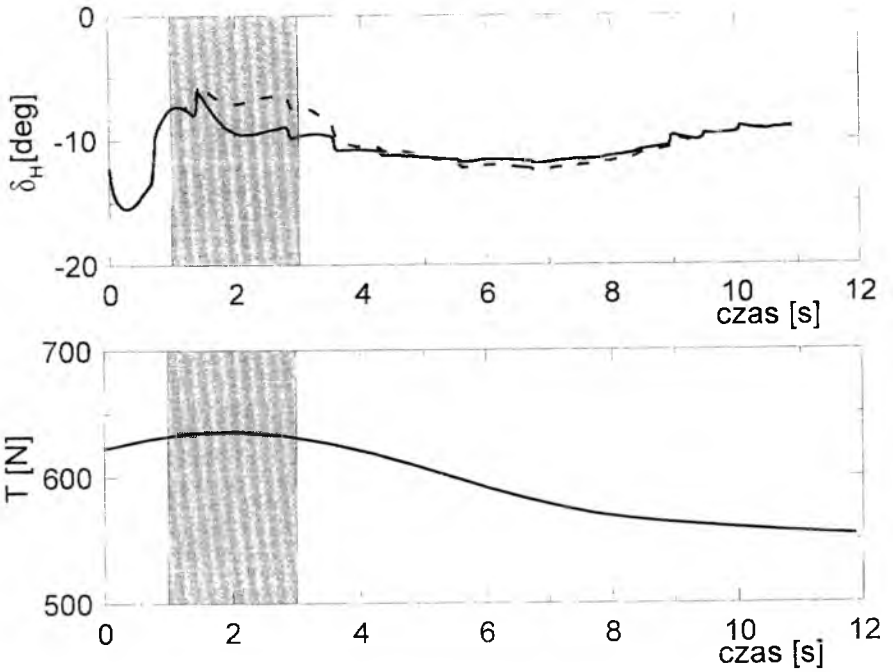


Rys.2. Parametry startowe BSL Ranger (Oerlikon-Contraves)

zejścia z katapulty) wynoszącą V=30 ms^{-1}. Tak przyjęta prędkość początkowa jest technicznie osiągalna oraz w pełni uzasadniona gdyż zapewnia utrzymanie samolotu w bezpiecznym zakresie. Droga rozpędzania przy długości roboczej wyrzutni 10 m zapewnia uzyskanie prędkości startowej 30 ms^{-1} pod warunkiem osiągnięcia na tym odcinku wyrzutni przyśpieszenia 46 ms^{-1}. Na rys.2 przykładowo pokazano przebiegi przyspieszenia i prędkości BSL Ranger podczas jego startu z wyrzutni. Obserwowana po 0.68s gwałtowna zmiana przebiegu przyśpieszenia odpowiada sytuacji oderwania się samolotu z wyrzutni. Dalsze przemieszczanie się po wyrzutni pustego wózka wynika jedynie z konieczności wyhamowania go na odpowiednio krótkiej drodze tak aby nie spowodować zniszczenia konstrukcji katapulty.

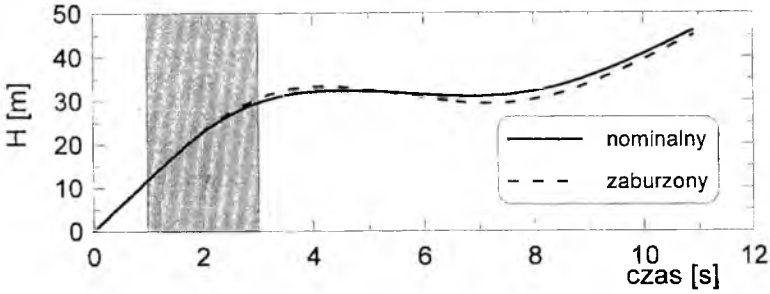
Założono, że podczas całego manewru startu utrzymywany będzie maksymalny ciąg T, będący funkcją aktualnej prędkości lotu BSL (rys.3).

Analizując pokazany na rys.4 linią ciągłą przyjęty, przebieg wysokości można zaobserwować, że w pierwszej fazie startu po zejściu z wyrzutni przez ok. 4 s lotu BSL wznosi się na wysokość H=30 m, ze średnią prędkością 7.4 ms^{1}. Kolejno dla $t \in (4s - 7s)$ następuje wyrównanie i lot poziomy mający na celu nabranie większej prędkości lotu z przyspieszeniem bliskim 10 ms^{-2}. Ostatni fragment symulowanego ruchu BSL polegał na łagodnym wznoszeniu z prędkością średnio 4.3 ms^{-1}, przy niewielkim wzroście prędkości lotu ze



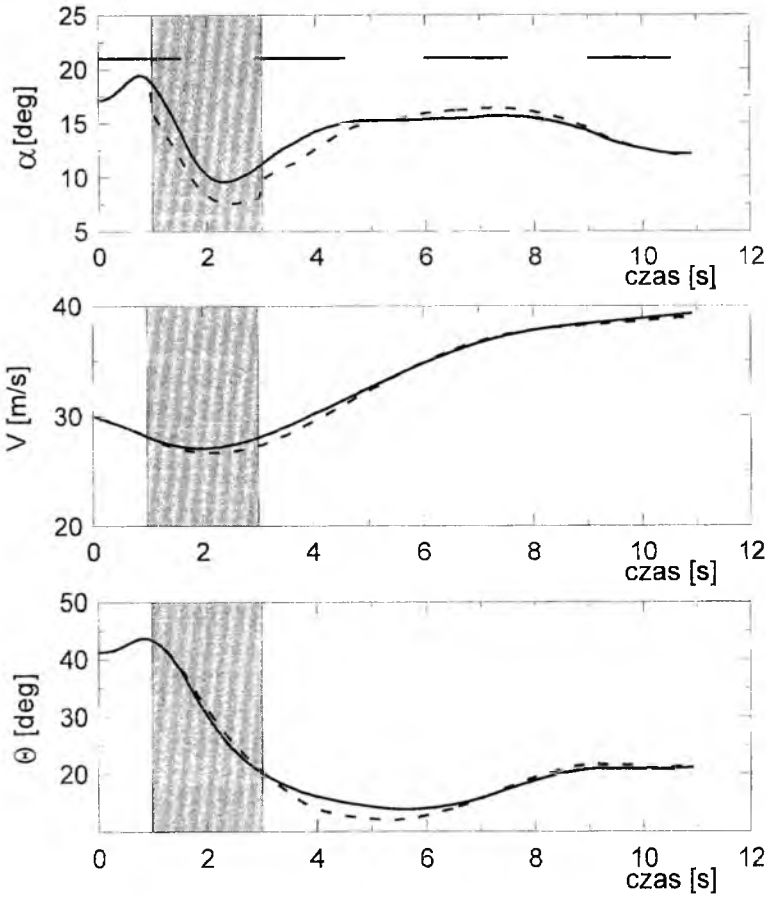
Rys.3. Sterowanie ciągiem i sterem wysokości podczas manewru startu

średnim przyśpieszeniem 0.45 ms^{-2}.



Rys.4. Nominalna i zaburzona trajektoria startowa BSL

Przebieg nominalnego ciągu T i wychylenia steru wysokości δ_H niezbędne do zrealizowania zaplanowanej trajektorii przedstawiono na rys.3 liniami



Rys.5. Przebieg zmiennych programowych i zaburzonych podczas manewru startu

ciągłymi. Linia przerywana reprezentuje zmiany parametrów lotu (rys.4 i 5) uzyskane podczas symulacji uwzględniającej wpływ zaburzenia, które miało charakter czołowego podmuchu o prędkości 5 ms^{-1} w czasie $t \in (1\ s - 3s)$. Występowanie podmuchu oznaczono na rys.4 i-5 szarym obszarem.

Wartości nominalne sterowania, w kanale podłużnym oraz teoretyczne przebiegi parametrów stanu wyznaczono na podstawie teorii ruchu programowego [1]. Obliczenia rozważanego przypadku prowadzono przy nałożonych więzach na kątowe położenie samolotu w przestrzeni. Przyjęto przebieg kąta ślizgu stały i równy zero, a ponieważ na przebieg prędkości lotu nie nakładano dodatkowych ograniczeń, rozwiązywane zagadnienie miało charakter ruchu programowego niezupełnego.

Analiza otrzymanych wyników symulacji wskazuje na zadawalające własności stabilizujące zastosowanego regulatora. Najwyższy poziom uchybu spowodowany wystąpieniem podmuchu czołowego jest widoczny w przebiegu kąta natarcia α. Osiąga on maksymalną wartość dochodzącą do $\Delta\alpha = 4.7°$. Dla skompensowania obserwowanych na rys.4 i 5 uchybów od parametrów zadanych wprowadzono układ korekcyjny zgodnie z przyjętymi prawami sterowania [5]. Wynikowe sterowanie δ_H przedstawione na rys.3 linią przerywaną odbiega od nominalnego najbardziej w czasie występowania zaburzenia, a różnica dochodzi do $\Delta\delta_H = 3.2°$. Czas regulacji, po którym następuje powrót na żądaną trajektorię wynosi dla przyjętego zaburzenia 8 – 9s.

Reasumując - dobrane wartości kąta pochylenia wyrzutni jak i prędkości początkowej BSL są prawidłowe i pozwalają na kontynuację lotu po zadanej trajektorii programowej zarówno w warunkach lotu nie zaburzonego jak też występowania podmuchu. W celu określenia wymagań taktycznych odnośnie warunków startu BSL należy dodatkowo przeprowadzić badania symulacyjne uwzględniające większą gamę zaburzeń, a także zmianę masy startowej BSL, itp.

4. Analiza i wybór sposobu odzysku BSL

BSL jako urządzenie wielokrotnego użytku należy po zakończeniu misji bezpiecznie przejąć – odzyskać. Są różne następujące techniki tego swoistego lądowania:

- ✓ na podwoziu stałym lub składanym,
- ✓ ślizgiem na płozie,
- ✓ łapania BSL w siatkę,
- ✓ sposobem śmigłowcowym,
- ✓ lądowania za pomocą spadochronu.

Lądowanie sposobem samolotowym na podwoziu stałym lub składanym stosowane jest w przypadku dużych BSL i wymaga lotniska względnie terenu utwardzonego.

BSL małe i średnie w miarę posiadania dostępu do lotnisk i lądowisk polowych, względnie terenu utwardzonego przystosowane są do lądowania „ślizgiem" na specjalnych płozach lub integralnych wzmocnieniach konstrukcji płatowca. Niekiedy w przypadku operowania BSL z pokładu okrętów do ich odzysku stosuje się rozpinane na pionowych równoległych masztach siatki .

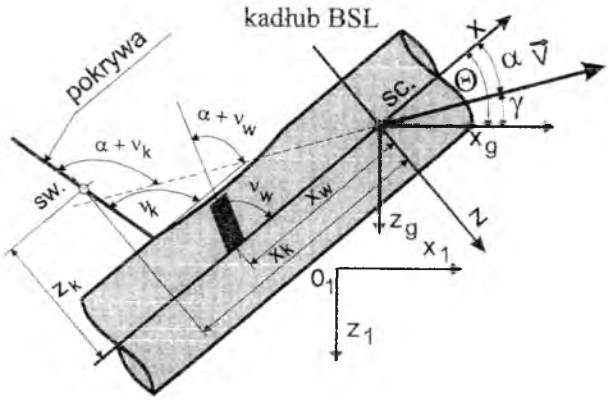
Dla BSL „ĆMA", po analizie, został wytypowany najczęściej spotykany spadochronowy sposób odzysku, wykorzystywany także jako wariant lądowania awaryjnego.

5. Symulacja manewru odzysku BSL

Zadaniem badań symulacyjnych było opracowanie manewru, jaki BSL będzie wykonywać w fazie odzysku na spadochronie wystrzeliwanym z prędkością początkową 20 ms^{-1}, za pomocą pirotechnicznego urządzenia.

W manewrze odzysku istotne są dwa elementy: minimalizacja przeciążeń oraz zapewnienie warunków bezpiecznego (swobodnego) rozwinięcia się czaszy (np. zabezpieczenie przed wplątaniem się linek spadochronu w pchające śmigło). Osiągane jest to odpowiednio za pomocą specjalnych konstrukcji spadochronu oraz zmniejszania do minimum prędkości lotu i właściwego ustawiania BSL względem rozwijającej się czaszy spadochronu.

W badaniach uwzględniono (wprowadzając odpowiednie siły i momenty sił do modelu (rys.6) oddziaływania na BSL kolejno: otwartej pokrywy



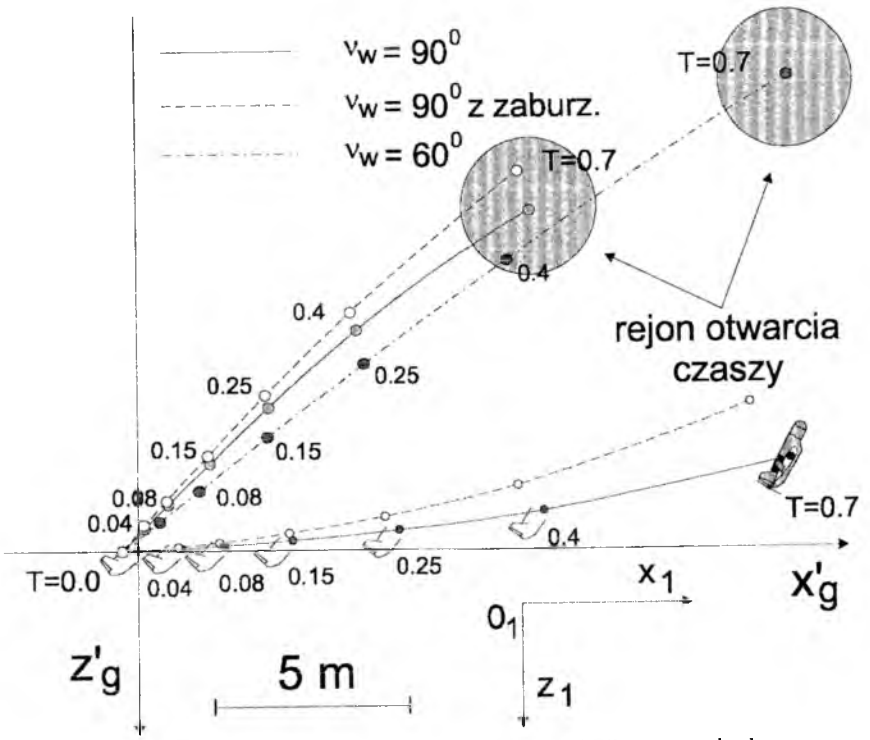
Rys.6. System odzyskowy w osiach układów współrzędnych

osłaniającej urządzenie odzyskowe oraz efekt wystrzeliwanego spadochronu.

Założono, że w chwili rozpoczęcia manewru, BSL o masie 157.3 kg, znajduje się w poziomym locie ustalonym, z minimalną prędkością 32 ms^{-1}. Na początku manewru następuje redukcja ciągu (do zera) oraz maksymalne wychylenie steru wysokości do „góry" do wartość $\delta_H = -20^0$, w celu uzyskania dużego kąta pochylenia (wychylenie sterów pozostaje bez zmian aż do momentu przyziemienia). Kolejno po czasie 0.5 s następuje otwarcie pokrywy, a po następnych 0.5 s odpalenie spadochronu (na rys.8 i 9) zdarzenia te oznaczono pionowymi „prążkami".

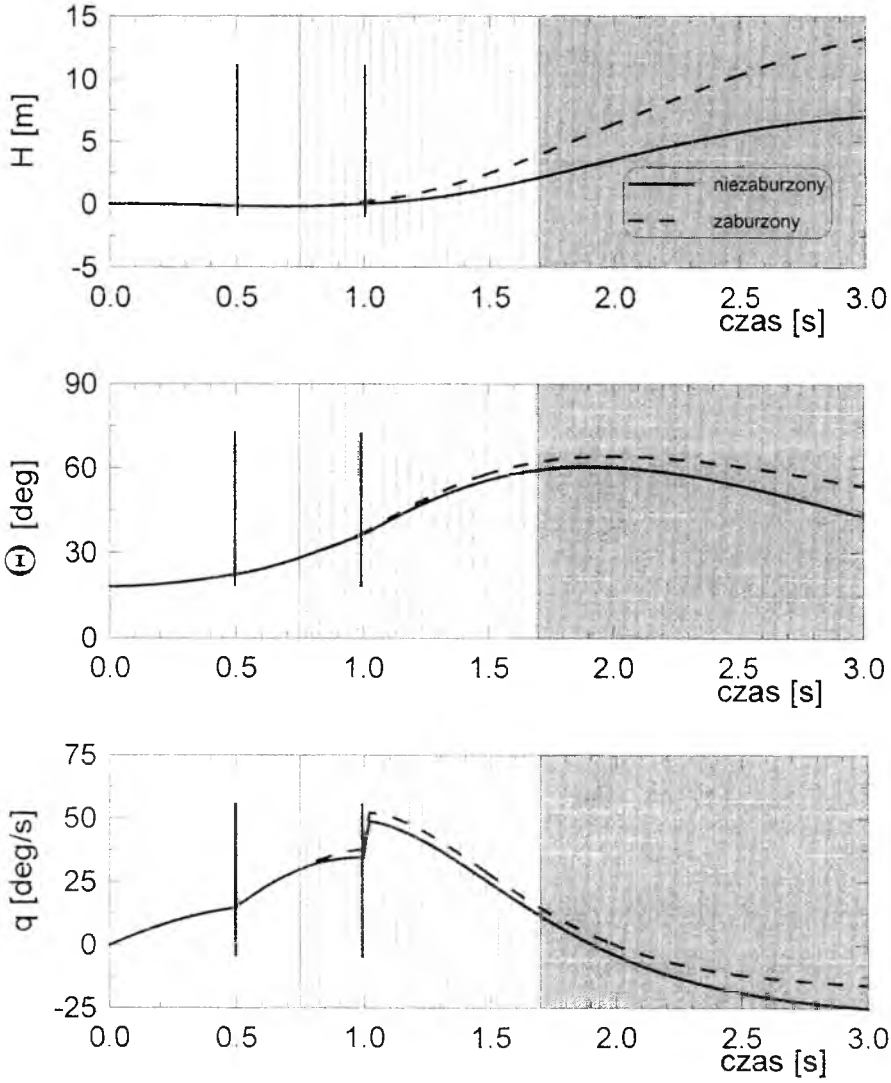
Na rys.7 pokazano usytuowanie urządzenia odzyskowego względem płatowca oraz użyte układy współrzędnych i oznaczenia. Widoczny układ $Ox_gy_gz_g$ zostaje unieruchomiony w chwili odpalenia spadochronu w celu dogodnego pokazania (rys.6) trajektorii ruchu samolotu i nierozwiniętego spadochronu wyrzucanego w sztywnej kompozytowej osłonie. Kąt usytuowania względem kadłuba pokrywy przyjęto $\nu_k = 90^0$, w celu zapewnienia dużego przyrostu momentu pochylającego.

Obliczenia prowadzono dla przypadku wystrzelenia spadochronu pod kątami ν_w równymi odpowiednio 60^0 i 90^0. Te ostatnie powtórzono w warunkach zaburzeń poziomym podmuchem, o prędkości 5 ms^{-1} skierowanym przeciwnie do kierunku początkowego ruchu BSL.



Rys.7.Trajektoria ruchu BSL i wystrzelonego zasobnika ze spadochronem

W prezentacji uzyskanych wyników symulacji przyjęto następujące oznaczenia. Na rys.8 i 9, momenty otworzenia klapy i odpalenia spadochronu zaznaczono pionowymi „prążkami", obszar zakreskowany – występowanie



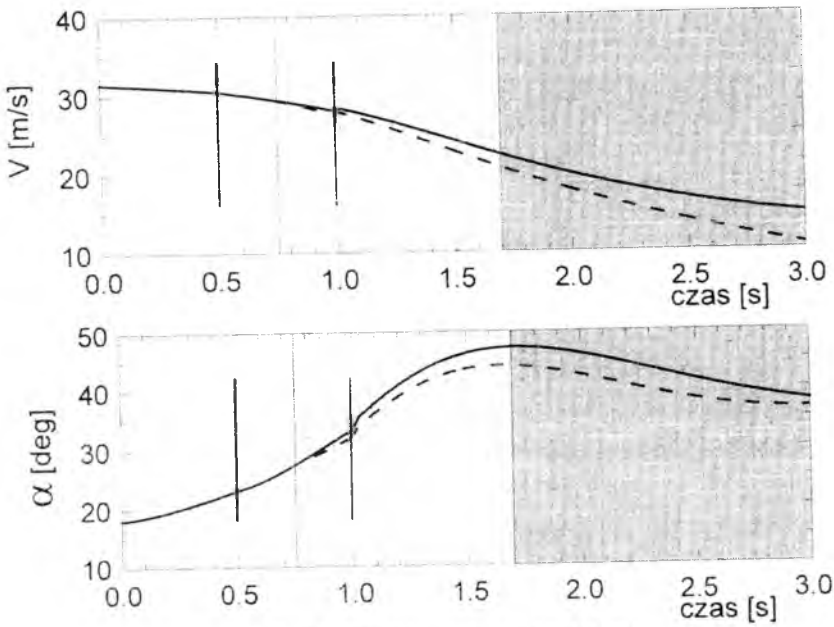
Rys.8. Wyniki symulacji odzysku BSL.

zaburzenia, obszar szary – stanowi końcowy fragment odzwierciedlający hipotetyczny stan BSL po rozwinięciu czaszy (bez uwzględnienia oddziaływania spadochronu)

Zmiany kąta pochylenia Θ są efektem dążenia do odpowiedniego usytuowania BSL w stosunku do spadochronu, w chwili otwarcia czaszy

(rys.8). Jego przebieg wymuszony jest dodatnim momentem pochylającym początkowo od wychylenia steru wysokości δ_H, a następnie ustawionej pod kątem ν_k pokrywy spadochronu i siły jego wystrzelenia pod kątem ν_w. Poszczególne fazy odzysku: otwarcia pokrywy i odpalenia spadochronu można w dokładny sposób zidentyfikować analizując gwałtowne zmiany w przebiegu prędkości pochylania Q pokazane na rys.8 oraz w niewielkim stopniu w przebiegu kąta natarcia α i prędkości lotu $\mathbf{V}_0$ (rys.9).

Analiza rys.7 pozwala wnioskować o dużej roli, jaką w przebiegu symulowanego manewru odgrywa kąt ν_w wystrzeliwania (przy zadanej prędkości początkowej) spadochronu. Widzimy, że dla $\nu_w=60^0$ w chwili rozwinięcia czaszy spadochron znajduje się ponad BSL, co może doprowadzić do powstania niepotrzebnego dużego ujemnego momentu pochylającego, oddziaływującego na BSL. Zwiększenie kąta ν_w do wartości 90^0 praktycznie



Rys.9. Wyniki symulacji odzysku BSL.

eliminuje ten problem (rys.7), także w locie, w którym manewrowi odzysku towarzyszy zaburzenie. Zgodnie z oczekiwaniami od chwili rozpoczęcia manewru zwiększaniu kąta pochylenia Θ i natarcia α towarzyszy zakładany, przy zerowym ciągu zespołu napędowego, gwałtowny spadek całkowitej prędkości lotu, która w chwili wypełnienia czaszy przyjmuje wartość $\mathbf{V}_0$ = 24 ms^{-1}. Jest istotne, że obserwowany na rys.9. moment wejścia BSL na duże kąty

natarcia oraz spadek jego prędkości lotu poniżej bezpiecznej prędkości nastąpił po wystrzeleniu spadochronu odzyskowego.

Z analizy przebiegów zamieszczonych na rys.8 i 9 możemy także wnioskować o małym wpływie zaburzenia wywołanego podmuchem, podczas wykonywania zaplanowanego manewru odzysku, co wynika zapewne z krótkiego czasu manewru przy założonej bezwładności obiektu.

6. Wnioski

Praca, której wyniki zaprezentowano, prowadzona była w ramach realizacji projektu badawczego KBN, mającego na celu opracowanie metod planowania misji samolotów bezpilotowych. Start i odzysk BSL są jednymi z wielu skomplikowanych manewrów specjalnych, jakie zostały opracowane *a priori* w celu automatyzacji tych faz lotu podczas procesu planowania misji.

Literatura

1. BLAJER W.: *Uwagi o realizacji programowego ruchu samolotu po założonej trajektorii,* VI Konferencja Mechanika w Lotnictwie, 1995, str.19-31,
2. GRAFFSTEIN J., KRAWCZYK M., MARYNIAK J., *Modelowanie dynamiki lotu sterowanego autonomicznie samolotu bezpilotowego z wykorzystaniem teorii więzów nieholonomicznych,* Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej Politechniki Śląskiej zeszyt 4, 1997, str.141-148
3. GRAFFSTEIN J., MARYNIAK J., KRAWCZYK M.: *Wpływ zaburzeń zewnętrznych na wyniki symulacji manewrów specjalnych samolotu bezpilotowego,* X Ogólnopolskie Sympozjum, „Symulacja Procesów Dynamicznych", Zakopane, 1998, *(w druku),*
4. GRAFFSTEIN J., KRAWCZYK M.: *Prasymulacja misji samolotu bezpilotowego,* II Konferencja Metody i technika badań statków powietrznych w locie, Mrągowo, 1996, str. 42-47,
5. MARYNIAK J.: *Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu,* V Konferencja Mechanika w Lotnictwie, 1992, str. 575-592

Praca realizowana w ramach projektu badawczego KBN T12C 01813

SYMULATIONS OF SPECIAL MANOEUVRES OF UAV

Jerzy GRAFFSTEIN[1], Mariusz KRAWCZYK[1], Jerzy MARYNIAK[2]

[1]Institute of Aviation, Aleja Krakowska 110/114, 02-256 Warsaw
[2]Warsaw Uniwersiti of Technology Pl. Politechniki 1 00-662 Warsaw

The paper deals with the simulation problem of aircraft general motion. Equation of motion have been derived by application of the Boltzmann-Hamel equations. Model will be useful to develop flight control systems based upon the programmed motion, which may provide improved level of safety and performance over the conventional designs. Some results of numerical simulations special manoeuvre UAV are reported.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

MODELOWANIE I SYMULACJA NUMERYCZNA LOTU SAMOLOTU KLASY I-22 IRYDA PRZY RÓŻNYCH WARIANTACH STANU LOTU I REDUKCJI CIĄGU SILNIKÓW

MICHAŁ GRAJECKI
JACEK A. GOSZCZYŃSKI
JERZY MARYNIAK
JAROSŁAW PYRZ

Instytut Lotnictwa, ITLiMS Politechnika Warszawska, Warszawa

W pracy przedstawiono wpływ sterowania napędem oraz dynamiki silnika na zachowanie się samolotu w locie stromym. W oparciu o opracowany model matematyczny samolotu i uproszczony model matematyczny sterowanego napędu przeprowadzono badania symulacyjne przestrzennego lotu samolotu. Jako obiekt testowy wybrano samolot PZL I22 „IRYDA". W pracy starano się przeanalizować złożony stan lotu samolotu sterowanego jednocześnie w kanale pochylania i prędkości oraz wzajemny wpływ obu sterowań na obciążenia statku.

1. Wstep

Statystycznie ponad 30% wszystkich wypadków lotniczych spowodowane jest awarią napędu tj. układu sterującego i silnika [1]. Napęd w zasadniczy sposób wpływa na dynamikę samolotu, a co za tym idzie i na bezpieczeństwo.

Podstawowym zadaniem napędu jest wytworzenie siły ciągu niezbędnej do pokonania oporu aerodynamicznego. Siła ciągu działa w osi turbiny. Ze względu na to, że oś silnika zazwyczaj nie przechodzi przez początek układu samolotowego, do którego redukowane są wszystkie siły i momenty sił, powstaje dodatkowy moment od siły ciągu oraz moment giroskopowy od wirujących części silnika. W chwili redukcji obrotów i szybkiego spadku ciągu, co może być także efektem awarii zespołu napędowego, samolot szybko zaczyna nabierać prędkości kątowej w wyniku gwałtownej zmiany momentów działających na płatowiec. Efekt ten może być bardzo niebezpieczny dla pilota zwłaszcza lecącego na małej wysokości. Taka reakcja samolotu może zostać

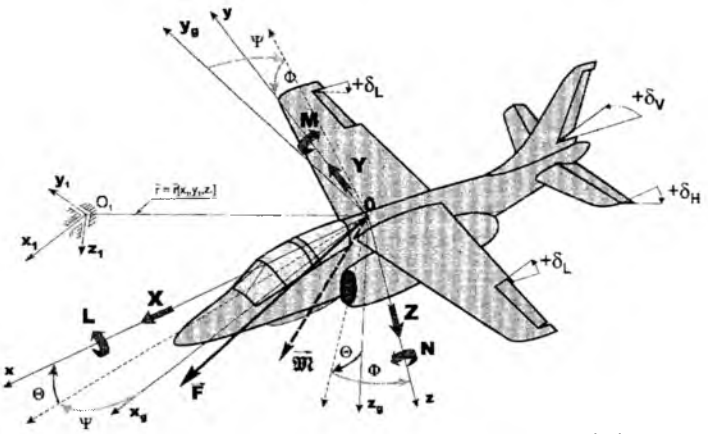
spotęgowana przez działanie pilota poprzez wychylenie powierzchni sterowych. Jest to szczególnie niebezpieczne podczas kręconych akrobacji, kiedy pilot wykonuje dynamicznie manewry i nastąpi nagła awaria zespołu napędowego. W takiej sytuacji pilot ma bardzo mało czasu na identyfikację zjawiska i właściwą reakcję.

Zmiana stanu dynamiki silnika i samego samolotu indukuje zatem dość złożony wektor sił i momentów. Wynika z tego, że w określonych sytuacjach awaria silnika doprowadzić może do poważnego zaburzenia dynamiki samolotu.

Zagadnienia związane ze sterowaniem i dynamiką silnika mają kolosalny wpływ na zachowanie się samolotu i nie mogą być pominięte przy budowie modelu symulacyjnego.

2. Model matematyczny samolotu w ruchu przestrzennym

Wychodząc z klasycznego modelu fizycznego samolotu [2] tj. przyjmując, że samolot jest bryłą sztywną o sześciu stopniach swobody oraz zakładając, że na samolot działają jedynie siły pochodzące od aerodynamiki (quasi-ustalonej), grawitacji i napędu, a wychylenia powierzchni sterowych mają tylko wpływ parametryczny na wartości sił, wyprowadzono [2].równania ruchu obiektu w oparciu o podstawowe równania dynamiki klasycznej



Rys. 1. Przyjęte układy odniesienia oraz wychylenia powierzchni sterowych

Dynamiczne równania można przedstawić w postaci [2]:

$$\widetilde{\mathbf{M}} \cdot \dot{\mathbf{V}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{Q} + \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\delta} \tag{1}$$

gdzie:

$\dot{\mathbf{V}} = col\left[\dot{U}, \dot{V}, \dot{W}, \dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}\right]$ - wektor przyśpieszeń

$\mathbf{V} = col\left[U, V, W, P, Q, R\right]$ - wektor prędkości

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \hline \mathfrak{M} \end{bmatrix} = col[X, Y, Z, L, M, N]$$

- macierz sił zewnętrznych

$\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{M} + \mathbf{M}_{\dot{w}}$ - zmodyfikowana macierz bezwładności

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & S_Z & 0 \\ 0 & m & 0 & -S_Z & 0 & S_X \\ 0 & 0 & m & 0 & -S_X & 0 \\ 0 & -S_Z & 0 & J_X & 0 & -J_{XZ} \\ S_Z & 0 & -S_X & 0 & J_Y & 0 \\ 0 & S_X & 0 & -J_{XZ} & 0 & J_Z \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{\dot{w}} = \left[\begin{array}{ccc|c} & 0 & & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & -M_{\dot{w}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \end{array}\right]$$

macierz parametrów kinematycznych

$$\mathbf{K} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -R & Q & & & \\ R & 0 & -P & & O & \\ -Q & P & 0 & & & \\ \hline 0 & -W & V & 0 & -R & Q \\ W & 0 & -U & R & 0 & -P \\ -V & U & 0 & -Q & P & 0 \end{array}\right]$$

macierz sił sterujących

$$\mathbf{U} = \left[\begin{array}{ccccc} X_{\alpha zH} & X_{\delta H} & 0 & 0 & X_{\delta T} \\ 0 & 0 & Y_{\delta V} & 0 & Y_{\delta T} \\ Z_{\alpha zH} & Z_{\delta H} & 0 & 0 & Z_{\delta T} \\ \hline 0 & 0 & L_{\delta L} & L_{\delta V} & L_{\delta T} \\ M_{\alpha zH} & M_{\delta H} & 0 & 0 & M_{\delta T} \\ 0 & 0 & N_{\delta L} & 0 & N_{\delta T} \end{array}\right]$$

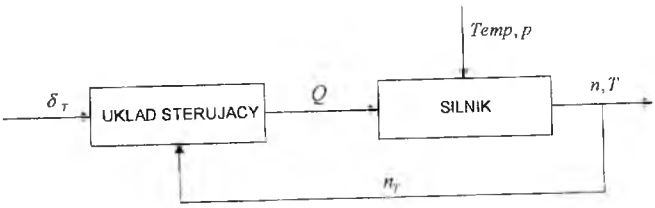
$\boldsymbol{\delta} = col[\alpha_{ZH}, \delta_H, \delta_L, \delta_V, \delta_T]$ - wektor sterowania

Związki kinematyczne można przedstawić w postaci [2]:

$$\dot{\mathbf{r}} = col\left[\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, \dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}\right] = \mathbf{F}\left[U, V, W, P, Q, R, \Phi, \Theta, \Psi\right] \tag{2}$$

3. Model matematyczny sterowanego napędu

Model matematyczny napędu można przedstawić w postaci dwu członów: układu sterującego i silnika. W rozpatrywanym przypadku napęd pracuje w układzie zamkniętym (przedstawionym na schemacie blokowym).



Rys. 2. Schemat układu napędowego

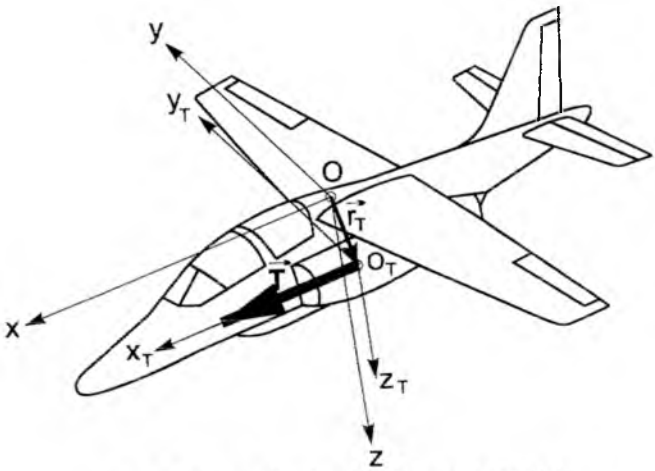
Gdzie:

δ_T - kąt wychylenia dzwigni,

Q - wydatek paliwa,

$Temp, p$ - temperatura i ciśnienie otoczenia,

n_T, T - obroty, ciąg.



Rys. 3. Wektor siły ciągu działający na samolot

Układ sterujący

Napęd jest bardzo skomplikowanym układem pracującym w zróżnicowanych warunkach (Ma, h) trudnym do zamodelowania. W pracy zastosowano model przybliżony eksperymentalny, uzyskany w wyniku aproksymacji charakterystyk dynamicznych i statycznych otrzymanych na drodze eksperymentalnej lub z obliczeń w oparciu o modele termodynamiczne [4, 5, 6, 7, 8, 12]. W modelu założono, że kąt wychylenia dzwigni jest proporcjonalny do obrotów

$$\frac{n_T}{\delta_T} = const \qquad n_T(\delta_T) = \frac{n_{T\max} - n_{T\min}}{\delta_{T\max} - \delta_{T\min}} \cdot \delta_T + \delta_{T\min} \tag{3}$$

gdzie:

$n_{T\max}$ - maksymalna wartość prędkości obrotowej (warunki startowe) [9, 10]

$n_{T\max}$ - prędkość obrotowa na biegu jałowym - zmienna wraz z prędkością lotu i wysokością.

$\delta_{T\max}, \delta_{T\min}$ - maksymalne i minimalne wychylenie dzwigni gazu (przyjęta skala 0 - 100 %)

Postać funkcji modelującej wydatek paliwa (rys. 4)

$$Q(\delta_T) = \begin{cases} Qg(n_T) & dla \quad Q(\delta_T) > Qg(n_T) \\ Q(\delta_T) \quad dla & Qd(n_T) < Q(\delta_T) < Qg(n_T) \\ Qd(n_T) & dla \quad Q(\delta_T) < Qd(n_T) \end{cases} \tag{4}$$

gdzie:

$Q(\delta_T)$ - końcowa wartość wydatku paliwa zadana poprzez wychylenie dzwigni gazu,

$Qg(n_T)$ - funkcja nadmiaru,

$Qd(n_T)$ - funkcja niedomiaru,

$Qu(n_T)$ - wydatek ustalony.

Równanie ciągu silnika

$$T(n_T) = k_{0T} + k_{1T} n_T + k_{2T} n_T^2 + k_{3T} n_T^3 \tag{5}$$

gdzie:

$$k_{iT} = k_{iT}(Ma, h) \tag{6}$$

Dynamika silnika

Silnik został potraktowany jako element inercyjny pierwszego rzędu [12]:

$$T(n_T)\frac{d}{dt} n_T + n_T = K(n_T)Q \tag{7}$$

gdzie:

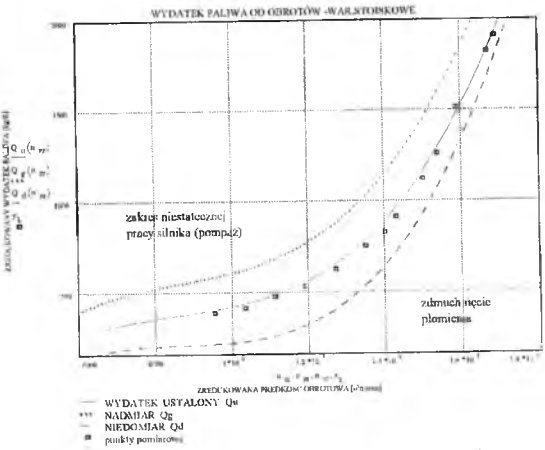
$T(n_T)$ - zredukowana stała czasowa w warunkach stoiskowych

$K(n_T) = \dfrac{n_T}{Q_u(n_T)}$ - zredukowany współczynnik wzmocnienia

Q - wydatek paliwa

czyli:

$$\frac{d}{dt} n_{T=} = \frac{\dfrac{n_T}{Q_u(n_T)} Q - n_T}{T(n_T)} = \frac{1}{T(n_T)} \left(n_T \frac{Q}{Q_u(n_T)} - n_T \right) \tag{8}$$



Rys. 4. Zależność wydatku paliwa od prędkości obrotowej dla warunków stoiskowych (Ma=0, H=0)

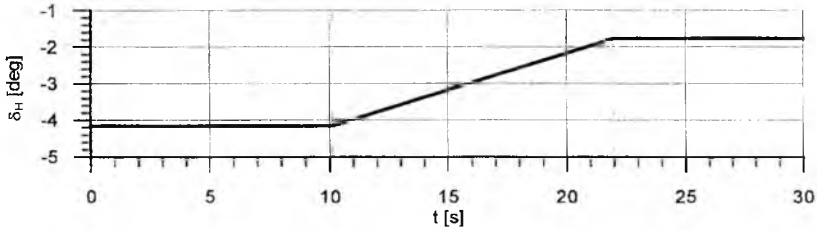
Równanie (8) przedstawia końcowy model dynamiki silnika użyty do symulacji numerycznej.

4. Wyniki obliczeń

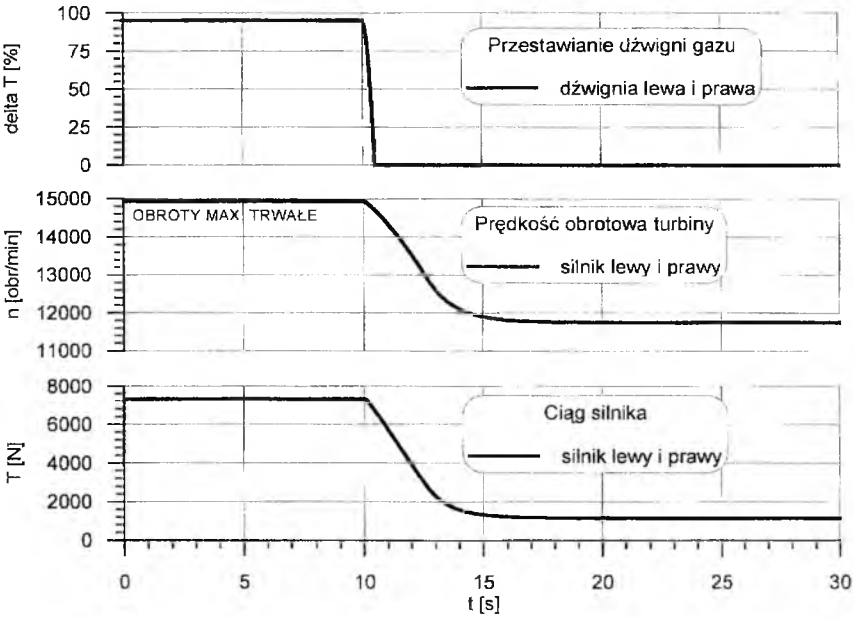
Obliczenia wykonano dla samolotu testowego PZL I-22 Iryda. Symulację przeprowadzono dla trzech wariantów: samolot od chwili t_0 rozpoczęcia symulacji do czasu t_1 = 10 [s] porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym z prędkością V_0 na maksymalnym ciągu silników, na wysokości h_0. Po chwili t_1 = 10 [s] następują:

a) jednoczesne przestawienie obu dźwigni gazu do położenia odpowiadającego obrotom biegu jałowego. Całkowity czas przestawiania dźwigni wynosi 0.5 [s]. Wychylenie powierzchni sterowych nie ulega zmianie;

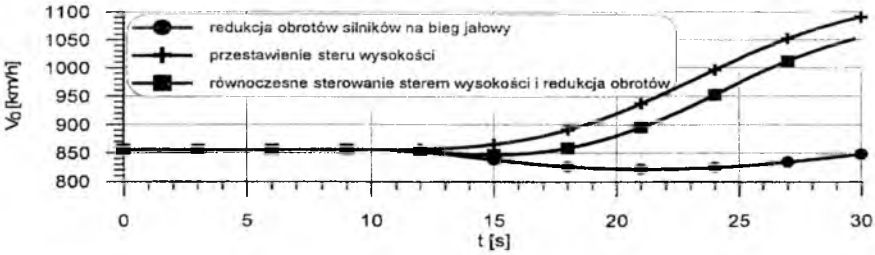
b) przestawienie steru wysokości o kąt δ_H = +2 deg, obroty silników pozostają bez zmian;



Rys. 5. Wychylenie steru wysokości



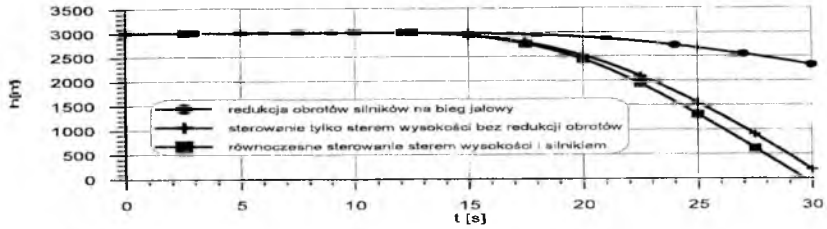
Rys. 6. Dynamika silnika



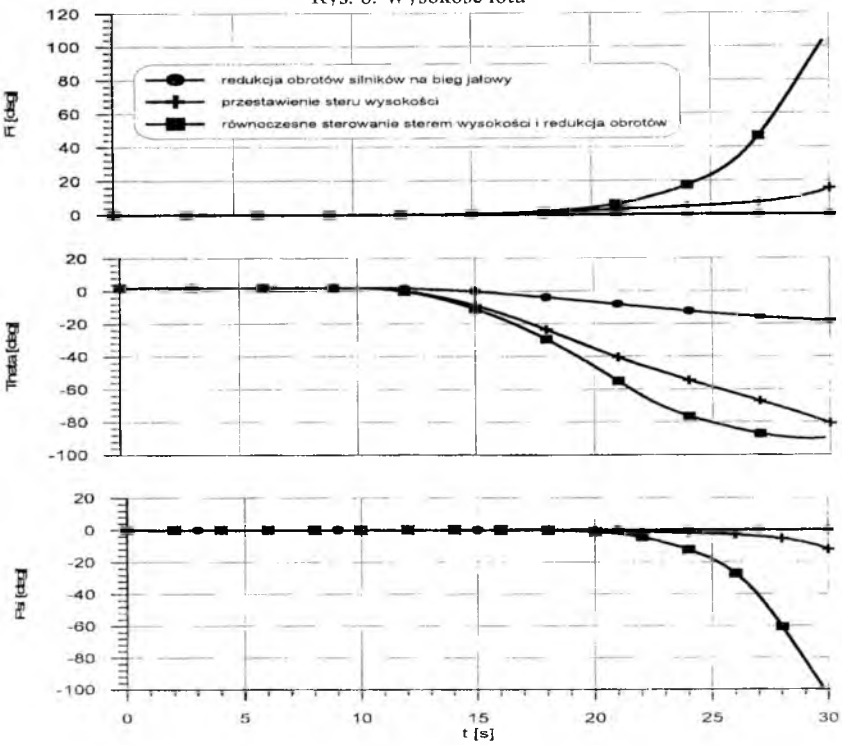
Rys. 7. Rzeczywista prędkość lotu

c) w locie stromym jednoczesne zdławienie obrotów obu silników do biegu jałowego i przestawienie steru wysokości o kąt δ_H = +2 deg.

Wyniki przedstawiono ma wykresach 5÷10.



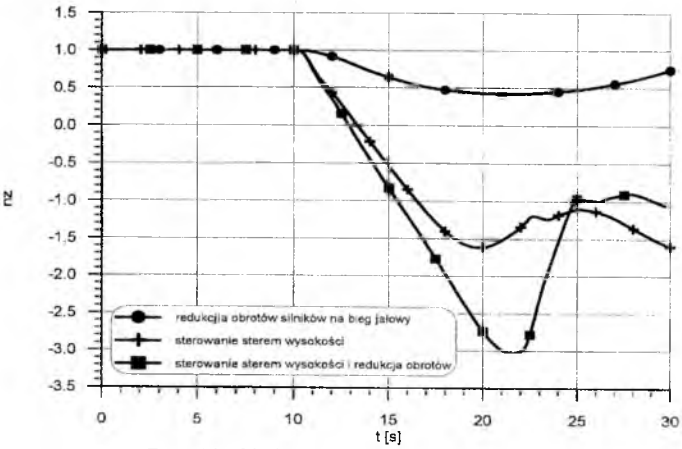
Rys. 8. Wysokość lotu



Rys. 9. Kąty przechylenia, pochylenia i odchylenia

5. Podsumowanie

- Jednoczesna redukcja ciągu obydwu silników oraz wychylenie steru wysokości (rys. 5, 6.) powoduje szybkie wejście samolotu w lot nurkowy z dużą prędkością. Przejściu w ten stan lotu towarzyszy znaczne przeciążenie ujemne.
- Obciążenie spowodowane samym wyłączeniem silnika podczas lotu poziomego ustalonego ma swoje maksimum po około 10 sekundach.



Rys. 10. Obciążenia działające na pilota

Samolot zaczyna wchodzić w lot nurkowy i po 10 sekundach znajduje się w maksymalnie stromym locie.

- Nakładanie się efektów sterowania ciągiem i sterem wysokości powoduje znaczne zwiększenie wartości przeciążeń działających na pilota. Wartość tych przeciążeń jest znacznie większa od sumy przeciążeń od sterowania tylko ciągiem i tylko sterem wysokości.
- Stan dynamiki lotu zależy od wzajemnego doboru (kolejności, czasu rozpoczęcia sterowania) parametrów sterowanych. Te same wartości nastawów w zależności od sytuacji mogą zwiększać lub zmniejszać przeciążenia.

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego KBN 9T12C 018 13.

Literatura

1. LEWITOWICZ J. *„Problemy badań i eksploatacji techniki lotniczej"*, Wydawnictwo Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, Warszawa 1993-1994;
2. MARYNIAK J. *„Ogólny model symulacji samolotu", Etap II/2 „Ogólne modelowanie fizyczne i matematyczne obiektów latających jako elementów systemu symulator - matematyczny model sterowanego samolotu"*, Sprawozdanie nr. 145/85, , ITLiMS, PW 1985;
3. MARYNIAK J. *"Hipoteza katastrofy w dniu 24.01.1996 r. Samolotu 1-22 "Iryda" AN00 2-03"*, Warszawa 1996 r;

4. MOLICKI W. „*Wpływ elementów wirujących zespołu napędowego na własności dynamiczne samolotu w locie*" praca doktorska PW MEiL - promotor J. Maryniak, Warszawa 1986;
5. NATTINGLY J. D. „*Aircraft engine designe*", AIAA 1987;
6. NATTINGLY J. D. „*Elements of gas turbine propulsion*", Mc. Grass, 1996;
7. OATES G. L. „*Aerothermodynamics of gas turbine and rocket*", AIAA 1988;
8. PAWLAK W. WIKLIK K. MORAWSKI M. „*Synteza i badanie układów sterowania lotniczych silników turbinowych metodami symulacji komputerowej*" Biblioteka Naukowa IL, Warszawa 1996;
9. Sprawozdanie wewnętrzne zakładu BS Instytutu Lotnictwa „*Silnik K - 15 Charakterystyki w locie - Tablice*" Warszawa Grudzień 1995;
10. Sprawozdanie wewnętrzne zakładu BS Instytutu Lotnictwa „*Tymczasowa instrukcja użytkowania i obsługi K - 15*", Warszawa 1995;
11. Sprawozdanie wewnętrzne zakładu BS Instytutu Lotnictwa „*Charakterystyki stoiskowe silnika K - 15*", Warszawa 1995;
12. VOGT R. „Sterowanie statków powietrznych" WPW, Warszawa 1987;

MODELING AND SYMULATION OF THE FLIGHT OF AN PZL I-22 IRYDA CLASS AIRCRAFT FOR VARIOUS STATES OF THE FLIGHT AND AFTER THRUST REDUCTION

MICHAŁ GRAJECKI
JACEK A. GOSZCZYŃSKI
JERZY MARYNIAK
JAROSŁAW PYRZ

Institute of Aviation,
ITLiMS Warsaw University of Technology, Warsaw

The influence of propulsion and engine dynamics control on an airplane behaviour in steep dive is presented in this paper. Simulation was based on a 6 DoF mathematical model of the controllable aircraft and engines. Computations were made for PZL I-22 „Iryda" as a test aircraft. The flight under control realised in both pitching and velocity channel was analysed as well as their mutual influence on the load factor.
This investigation was supported by State Committee for Scientific Research (KBN) under grans no 9T12C 018 13.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

PROJEKT KONCEPCYJNY OSŁONIĘTEGO WIRNIKA OGONOWEGO ŚMIGŁOWCA SW-4

TOMASZ HIPSZ, WIESŁAW ŁUCJANEK
Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej, Politechnika Warszawska, Warszawa

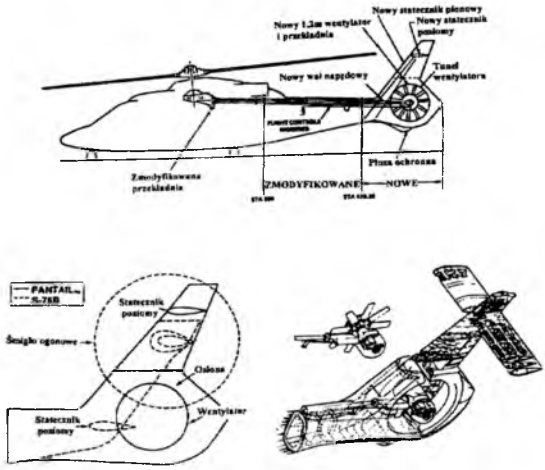
KAZIMIERZ SZUMAŃSKI
Instytut Lotnictwa, Warszawa

Artykuł dotyczy propozycji zastąpienia swobodnego dwułopatowego wirnika ogonowego śmigłowca SW-4, wirnikiem osłoniętym. Doboru parametrów dokonano uwzględniając kryteria sterowności i energochłonności układu dla rozwojowej wersji śmigłowca, cięższej o ok.20% od obecnej.

1. Wstęp

Tendencja modyfikowania śmigłowców jednowirnikowych przez wprowadzanie osłoniętych śmigieł ogonowych w miejsce rozwiązań klasycznych, swobodnie pracujących śmigieł, jest ostatnio jedną z dominujących w konstrukcjach śmigłowcowych (np. rys. 1 [3]). Dokładniejsze informacje na ten temat, podano w [1 i 2]. Najważniejszą jej przyczyną jest konieczność poprawy bezpieczeństwa personelu naziemnego i samego śmigłowca. Osłona bowiem zapobiega kolizjom z ludźmi znajdującymi się w pobliżu śmigłowca i osłania śmigło przy zetknięciu się śmigłowca z obiektami zewnętrznymi, np. ziemią, kamieniami, gałęziami czy przewodami linii przesyłowych. Wiąże się jednak z tym proces takiego doboru parametrów układu, aby rozwiązanie to mogło być konkurencyjne z klasycznym. Dla przypomnienia podano zestaw problemów jakie pojawiają się w związku z zastosowaniem osłoniętego śmigła ogonowego oraz wady i zalety takiego rozwiązania. Jedną z głównych wad są większe straty mocy (przy małych prędkościach lotu), związane z koniecznością znacznego zmniejszenia średnicy śmigła, spowodowane względami konstrukcyjnymi oraz większa masa układu. W locie z większymi prędkościami układ jest energetycznie oszczędniejszy.

Można też uzyskać pewne zmniejszenie hałasu. Własności dynamiczne obu układów są porównywalne.



Rys. 1. Schemat modyfikacji śmigłowca S-76B oraz porównanie wyglądu części ogonowej FANTAIL™ i S-76B

2. Projekt koncepcyjny osłoniętego śmigła ogonowego do śmigłowca SW-4

Celem pracy była ocena możliwości wykonania projektu obudowanego wirnika ogonowego w śmigłowcu zastępującego rozwiązanie klasyczne i analiza obliczeniowa oraz porównanie własności obu konfiguracji (charakterystyk pilotażowych i energochłonności układu). Dla obu rozwiązań porównywano:

1. Własności pilotażowe (komfort sterowania kierunkowego pod wpływem impulsu jednostkowego) wg skali Coopera na wykresie $E_z(M_z)$ [5].
2. Wielkość poboru mocy przez śmigło ogonowe w zawisie i manewrze kierunkowym (obrót wokół osi odchyleń).
3. Sterowność graniczną zawisu w obrocie kierunkowym - warunek sterowności wg [1], dla kryterium $\dot{\Psi}_{max}(\ddot{\Psi}_{max}) > 1$, czyli wywołania maksymalnej prędkości kątowej i przyśpieszenia kątowego odchylania śmigłowca, po zadaniu wyjściowego impulsu sterowania jako gwałtownego zwiększenia skoku ogólnego śmigła ogonowego do maksimum (do ogranicznika lub do uzyskania krytycznego kąta natarcia na łopacie śmigła).
4. Biegunowe ciągu śmigła ogonowego w funkcji mocy pobieranej, dla wysokości H=0 i H=1,8km.

Założono, że wersja z obudowanym śmigłem ogonowym powinna spełniać kryteria sterowności dla wariantu rozwojowego śmigłowca, o większej masie i mocy napędu oraz umożliwiać wprowadzenie nowoczesnych rozwiązań konstrukcyjnych śmigła ogonowego, np. bezłożyskowego. Dane dotyczące klasycznego wirnika ogonowego śmigłowca SW-4 oraz wariantów śmigła obudowanego przyjętych do analiz optymalizacyjnych są przedstawione w tabelach 1a i 1b.

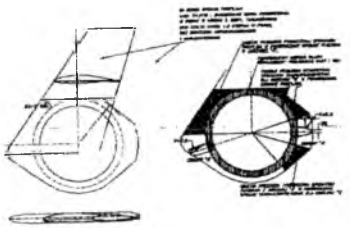
Tabela 1a

Wielkość	Śmigło ogonowe swobodne	Śmigło obudowane			
		Wariant 1	Wariant 2	Wariant 3	Wariant 4
Cięciwa łopaty śmigła ogonowego [m]	0,160				
Promień śmigła ogonowego [m]	0,750	0,525			
Masa śmigłowca [kg]	1.800,00	2.300,00			
Moment bezwładności śmigłowca względem osi odchyleń [kgm^2]	2.658,00	4.131,00			
Prędkość końca łopat śmigła ogonowego w zawisie [m/s]	213,75	190,00	195,00	200,00	205,00
Prędkość kątowa śmigła ogonowego [1/s]	285,30	361,90	371,40	380,95	390,50

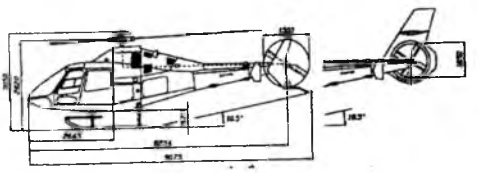
Tabela 1b

Wielkość	Śmigło obudowane				
	Wariant 5	Wariant 6	Wariant 7	Wariant 8	Wariant 9
Masa śmigłowca [kg]	2.300,00				
Moment bezwładności śmigłowca względem osi odchyleń [kgm^2]	4.131,00				
Prędkość końca łopat śmigła ogonowego w zawisie [m/s]	195,00				
Liczba łopat śmigła ogonowego	4		5	4	
Cięciwa łopaty śmigła ogonowego [m]	0,160			0,200	0,240
Promień śmigła ogonowego [m]	0,500	0,475	0,525	0,525	0,525
Prędkość kątowa śmigła ogonowego [1/s]	390,00	410,53	371,40	371,40	371,40

Kompozytową konstrukcję osłony śmigła ogonowego śmigłowca SW-4 i jej parametry geometryczne przyjęto podobnie jak w projekcie śmigłowca IS-2 (rys. 2), w wyniku przeskalowania do wymiarów odpowiednich dla śmigłowca większego, jakim jest SW-4. Promień śmigła ogonowego R=0,525m, jest wymiarem maksymalnym pozwalającym na zastosowanie takiej zmiany przy istniejącej dotychczas konstrukcji belki ogonowej. Przy tej średnicy zachowana jest także minimalna bezpieczna odległość pomiędzy obudową, a łopatami wirnika nośnego śmigłowca. Propozycja modyfikacji układu śmigłowca jest przedstawiona na rys. 3.



Rys. 2. Szkic geometrii i struktury osłony śmigła ogonowego



Rys. 3. Śmigłowiec PZL SW-4, wariant wyjściowy i zmodyfikowany śmigła ogonowego

Do obliczeń został użyty opracowany w Instytucie Lotnictwa program MANZ [5] symulacji manewru śmigłowca wokół osi pionowej. Uzyskane za jego pośrednictwem wyniki były potwierdzone doświadczalnie w badaniach w locie.

2.1. Analizy obliczeniowe

Porównanie własności czterech wariantów śmigłowca podanych w tabeli 1a jest przedstawione jest na rysunkach: 4-9.

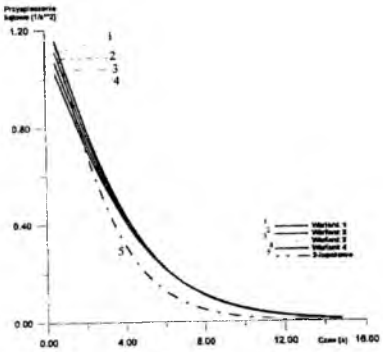
Kryterium granicznej sterowności kierunkowej wg Lynna (rys. 6) jest spełnione przez wszystkie konfiguracje dla wszystkich prędkości obrotowych wirnika, chociaż wariant 1 znajduje się blisko granicy krytycznego przyspieszenia kątowego. Na rys. 5 jest przedstawiona zmiana prędkości kątowej śmigłowca w czasie manewru. Śmigłowiec w wariancie 1 uzyskuje prędkość kątową ustalonego odchylania o ponad 7% niższą niż w wariancie 4, natomiast różnica ta w przypadku przyspieszenia kątowego w początkowej fazie manewru, gdy różnice są największe, wynosi ponad 13% (rys. 4). Mniejsze różnice pomiędzy tymi wariantami występują w zużyciu mocy w funkcji czasu (rys. 8). Wynoszą one od 6,8% na początku manewru do 4,8% na jego końcu. Największe procentowe różnice uwidoczniają się w wielkości kąta natarcia końców łopat (rys. 7). Kąt natarcia końca łopat w wariancie 1 jest od 11% do 16% większy niż w wariancie 4.

Na podstawie przedstawionych wyników stwierdzono, że najodpowiedniejszym rozwiązaniem jest wariant 2. Konfiguracja ta spełnia postawione wymagania przy minimalnych zmianach konstrukcyjnych w istniejącym śmigłowcu i obudowie śmigła ogonowego, a także pobór mocy jest najmniejszy. Ponadto mniejsza prędkość końców łopat korzystnie wpływa na zmniejszenie wytwarzanego hałasu.

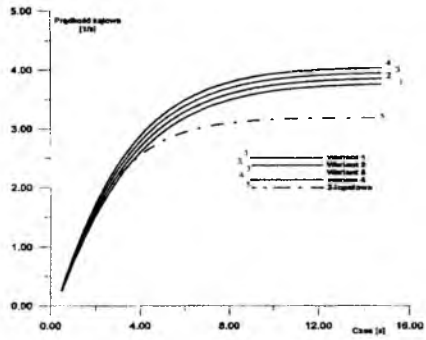
Pomimo, że wariant 2 obudowanego śmigła ogonowego spełnił podstawowe warunki, przeprowadzono dodatkowe obliczenia mające na celu sprawdzenie wpływu zmiany pozostałych parametrów (średnicy, liczby łopat, cięciwy) na

charakterystyki pilotażowe śmigłowca SW-4. Dane dotyczące tych modyfikacji wariantu 2 są przedstawione w tabeli 1b.

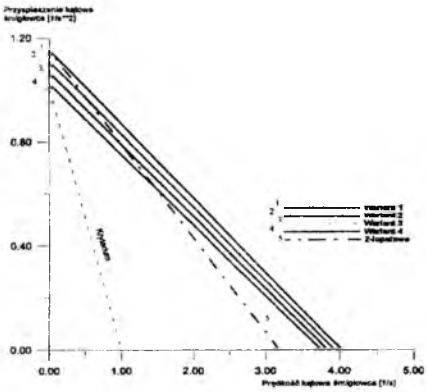
Poniżej opisano porównanie wpływu wprowadzonych modyfikacji z własnościami wariantu 2 [6], pomijając w tym artykule cytowanie większości wykresów analogicznych jak przedstawione na rysunkach 4-8.



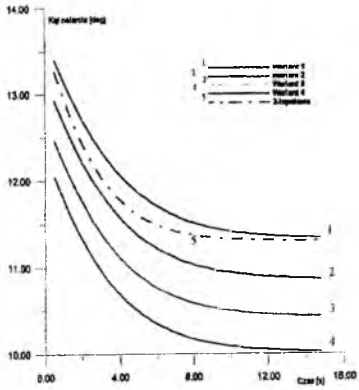
Rys. 4. Przyśpieszenie kątowe obrotu śmigłowca



Rys. 5. Prędkość kątowa obrotu śmigłowca



Rys. 6. Kryterium sterowności kierunkowej (maksymalne przyśpieszenie w funkcji maksymalnej prędkości kątowej)

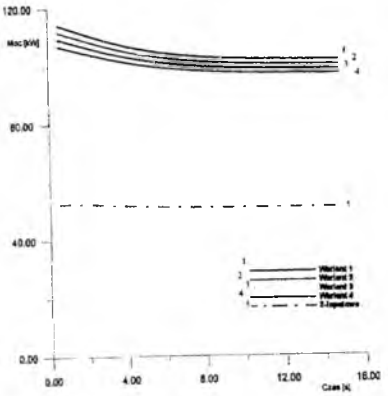


Rys. 7. Kąty natarcia końca łopatek podczas obrotu śmigłowca

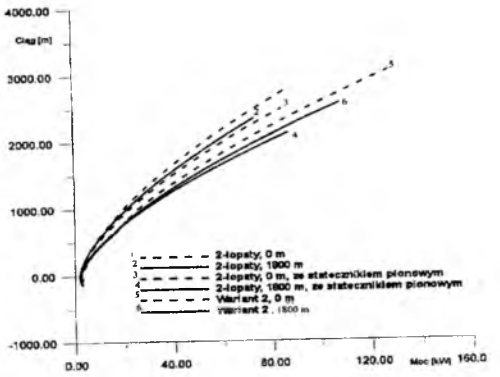
2.2. Obliczenia wpływu zmiany średnicy śmigła ogonowego na charakterystyki pilotażowe śmigłowca SW-4

W celu zbadania wpływu zmian średnicy śmigła ogonowego rozpatrzone były warianty 5 i 6. Średnica śmigła została zmniejszona odpowiednio o 50 i 100mm przy zachowaniu takiej samej prędkości końca łopat (195m/s). Nie wykonano obliczeń dla średnicy większej niż w wariancie 2, ponieważ w związku z niewystarczającą odległością od wirnika nośnego wymagałoby to

modyfikacji belki ogonowej lub obudowy. W wyniku tych obliczeń stwierdzono, że wariant 6 nie spełnia kryterium sterowności kierunkowej [1] oraz, że zmniejszenie średnicy spowodowało niekorzystne zmiany charakterystyk pilotażowych. Dla Wariantu 5, mimo że prędkość i przyspieszenie kątowe śmigłowca pozostały w tym manewrze prawie takie same jak w wariancie 2, to znacznie wzrósł kąt natarcia łopat i zużywana moc.



Rys. 8. Pobór mocy przez śmigło ogonowe podczas obrotu śmigłowca



Rys. 9. Porównanie biegunowych dla śmigłowca bazowego i kolejnych wariantów modyfikacji

2.3. Obliczenia wpływu liczby łopat śmigła ogonowego na charakterystyki pilotażowe śmigłowca SW-4

Obliczenia zostały przeprowadzone dla śmigła ogonowego 5-łopatowego (wariant 7). W tym rozwiązaniu kryterium sterowności kierunkowej jest spełnione nawet lepiej niż dla konstrukcji wyjściowej. Zmiana ta spowodowała zwiększenie prędkości kątowej śmigłowca przy niewielkim wzroście przyspieszenia kątowego. Wzrosła jednak pobierana moc. Warto zaznaczyć, że zmniejszył się znacznie (o ok. 2°) kąt natarcia łopat.

2.4. Obliczenia wpływu zmiany cięciwy łopat śmigła ogonowego na charakterystyki pilotażowe śmigłowca SW-4

Ponieważ pozytywne zmiany mogło przynieść tylko zwiększenie tego parametru, do obliczeń wariantów 8 i 9 zostały przyjęte wartości cięciw łopat, odpowiednio: 0,20 i 0,24m. Zgodnie z oczekiwaniami, charakterystyki pilotażowe śmigłowca znacznie się poprawiły. Kryterium sterowności kierunkowej spełnione jest z dużym nadmiarem, znacznie lepiej także niż w przypadku konstrukcji bazowej. Widoczny jest znaczny wzrost przyspieszenia kątowego na początku manewru i niewielki wzrost prędkości kątowej ustalonego obrotu śmigłowca. Modyfikacja ta jest jednak bardziej

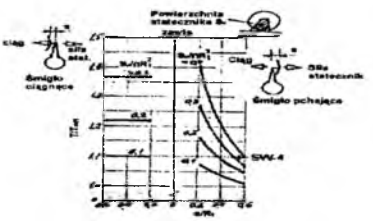
energochłonna. Wraz ze zwiększeniem cięciwy nastąpiło zmniejszenie kąta natarcia łopat - o 2° w przypadku wariantu 8 i ponad 3° dla wariantu 9.

3. Podsumowanie

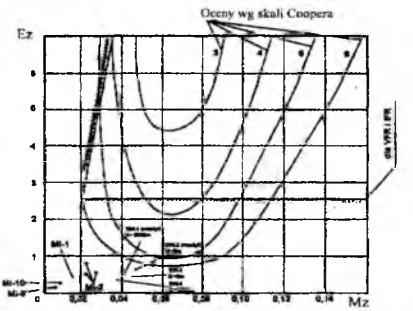
Na podstawie obliczeń dziewięciu różnych wariantów obudowanego śmigła ogonowego można stwierdzić, że warianty 1 i 6 nie spełniają kryterium sterowności kierunkowej i nie mogą być wykorzystane. Warianty 3 i 4 posiadają lepsze własności niż wariant 2, ale zużywają więcej mocy i w związku z większą prędkością końców łopat będą bardziej hałasliwe. Modyfikacja polegająca na zmniejszeniu średnicy śmigła ogonowego powoduje spadek osiągów i zwiększenie pobieranej mocy oraz kąta natarcia. Zwiększenie liczby łopat (wariant 7) powoduje znaczne zwiększenie prędkości kątowej śmigłowca przy stosunkowo niewielkim wzroście zużywanej mocy. Zmniejszony jest też kąt natarcia łopat. Najlepszym rozwiązaniem jest wariant 2 ponieważ spełnia kryterium Lynna, posiada porównywalne charakterystyki do rozwiązania bazowego oraz wymaga najmniejszej liczby zmian konstrukcyjnych wirnika i jego obudowy.

Porównanie biegunowych (rys. 9) śmigłowca bazowego oraz zmodyfikowanego wykazuje, że na wysokości 0, mimo różnych mas, śmigłowce posiadają prawie takie same własności, ale już na wysokości 1800m znacznie lepszy okazuje się śmigłowiec zmodyfikowany. W badaniach nie został uwzględniony wpływ otunelowania śmigła ogonowego. Można oczekiwać o ok. 10% wzrostu ciągu układu śmigło-obudowa.

Opierając się na materiałach empirycznych [4], uwzględniono w obliczeniach biegunowych wpływ statecznika pionowego na pracę swobodnego śmigła ogonowego. Spadek ciągu został obliczony na podstawie wykresów przedstawionych na rys. 10.



Rys. 10. Wykres wpływu statecznika pionowego na ciąg śmigła ogonowego



Rys. 11. Własności pilotażowe wg skali Coopera

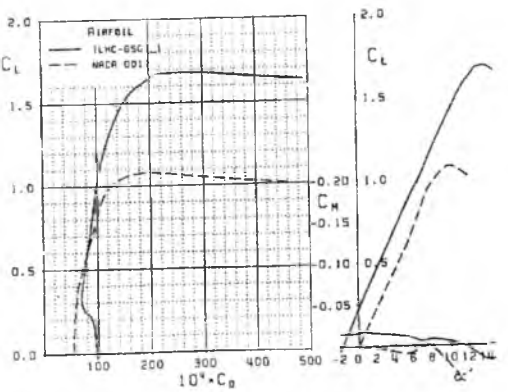
4. Wnioski

Z przedstawionej analizy wynika, że najlepszym rozwiązaniem ze względu na spełnienie warunków dotyczących osiągów śmigłowca i konieczność jak największego ograniczenia skali modyfikacji, jest wariant 2 obudowanego śmigła ogonowego, pokazany na rys. 12. Podstawowe jego dane są opisane w Tabeli 1a. Nie jest to rozwiązanie ostateczne, a jedynie propozycja uzasadniona obliczeniowo dla śmigłowca o masie 2300kg, który może być wersją rozwojową modelu SW-4.

Gdy będą znane bliżej dane wybranej wersji, można będzie przeprowadzić optymalizację śmigła ogonowego. W związku z brakiem doświadczeń z tego rodzaju konstrukcjami w Polsce, należy dokładniej, teoretycznie i doświadczalnie, zbadać tę konfigurację, ponieważ jeszcze nie była ona stosowana w kraju w praktyce.

W założeniu opisanego projektu były jak najmniejsze zmiany w istniejącym śmigłowcu i sprawdzenie realności takiej konfiguracji. W przypadku jej realizacji, konieczne będzie sprawdzenie również wpływu innych parametrów (np. szerokości szczeliny między wirnikiem a obudową). Kolejnym krokiem powinno być zastosowanie niesymetrycznego profilu łopat (rys. 13), co pozwoliłoby na dalsze zmniejszenie kąta natarcia lub prędkości obrotowej, modyfikacja kształtu końcówek łopat w celu poprawy charakterystyk aerodynamicznych i akustycznych, a także zbadanie wpływu nierównomiernego rozstawienia łopat. Na podstawie przeprowadzonych w pracy obliczeń można stwierdzić, że wykorzystanie wirnika obudowanego w wersji rozwojowej śmigłowca SW-4 jest celowe i możliwe.

Rys. 12. Śmigłowiec SW-4 ze śmigłem ogonowym zmodyfikowanym



Rys. 13. Charakterystyki profilu niesymetrycznego, proponowanego do zastosowania w śmigle ogonowym

Literatura

1. LYNN R.R., ROBINSON F.D., BATRA N.N., DUHON I.M.: *Tail rotor design Part 1, Aerodynamics*, J.A.H.Soc., October 1970.

2. ŁUCJANEK W.: *Osłonięte wirniki ogonowe śmigłowców*, Referat na II Krajowym Forum Wiropłatowym, Prace ILot Nr 153-154, 1998.

3. LAPPOS NICHOLAS D., PHELPS KEVIN D.: *Results of flight tests of the Boeing Sikorsky Fantail™ demonstrator*. Proceedings of the 47th AHS Annual Forum, May 1991.

4. SZABELSKI K., JANCELEWICZ B., ŁUCJANEK W.: *Wstęp do konstrukcji śmigłowców*. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1995.

5. SZUMAŃSKI K.: *Obliczanie obciążeń śmigłowca od śmigła ogonowego wraz z obciążeniami łopat i układów sterowych w zakresie projektu wstępnego*. Wyd. wewn. Nr BL-275, Instytut Lotnictwa, Zakład Badań w Locie, Warszawa, 1984.

6. HIPSZ T.: *Projekt koncepcyjny osłoniętego wirnika ogonowego śmigłowca SW-4*. Politechnika Warszawska, Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa, Zakład Automatyki i Osprzętu Lotniczego. Praca Dyplomowa, 1998.

CONCEPTUAL PROJECT OF A SHROUDED TAIL ROTOR FOR THE *SW-4* HELICOPTER

Papers deals with the proposal of replacement of the classic, 2-bladed tail rotor of SW-4 helicopter by the shrouded one. Parameters have been selected taking into consideration criteria of manoeuvrability and consumption of energy, for developed variant of the helicopter, heavier by about 20% as compared with the present one.

INSTYTUT LOTNICTWA

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

Wstępna analiza własności aerodynamicznych pocisków formowanych wybuchowo. Przegląd koncepcji konstrukcyjno-technologicznych układów wybuchowych.

dr hab. inż. KAROL JACH, Profesor WAT (**)
dr inż. EUGENIUSZ MILEWSKI (*)
mgr inż. KRZYSZTOF RUTYNA (**)
mgr inż. JAN SZYMANOWSKI (*)

(*) Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, Zielonka k/Warszawy
(**) Instytut Optoelektroniki Wojskowej Akademii Technicznej, Warszawa

W pracy przedstawiono wybrane problemy związane z własnościami aerodynamicznymi pocisków formowanych wybuchowo. Proces generowania takich pocisków przez układy wybuchowe przebiega w warunkach impulsowych, dynamicznych obciążeń. Dotychczas w kraju nie prowadzono prac badawczych związanych z aerodynamiką lotu tego typu ciał. Celem niniejszej pracy jest zasygnalizowanie problemów związanych ze stabilnością lotu tego typu pocisków oraz zainteresowanie omawianą problematyką innych, specjalistycznych ośrodków naukowo - badawczych w kraju. Wyniki badań autorów przedstawiono na tle dostępnych doniesień literaturowych.

1. Wstęp

Wybuchowo formowane pociski EFP (Explosively Formed Projectiles) są nowym rodzajem amunicji służącej do zdalnego zwalczania różnych obiektów techniki wojskowej. Idea zjawiska wybuchowego formowania pocisków została zilustrowana na rysunku 1. Układ do wybuchowego formowania pocisków składa się ze sferycznej metalowej wkładki kumulacyjnej, obudowy, ładunku materiału wybuchowego, układu pobudzenia detonacji oraz innych elementów dodatkowych. Możliwość wygenerowania wysokoefektywnego pocisku (EFP) w wyniku oddziaływania produktów detonacji na wkładkę istnieje tylko i wyłącznie w przypadku bardzo precyzyjnego doboru wszystkich istotnych parametrów ładunku, takich jak: parametry określające kształt wkładki, długość ładunku, jego kształt, grubość osłon; rodzaj MW; własności wytrzymałościowe materiału wkładki, itd.

Odpowiednią synchronizację parametrów ładunku osiąga się poprzez badania kompleksowe polegające na tym, że:
- wykorzystuje się modele teoretyczne i symulacyjne metody tzw. fizyki komputerowej, uzyskując w miarę pełne rozwiązania problemów, z których wynikają rozwiązania konstrukcyjne,
- prowadzi się badania eksperymentalne umożliwiające opanowanie techniczno-technologicznych problemów konstrukcji i elaboracji ładunków,
- wykorzystuje się różne systemy diagnostyczne.

Wszystkie powyższe badania i prace konstrukcyjno-technologiczne muszą być wzajemnie ze sobą sprężone i wzajemnie się uzupełniać [1].
W trakcie dotychczasowych prac przeprowadzonych przez IOE WAT i WITU zbudowano ładunek o kalibrze 100 mm, spełniający współczesne wymagania stawiane dla tego typu konstrukcji. Uzyskano przebicia tarczy pancernej o grubości około 0,85 kalibra; prędkość pocisków wynosi około 2500 m/sek [2]. Zasadniczą wadą badanych ładunków jest niestateczny lot pocisków, w wyniku czego uderzają one w tarczę pod różnymi kątami ($\neq 90^{o}$) i rozładowują energię na stosunkowo dużej powierzchni.

2. Syntetyczna analiza dostępnych danych literaturowych

Jak przyznają autorzy większości doniesień, o ile dość dobrze poznano fizykę zjawiska wybuchowego formowania pocisków, to przez dłuższy czas nie analizowano własności aerodynamicznych EFP [3-7]. Świadczy o tym fakt, że pierwsze, pogłębione doniesienia naukowe uwzględniające omawianą problematykę zaczęły pojawiać się dopiero pod koniec lat 80-tych. Literatura naukowa pochodząca z tego okresu opisuje szereg wariantów układów konstrukcyjno-technologicznych, modyfikacje poszczególnych elementów składowych i związane z tym wyniki weryfikacji eksperymentalnej. Wszystkie podane powyżej zabiegi w istocie miały na celu nadanie pociskom cech wysokiej stabilności na torze lotu. Związana z tym jest skuteczność działania (przebijania) EFP.

Zagadnienie stateczności lotu sprowadza się do zapewnienia pociskom cech typowych dla pocisków klasycznych, tj. odpowiedniego wydłużenia, optymalnego rozmieszczenia środka ciężkości i środka parcia oraz nadania odpowiedniego symetrycznego kształtu, w tym szczególnie części tylnej spełniającej rolę stabilizatora w trakcie lotu. Prowadzone badania skupiają się więc na dwóch najważniejszych kierunkach:
- uformowania wydłużonego, masywnego pocisku;
- nadania pociskowi wysokiej stabilności.

Dynamika zjawiska czyni ten problem bardzo trudnym, a według niektórych autorów niemożliwym do rozwiązania.

Doskonałym przykładem ilustrującym złożoność procesu osiągania EFP

o wysokich parametrach jest praca [6], w której przedstawiono ideę i postęp badań prowadzonych w RFN w ciągu 13 lat od 1977 do 1990 roku. Badania prowadzono na układach o kalibrze wkładki ϕ = 75 mm. Prace zmierzały do osiągnięcia jak najbardziej wydłużonego pocisku o wysokich charakterystykach aerodynamicznych. Zmiana wydłużenia L pocisku do jego średnicy D od 2 do 5 wpływa na głębokość przebicia h odpowiednio od 0,25 do 1 kalibra. Podwyższeniu wydłużenia pocisku i jego efektywności sprzyja także stosowanie silniejszych MW od Kompozycji B do oktolu oraz stosowanie innych materiałów na wkładki (tantal). Przebicie rzędu 1 kalibra osiągnięto dla wkładek z żelaza Armco i z tantalu. Przewiduje się, że dalszy postęp w tej dziedzinie może doprowadzić do osiągnięcia przebić rzędu 1,25 i więcej kalibrów.

O szczególnej ważności problemów stabilności lotu świadczy też fakt prowadzenia prac badawczych w ramach specjalnie powoływanych organizacji międzynarodowych [7]. W ich ramach prowadzi się specjalne badania w tunelach naddźwiękowych, badania radiograficzne i z wykorzystaniem metod interferometrycznych. W większości przypadków badania polegają na określeniu charakterystyk aerodynamicznych specjalnie wykonanych modeli o kształtach zbliżonych do pocisków wyłapanych w tunelach wychwytujących. Na rys. 2 zilustrowano przykładowy model pocisku i interferogram na torze lotu [7].

3. Modyfikacje układów wybuchowych podwyższające stabilność lotu EFP. Rozwiązania własne

Wysokoefektywne pociski (wydłużone i stabilne) uzyskuje się w układach wybuchowych z obwodowym inicjowaniem detonacji. Taki sposób inicjowania osiągnięty poprzez wprowadzenie tzw. przesłon inercyjnych (soczewek) zapewnia centrowanie i wygenerowanie frontu fali detonacyjnej o quasitoroidalnym kształcie. To z kolei sprzyja zintensyfikowaniu obciążenia przekazywanego na wkładkę kumulacyjną i tym samym znacznego wydłużenia pocisków [2].

O ile opisany wyżej układ zapewnia tylko zwiększenie wydłużenia to nadanie odpowiedniego kształtu pociskom realizowane jest poprzez tzw. operację profilowania obciążenia wkładki [3]. Zabieg ten polega na odpowiednim zaprogramowaniu procesu przekazywania energii MW i tym samym osiągnięcie finalnego efektu uformowania pocisku z odpowiednią, stabilizującą częścią w postaci lotek (skrzydeł). Do układu wybuchowego wprowadza się symetrycznie rozłożone niehomogeniczności, których rola polega na zróżnicowaniu intensywności oddziaływania obciążeń przekazywanych na wkładkę (liner). Niejednorodności mogą być zawarte w różnych elementach składowych ładunków (metalowych lub wybuchowych). Przykłady profilowania obciążenia poprzez odpowiednie sterowanie frontem fali detonacyjnej zilustrowano na rysunku 3 (a-b). Metoda polega na wprowadzeniu słupów z ciężkiej substancji inercyjnej (rys. 3a), sfrezowanie wy-

branych sektorów obudowy (rys. 3b). Przeprowadzone operacje technologiczno-kostrukcyjne nie przyniosły generalnie powtarzalnych pozytywnych rezultatów w postaci pocisków z odpowiednią stabilizującą częścią ogonową. Jakkolwiek w niektórych przypadkach uzyskano odpowiednio ukształtowane EFP o podwyższonych własnościach aerodynamicznych. Przykład pocisku miedzianego z profilowaną częścią ogonową zilustrowano na rysunku 4a [3]. Na rys. 4b zilustrowano przykład tylnej części pocisku opisanego w pracy [2].

Znaczna niepowtarzalność wyników badań wskazuje jednoznacznie na stopień trudności opracowania optymalnych rozwiązań podwyższających stabilność aerodynamiczną. Przeprowadzone badania miały charakter rozpoznawczy, umożliwiający jednak podjęcie dalszych poszukiwań metod podwyższenia stabilności lotu EFP.

Proces poszukiwania optymalnego wariantu przebiegał na tym etapie na drodze wyłącznie eksperymentalnej, bez stosowania rozwiązań teoretycznych. Wynika to ze złożoności modelowania komputerowego zjawisk zachodzących w ładunkach osiowo niesymetrycznych.

Duże nadzieje budzi fakt podjęcia przez IOE WAT prac nad modelowaniem złożonych procesów formowania pocisków w układzie przestrzennym (3D) przy uwzględnieniu różnego rodzaju asymetrycznych wymuszeń. Taka metodologia umożliwi ukierunkowanie optymalizacji rozwiązań konstrukcyjnych w dalszych badaniach.

4. Modelowanie procesu powstawania asymetrii kształtu pocisków EFP

Proces teoretycznego modelowania zjawisk wybuchowego formowania pocisków prowadzi się na ogół przy założeniu symetrii osiowej opisywanych zjawisk. W praktyce wszelkie zaburzenia symetrii zjawiska mogą prowadzić do nierównomiernego obciążenia wkładki, a tym samym do uformowania pocisku niesymetrycznego lub w krańcowych przypadkach do jego rozerwania się. Na rysunku 5 zilustrowano wybrany przykład (rejestrację optyczną) uformowanego EFP w locie odznaczającego się asymetrią części tylnej (brakiem pewnych fragmentów).

Asymetria procesu formowania pocisków może być wynikiem niedokładności wykonania elementów konstrukcyjnych wkładki, obudowy oraz niejednorodności użytych materiałów lub być wywołana przez zjawiska zachodzące podczas detonacji: asymetrię pobudzenia przez detonator obwodowy, nierównomierność podchodzenia frontu fali detonacyjnej do wkładki czy niejednorodność materiału wybuchowego.

Możliwość uzyskania EFP o idealnych kształtach (wysokiej symetrii), bez miejscowych deformacji (np. odłamków) istnieje tylko w przypadku zachowania wysokiej precyzji wykonania układów, ich elementów składowych, a w szczególno-

ści wkładek kumulacyjnych [8]. W pracy tej przeprowadzono teoretyczną analizę wpływu niedokładności wykonania wkładek na kształt EFP, a tym samym na ich własności balistyczne. Rozpatrzono wybrane, praktycznie możliwe przypadki niezachowania dokładności wykonania. Analiza numeryczna dla wkładek tantalowych, umieszczonych w obudowie stalowej, miotanych produktami detonacji oktolu 70/30 wykazała zdecydowany wpływ niedokładności na proces kształtowania pocisków, już przy przekroczeniu tolerancji wykonania rzędu 0,01 mm. Pociski odznaczają się asymetrią, co powoduje nadanie im momentu obrotowego, a także sprzyja powstaniu naprężeń niszczących (rozrywających). Przykłady niesymetrycznych EFP uformowanych przy niezachowaniu dokładności wykonania około 0,02 mm zilustrowano na Rysunku 6. Obliczenia teoretyczne jak i eksperymenty wykazały, że nawet w przypadku zachowania praktycznie możliwej tolerancji wykonania rzędu 0,02 mm EFP nie zawsze są symetryczne.

Stopień wpływu niedokładności wykonania elementów metalowych ładunku na proces wybuchowego formowania pocisku jest możliwy do przewidzenia i może być zweryfikowany eksperymentalnie. Trudno jest natomiast przewidzieć istotę zaburzenia symetrii przez zjawiska falowe zachodzące w ładunku materiału wybuchowego (inicjowanie i propagacja fali detonacyjnej). Asymetria zjawisk falowych związana jest między innymi z niejednorodnością gęstości materiału wybuchowego i jego ziarnistością, obcymi wtrąceniami, nieosiowością montażu w obudowie oraz w stosunku do wkładki, itd. W celu zbadania wpływu asymetrii pobudzenia na kształt formowanego pocisku zamodelowano proces formowania EFP poprzez niesymetryczny kształt frontu fali detonacyjnej. Do tego celu wykorzystano trójwymiarowy kod autorstwa K. Jacha [9]. Takie podejście umożliwia obserwację powstawania asymetrii kształtów wybuchowo formowanych pocisków. Wspomniany trójwymiarowy kod numeryczny znajduje się w początkowej fazie opracowania. Wstępne wyniki zamieszczono poniżej. Ciśnienie produktów detonacji p(x, y, z) oddziałujące na osiowosymetryczną wkładkę (rys. 7) zadano według następującej formuły:

$$p\,(x, y, z, t) = P_0\,(r, t)\,[1 - 0{,}02\,/r/\,\sin^2(3\alpha)]\,[1 + 0{,}02y]$$

Tak zadane ciśnienie pozwala modelować wpływ niejednorodności obciążenia wkładki na ruch pocisku. W obecnej wersji kodu nie jest jeszcze możliwe modelowanie oddziaływania pocisku z atmosferą. Kształt zadanego rozkładu amplitudy ciśnienia pokazano na rys. 8.

Analizie poddano ładunek formujący pocisk typu rdzeniowego z żelaza ARMCO. Na rysunku 9 pokazano dynamikę procesu formowania EFP.

Przyjęty rozkład ciśnienia obciążający wkładkę spowodował, że proces formowania zakończony został po czasie około 100 μs a powierzchnia tylna pocisku została asymetrycznie pofałdowana. Na podstawie badań eksperymentalnych wiadomo, że pociski o takich kształtach charakteryzują się niestabilnym lotem i w efekcie małą głębokością penetracji.

5. Badania eksperymentalne stabilności lotu pocisków EFP

Badania stabilności lotu pocisków EFP dokonywano wykorzystując system przesłon papierowych ustawionych wzdłuż toru lotu, prostopadle do osi strzału. Zastosowane przesłony nie wprowadziły destabilizacji ani zaburzeń lotu pocisku. Przesłony wykonano z usztywnionej tektury o rozmiarach 1 x 1 m. Na każdej z przesłon wyznaczono punkt celowania wykorzystując celownik optyczny.

Pocisk podczas lotu przebijał kolejno przesłony pozostawiając w nich otwory o kształcie odpowiednim do rzutu pocisku na płaszczyznę ustawioną prostopadle do osi strzału. Analiza kształtu kolejnych przestrzelin pozwalała określić tor lotu pocisku oraz jego położenie przestrzenne w stosunku do osi strzału. Na rysunku 10, przedstawiono przykładowy wynik eksperymentów dla pocisków z żelaza ARMCO [10 – 11].

6. Podsumowanie

Przeprowadzona analiza dostępnych danych literaturowych wskazuje, że na świecie prowadzi się szereg badań nad stabilnością lotu EFP. W większości przypadków badania te polegają na określeniu charakterystyk aerodynamicznych specjalnie wykonanych modeli o kształtach zbliżonych do rzeczywistych pocisków wyłapywanych w tunelach. Podniesienie stabilności stara się uzyskać poprzez różnego rodzaju modyfikacje konstrukcyjno-technologiczne określone terminem profilowanie obciążenia wkładki. Podobne operacje zostały zastosowane i zweryfikowane przez autorów. Nie przyniosły one jednakże generalnie powtarzalnych i zadowalających wyników. Ukierunkowanie badań w tej dziedzinie nastąpi niewątpliwie po dopracowaniu 3-wymiarowego kodu numerycznego opisującego zjawisko wybuchowego formowania pocisków. Wyniki wstępne zamieszczone w niniejszej pracy wskazują na możliwość modelowania wpływu wprowadzonych modyfikacji jak i zaburzenia symetrii zjawiska poprzez np. niezachowanie dopuszczalnych tolerancji wykonania elementów.

Prezentowana praca ma na celu (wg oczekiwań autorów) zainspirowanie wspólnych przedsięwzięć badawczych w szczególności dotyczących parametrów aerodynamicznych tak nietypowych obiektów jak pociski formowane wybuchowo (EFP). O bezwzględnej potrzebie nawiązania współpracy w dziedzinie między środowiskami specjalistów „wybuchowców" i „aerodynamików" świadczy fakt prowadzenia tego typu prac w często wielonarodowych zespołach za granicą.

7. Literatura

[1]. K. JACH, M. MROCZKOWSKI, R. ŚWIERCZYŃSKI, S. ŚLEDZIŃSKI K. RUTYNA, *Badania poligonowe ładunków EFP z wykorzystaniem fotografii kadrowej*, IO WAT, Warszawa, 1995, praca nieopublikowana.

[2]. E. MILEWSKI, *Eksperymentalno - teoretyczna optymalizacja ładunków do wybuchowego formowania pocisków*, Rozprawa doktorska, WAT, 1998, Warszawa.

[3]. K. WEIMANN, *Flight Stability of EFP with Star Shaped Tail*, 14-th Int. Symp. on Ballistics, Quebeck, 1993.

[4]. F. LESAGE, E. FOURNIER, M. RAW, B. ROZON, *Experimental and computational Investigations on the Aerodynamic Performance of an E-FP*, Proc. 14-th. Int. Symp. on Ballistics, Quebeck, 1993.

[5]. C. BERNER, V. FLECK, D. WARKEN, *Aerodynamic and Stability Characteristics of EFP*, Proc. 16-th Int. Symp. on Ballistics, San Francisco, 1996.

[6]. K. WEIMANN, *Research and Development in the Aera of EFP Charge Technology*, Prop., Exp., Pyrot. 18, 1993.

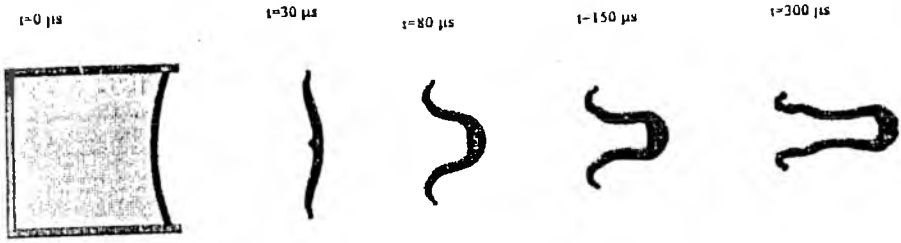
[7]. A. MIKHALEV, D. WARKEN, *Experimental and Investigation of Aerodynamics and Flow Pattern of Typically EFP*, Proc. 15-th Int. Symp. on Ballistics, Jerusalem, 1995.

[8]. D.DAVISON, A. NORDELL, *Hydrocode analysis of acceptable limits on fabrication of EFP Liners*, tamże.

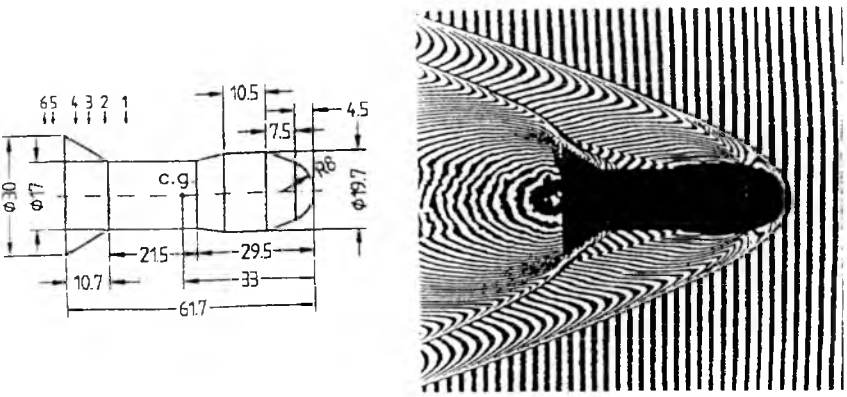
[9]. K. JACH, R. ŚWIERCZYŃSKI, M. MROCZKOWSKI, A. ŚLEDZIŃSKI, Proc. 16-th Int. Symp. on Ballistics, San Francisco, 1996.

[10]. K. JACH, M. MROCZKOWSKI, R. ŚWIERCZYŃSKI, *Analiza teoretyczna balistyki EFP*, Symp. NT nt. Metody Symulacji Zjawisk Balistycznych, Oficyna, wyd. PW, Warszawa, 1995.

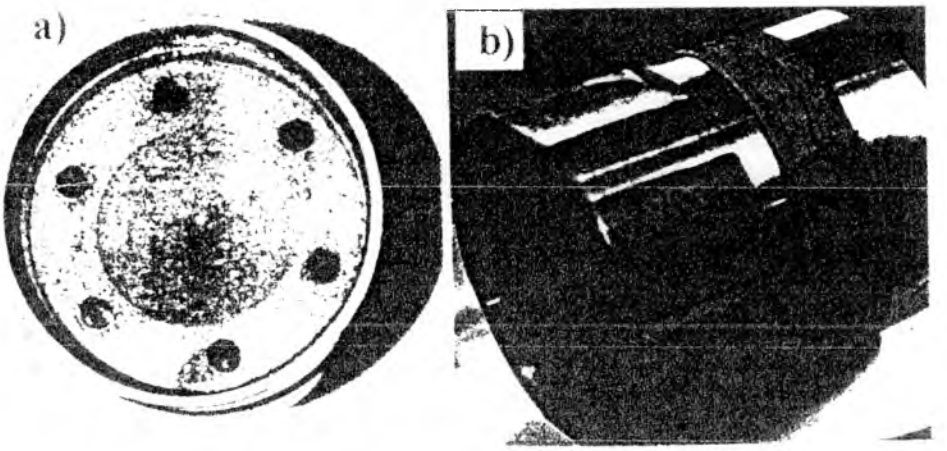
[11]. E. MILEWSKI, J. SZYMANOWSKI, B. KRYSIŃSKI, *Badanie wpływu profilowania EFP na wybuchowe formowanie pocisków*, spraw. WITU, praca niepublikowana, Zielonka 1995.



Rysunek 1 Symulacja komputerowa procesu wybuchowego formowania pocisku w kolejnych chwilach czasu. Wkładka wykonana z żelaza Armco. Prędkość pocisku 2,57 km/s.

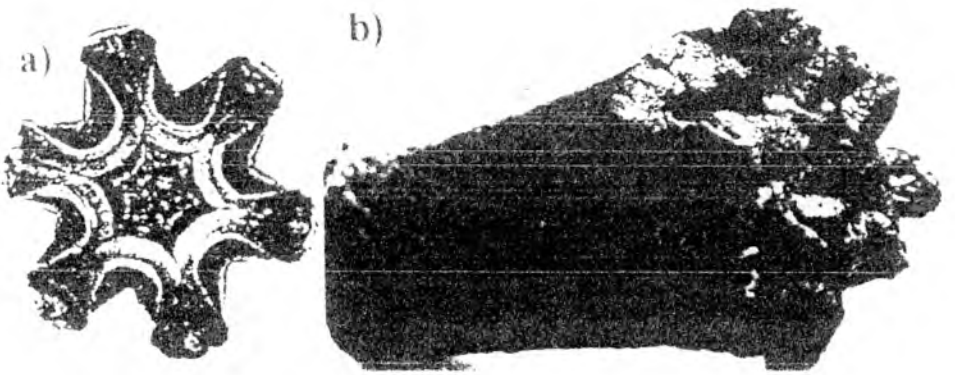


Rysunek 2 Kształt modelowego pocisku i jego interferogram na torze lotu.

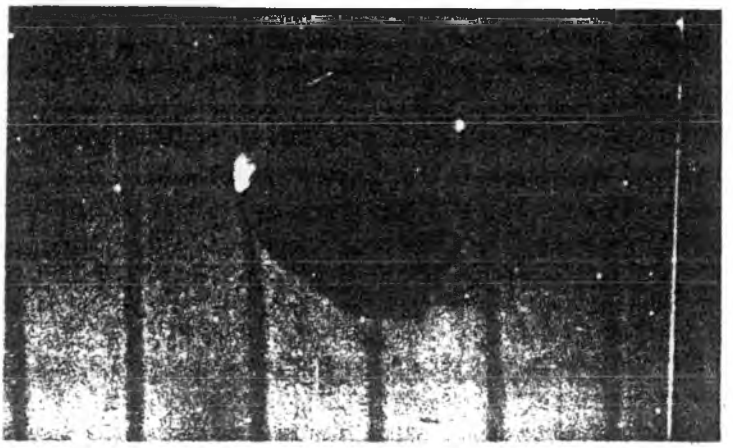


Rysunek 3 Przykłady profilowania obciążenia:
a) słupy inercyjne w MW
b) profilowanie obudowy

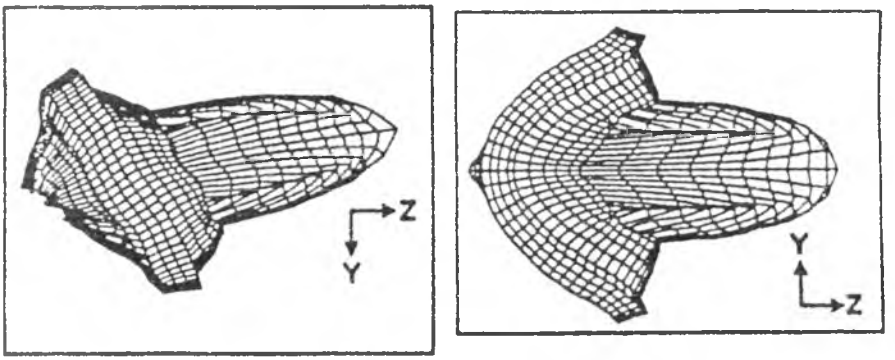
Rysunek 4a Pocisk miedziany z profilowaną częścią ogonową.



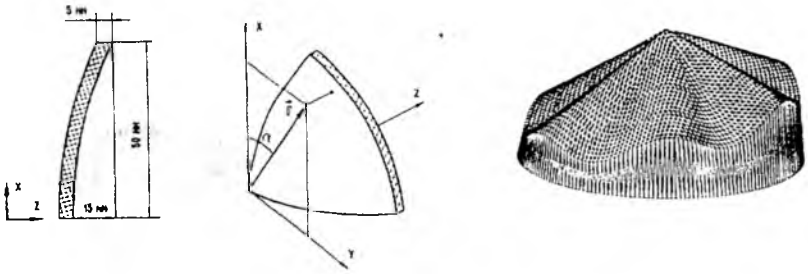
Rysunek 4b Przykład tylnej części pocisku opisanego w pracy [2].



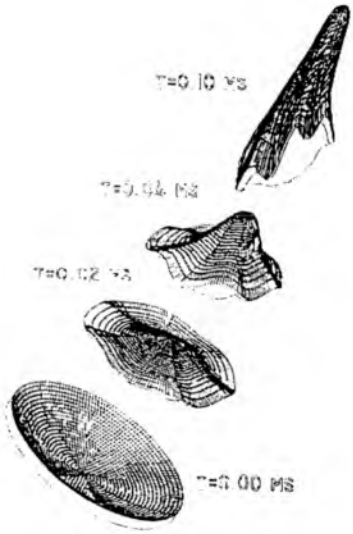
Rysunek 5 Objawy fragmentacji części ogonowej pocisku EFP. Brak stabilności lotu



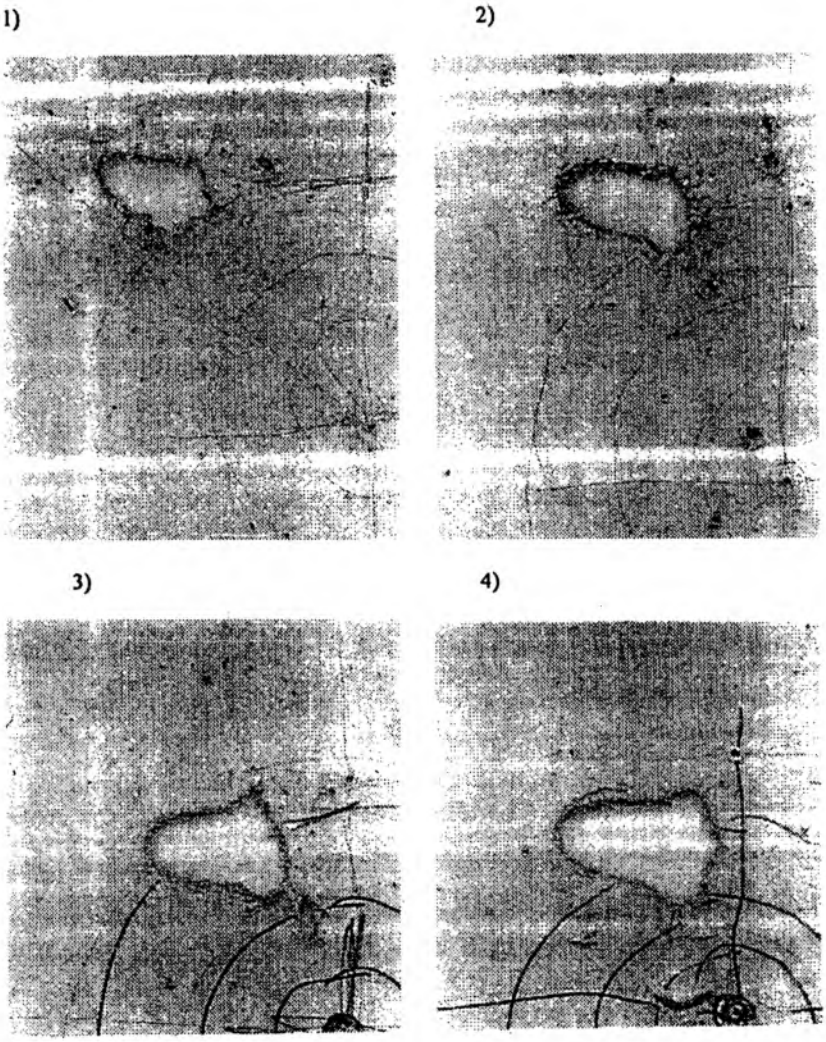
Rysunek 6 Przykłady niesymetrycznych EFP uformowanych przy niezachowaniu dokładności wykonania około 0,02 mm.



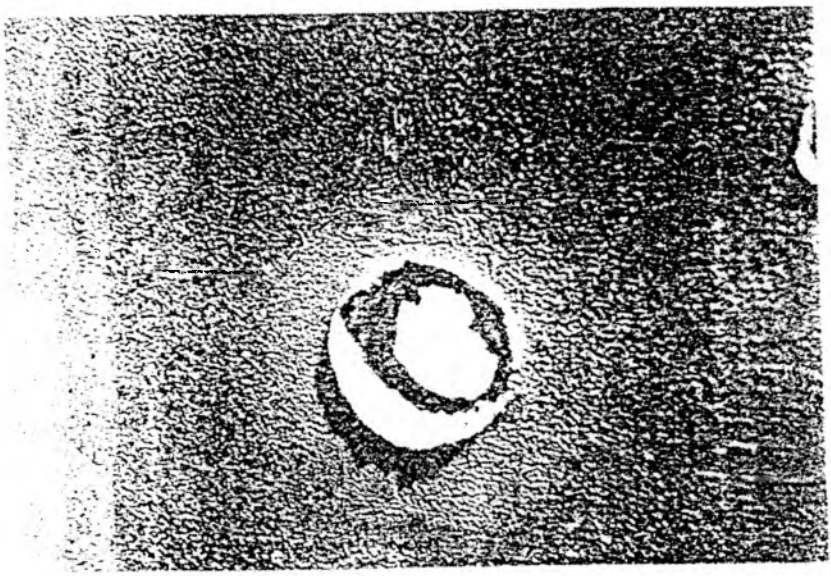
Rysunek 7 Kształt wkładki EFP (widok wycinka) i zobrazowanie amplitudy ciśnienia obciążającego wkładkę.



Rysunek 8 Wynik modelowania procesu formowania EFP typu rdzeniowego z niesymetrycznym obciążeniem wkładki [9].



Rysunek 9 Przesłony papierowe po przejściu pocisków EFP.



Rysunek 10 Przebicie płyty pancernej EFP z żelaza Armco

Initial analysis aerodynamic properties explosively formed projectiles. Review of explosive systems technological and constructional conception.

DSc Eng. As. Prof. KAROL JACH (**)
DSc Eng. EUGENIUSZ MILEWSKI (*)
MSc Eng. KRZYSZTOF RUTYNA (**)
MSc Eng. JAN SZYMANOWSKI (*)

(*) Military Institute of Armament Technology, Zielonka
(**) Institute of Optoelectronics, Military University of Technology, Warsaw

This paper presents some problems connected with aerodynamic properties of explosively formed projectiles (EFP). Phenomenon formation such projectiles by explosive systems proceeds in dynamic impulse load condition. Until now in Poland research works concerning with flight aerodynamics such objects were not conducted. It is purpose of this paper to signal such problem and flight stability of EFP. Results of authors research are presented against available papers background.

INSTYTUT TECHNICZNY WOJSK LOTNICZYCH

ul. Księcia Janusza, 00-961 Warszawa, skr. poczt. 60

Telefony kontaktowe:
Komendant
(48 22) 685 20 01; 685 20 04; 685 20 16; 685 20 32
Sekretariat
(48 22) 685 20 05; tel./fax: 36 44 71
Sekcja Informacji Naukowej i Promocji
(48 22) 685 20 71; tel./fax: 685 22 99
e-mail: poczta@itwl.waw.pl
Internet: www.itwl.waw.pl

Instytut zajmuje się naukowo-badawczym wspomaganiem eksploatacji lotniczej techniki wojskowej.
W działalności Instytutu można wyodrębnić główne obszary tematyczne:

- badanie bezpieczeństwa i niezawodności lotniczej techniki wojskowej;
- badanie przyczyn niepożądanych zdarzeń w procesie eksploatacji lotniczej techniki wojskowej;
- opracowywanie zweryfikowanych eksperymentalnie modeli (analogowych, cyfrowych) obiektów i procesów eksploatacji lotniczej techniki wojskowej;
- opracowywanie wybranych urządzeń specyficznych dla potrzeb eksploatacji lotniczej techniki wojskowej;
- techniczne i organizacyjne wspomaganie procesu wdrażania lotniczej techniki wojskowej;
- analiza i ocena przydatności w Siłach Zbrojnych i gospodarce narodowej rozwiązań technicznych oraz organizacyjnych w oparciu o doświadczenia z eksploatacji lotniczej techniki wojskowej.

Posiadamy uprawnienia do nadawania stopni naukowych doktora nauk technicznych w specjalności „Budowa i eksploatacja maszyn".

Wdrożyliśmy w Instytucie system jakości zgodny z wymaganiami norm PN-EN, 45011 i PN-EN 45001. Certyfikaty akredytacji, wydane przez Polskie Centrum Badań i Certyfikacji, uzyskał Ośrodek Certyfikacji ITWL oraz 6 laboratoriów badawczych. Certyfikat akredytacji wydany przez Główny Urząd Miar uzyskała Pracownia Pomiarów Ciśnienia.

GUM

ITWL - TO GWARANCJA DOBREGO PARTNERSTWA

PCBC

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

WIEKOKRYTERIALNA I WIELOZADANIOWA OPTYMALIZACJA SAMOLOTU

ZBIGNIEW KLEPACKI [1]

Zakład Samolotów, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów

Projektowanie samolotu jest złożonym procesem decyzyjnym, realizowanym przy ograniczonym zasobie informacji o właściwościach, zadaniach, oraz kryteriach oceny samolotu. Brak szczegółowych i pewnych informacji obliguje Projektanta do wnikliwej, wielowariantowej analizy zadania projektowego, minimalizującej ryzyko błędnej identyfikacji uwarunkowań projektu. Realizacja takiego modelu projektowania sprowadza się do opracowania uogólnionej procedury generującej alternatywne warianty rozwiązań, oceniającej ich efektywności a następnie wybierającej rozwiązanie najlepsze. W pracy omówiono model projektowania uwzględniający te postulaty, umożliwiający wielokryterialną ocenę właściwości i wielocelowy charakter użytkowania samolotu.

1. Wstęp

Proces projektowania, budowy prototypów i badań samolotu trwa kilka lat i wymaga znacznych nakładów finansowych. Warunki użytkowania samolotu, poziom techniki, sytuacja finansowa i popyt oceniane są na podstawie prognoz wybiegających w przyszłość o kilka do kilkunastu lat. W tej sytuacji metoda projektowania powinna gwarantować nie tylko odpowiedź na pytanie jaki ma być samolot, lecz również jak jest czuły na możliwe błędy prognozy. By skutecznie zrealizować tak postawione zadanie należy sformalizować proces wyboru rozwiązania, a następnie konsekwentnie go zrealizować. Z uwagi na złożoność modeli matematycznych opisujących samolot i jego otoczenie, konieczność powtarzania obliczeń projektowych dla wielu wariantów uwarunkowań zewnętrznych, wymagań techniczno-ekonomicznych oraz ograniczony czas przeznaczony na

[1] 35-021Rzeszów, ul. W. Pola 2, e-mail: zbigklep@prz.rzeszow.pl

projektowanie ogólne samolotu, niezbędne jest opracowanie odpowiednio sprawnego systemu oprogramowania.

2. Ogólna postać zadania projektowego

Projektowanie samolotu sprowadza się do poszukiwania zbioru jego cech technicznych i charakterystyk sterowania, zapewniających minimum funkcjonału kryterialnego będącego miarą jakości wykonania zadań:

$$\widetilde{F} = \underset{\substack{x \in X \\ y \in Y \\ u_y(t) \in U}}{opt} \; F\Big(f_1\big(x, x_y, y, u_y(t)\big), \ldots, f_n\big(x, x_y, y, u_y(t)\big)\Big) \tag{1}$$

gdzie

$f_i(\,)$ - i -ta lokalna funkcja kryterialna,

x - wektor parametrów projektowych $x \in X$, ($X \subset R_n$ jest zbiorem rozwiązań dopuszczalnych),

y - wektor zadania $y \in Y$ należący do zadanego (zewnętrznego) zbioru zadań $Y \subset R_m$,

x_y - wektor kompletacji i konfiguracji dla zadania y, $x_y \in \Delta X_y \subset R_k$,

$u_y(t)$ - wektor sterowań $u_y(t) \in U$ z dopuszczalnego zbioru sterowań $U \subset R_r$.

Zadania lotne opisują równania:

$$\dot{z} = \varphi\big(z, x, x_y, u_y(t), t\big), \tag{2}$$

z warunkami początkowymi i końcowymi

$$z\,(t_0) \in Z_0(x),\; z\,(t_k) \in Z_k(x)$$

oraz ograniczeniami

$$u\,(t) \in U\,(y),\;\; x_y \in \Delta Y(y),\;\; z \in Z\,(y)$$

gdzie

z - wektor współrzędnych fazowych toru lotu $Z\,(y) \subset R_m$.

Pojedyncze zadanie charakteryzuje zbiór

$$y_j\big(\mu_j, \zeta_{j1}, \ldots, \zeta_{jk}, \ldots, \zeta_{j\mu_j}\big), \quad j = 1, \ldots, m, \quad k = 1, \ldots, \mu_j \tag{3}$$

gdzie:

μ_j - liczba parametrów charakteryzujących j-te zadanie lotne,

ζ_{jk} - k-ta cecha j-tego zadania.

Opis zadania wyboru rozwiązania w postaci (1) umożliwia uwzględnienie dwu ważnych dla samolotu cech:

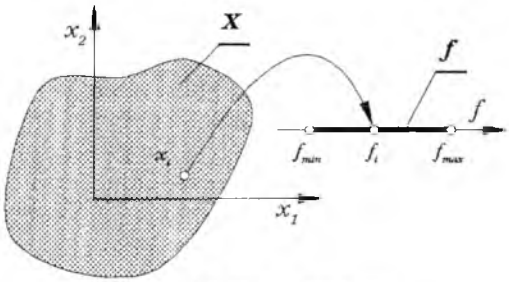
- wielokryterialności uwzględniającej wieloaspektową oceny jakości samolotu,
- wielozadaniowości rozumianej jako zdolność do realizacji różnych zadań.

Sposób uwzględniania wielości kryteriów opisuje operator wyboru rozwiązania *opt* $F(\ )$, wielozadaniowość uwzględniana jest w lokalnych funkcjach jakości f_i wyznaczanych dla zbioru zadań.

W praktyce projektowej zadania w postaci ogólnej (1) rozwiązuje się rzadko z uwagi na złożoność opisu i pracochłonność. Najczęściej zadanie projektowe sprowadza się do poszukiwania rozwiązania jednokryterialnego dla tzw. **zadania obliczeniowego**. Na ile takie rozwiązanie może odbiegać od rzeczywistych uwarunkowań projektu pokażemy na konkretnych przykładach.

2.1. Optymalizacja jedno - i wielokryterialna

Poszukiwanie rozwiązania optymalnego względem jednego lub wielu kryteriów różni się zasadniczo zarówno pod względem złożoności obliczeniowej, interpretacji i jednoznaczności wyników. W zadaniach optymalizacji jednokryterialnej zbiór rozwiązań dopuszczalnych X (rys. 1) jest porządkowany według obiektywnej i jednoznacznej zasady określonej przez funkcję kryterialną f.

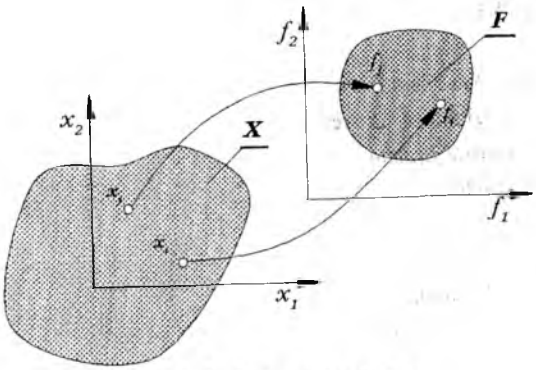


Rys. 1. Zadanie jednocelowe

W zależności od tego czy poszukujemy rozwiązania minimalizującego czy maksymalizującego funkcję kryterialną rozwiązanie będzie odpowiadało minimalnej (lub maksymalnej) wartości kryterium

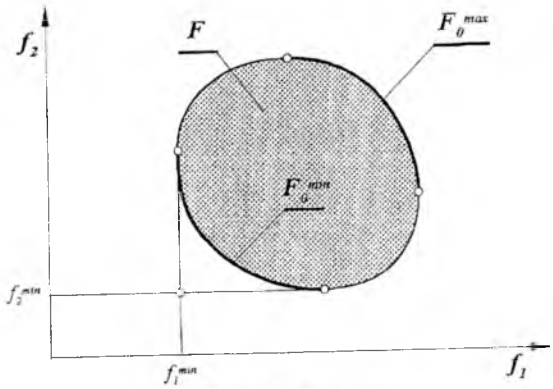
$$x_{opt} = arg\ min\left(f\left(x, x_y, y, u_y(t)\right)\right) \tag{4}$$

W przypadku poszukiwania rozwiązania wielokryterialnego, zbiór rozwiązań dopuszczalnych odwzorowuje się w wielowymiarowy nieuporządkowany zbiór kryteriów F (rys. 3).



Rys. 2. Zadanie wielocelowe.

Jednoznacznie można wyznaczyć tylko jego podzbiór zawierający rozwiązania, których nie można poprawić zmieniając którąkolwiek zmienną bez pogorszenia kryteriów składowych. Zbiór ten nazywany **zbiorem Pareto** lub **zbiorem rozwiązań kompromisowych** (na rys. 3 F_0^{min} dla minimalizacji i F_0^{max} dla maksymalizacji) zawiera rozwiązanie optymalne, lecz bez dodatkowych warunków nie potrafimy go wskazać.

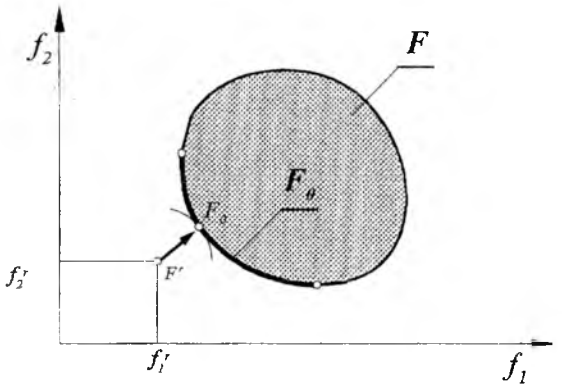


Rys. 3. Zbiór Pareto

Rozwiązania jednoznaczne uzyskuje się korzystając funkcji skalaryzującej

$$f^* = f^*(f_1, f_2, \ldots, f_n) \tag{5}$$

sprowadzającej zagadnienie wielokryterialne do jednokryterialnego. Funkcja skalaryzująca wybierana jest subiektywnie, nie odzwierciedla w związku z tym praw obiektywnych, lecz preferencje Projektanta. W praktyce korzysta się z różnych postaci funkcji skalaryzującej.



Rys. 4. Metoda punkty referencyjnego

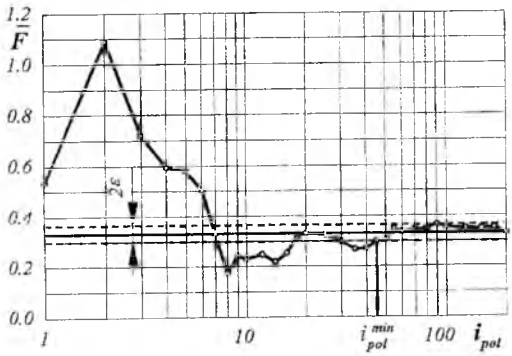
W przykładzie omówionym dalej wykorzystamy tzw. metodę punktu referencyjnego (rys. 4), pozwalającą znaleźć rozwiązanie możliwie bliskie oczekiwaniom Projektanta

$$f^* = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(f_i - f_i^r\right)^2} \,. \tag{6}$$

2.1. Wiekozadaniowość

Samolot w trakcie użytkowania wykonuje zadania różnego typu (np. przewóz ludzi, towarów, desantu itp.) w różnych kompletacjach (wyposażenia zewnętrznego i wewnętrznego). Zadania tego samego rodzaju różnią się cechami geometrycznymi (długościami i wysokościami przelotu, długościami drogi startowej itp.). Ocena jakości realizacji pojedynczych zadań zależeć będzie od stopnia specjalizacji samolotu. Jest oczywiste, że przy szerokim spektrum zadań samoloty o wąskiej specjalizacji będą oceniane jako mniej efektywne, zaś samolot uniwersalny (wielozadaniowe) nie osiągnie ekstremalnych charakterystyk samolotu specjalizowanego. Projektując samolot musimy umieć ocenić zakres jego specjalizacji adekwatny do realizowanych zadań i sposobów oceny efektywności. Ilość i różnorodność zadań realizowanych przez samolot jest tu istotnym ograniczeniem co najmniej z dwu powodów. Pierwszy to trudność z właściwą identyfikacją zadań w sensie typu i częstości występowania, drugi to znaczne nakłady pracy przy systematycznym wyznaczaniu ocen realizacji zadań dla całego zbioru i wyznaczaniu efektywności łącznej. Prostym i często stosowanym rozwiązaniem tego problemu jest określenie tzw. **zadania obliczeniowego,** z założenia reprezentatywnego dla całego zbioru zadań. Można jednak łatwo udowodnić [1,2], że dla typowego zbioru zadań realizowanych przez samolot

zadanie obliczeniowe nie istnieje. Decydując się na przyjęcie takiego wariantu postępowania, musimy zdawać sobie sprawę z ryzyka zbytniego wyspecjalizowania samolotu i wynikających stąd konsekwencji użytkowych. Alternatywą pozostaje uwzględnianie zbioru zadań. Warto przy tym podjąć próbę zawężenia zbioru zadań do mniej licznego **zbioru reprezentatywnego**. Jedną z możliwych metod wyznaczenia takiego zbioru podano w [4]. Polega ona na zastąpieniu rzeczywistego zbioru zadań zbiorem mniej licznym o identycznych cechach statystycznych. Zakładając, że parametry zadań można opisać niezależnymi rozkładami prawdopodobieństwa ich występowania, możemy wygenerować zbiór reprezentatywny z zadaną dokładnością, stosując metodę symulacyjną. Rys. 5 pokazuje jak wpływa liczebność zbioru reprezentatywnego na dokładność oszacowania łącznej oceny realizacji zbioru zadań i jaka powinna być liczebność zbioru gwarantująca dostateczną dokładność oszacowania oceny łącznej.



Rys. 5. Kryterium wyboru zbioru reprezentatywnego

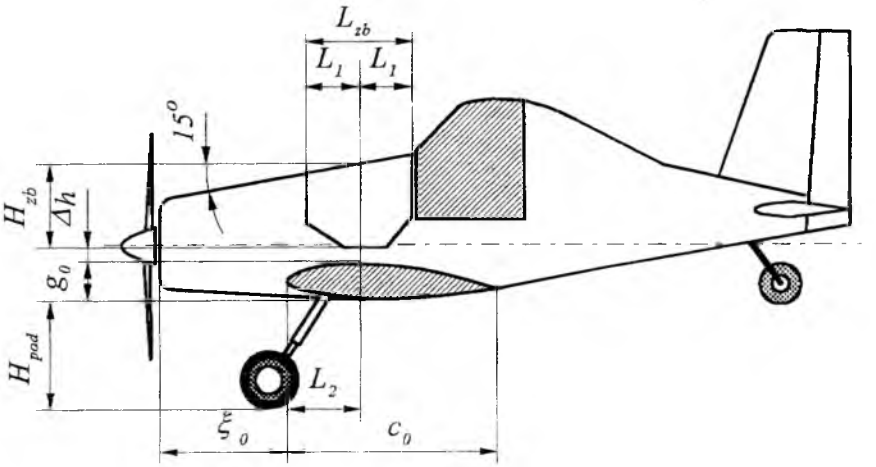
2. Obiekt projektowania

Obiektem projektowania jest samolot rolniczy użytkowany w jednorodnym, (monotypowym) parku samolotów. Jest to klasyczny jednosilnikowy, wolnonośny dolnopłat ze stałym podwoziem (z kółkiem ogonowym). Ze względu na bierne bezpieczeństwo pilota zbiornik chemikaliów umieszczony jest przed kabiną. Skrzydła samolotu mają obrys trapezowy, wyposażone są w mechanizację krawędzi natarcia i spływu. Samolot napędzany jest silnikiem tłokowym wyposażonym w śmigło typu „constant speed". Aparatura agrolotnicza przystosowana jest do wykonywania zabiegów przy pomocy środków stałych (opylanie granulatami i proszkami) i ciekłych (opryskiwanie grubo-, średnio- i drobnokropliste).

Elementy wyposażenia agrolotniczego podwieszane są pod skrzydłami samolotu.

Zadania agrotechniczne muszą odpowiadać wydzielonemu terenowi działania o zadanych charakterystykach geometrycznych i agrotechnicznych. Samolot musi spełniać Wymagania Techniczne, oraz wymagania przepisów budowy samolotów (np. FAR 23, JAR 23).

W modelu matematycznym samolotu i jego otoczenia wyróżniamy szereg niezależnych modeli niższego rzędu, opisujących wybrane właściwości samolotu, sposoby użytkowania i środowisko działania. Budujemy je wykorzystując związki fizyczne, zależności półempiryczne (rzadziej czysto empiryczne).



Rys. 6. Zasada syntezy układu samolotu

Układ konstrukcyjny określa tzw. „zasada syntezy układu samolotu" (rys. 6), rozumiana jako przyjęty arbitralnie, jednoznaczny i racjonalny algorytm budowania samolotu z zespołów, podzespołów i części, uwzględniający geometryczne i funkcjonalne związki między nimi, oraz niektórymi zmiennymi decyzyjnymi.

Przyjmujemy zasadę syntezy układu samolotu zakładającą podział jego zespołów na dwie grupy:

- związane z płatem (płat kompletny, podwozie główne, zbiorniki paliwa wraz z paliwem, zbiornik chemikaliów z zawartością, kabina pilota wraz z częścią wyposażenia, załoga, aparatura agrolotnicza),
- związane z kadłubem (zespół napędowy, kadłub, usterzenia, podwozie ogonowe, część wyposażenia),

stanowiące całości funkcjonalne i mogące przemieszczać się względem siebie. Wzajemną relację między nimi wyznaczamy z warunku wymaganego skrajnie tylnego położenia środka ciężkości, oraz ograniczeń konstrukcyjnych warunkujących poprawne wzajemne położenie zespołów konstrukcyjnych.

Zmienne decyzyjne wybieramy tak, by zdefiniować wystarczająco dokładnie główne cechy geometryczne, masowe i energetyczne samolotu, jednocześnie minimalizując ich ilość. Dostatecznie dobry opis uzyskujemy stosując *16* zmiennych podanych w tab. 1. Zmienne *1÷8* i *14* charakteryzują geometrię samolotu, *9÷11* charakterystyki masowe, *12÷13* zespół napędowy, *15÷16* „uśrednione" sterowania dla dominującego stanu lotu.

Tab. 1. Zmienne decyzyjne

Lp.	*Ozn.*	*Opis*	*Lp.*	*Ozn.*	*Opis*
1	B	rozpiętość płata	9	M_{chm}	maksymalna masa chemikaliów
2	S	powierzchnia płata	10	M_{palm}	maksymalna masa paliwa
3	$\bar{g}$	grubość względna profilu skrzydła	11	M_{palr}	średnia masa paliwa w lotach roboczych
4	τ	zbieżność skrzydła	12	$D^2N_{max}^{-1}$	„obciążenie tarczy śmigła"
5	$\bar{B}_{kl}$	względna rozpiętość klap	13	N_{max}	moc maksymalna silnika
6	L_k	długość kadłuba	14	γ_{chem}	średnia „usypowa" masa własna chemikaliów
7	$\bar{S}_h$	względna powierzchnia usterzenia poziomego	15	$\bar{V}_r$	względna średnia prędkość robocza
8	$\bar{S}_v$	względna powierzchnia usterzenia pionowego	16	$\bar{n}_r$	średnie wzgl. obroty silnika w locie roboczym

Zbiór rozwiązań dopuszczanych określają ograniczenia jawne, nakładane na zmienne decyzyjne, oraz ograniczenia funkcyjne zestawione w tab. 2.

Tab. 2. Ograniczenia funkcyjne */

Lp.	*Ozn.*	*Opis*	*Lp.*	*Ozn.*	*Opis*
1	w_{max}	max. prędkość wznoszenia (≥),	10	T_{naw}	czas nawrotu (≤)
2	Θ_{max}	max. kat wznoszenia $h = 0$ (≥)	11	H_p	pułap praktyczny (≥)
3	V_{max}	max. prędkość lotu poziomego (≥)	12	L_{stb}	długość startu na przeszkodę (pas betonowy, $h = 10.7$ [m]) (≤)
4	V_{s0}	prędkość przeciągnięcia w konfiguracji do lądowania (≤)	13	L_{ladb}	długość lądowania znad przeszkody (pas betonowy, $h = 10.7$ [m]) (≤)
5	V_r	prędkość robocza (≥)	14	L_{stg}	długość startu na przeszkodę (pas gruntowy, $h = 10.7$ [m]) (≤)
6	$\bar{h}_l$	zapas stateczności „z trzymanym sterem" (≥)	15	L_{ladg}	długość lądowania znad przeszkody (pas gruntowy, $h = 10.7$ [m]) (≤)
7	PR_{SPO}	ocena oscylacji krótkookresowych według Coopera-Harpera (≤)	16	L_z	zasięg samolotu (do przebazowania) (≥)
8	T_{05}	czas tłumienia amplitudy holendrowania do połowy- (≥)	17	c_b	cięciwa „burtowa" skrzydła (≤)
9	T_{60}	czas przechylania o kąt $\phi = 60$[°] (≤)	18 ÷ 26	.....	ograniczenia geometryczne wynikające z „zasady kompozycji"

*/ Obok opisu ograniczenia podano rodzaj nierówności, rozumianej np. dla (≤) jako $\eta \leq \eta_l$.

Zbiór rozwiązań dopuszczalnych porządkujemy względem kryterium wektorowego, uwzględniającego trzy ważne dla samolotów rolniczych kryteria:

- cenę sprzedażną samolotu C_{sam}, określającą poziom dostępności i konkurencyjność,
- średnią wydajność godzinową W_h, limitującą możliwości realizacji zbioru zadań w ograniczonym czasie,
- średnie, bezpośrednie, koszty jednostkowe zabiegów agrotechnicznych (odniesione do powierzchni jednego [ha]) C_{ha}, stanowiące miarę nakładów ponoszonych na produkcję upraw.

Cenę sprzedażną samolotu określimy z empirycznego związku uwzględniającego główne parametry samolotu oraz okres prognozy [4].

Średnią jednostkową cenę obróbki jednego hektara wyznaczymy jako stosunek bezpośrednich kosztów poniesionych na wykonanie zbioru zadań, odniesionych do sumarycznej powierzchni pól. Koszty obejmujące: amortyzację samolotu, nakłady na remonty kapitalne, bieżące i obsługę techniczną, ubezpieczenia, koszty materiałów pędnych, płace załogi, wyznaczymy według metodyki [4] uwzględniającej charakterystyki samolotu oraz pełny cykl roboczy.

Średnią godzinową wydajność samolotu określimy jako stosunek sumarycznej powierzchni pół obrobionych przez samolot do czasu realizacji zabiegów.

Poszukujemy minimum skalaryzowanej bezwymiarowej funkcji kryterialnej, która zgodnie z (6) jest równa

$$f^* = \left(\left(w_1 \left(\frac{C_{sam}}{C^r_{sam}} - 1 \right)^2 + w_2 \left(1 - \frac{W_h}{W^r_h} \right)^2 + w_3 \left(\frac{C_{ha}}{C^r_{ha}} - 1 \right)^2 \right) \right)^{\frac{1}{2}} . \tag{8}$$

Współczynniki w_1 do w_3 nie są współczynnikami wagi lecz kluczami pozwalającymi zaprezentować rozwiązania dla różnych kombinacji kryteriów.

Reprezentatywny zbiór zadań wyznaczamy na podstawie rzeczywistego opisu terenu i zadań. Skorzystamy z rozkładów (brzegowych) prawdopodobieństw głównych charakterystyk zabiegów podanych w tab. 3:

Tab. 3. Charakterystyka zadań

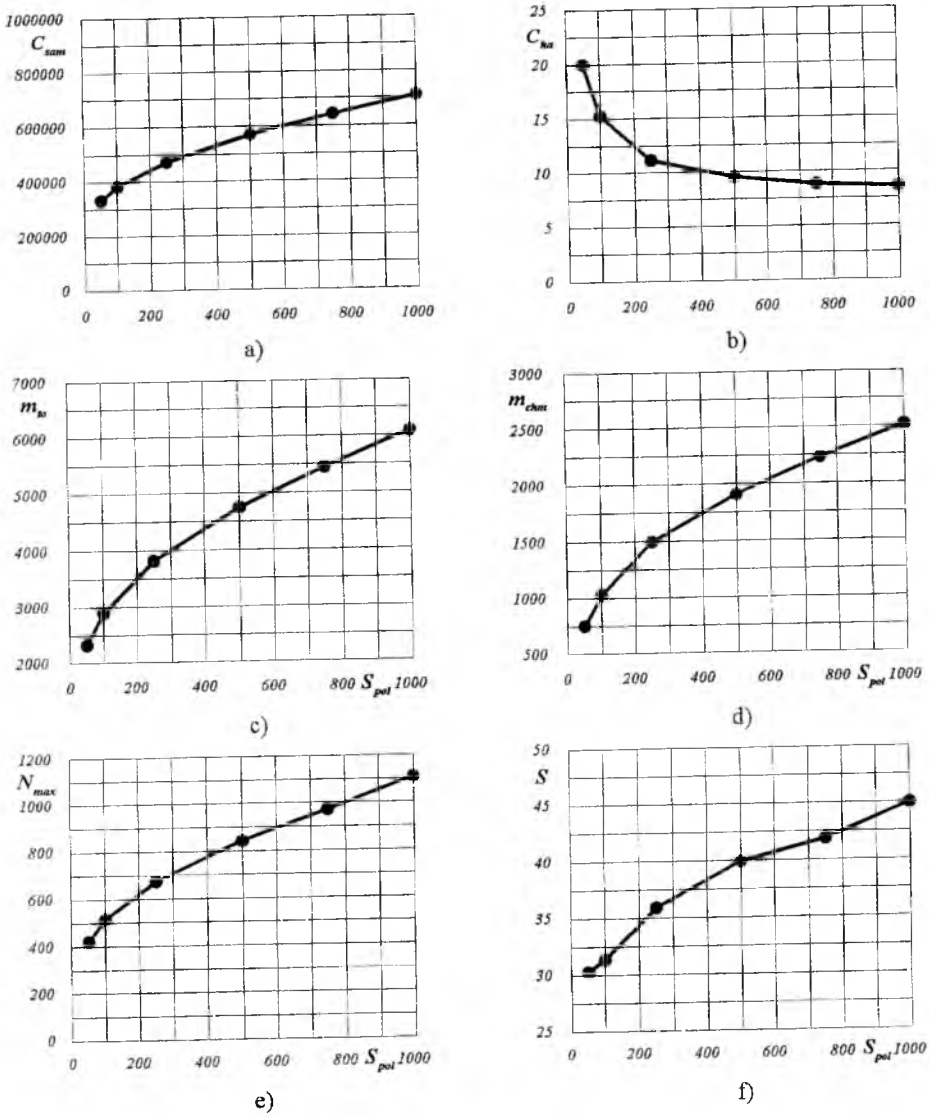
teren działania		zabiegi	
$p(S_{pol})$	powierzchna pola	$p(h_r)^{1}$	wysokość robocza
$p(L_{dol})$	długość dolotu	$p(Q_h)^{1}$	wydatek hektarowy
$p(L_{pol})$	długość pola	$p(H_r)^{1}$	wysokość robocza
		$p(i_{rz})$ [1]/	rodzajów zabiegu

[1]/ Indeks górny oznacza, że rozkład wyznaczany jest oddzielnie dla poszczególnych i_{rz} typów zabiegów.

3. Przykładowe wyniki obliczeń

Zagadnienia omówione w artykule zilustrujemy dwoma przykładami obliczeniowymi.

Przykład pierwszy pokazuje wpływ zakresu zadań na parametry techniczne i ekonomiczne samolotu.



Rys. 7. Wpływ zakresu zadań na parametry samolotu

Dla uwypuklenia wpływu wielozadaniowości skorzystamy z jednego kryterium optymalizacji (w (8) $w_1 = w_2 = 0, w_3 = 1$) - średnich bezpośrednich kosztów obróbki pola. Obliczenia przeprowadzimy dla zbiorów zadań różniących się wyłącznie zakresem wielkości pól. Rys. 7 pokazuje ich wpływ na ceną samolotu, średnie koszty, masę startową, maksymalną masę chemikaliów, moc zespołu napędowego i powierzchnie nośną skrzydła.

Drugi przykład pokazuje wpływ kryteriów optymalizacji na parametry samolotu przy stałym zbiorze zadań. Rezultaty obliczeń ilustruje tab. 4. Pokazano w niej 7 przypadków odpowiadających zadaniom jedno-, dwu- i trójkryterialnym uzyskiwanym przez odpowiedni wybór współczynników w_i w (8).

Tab. 4. Rozwiązania wielokryterialne

ozn.	w_1	w_2	w_3	C_{sam}	W_h	C_{ha}	$C_{sam}\downarrow$	$W_h\uparrow$	$C_{ha}\downarrow$	m_{TO}	m_{chm}	N_{max}	S
-	-	-	-	zł	ha/h	zł/ha	-	-	-	kg	kg	kW	m^2
1	×			276073	18.98	8.98	1.00	0.42	1.45	1558	308	313	33.7
2		×		580353	45.33	7.22	2.10	1.00	1.18	4171	1101	982	44.6
3			×	451240	42.38	6.18	1.63	0.94	1.00	3330	1043	650	37.5
12	×	×		370602	32.06	6.94	1.34	0.71	1.12	2530	615	484	36.3
13	×		×	356402	28.95	7.13	1.29	0.64	1.15	2271	519	432	41.4
23		×	×	500857	45.23	6.4	1.81	0.99	1.04	3756	959	708	40.2
123	×	×	×	438796	38.99	6.68	1.59	0.86	1.08	3146	890	626	40.2

Uważna analiza wyników obliczeń pozwala wysnuć szereg istotnych wniosków. Rezultaty przykładu pierwszego wskazują że:

- istnieje istotny związek między wielkością pól i wymiarami samolotu,
- wzrost wymiarów, masy i ceny samolotu dla dużych pól nie powoduje istotnego zmniejszenia kosztów jednostkowych,
- przy znacznej rozpiętości wymiarów pól racjonalne jest zróżnicowanie parku samolotów.

Analiza wyników drugiego przykładu pozwala stwierdzić, że

- najkosztowniejsze jest rozwiązanie maksymalizujące wydajność samolotu (wariant 2),
- rozwiązanie najtańsze (wariant 1) jest mało wydajne i drogie w użytkowaniu,
- rozwiązanie uniwersalne (wariant 123) jest drogie i wbrew oczekiwaniom, wyraźnie gorsze od ekstremalnych.

Równie ważnym jest wniosek, iż niezależnie od rezultatów obliczeń o przyjęciu ostatecznego rozwiązania decyduje Projektant. Analizy obliczeniowe są tylko czynnikiem ułatwiającym i uwiarygodniającym podjętą decyzję.

Literatura

1. BRUSOW W .: *Optymalne projektowanie wielozadaniowych statków latających*. Wyd. Ilot. Warszawa 1996.
2. БРУСОВ В.С. БАРАНОВ С.К.: *Оптимальное проектирование летательных аппаратов. Многоцелевой подход*. Москва, Машиностроение, 1989.
3. *Samolot rolniczy jako obiekt optymalizacji*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Mechanika z . 42, str. 117-137. Czerwiec 1994.
4. KLEPACKI Z .: *Metoda optymalizacji podstawowych parametrów samolotów rolniczych*. Praca doktorska. Politechnika Rzeszowska 1983.
5. KLEPACKI Z .: *Decision and choice of Solution supporting system in Agricultutal Aircraft Design with usung multippurpose Approach*. Proceedings of Second Seminar on Recent Research and Design Progress in Aeronautical Engineering and its Influence on Education, str. 207-211. Warszawa 1997

MULTIOBJECTIVE AND MULTITASK AIRPLANE OPTIMIZATION

ZBIGNIEW KLEPACKI [2]

Technical University of Rzeszow

Airplane designing is a complex decision process, realized at limited information resources about characteristics, tasks and airplane estimation criterions. Absence of detailed and certain information's oblige designer to sharp and multivariant analyzes of designing task, minimizing risk of project conditions incorrect identification. Realization of such designing model comes to work out of general procedure generating alternate solutions variants, estimating their effectiveness and next choosing the best result. In the paper, designing model is discussed which takes into account these postulates, makes possible multicriterial estimation of airplane properties and multitask character of airplane use.

[2] *ul. W. Pola 2, 35-021 Rzeszow, e-mail: zbogklep@prz.rzeszow.pl*

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

NOWA METODA IDENTYFIKACJI TRAJEKTORII LOTU OBIEKTU POWIETRZNEGO W TRÓJWYMIAROWEJ PRZESTRZENI

ARTUR KORGUL

Instytut Automatyzacji Systemów Dowodzenia, WAT, Warszawa

Przedstawiono zarys nowej metody identyfikacji trajektorii samolotu w trójwymiarowej przestrzeni. Zastosowano odwrotną aproksymację funkcji gładkich do estymacji trajektorii lotu oraz parametrów kinematycznych samolotu na podstawie dyskretnych i rzadkich pomiarów położeń w przestrzeni. Naszkicowano procedurę identyfikacji parametrów lotu z wykorzystaniem liniowej i wektorowej sieci neuronowej typu TDNN. Zalety i jakość tej metody oceniono na drodze symulacji procesu przechwytywania manewrującego celu powietrznego przez samolot myśliwski.

1. Wstęp

Estymacja trajektorii ruchu samolotów oraz predykcja ich położeń (na najbliższy krok czasowy) w kontrolowanym obszarze przestrzeni powietrznej stanowi główne zadanie procedur śledzenia realizowanych w systemie obrony powietrznej kraju. Modelowanie matematyczne procesu śledzenia trajektorii ruchu celu powietrznego jest wykorzystywane od dawna jako wygodne narzędzie w pracach badawczych i zastosowaniach praktycznych [14,19]. Już w latach sześćdziesiątych technika filtracji Kalmana (i jej różne odmiany) cieszyła się szerokim uznaniem i wywierała przemożny wpływ na praktyczne rozwiązania zagadnień w tej dziedzinie. Bazuje ona generalnie na zlinearyzowanych modelach ruchu samolotu [14,15,19], w których stan śledzonego obiektu opisuje się za pomocą aktualnego położenia oraz wielu kolejnych pochodnych czasowych jego przemieszczeń przestrzennych. Tymczasem ogólnie dostępne w literaturze przedmiotu modele ruchu celów powietrznych zawierają tylko przyspieszenia jako składniki najwyższego rzędu, czyli drugie pochodne przemieszczeń [15,19]. W związku z tym popularna technika śledzenia dobrze nadaje się jedynie do rozpoznawania trajektorii prostoliniowych bądź umiarkowanie zakrzywionych (czyli typowych dla samolotów komunikacyjnych),

natomiast wnosi ona zbyt duże błędy obliczeniowe w przypadku silnie manewrujących samolotów bojowych [15]. Wynika stąd, że technika ta nie jest wystarczająco adekwatna do fizyki zjawiska, jakim jest ruch wysokomanewrowego samolotu bojowego w realnym rozpraszającym ośrodku aerodynamicznym. Tak więc skoordynowane obroty samolotu i warunki prostowalności trajektorii jego lotu (bowiem trajektoria jest geodetyką) muszą być brane pod uwagę, o ile zależności wektorowe pomiędzy zmiennymi stanu i parametrami ruchu takiego samolotu mają być wyznaczane dokładnie [5,18]. Wymaga to jednak stosowania nieliniowego opisu matematycznego wzajemnie sprzężonych elementów układu „samolot-środowisko", istotnych z punktu widzenia procesu śledzenia [6].

W pracy wykorzystano modelowanie matematyczne i symulację cyfrową do opracowania nowej metody rozpoznawania trajektorii silnie manewrujących samolotów w przestrzeni trójwymiarowej z wykorzystaniem do tego celu różniczkującej sieci neuronowej typu TDNN (*time delay neural network*) [7,8]. Zalety, skuteczność i efektywność tej metody potwierdziły w pełni przeprowadzone eksperymenty symulacyjne procesu przechwytywania manewrującego celu powietrznego przez samolot myśliwski [9]. Wyniki tych eksperymentów numerycznych przedstawiono w postaci graficznej za pomocą wydruków trajektorii lotu celu powietrznego i naprowadzanego automatycznie samolotu myśliwskiego. Natomiast ważniejsze parametry naprowadzania oraz uzyskane wskaźniki procesu zamieszczono w postaci liczbowej w tabeli. Sformułowano ponadto wnioski odnośnie możliwych zastosowań zaproponowanej metody.

2. Założenia oraz modelowanie matematyczne trajektorii ruchu obiektów powietrznych

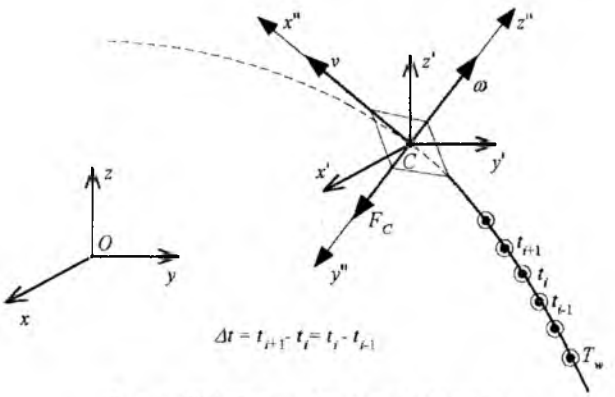
Naprowadzanie samolotów myśliwskich na manewrujące cele powietrzne przeciwnika z zamiarem ich przechwycenia i zniszczenia odbywa się w ramach systemu obrony powietrznej kraju i przebiega w silnie zakłócanym środowisku pomiarowym. Dodatkowym utrudnieniem w realizacji tego procesu jest znaczna nieokreśloność ruchu samolotów na skutek rzadkiego próbkowania ich położeń (np. co 10 sek) oraz możliwość zaistnienia nieprzewidywalnych manewrów w odstępach czasu pomiędzy kolejnymi pomiarami tych położeń.

Ponadto znane (np. w Mechanice Lotu) pełne modele matematyczne ruchu manewrujących samolotów [3,4,12,13] są bardzo złożone i silnie nieliniowe. Jednocześnie zachodzi potrzeba intensywnej i masowej obróbki danych pomiarowych (radiolokacyjnych) w czasie rzeczywistym, zwłaszcza przy obsłudze złożonych sytuacji powietrznych (np. masowych nalotów).

W związku z tym podstawowy problem, jaki należy tutaj rozwiązać polega na dokładnym identyfikowaniu i śledzeniu trajektorii lotu obiektów powietrznych na

podstawie dyskretnych pomiarów ich położeń w przestrzeni trójwymiarowej.

W złożonych sytuacjach powietrznych (w przypadku wielu celów powietrznych i wielu samolotów myśliwskich) powszechnie stosowana filtracja Kalmana nie jest zbyt przydatna, zwłaszcza przy silnie manewrujących obiektach powietrznych [14,15,19]. Powstała zatem potrzeba opracowania nowej i bardziej efektywnej metody identyfikacji trajektorii lotu, spełniającej wymogi stosowalności w systemie obrony powietrznej kraju. Posłużono się w tym celu metodą modelowania matematycznego i symulacją cyfrową procesu. Cyfrowa symulacja złożonej oraz dynamicznie zmiennej sytuacji powietrznej wymaga natomiast rozwiązania w możliwie prosty i efektywny sposób dwóch podstawowych zagadnień, a mianowicie generacji i śledzenia dowolnej trajektorii lotu obiektu powietrznego w trójwymiarowej przestrzeni. W komputerze trajektoria taka jest odwzorowywana za pomocą szeregu czasowego skojarzonych grup liczbowych imitujących wartości współrzędnych położenia obiektu powietrznego w kolejnych chwilach czasowych podczas symulowanego procesu lotu. Przy czym za pomocą numerycznego generatora imituje się dowolną trajektorię ruchu celu powietrznego oraz identyfikuje się jej parametry kinematyczne w trakcie symulowanego procesu śledzenia. Natomiast trajektorię samolotu myśliwskiego wyznacza się jednocześnie na bieżąco „krok po kroku" za pomocą analogicznego generatora, tyle, że sterowanego bezpośrednio przez algorytmy naprowadzania [8,9]. Takie podejście (w postaci odwrotnego zadania kinematyki) zapewnia podobieństwo strukturalne do procesu informatycznego realizowanego w rzeczywistym systemie naprowadzania, i może być łatwo zweryfikowane na podstawie namiarów radiolokacyjnych rzeczywistych obiektów powietrznych. Ilustrację geometryczną zagadnienia generacji i śledzenia dowolnej trajektorii ruchu obiektu powietrznego przedstawiono schematycznie na rysunku nr 1, na którym uwidoczniono manewrujący obiekt powietrzny w trójwymiarowej przestrzeni oraz układy współrzędnych wykorzystywane do opisu matematycznego ruchu tego obiektu.



Rys. 1. Układy współrzędnych odniesienia

Ponieważ do symulacji procesu naprowadzania dalekiego w zupełności wystarcza

model ruchu środka masy samolotu myśliwskiego wzdłuż jego trajektorii lotu, to pomija się tutaj dynamikę ruchu obrotowego samolotu wokół jego osi geometrycznych.

Z drugiej strony natomiast, z punktu widzenia radiolokacji, interesująca jest orientacja przestrzenna naprowadzanego samolotu myśliwskiego ze względu na kąty widzenia jego sylwetki, gdyż ma to bezpośredni wpływ na intensywność echa radiolokacyjnego, jak również orientacja przestrzenna tego samolotu jest istotna w końcowym etapie naprowadzania w trakcie procesu celowania.

Zatem, podczas modelowania procesu naprowadzania, wystarczająca jest następująca reprezentacja samolotu myśliwskiego, a mianowicie:

- przyjmuje się, że jest to punkt materialny z zaczepionym w nim wektorem prędkości stycznej do trajektorii lotu oraz przestrzennie zorientowany nieważki wycinek zastępczej płaszczyzny nośnej, do której przynależy ten wektor prędkości.

W związku z tym istotne tutaj są tylko dwa ruchome układy odniesienia związane z samolotem, a mianowicie:

- jeden o osiach (x',y',z') równoległych do nieruchomego ziemskiego układu odniesienia (x,y,z) oraz
- drugi o osiach (x",y",z") tworzących konfigurację trójścianu Freneta dla krzywoliniowej trajektorii ruchu w taki sposób, że:
  - kierunek osi (x") wyznaczany jest przez wektor prędkości liniowej samolotu,
  - kierunek osi (y") wyznaczany jest przez wektor siły odśrodkowej działającej na samolot podczas lotu po łuku (natomiast składowa dośrodkowa siły nośnej określa zwrot tej osi),
  - kierunek osi (z") wyznaczany jest przez wektor chwilowej prędkości kątowej podczas lotu po łuku.

Z powyższych założeń wynika, że:

- orientację przestrzenną zastępczej płaszczyzny nośnej samolotu względem układu ziemskiego (x,y,z) określają teraz kąty Eulera (ψ, θ, ϕ), czyli kurs ψ, pochylenie trajektorii lotu θ (podczas wznoszenia lub zniżania) i przechylenie samolotu ϕ w locie po łuku.

Przy powyższych założeniach model ruchu samolotu można przedstawić za pomocą następujących czterech układów równań [6], a mianowicie:

- równań predykcji (1) określających położenie i kurs samolotu w przyszłej chwili czasowej w zależności od jego aktualnego położenia i kursu oraz aktualnych prędkości liniowej i kątowej samolotu:

$$\begin{cases} x(t+\Delta t) = x(t) + v_x(t)\cdot\Delta t \\ y(t+\Delta t) = y(t) + v_y(t)\cdot\Delta t \\ z(t+\Delta t) = z(t) + v_z(t)\cdot\Delta t \\ \psi(t+\Delta t) = \psi(t) + \omega_z(t)\cdot\Delta t \end{cases} \quad \text{dla } t \in [t_0, t_0 + T_p] \qquad (1)$$

gdzie:

T_p - możliwy horyzont czasowy przewidywania trajektorii ruchu,

Δt - odstęp czasu pomiędzy kolejnymi pomiarami pozycji;

- równań stanu (2) określających kinematykę ruchu punktu materialnego (czyli środka masy samolotu) wzdłuż krzywoliniowej trajektorii lotu:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_x(t) = v(t)\cdot\cos[\theta(t)]\cdot\sin[\psi(t)] \\ \dfrac{dy}{dt} = v_y(t) = v(t)\cdot\cos[\theta(t)]\cdot\cos[\psi(t)] \\ \dfrac{dz}{dt} = v_z(t) = v(t)\cdot\sin[\theta(t)] \\ \dfrac{d\psi}{dt} = \omega_z(t) = -\dfrac{g\cdot\mathrm{tg}[\varphi(t)]}{v(t)\cdot\cos[\theta(t)]} \end{cases} \qquad (2)$$

gdzie: g - przyspieszenie ziemskie;

- równań wyjścia (3) określających związki geometryczne pomiędzy kątami Eulera a parametrami kinematycznymi ruchu środka masy samolotu po krzywoliniowej trajektorii:

$$\begin{cases} v(t) = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t) + v_z^2(t)} \\ \theta(t) = \mathrm{arctg}\dfrac{v_z(t)}{\sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)}} \\ \psi(t) = \mathrm{arctg}\dfrac{v_x(t)}{v_y(t)} \\ \varphi(t) = \mathrm{arctg}\dfrac{v(t)\cdot\omega_z(t)}{\dot{v}(t)} \end{cases} \qquad (3)$$

dla $\dot{v}(t) \neq 0$; $v_x(t) \neq 0$; $v_y(t) \neq 0$; oraz

$$\dot{v}(t) = \sqrt{\dot{v}_x^2(t) + \dot{v}_y^2(t) + \dot{v}_z^2(t)}\ ;$$

- równań rotacji wektora prędkości lotu (4) określających zależność

składowych prędkości kątowej samolotu od składowych przyspieszeń i prędkości liniowej samolotu podczas lotu po krzywoliniowej trajektorii:

$$\begin{cases} \omega_x(t) = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\dot{v}_z(t)}{v_y(t)} - \dfrac{\dot{v}_y(t)}{v_z(t)}\right] \\ \omega_y(t) = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\dot{v}_x(t)}{v_z(t)} - \dfrac{\dot{v}_z(t)}{v_x(t)}\right] \\ \omega_z(t) = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\dot{v}_y(t)}{v_x(t)} - \dfrac{\dot{v}_x(t)}{v_y(t)}\right] \end{cases} \tag{4}$$

oraz $\omega(t) = \sqrt{\omega_x^2(t) + \omega_y^2(t) + \omega_z^2(t)}$ dla $v_x(t) \neq 0$; $v_y(t) \neq 0$; $v_z(t) \neq 0$;

W wyniku takich rozważań nasuwają się dwa następujące pytania: czy rzeczywiście uproszczony model samolotu (1), (2), (3), (4) umożliwia wyznaczanie jego parametrów ruchu na podstawie pomiarów serii minionych i zapamiętanych położeń? oraz - czy na podstawie tej informacji pomiarowej będziemy w stanie przewidywać położenie i orientację samolotu w najbliższej chwili czasowej wyprzedzającej kolejny pomiar jego położenia?

Należy przy tym pamiętać, że radiolokacyjne pomiary położeń samolotów są silnie zakłócane, a charakterystyki tych zakłóceń są zmienne w czasie i w ogólności nie są znane. W tej sytuacji można równie dobrze przyjąć, że mamy tutaj do czynienia z chaotycznym procesem pomiarowym.

Z drugiej strony natomiast jest oczywistym, że ruch rzeczywistego samolotu w ośrodku aerodynamicznym odbywa się płynnie i zachodzi wzdłuż ciągłej i gładkiej trajektorii lotu, a więc kolejne pomiary położeń muszą być wzajemnie powiązane poprzez równania ruchu.

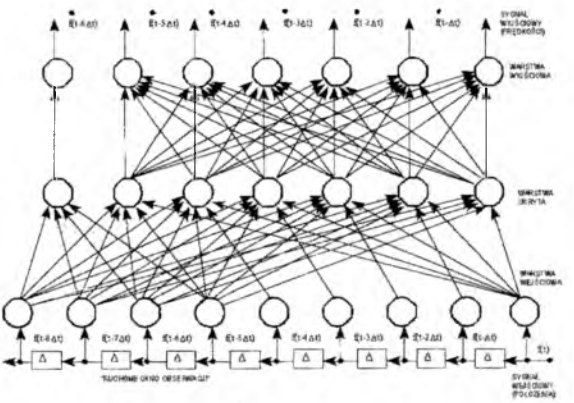
Rodzi się zatem tutaj złożony problem identyfikacji ciągłych i gładkich trajektorii ruchu na podstawie dyskretnych w czasie i w ogólności chaotycznych pomiarów położeń samolotu.

3. Propozycja rozwiązania zagadnienia identyfikacji parametrów ruchu samolotu

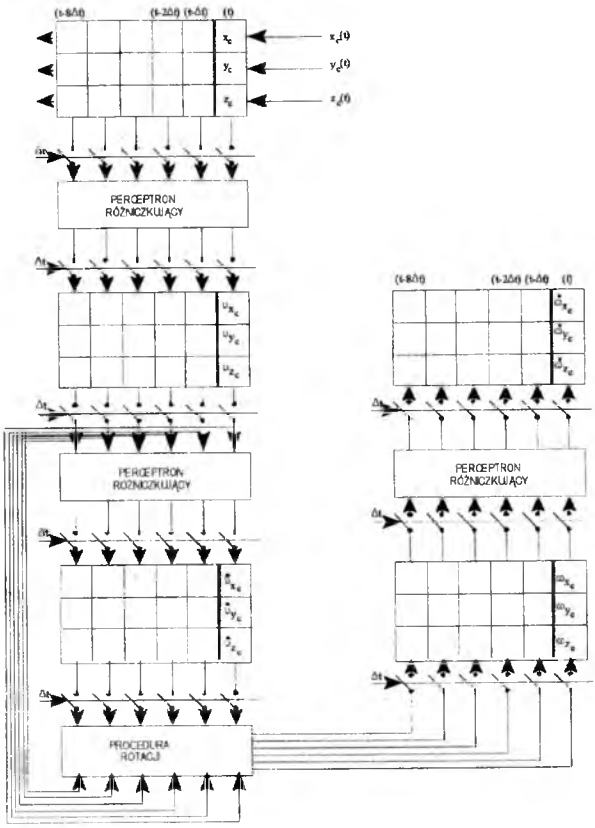
Do rozwiązania zagadnienia identyfikacji parametrów ruchu silnie manewrującego samolotu bojowego wykorzystano neuronową sieć różniczkującą typu TDNN (time delay neural network). Sieć taką przedstawiono na rysunku nr 2. Składa się ona z opóźniającej linii z odczepami oraz trójwarstwowego perceptronu [6,8].

Linia opóźniająca (czyli tzw. ruchome okno obserwacji) zorganizowana jest w technice cyfrowej jako liniowa struktura pamięciowa z przesuwem danych

pomiarowych położeń co takt pomiarowy Δt. Natomiast perceptron ma stałą strukturę połączeń synaptycznych ze stałymi wagami i jest równolegle zasilany przez dane pomiarowe z tej linii opóźniającej co takt pomiarowy Δt [6]. Sieć taka zapewnia doskonałe własności filtracyjne i pracuje jako podstawowy element składowy o wiele bardziej złożonej struktury identyfikatora trajektorii lotu przedstawionego za pomocą uproszczonego schematu blokowego na rysunku nr 3.



Rys. 2. Sieć neuronowa TDNN do różniczkowania szeregu czasowego danych pomiarowych



Rys. 3. Schemat blokowy identyfikatora trajektorii

Identyfikator trajektorii umożliwia natomiast wyznaczanie co takt pomiarowy Δt na podstawie dyskretnych pomiarów (minionych położeń samolotu na trajektorii jego lotu) następujących aktualnych parametrów jego ruchu:

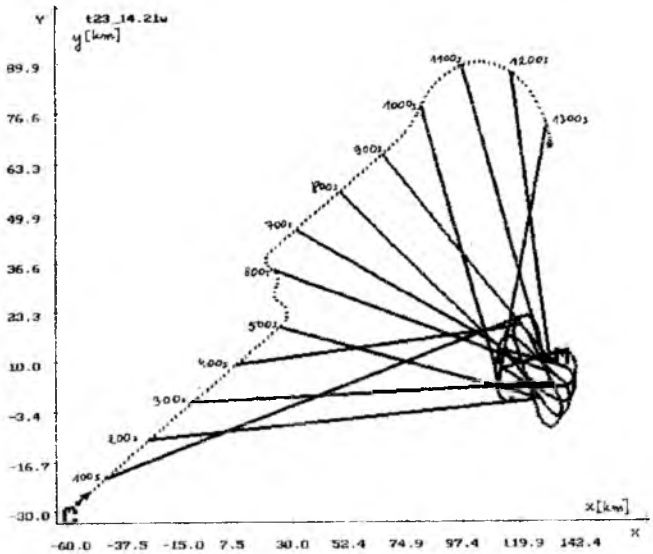
- wektora prędkości postępowej $(v_x,\ v_y,\ v_z)$ 1,
- wektora przyspieszenia $(\dot{v}_x,\ \dot{v}_y,\ \dot{v}_z)$ 2,
- wektora prędkości kątowej $(\omega_x,\ \omega_y,\ \omega_z)$ 3,
- wektora przyspieszenia kątowego $(\dot{\omega}_x,\ \dot{\omega}_y,\ \dot{\omega}_z)$.

Wielkości te w pełni identyfikują trajektorię lotu samolotu i umożliwiają przewidywanie jej dalszego przebiegu za pomocą równań predykcji (1).

Okoliczność tę wykorzystano do numerycznej generacji dowolnych trajektorii lotu, co umożliwiło tworzenie symulacyjnych scenariuszy sytuacji powietrznych i prowadzenie badań procesu naprowadzania za pomocą sprzętu komputerowego.

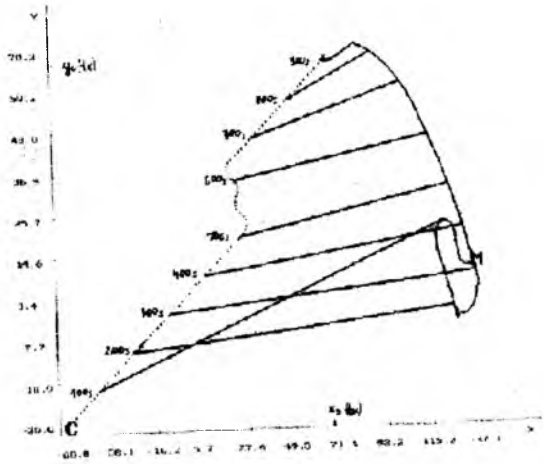
4. Przykładowe wyniki badań symulacyjnych

Przykład scenariusza sytuacji powietrznej w postaci testowych trajektorii lotu manewrującego celu powietrznego i samolotu myśliwskiego patrolującego w strefie dyżurowania przedstawiono na rysunku nr 4.

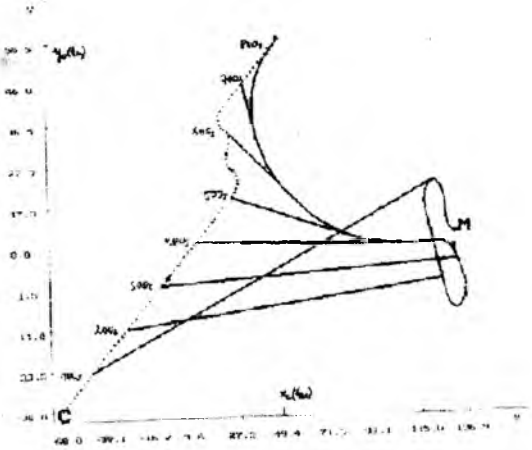


Rys. 4. Obraz testowych trajektorii lotu celu powietrznego i samolotu myśliwskiego w strefie dyżurowania

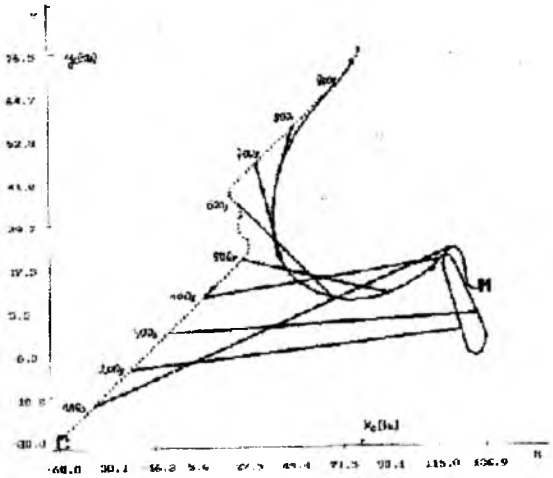
Natomiast symulacyjne przykłady możliwych przechwyceń tego celu powietrznego przez samolot myśliwski z jego strefy dyżurowania przedstawiono na kolejnych rysunkach nr 5, 6, 7, 8, 9.



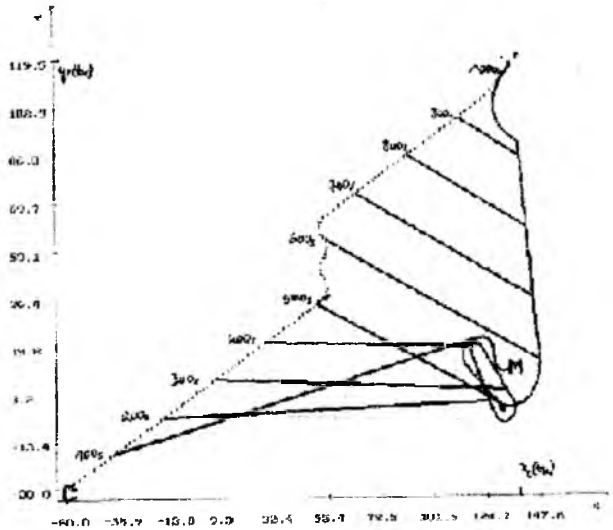
Rys. 5. Przebieg procesu naprowadzania myśliwca na cel powietrzny w pełnym cyklu automatycznym



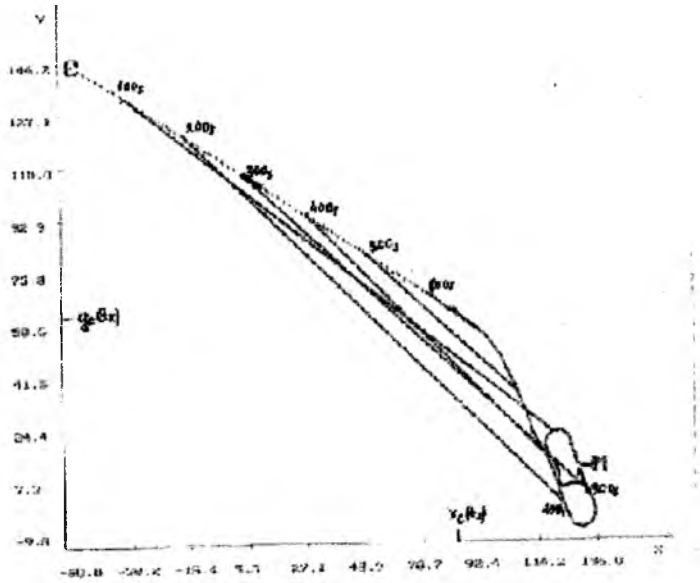
Rys. 6. Przebieg procesu naprowadzania myśliwca na cel powietrzny w pełnym cyklu automatycznym



Rys. 7. Przebieg procesu naprowadzania myśliwca na cel powietrzny w pełnym cyklu automatycznym



Rys. 8. Przebieg procesu naprowadzania myśliwca na cel powietrzny w pełnym cyklu automatycznym



Rys. 9. Przebieg procesu naprowadzania myśliwca na cel powietrzny w pełnym cyklu automatycznym

Charakterystyki czaso-przestrzenne tych przechwyceń oraz ważniejsze parametry procesu naprowadzania zestawiono dla tych przykładów w formie tabelarycznej w tablicy I.

Vc	*max Vmd*	*min Vmd*	*max Vmb*	*min Vmb*	*μm*	*φmz*	*drad*	*drm*	*tp*	*tK*	*Δtn*	(x_c^k, y_c^k)
m/sek	*m/sek.*	*m/sek.*	*m/sek.*	*m/sek*	-	°	*m*	*m*	*sek.*	*sek.*	*sek.*	*km, km*
200	*200*	*100*	*300*	*100*	*0,5*	*60*	*30 000*	*5 000*	*200*	*910*	*710*	*68,1; 63,3*
200	*300*	*300*	*300*	*100*	*0,5*	*0*	*40 000*	*5 000*	*300*	*800*	*500*	*49,3; 55,5*
200	*300*	*100*	*300*	*100*	*0,5*	*-20*	*30 000*	*5 000*	*400*	*990*	*590*	*77,3; 76,5*
260	*259*	*200*	*400*	*200*	*0,5*	*0*	*30 000*	*5 000*	*500*	*1 030*	*530*	*137,2; 119,5*
260	*259*	*207*	*400*	*207*	*0,7*	*60*	*30 000*	*5 000*	*300*	*640*	*340*	*83,3; 61,2*

Tablica I. Warunki i wyniki eksperymentów naprowadzania w pełnym cyklu automatyzacji

5. Podsumowanie i wnioski

Rozwiązanie przedstawione w tym artykule różni się zasadniczo od filtracji Kalmana. Otóż, nie wymaga ono zlinearyzowanego modelu procesu śledzenia w euklidesowej przestrzeni stanów, gdyż operuje w wielowymiarowej przestrzeni

fazowej (rozmaitości symplektycznej) na potoku fazowym hipotetycznego strumienia optycznego, skojarzonego z rzeczywistą trajektorią lotu obiektu powietrznego. Dzięki temu rozwiązanie takie ma bezpośrednie odniesienie zarówno do formalizmu Hamiltona - Jacobiego, jak również jest pojęciowo zgodne z algebrą pól wektorowych Liego [1,2,6,16].

W konsekwencji, w przedstawionym rozwiązaniu nie pojawiają się takie zagadnienia jak: problem obserwowalności stanu, problem wrażliwości na zakłócenia oraz problem złożoności obliczeniowej algorytmu, gdyż już z samej istoty potoku fazowego Anosowa [2] wynika jego strukturalna stabilność i odporność na wszelkiego rodzaju zakłócenia pomiarowe (wynika to również z twierdzenia Takensa [17]).

Natomiast praktyczny sposób numerycznej transformacji nieliniowych równań stanu (2) do postaci równań potoku fazowego realizowanego za pomocą różniczkującej sieci neuronowej typu TDNN zapewnia zastosowana tutaj odwrotna aproksymacja funkcji gładkich w myśl nowej polskiej metody AK [6, 10,11].

W odniesieniu zaś do uzyskanych rezultatów badań symulacyjnych procesu naprowadzania można stwierdzić, co następuje:

1. Rozwiązanie problemu automatycznego przechwytywania manewrujących celów powietrznych przez samoloty myśliwskie wymaga zastosowania neuronowej sieci typu TDNN do różniczkowania na bieżąco szeregów czasowych aktualnych położeń tych obiektów w przestrzeni trójwymiarowej.
2. Naziemny system stacji radiolokacyjnych (zwłaszcza trójwspółrzędnych) może być z powodzeniem wykorzystany jako źródło danych pomiarowych potrzebnych do efektywnej realizacji procesu naprowadzania dalekiego (również za pomocą metody nawigacji proporcjonalnej) samolotów myśliwskich na manewrujące cele powietrzne, przy czym proces ten może być w pełni zautomatyzowany.
3. Zaproponowana metoda obliczeniowa nie wyklucza również zastosowań z gęstym próbkowaniem położeń obiektów powietrznych, jak np. w procesie naprowadzania pocisków rakietowych na ruchome cele.

THE NEW COMPUTING METHOD FOR IDENTIFICATION OF AIRCRAFT TRAJECTORIES IN 3-D SPACE

In this paper the novel method for identification of aircraft trajectories in 3-D space is considered. The differential equations of the vector field of an aircraft's velocity are presented and analyzed. The inverted approximation method is proposed for estimating the smooth trajectories from the discrete and sparse past position readings of an aircraft in order to identify the state variables and

kinematic parameters of an aircraft's movement. The linear and vectorizable procedure as well as its TDNN (time delay neural network) implementation for purpose of the trajectory recognition is outlined. The performance of this method is assessed in the simulation of maneuvering target interception.

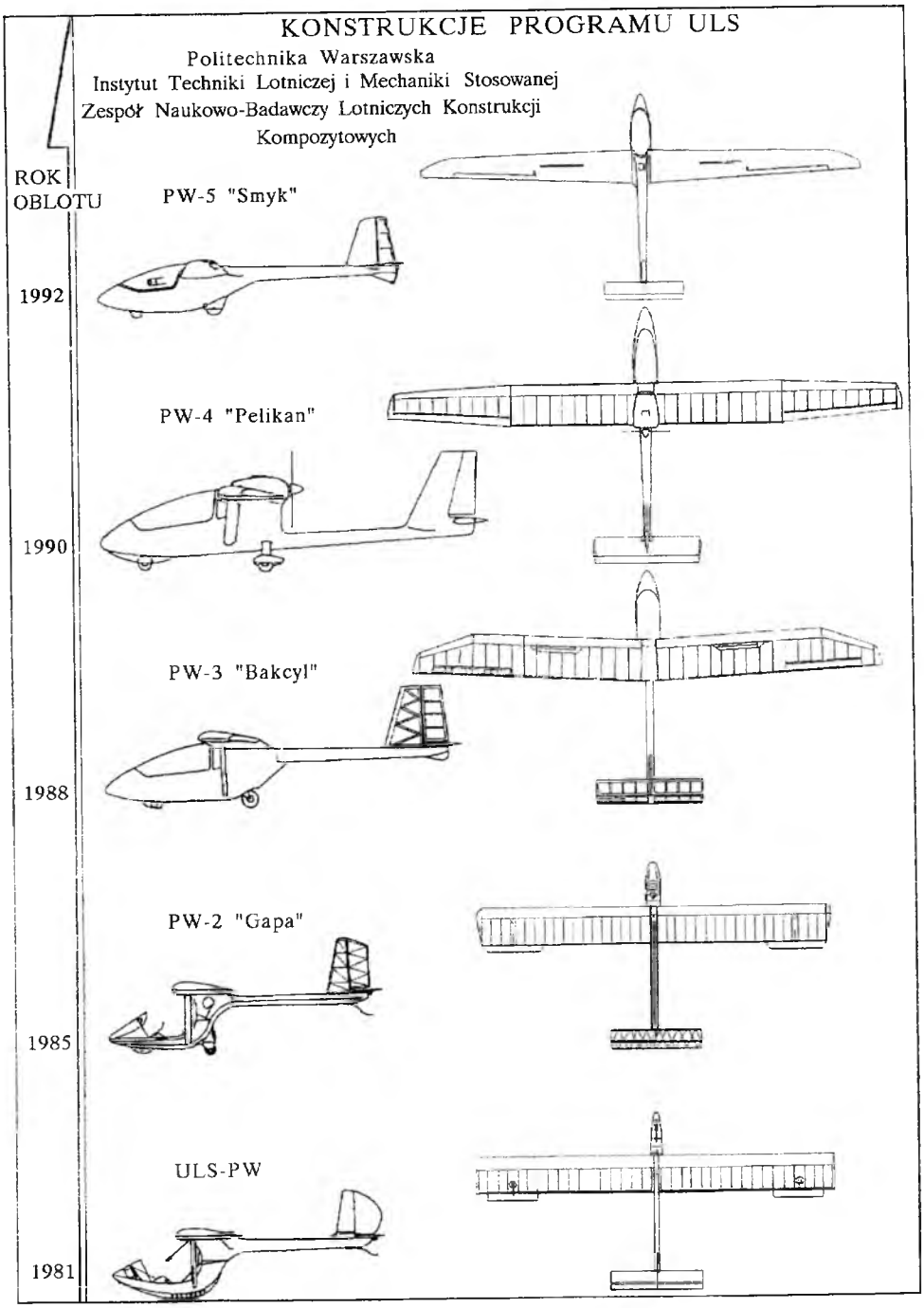
Literatura

1. ARNOLD W.I., *„Metody matematyczne mechaniki klasycznej"*. PWN, Warszawa 1981.
2. ARNOLD W.I., *„Teoria równań różniczkowych"*. PWN, Warszawa 1983.
3. GAŁAJ J., MARYNIAK J., *„Numeryczna synteza gry pościgowej dwóch samolotów"*. MT i S, T.28, z.3-4, 1990, str. 707-722.
4. GOSZCZYŃSKI J.A., MARYNIAK J., *„Modelowanie matematyczne przestrzennych manewrów sterowanych obiektów latających z zastosowaniem związków kinematycznych opisanych parametrami Eulera"*. Prace Instytutu Lotnictwa nr 151 (4/97), str. 107-113.
5. KAMINER I., PASCOAL A., HALLBERG E. AND SILVESTRE C., *„Trajectory Tracking for Autonomous Vehicles: An Integrated Approach to Guidance and Control"*, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.21, No. 1, 1998, pp.29-38.
6. KORGUL A., *„The Novel Method For Identification Of Aircraft Trajectories In 3-D Space"*, AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, AIAA Paper 98-4164, August 1998.
7. KORGUL A., *„Model matematyczny procesu i algorytm naprowadzania samolotu myśliwskiego na manewrujący cel powietrzny"*, Postępy Cybernetyki, R.18, z.3-4, str.79-97, 1995.
8. KORGUL A., *„Time Delay Neural Network for Target-Intercept Problem Solving"*. Proc. of 5th European Symposium on Artificial Neural Networks ESANN'97, Bruges (Belgium) April 16-17-18, 1997, pp.339-344. D facto publications, Brussels 1997.
9. KORGUL A., *„Zastosowanie różniczkującej sieci typu TDNN do rozwiązywania problemu symulacji przechwytywania manewrującego celu powietrznego"*. W materiałach III Warsztatów Naukowych PTSK, Wigry'96, "Symulacja w badaniach i rozwoju", str. 120-129, Warszawa 1997.
10. KORGUL A., *„Networks for Learning and Differentiating an Input-Output Mapping"*, Proc. Conf. *Image Processing and Neural Networks*, Liptowski Mikulas (Slovakia), 1993, pp. 40-46.
11. KORGUL A., *„The New Computing Method for Countercurrent Exchange*

Phenomena Simulation", Proceedings of the International AMSE Conference on Modeling and Simulation, Sorrento (Italy), 1986, Vol.3.4, pp.41-54.

12. MARYNIAK J., *„System symulacji trenażera lotu naprowadzania i walki powietrznej samolotu"*. MT i S, T.25, z.1-2 1987, str.188-214.
13. MARYNIAK J., *„Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu"*. Mechanika w Lotnictwie, PT MT i S, Warszawa 1993.
14. MAZOR E., AVERBUCH A., BAR-SHALOM Y. AND DAYAN J.: *„Interacting Multiple Model Methods in Target Tracking: A Survey"*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.34, No. 1, 1998, pp.103-123.
15. MEHROTRA K., MAHAPATRA P.R., *„A Jerk Model for Tracking Highly Maneuvering Targets"*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.33, No. 4, 1997, pp.1094-1105.
16. MOREAU Y., VANDEWALLE J., *„Composition Methods for the Integration of Dynamical Neural Networks"*, Proceedings of the 5th European Symposium on Artificial Neural Networks, ESANN'97, Bruges (Belgium), pp.303-308. D facto publications, Brussels 1997.
17. TAKENS F., *„Detecting Strange Attractors in Turbulence"*, Lecture Notes in Mathematics, Vol.898 (Warwick 1980), pp.366-381, Springer-Verlag, Berlin.
18. VAN NIEUWSTADT M.J., MURRAY R.M. *„Rapid Hover-to-Forward-Flight Transitions for a Thrust-Vectored Aircraft"*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.21, No. 1, 1998, pp.93-100.
19. WHEATON B.J., MAYBECK P.S., *„Second-Order Acceleration Models for an MMAE Target Tracker"*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.31, No. 1, 1995, pp.151-166.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA



Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

O PEWNEJ KONCEPCJI ZASTOSOWANIA GIROSKOPU SWOBODNEGO W BEZPILOTOWYM APARACIE LATAJĄCYM (BAL)

ZBIGNIEW KORUBA

Katedra Pojazdów i Sprzętu Mechanicznego, Politechnika Świętokrzyska, Kielce

W pracy przedstawiona jest koncepcja zastosowania giroskopu swobodnego w urządzeniu służącym do wykrywania, śledzenia i laserowego oświetlania celów naziemnych z pokładu bezpilotowego aparatu latającego. Wyznaczone są sterowania programowe osi giroskopu zarówno w stanie skanowania powierzchni ziemi jak i śledzenia wykrytego na niej celu.

1. Wstęp

Wśród współczesnej amunicji, należącej do kategorii „precyzyjnej", szeroko są stosowane pociski, rakiety i bomby, które dalej umownie nazywane będą PRBS, kierowane metodami półaktywnego samonaprowadzania się na cel. Metody półaktywne kierowania torem PRBS wymagają tzw. oświetlenia celu, realizowanego za pomocą wiązek radarowych lub promieni w paśmie podczerwieni. Te ostatnie są coraz częściej wykorzystywane dzięki swym znanym zaletom.

Oświetlenie celu zazwyczaj odbywa się ze stanowisk naziemnych lub z powietrza, z samolotów i śmigłowców. Tego rodzaju oświetlenie celów jest obarczone szeregiem wad. Oświetlenie wymaga, aby cel był widoczny. W przypadku oświetlania ze stanowisk naziemnych cel może być zasłonięty przez przeszkody naturalne, ponadto stanowisko może być łatwo wykryte i zniszczone przez przeciwnika. Przy oświetlaniu z powietrza stosuje się samoloty lub śmigłowce z załogami. Potrzeba oświetlania przez pewien skończony czas naraża te obiekty latające na zniszczenie. Wady te są w dużym stopniu ograniczone, gdy do oświetlania zastosowany będzie małogabarytowy bezpilotowy aparat latający. Wykonany w technologii „stealth" przy małych wymiarach jest trudny do

wykrycia i do zestrzelenia. Problem stanowi takie jego sterowanie, aby spełniał z wystarczającą dokładnością zadanie oświetlania celu.

2. Możliwe sposoby zastosowania giroskopu swobodnego

Rozpatrzmy warianty zastosowania giroskopu w bezpiłotowym aparacie latającym przy realizacji idei lokacji i oświetlania celu.

2.1.Wariant 1

BAL z oświetlaczem (wskaźnikiem laserowym) celu jest przeznaczony do współpracy z samolotem bombowym, wyposażonym w bomby samonaprowadzające się na cel metodą półaktywną. Wyobrażamy sobie, że promień laserowy z BAL jest obserwowany przez załogę bombowca. Z chwilą uznania, że promień lasera padł na właściwy cel, załoga daje sygnał drogą radiową na BAL, w którym następuje przestrojenie układu sterowania nadajnikiem laserowym do stanu śledzenia, a następnie kieruje samolotem tak, aby koordynator podwieszonej bomby przechwycił odbity od celu promień laserowy, po czym zwalnia zaczepy bomby. Wariant ten ma zalety i wady.

Do zalet należą: a)duża autonomia układu oświetlania, gdyż po przejściu do stanu śledzenia może zostać przerwana łączność BAL z punktem kierowania (łączność może zostać ponownie nawiązana po zniszczeniu celu); b)możliwość atakowania celów niewidocznych i nie emitujących promieniowania własnego demaskującego cel (wyznaczenie położenia celu podziemnego na podstawie mapy).

Główną wadą tego wariantu jest obarczenie samolotu dodatkowym zadaniem polegającym na obserwacji drogi śladu promienia laserowego, wychwycenie chwili nakrycia celu i natychmiastowego przekazania sygnału na pokład BAL dla przejścia układu sterowania w stan śledzenia.

Wariant wymaga rozwiązania szeregu trudnych problemów, a przede wszystkim spełnienie warunków śledzenia celu przy ruchomej losowo podstawie układu naświetlającego (można tu np. zastosować nadajnik laserowy zawieszony na sterowanym giroskopie, który położenie swej podstawy ustala za pomocą dodatkowych układów czujników).

2.2.Wariant 2

Rozwiązanie podobne jak w wariancie 1, lecz uwolnienie załogi bombowca od obserwacji śladu promieniowania laserowego na ziemi, a obarczenie stacji naziemnej zadaniem wychwycenia celu i podania sygnału na BAL o przejściu sterowania laserem do stanu śledzenia i poinformowanie o tym załogi bombowca.

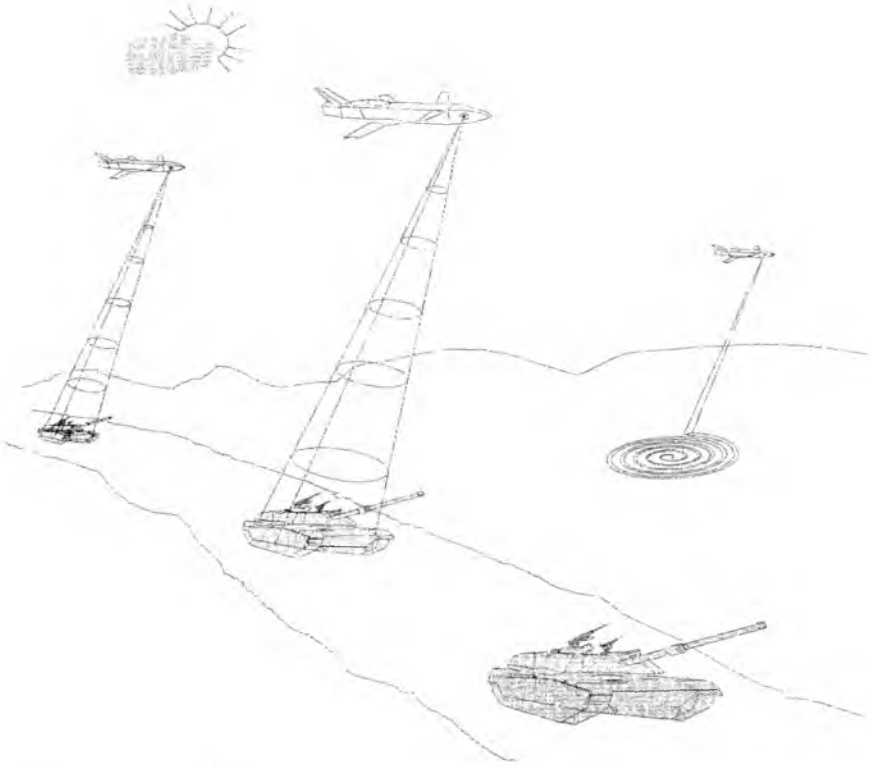
2.3.Wariant 3

Układ sterowania laserem jest wyposażony dodatkowo w detektor podczerwieni, sprzężony z giroskopem, na którym jest zawieszony nadajnik laserowy. Zadaniem układu detekcji jest przechwycenie promieniowania emitowanego w sposób naturalny przez cel i wspomaganie sterowania laserem w stanie śledzenia. Ten wariant może być najłatwiejszy w realizacji, ale ogranicza możliwość ataku tylko celów emitujących promieniowanie podczerwone (Rys1).

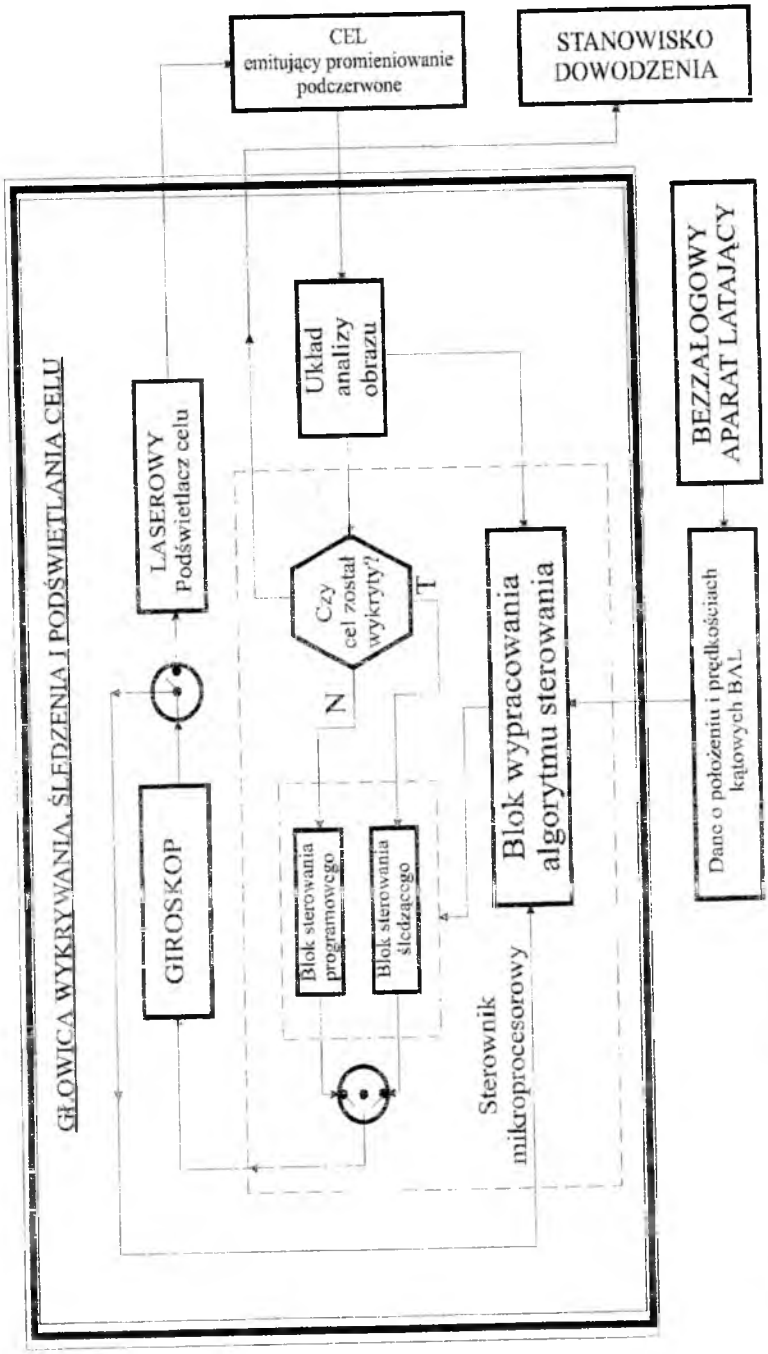
Na rys.2 przedstawiony jest uproszczony schemat urządzenia mogącego realizować ideę danego wariantu. Urządzenie to składa się z dwóch współpracujących ze sobą układów optycznych:

1)Układ I penetruje powierzchnię ziemi na obszarze o postaci koła za pomocą pasywnego układu detekcji w zakresie podczerwieni o odpowiednio dobranej długości fal. Jeżeli z tego obszaru układ I odbierze sygnał w podanym zakresie długości fal, przechodzi w stan śledzenia tego emitera promieniowania podczerwonego.

Układ I składa się z obiektywu wąskokątnego umieszczonego w osi krążka giroskopu o trzech stopniach swobody, zespołu detekcji promieniowania, zespołu analizy emitera podczerwieni oraz jego położenia kątowego względem osi



Rys 1. Wyszukiwanie i śledzenie celów przez BAL (wariant 3)



Rys.2. Schemat blokowy układu wykrywania, śledzenia i podświetlania celów naziemnych zainstalowanego na bezzałogowym aparacie latającym

krążka giroskopu, zespołów sterowania giroskopem dla obu stanów jego pracy: a)penetracji obszaru powierzchni ziemi zorganizowanego w ten sposób, że pole widzenia obiektywu, gdy podstawa giroskopu zatacza na określonej wysokości tor o postaci okręgu (tor BAL), pokrywa zadany obszar powierzchni ziemi, oraz b)śledzenia celu, który następuje automatycznie po odebraniu sygnału w stanie penetracji układu I. Stan drugi pracy tego układu jest analogiczny do pracy koordynatora optycznego głowicy samonaprowadzającej w przeciwlotniczym pocisku rakietowym.

2)Układ II wyposażony jest w nadajnik laserowy emitujący impulsy świetlne z odpowiednio dobraną częstotliwością i zakresem długości fal. Układ II współpracuje z układem I, gdy ten ostatni znajduje się w stanie śledzenia emitera podczerwieni. W trakcie tej współpracy następuje impulsowe oświetlenie emitera promieniowania podczerwonego przez impulsy laserowe.

Z chwilą przechwycenia celu i przejścia do stanu śledzenia, zostaje nadany sygnał z aparatu latającego do stanowiska dowodzenia, że cel został przechwycony i jest oświetlany układem II. Sygnał ten jest jednocześnie sygnałem do ataku celu.

W niniejszej pracy analizowany dokładniej będzie powyższy wariant (rys.2).

3. Model i sterowanie programowe giroskopu zastosowanego w bezpilotowym aparacie latającym

Równania dynamiki giroskopu służącego jako napęd w urządzeniu do wykrywania, śledzenia i oświetlania celów naziemnych, umieszczonym na pokładzie BAL są postaci [2]:

$$\frac{d^2\vartheta}{d\tau^2} = -b_b \frac{d\vartheta}{d\tau} - \frac{1}{2}\left(\frac{d\psi}{d\tau}\right)^2 \sin 2\vartheta + \frac{d\psi}{d\tau}\cos 2\vartheta + c_b M_b \tag{1}$$

$$\frac{d^2\psi}{d\tau^2}\cos^2\vartheta = -b_c \frac{d\psi}{d\tau} + \frac{d\vartheta}{d\tau}\frac{d\psi}{d\tau}\sin 2\vartheta - \frac{d\vartheta}{d\tau}\cos\vartheta + c_c M_c \tag{2}$$

gdzie:

$$b_b = \frac{\eta_b}{J_{bk}\Omega},\ b_b = \frac{\eta_b}{J_{bk}\Omega},\ c_b = c_c = \frac{1}{J_{bk}\Omega^2},\ \Omega = \frac{J_o n}{J_{bk}},\ \tau = t\cdot\Omega,$$

J_o, J_{bk} – centralne momenty bezwładności giroskopu względem jego osi podłużnej i porzecznej; η_b, η_c – współczynniki tarcia w łożyskach ramki wewnętrznej i zewnętrznej giroskopu; n – prędkość obrotów własnych osi giroskopu; ϑ, ψ – kąty odchylania (nutacji i precesji), określające

położenie osi giroskopu w przestrzeni; M_b, M_c – momenty sił sterujących oddziaływujących na ramki wewnętrzną i zewnętrzną giroskopu.

Podczas wyszukiwania celu naziemnego oś giroskopu winna wykonywać pożądane ruchy i tym samym będąc skierowaną w dół, zakreślać swym przedłużeniem na powierzchni ziemi ściśle określone linie. Układ optyczny umieszczony w osi giroskopu, posiadając pewien kąt widzenia może w ten sposób natrafić na sygnał świetlny lub podczerwony emitowany przez poruszający się obiekt. Należy zatem tak dobrać parametry kinematyczne ruchu wzajemnego pokładu bezpilotowego aparatu latającego i osi giroskopu, aby z możliwie największym prawdopodobieństwem cel został wykryty. Po zlokalizowaniu celu (odebraniu sygnału przez detektor podczerwieni), giroskop przechodzi do stanu śledzenia, tzn. od tej chwili jego oś zajmuje konkretne położenie w przestrzeni będąc nakierowaną na cel.

Dla wprawienia osi giroskopu w ruch pożądany, należy wyznaczyć momenty sterujące $M_b(\tau)$ i $M_c(\tau)$ jako funkcje bezwymiarowego czasu za pomocą, na przykład, rozwiązania zagadnienia odwrotnego dynamiki [3]:

$$M_b(\tau) = \frac{d^2\vartheta_z}{d\tau^2} + b_b \frac{d\vartheta_z}{d\tau} + \frac{1}{2}\left(\frac{d\psi_z}{d\tau}\right)^2 \sin 2\vartheta_z + \frac{d\psi_z}{d\tau}\cos\vartheta_z \tag{3}$$

$$M_c(\tau) = \frac{d^2\psi_z}{d\tau^2}\cos^2\vartheta_z + b_c \frac{d\psi_z}{d\tau} - \frac{d\psi_z}{d\tau}\frac{d\vartheta_z}{d\tau}\sin 2\vartheta_z + \frac{d\vartheta_z}{d\tau}\cos\vartheta_z \tag{4}$$

gdzie $\vartheta_z(\tau), \psi_z(\tau)$ – pożądane położenia kątowe osi giroskopu.

Zakładając, że oś giroskopu podczas penetracji zadanego obszaru powierzchni ziemi ma zakreślać okrąg, wówczas:

$$\vartheta_z(\tau) = \vartheta_{zo}\sin p\tau, \psi_z(\tau) = \psi_{zo}\sin p\tau \tag{5}$$

gdzie: $\vartheta_{zo}, \psi_{zo}$ – amplitudy wychyleń kątowych, $p = \frac{\nu}{\Omega}$, ν – prędkość kątowa obrotu osi giroskopu po okręgu.

Podstawiając kąty (5) oraz ich pierwsze i drugie pochodne do (3) i (4), otrzymamy następujące sterowania programowe:

$$M_b(\tau) = \frac{1}{c_b}\Big[-\vartheta_{zo}p^2\sin p\tau + b_b\vartheta_{zo}p\cos p\tau + \frac{1}{2}\psi_{zo}^2\sin^2 p\tau \cdot \\ \cdot \sin 2(\vartheta_{zo}\sin p\tau) - \psi_{zo}\sin p\tau \cdot \cos(\vartheta_{zo}\sin p\tau)\Big] \tag{6}$$

$$M_c(\tau) = \frac{1}{c_c}\Big[-\psi_{zo}^2\cos p\tau \cdot \cos^2(\vartheta_{zo}\sin p\tau) - b_c\psi_{zo}\sin p\tau + \\ \frac{1}{2}\psi_{zo}\vartheta_{zo}\sin 2p\tau \cdot \sin 2(\vartheta_{zo}\sin p\tau) + \vartheta_{zo}p\cos p\tau \cdot \cos(\vartheta_{zo}\sin p\tau)\Big] \tag{7}$$

W celu wyznaczenia pożądanych kątów określających położenie w przestrzeni osi giroskopu w stanie śledzenia celu, rozpatrzmy rys.4. Bezpiłotowy aparat latający i giroskop, sprowadzone zostały do jednego punktu materialnego A oraz cel, do punktu C, w których skupiono ich masy. Z rys.4. widać, że wyrażenia określające wartości kątów ϑ_z, ψ_z przedstawią się następująco:

$$\vartheta_Z = arctg\frac{r_{xp}}{r_{Azp}}, \quad \psi_Z = arctg\frac{r_{yp}}{r_{Azp}} \tag{8}$$

gdzie: r_{xp}, r_{yp} – współrzędne wektora $\vec{r}$ wzajemnego położenia punktów A i C w układzie $AX_pY_pZ_p$ związanym z platformą pomiarową umieszczoną na pokładzie BAL, przy czym

$$r_{xp} = r_{Axp} - r_{Cxp}, \quad r_{yp} = r_{Ayp} - r_{Cyp} \tag{9}$$

$$r_{Axp} = r_A \cos\varphi_\vartheta, \quad r_{Ayp} = 0, \quad r_{Azp} = -r_A \sin\varphi_\vartheta, \tag{10}$$

$$r_{Cxp} = r_C\left[\cos(\gamma_c + \varphi_\psi)\right], \quad r_{Cyp} = 0, \quad r_{Czp} = r_C\left[\sin(\gamma_c + \varphi_\psi)\right] \tag{11}$$

($\varphi_\vartheta, \varphi_\psi$ – kąty pochylania i odchylania wektora prędkości $\vec{V}_A$ aparatu, γ_c kąt odchylania wektora prędkości $\vec{V}_c$ celu).

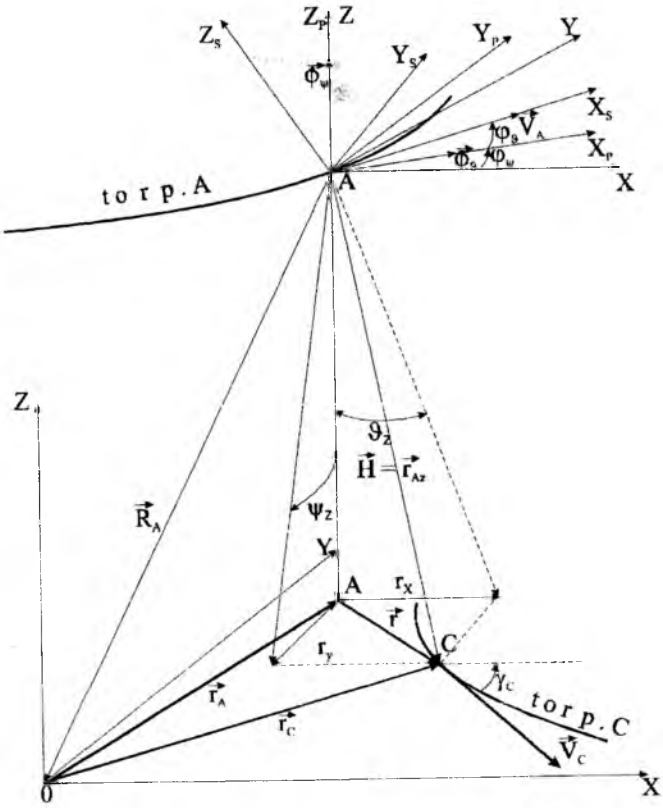
W wyrażeniach (9), (10), (11) zakładamy, że znane są składowe położenia punktów A i C w układzie ziemskim $OXYZ$:

$$\begin{cases} r_{Ax} = V_A t \cos\varphi_\psi \cos\varphi_\vartheta \\ r_{Ay} = -V_A t \sin\varphi_\psi \cos\varphi_\vartheta \\ r_{Az} = -\sin\varphi_\vartheta \end{cases} \qquad \begin{cases} r_{Cx} = V_C t \cos\gamma_C \\ r_{Cy} = V_C t \sin\gamma_C \\ r_{Cz} = 0 \end{cases}$$

Wyznaczając dodatkowo pierwsze i drugie pochodne względem bezwymiarowego czasu τ dla zadanych kątów opisanych (8):

$$\frac{d\vartheta_Z}{d\tau} = \frac{\frac{dr_{xp}}{d\tau} r_{Azp} - \frac{dr_{Azp}}{d\tau} r_{xp}}{r_{Azp}^2 + r_{xp}^2}, \quad \frac{d\psi_Z}{d\tau} = \frac{\frac{dr_{yp}}{d\tau} r_{Azp} - \frac{dr_{Azp}}{d\tau} r_{yp}}{r_{Azp}^2 + r_{yp}^2}$$

$$\frac{d^2\vartheta_Z}{d\tau^2} = \frac{\left(\frac{d^2 r_{xp}}{d\tau^2} r_{Azp} - \frac{d^2 r_{Azp}}{d\tau^2} r_{xp}\right)\left(r_{Azp}^2 + r_{xp}^2\right) - 2\frac{dr_{Azp}}{d\tau}\frac{dr_{xp}}{d\tau}\left(r_{Azp}^2 - r_{xp}^2\right)}{\left(r_{Azp}^2 + r_{xp}^2\right)^2} +$$



Rys.4. Schemat kinematyki ruchu p. A względem p. C podczas śledzenia celu.

$$+\frac{-2r_{Azp}r_{xp}\left[\left(\frac{dr_{xp}}{d\tau}\right)^2-\left(\frac{dr_{Azp}}{d\tau}\right)^2\right]}{\left(r_{Azp}^2+r_{xp}^2\right)}$$

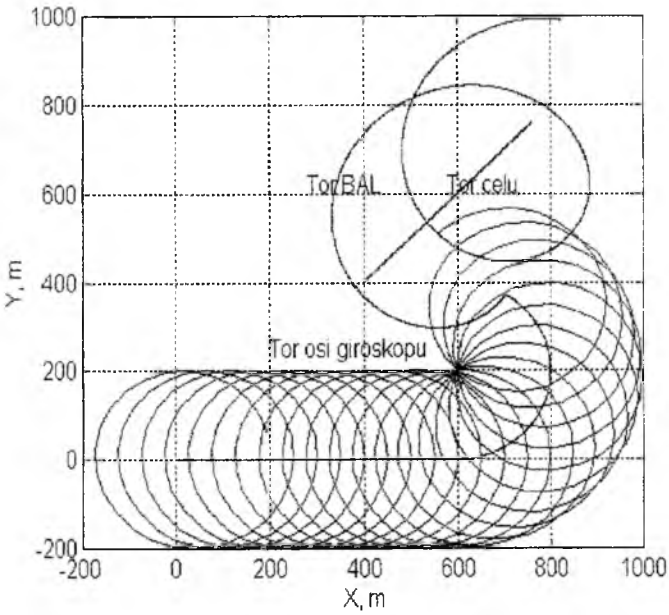
$$\frac{d^2\psi_Z}{d\tau^2}=\frac{\left(\frac{d^2r_{yp}}{d\tau^2}r_{Azp}-\frac{d^2r_{Azp}}{d\tau^2}r_{yp}\right)\left(r_{Azp}^2+r_{yp}^2\right)-2\frac{dr_{Azp}}{d\tau}\frac{dr_{yp}}{d\tau}\left(r_{Azp}^2-r_{yp}^2\right)}{\left(r_{Azp}^2+r_{yp}^2\right)^2}+$$

$$+\frac{-2r_{Azp}r_{xp}\left[\left(\frac{dr_{xp}}{d\tau}\right)^2-\left(\frac{dr_{Azp}}{d\tau}\right)^2\right]}{\left(r_{Azp}^2+r_{yp}^2\right)}$$

i podstawiając je do (3) i (4), otrzymamy sterowania programowe giroskopu w stanie śledzenia celu naziemnego.

4. Otrzymane wyniki i wnioski

Na rys.5 przedstawione są wyniki symulacji komputerowej torów programowych uzyskanych dla osi giroskopu oraz bezpilotowego aparatu latającego - poruszającego się na wysokości H=2000m, z prędkością $V_S = 50m/s$, przy kącie widzenia jego układu penetracyjnego $\Theta = 1\deg$ - wyszukującego i śledzącego cel naziemny poruszający się z prędkością $V_C = 10m/s$ po torze prostoliniowym [1]. Sterowanie osią giroskopu odbywa się w układzie otwar-



Rys.5. Tory BAL, osi giroskopu oraz celu podczas penetracji i śledzenia

Realizacja zadanego toru osi giroskopu jest możliwa przez zastosowanie sterowania w układzie otwartym jedynie przy kątowych amplitudach precesji i nutacji osiągających nieznaczne wartości (rzędu 0,1-0,2 radiana). W przeciwnym wypadku, w układzie sterowania, należy wprowadzić sprzężenie zwrotne w postaci, np. regulatora typu PID.

Literatura

1. KORUBA Z.: *Sposoby penetracji terenu oraz śledzenia wybranego na nim obiektu z pokładu bezpilotowego aparatu latającego (BAL).* Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, z.45, Rzeszów 1995, s. 357-364.
2. KORUBA Z.: *Dynamika giroskopu przy programowym sterowaniu i stabilizacji położeniem jego osi.* Materiały II Szkoły Metody Aktywne Redukcji Drgań i Hałasu, Kraków-Zakopane 1995, s. 55-60.
3. KORUBA Z. *Dynamika giroskopu swobodnego przy sterowaniu ruchem jego osi.* Materiały II Ogólnopolskiej Konferencji Układy dynamiczne w Aspekcie Teorii i Zastosowań, Łódź 1994, s. 107-110.

THE IDEA OF USING FREE GYROSCOPE IN UNMANNED AIR VEHICLE (UAV).

ZBIGNIEW KORUBA

Kielce Technical University.

This paper describes idea of device installed on UAV used for detecting, tracking and laser beam aiming of ground moving targets emitting infrared radiation of specified wavelength. There was presented the selection method of free gyroscope controls acting as a drive for discussed device at big deflection angles of its axis both during scanning the specified area and tracking the object detected within this area.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

ZASADY PLANOWANIA MISJI OBIEKTÓW BEZPILOTOWYCH - REFLEKSJE PO REALIZACJI PROJEKTU BADAWCZEGO

MARIUSZ KRAWCZYK, JERZY GRAFFSTEIN

Jednym z głównych założeń stosowania Bezpilotowych Statków Latających (BSL) jest ich ograniczona lub całkowita autonomiczność podczas wykonywania zadania-misji, a co niesie za sobą szereg złożonych wymagań nakładanych na proces planowania jej trajektorii.
W pracy przedstawiono koncepcję modelowania poszczególnych etapów misji na podkładzie mapy elektronicznej. Pokazano opracowaną metodę uwzględnienia bezpieczeństwa oraz analizę jej wykonalności prowadzoną metodami symulacji odwrotnej.

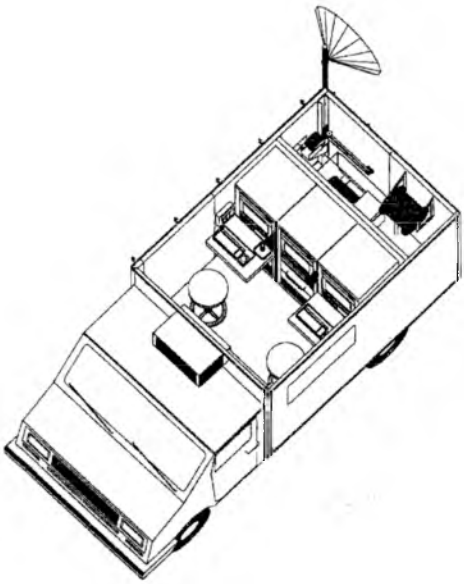
1. Wstęp

Duża liczba kryzysów militarnych we współczesnym świecie jest wyzwaniem dla organizacji międzynarodowych, powołanych do zapewnienia pokoju. Nadzorowanie kryzysu wymaga gromadzenia i przekazywania w czasie rzeczywistym dużej ilości informacji dotyczących: ruchów wojsk uczestniczących w konflikcie, przestrzegania embarga, monitorowania stanowisk ogniowych stron, wreszcie dostarczania dowodów naruszenia zawieszenia broni. Nasycenie środkami artyleryjskimi o dużym zasięgu współczesnych armii wymaga środków do: obserwacji terenu, identyfikacji i wyznaczania celów oraz oceny skuteczności ostrzału. Użycie do realizacji tych zadań załogowych samolotów i śmigłowców związane jest z dużym ryzykiem wynikającym z przeciwdziałania OPL. Środkami dobrze dostosowanymi do wypełniania tych zadań są BSL (bezpilotowe statki latające). Wynika to z ich niewielkich wymiarów (rozpiętość płata około 3m przy masie 150 - 300 kg). Skuteczność zastosowania BSL przez Siły Sprzymierzone w czasie działań wojennych w Zatoce Perskiej przekonało dowódców wszystkich szczebli państw całego świata o celowości wyposażenia dowodzonych przez nich jednostek w takie systemy. Projektowany system obserwacji terenu składa się z następujących elementów:

- ✓ jednego BSL,
- ✓ mobilnej stacji kontroli naziemnej umieszczonej na pojeździe, służącej do planowania misji, sterowania, przetwarzania i interpretacji wyników,
- ✓ stanowisk obsługi naziemnej.

2. Wytyczanie trajektorii lotu BSL

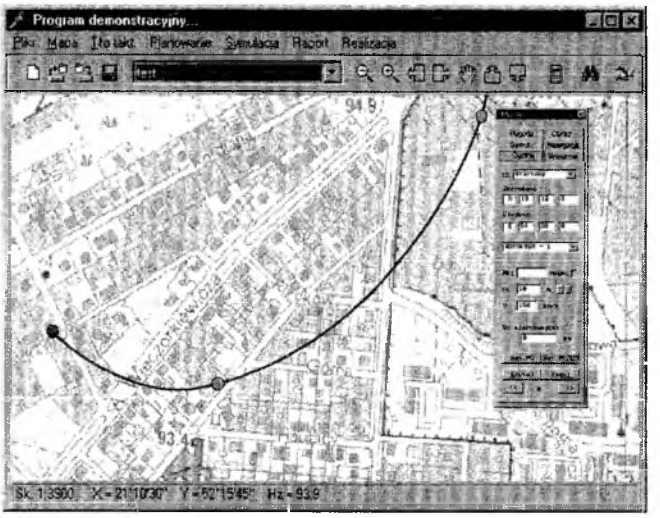
Ideą BSL jest możliwość realizacji postawionych zadań (misji), zaprogramowanych przez człowieka, lecz bez jego ingerencji podczas ich rutynowej realizacji, począwszy od startu po lądowanie. Powoduje to znaczne rozbudowanie etapu planowania misji, a w szczególności konieczność określenia w przestrzeni żądanej trajektorii lotu, która w praktyce zostaje rozpięta na wprowadzanych przez operatora dyskretnych punktach drogi.



Rys.1. Stacja naziemna BSL ĆMA

Projekt pokazanej na rys.1 stacji kontroli naziemnej obsługiwanej przez dwuosobową załogę: operatora BSL oraz osobę przetwarzającą i interpretującą wyniki rozpoznania, zakłada zautomatyzowanie tej czynności poprzez zastosowanie komputerowego wskaźnika mapowego pokazanego na rys.2.

Specyfika działania BSL powoduje [2,3], że jego misja składa się z pewnej ilości *zadań* rozdzielonych fazami *dolotu* do stref ich wykonania, które zarówno z punktu widzenia modelowania jak i realizacji traktować należy zasadniczo odmiennie.



Rys.2. Wskaźnik stanowiska naziemnej stacji dowodzenia BSL

Fazy *dolotów* wielokrotnie na dalsze odległości traktować należy jako makro-trajektorie odwzorowane łamaną o skończonej liczbie wierzchołków. Dopuszcza się na niej niewielkie wznoszenie i zakręty oraz zmiany prędkości. Tak więc, z założenia lot w fazach *dolotowych* ma charakter quasiustalony, a do jego realizacji można zastosować klasyczne uchybowe metody sterowania. Ponieważ z założenia promień działania projektowanego BSL wynosi jedynie 100km do rozważań nawigacyjnych nie uwzględniono krzywizny Ziemi.

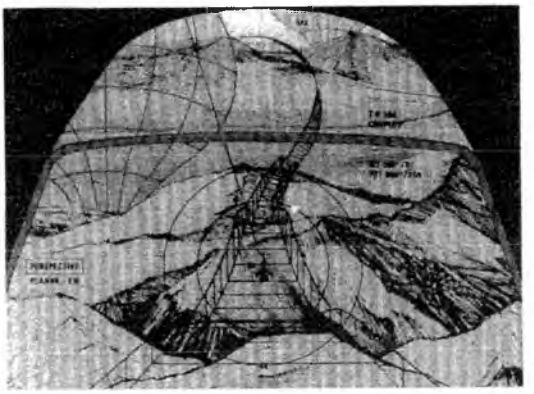
W fazach realizacji poszczególnych *zadań*, do których zaliczyć należy start i lądowanie punkty drogi zwykle znajdują się blisko siebie, co powoduje że występujące w nich manewry charakteryzują się dużym stopniem złożoności. Wymagają one istotne zmiany prędkości (liniowych i kątowych) obiektu, sterowania ciągiem, wprowadzenia lotu ze ślizgiem, itp.

W przypadku wykorzystania BSL w czasie konfliktu militarnego, nad terenem nieprzyjaciela o silnej dyslokacji środków OPL (obrony przeciwlotniczej), sprawą zasadniczą staje się zapewnienie bezpieczeństwa podczas realizacji misji [6,7]. Polega to na omijaniu terenów szczególne zagrożonych, co jak zostanie pokazane implikuje szereg istotnych modyfikacji trajektorii we wszystkich fazach misji. Można więc przyjąć, że trajektoria lotu misji BSL powinna zapewniać: realizację postawionych zadań, bezpieczeństwo, być wykonalna, a z punktu widzenia jej realizacji składa się ona z etapów o różnym stopniu złożoności, które determinują zasadniczo odmienne wymagania na ich modelowanie (rys.4).

W przypadku złożonych trajektorii lotu sterowalność obiektem, o określonych własnościach dynamicznych, daje warunek konieczny ciągłości

krzywizny (drugiej pochodnej wektora wodzącego $\mathbf{r}''(s)$ z (6)) na całej jej długości. Został on spełniony poprzez rozpięcie w przestrzeni pomiędzy punktami drogi wielomianowych funkcji sklejanych trzeciego stopnia. Założono, że w celu lepszego „ułożenia" trajektorii, będzie ona w stosunku do zaplanowanych punktów drogi miała charakter interpolujący lub aproksymujący [1,2].

Na rys.3 pokazano przykładowo trajektorię lotu, która wyświetlana pilotowi na wskaźniku przeziernym HUD, pozwala na ominięcie stref obrony OPL.



Rys.3. Trajektoria lotu na wskaźniku HUD (materiały McDD Corp.)

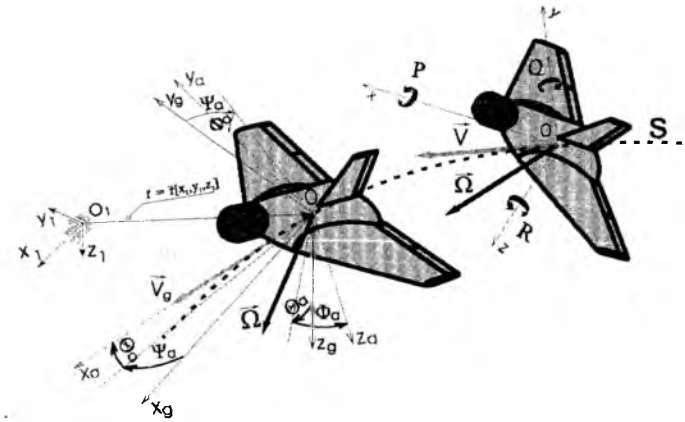
3. Co ułatwia pracę operatora BSL?

Stanowisko operatora BSL wyposażone jest we wskaźnik mapowy, stanowiący podkład na którym planowana jest misja, a w tym trajektoria lotu. W zależności od potrzeb istnieje możliwość jego konfiguracji od elektronicznych map rastrowych po zgeneralizowane mapy wektorowe i zdjęcia satelitarne. Jest więc oczywiste, że proste planowanie kolejnych punktów drogi w fazach dolotowych jest rzeczą szybką i prostą. Trudności rozpoczynają się w momencie gdy zachodzi konieczność opisania skomplikowanych manewrów (zadań) oraz zapewnienia bezpieczeństwa i wykonalności modelowanej misji. Rozwiązanie tych problemów uzyskano opracowując i implementując na stanowisku operatora stacji naziemnej BSL metody komputerowego wspomagania planowania misji. Ich omówienie poprzedzi prezentacja koncepcji BSL „ĆMA".

3.1. Samolot bezpilotowy ĆMA

BSL w swej znakomitej większości są niewielkimi samolotami poruszającymi się z prędkościami nie przekraczającymi $V=300kmh^{-1}$. Co za tym idzie w przypadku projektu BSL, kiedy to następuje dobór jego sylwetki,

należy właściwie wyważyć proporcje pomiędzy bezpieczeństwem konstrukcji, a własnościami pilotażowymi i osiągowymi. To pierwsze preferuje konstrukcje zwarte (układ Δ, bezogonowiec, itp.) odporne na uderzenia podczas lądowania i transportu. Drugie natomiast skłania się w kierunku konstrukcji ortodoksyjnych.



Rys.4. Przyjęte układy współrzędnych

Biorąc pod uwagę wysokie wymagania eksploatacyjne jakie zostały postawione przez Siły Zbrojne RP, zdecydowano się na przyjęcie koncepcji BSL w układzie aerodynamicznym Δ. Jego sylwetkę pokazano na rys.4, na którym dodatkowo zamieszczono układy współrzędnych wykorzystywane w modelu mat. jego dynamiki oraz zagadnieniach programu ruchu. Maksymalna masa startowa projektowanego BSL „ĆMA" wynosi 157.3kg, w tym masa paliwa i wyposażenia użytkowego stanowi odpowiednio 50kg i 40kg. Długość BSL przy rozpiętości płata 3.27m wynosi 2m. Zasilany zespołem napędowym o mocy 37kW BSL posiada prędkość maksymalną i pułap odpowiednio 250kmh^{-1} i 4500m. Zasięg łączności umożliwia planowanie dziesięciogodzinnej misji w promieniu 100km.

Model fizyczny opisujący dynamikę samolotu i powierzchni sterowych uwzględnia ich wzajemny wpływ, a także oddziaływanie przesunięcia środka masy powierzchni sterowych: steru wysokości, kierunku i lotek względem własnych osi obrotu.

Model matematyczny opisujący dynamikę BSL, traktowany jako układ mechaniczny w ruchomym układzie współrzędnych Oxyz (rys.4) o więzach nieholonomicznych, wyprowadzony został przy zastosowaniu formalizmu Boltzmanna-Hamela [4,10]:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T^*}{\partial \omega_\mu} - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_\mu} + \sum_{r=1}^{k}\sum_{\alpha=1}^{l} \gamma^r_{\mu\alpha}\frac{\partial T^*}{\partial \omega_r}\omega_\alpha = Q^*_\mu \,, \qquad (1)$$

gdzie: α, μ ,r = 1,2,...k, (k - liczba stopni swobody), ω_μ - quasi-prędkość, T^* - energia kinetyczna, π_μ - quasi-współrzędne, Q^*_μ - siły uogólnione, $\gamma^r_{\alpha\mu}$ - trójwskaźnikowe mnożniki Boltzmanna,

Przyjęto następujący wektor współrzędnych uogólnionych **q** oraz quasi-prędkości ω:

$$\mathbf{q} = [x_1, y_1, z_1, \Phi, \Theta, \Psi, \delta_H, \delta_V, \delta_L]^T, \tag{2}$$

$$\omega = [U, V, W, P, Q, R, \dot{\delta}_H, \dot{\delta}_V, \dot{\delta}_L]^T. \tag{3}$$

Wyznaczenie trójwskaźnikowych mnożników Boltzmanna pozwala na sformułowanie energetycznych równań ruchu BSL, które po określeniu zależności na energię samolotu T^*, traktowaną jako suma energii: samolotu i wszystkich powierzchni sterowych, dają dziewięć różniczkowych równań ruchu w postaci [4,10]:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{V}} + \mathbf{K}\mathbf{M}_1\mathbf{V} + \mathbf{M}_S\mathbf{V} = \mathbf{Q}. \tag{4}$$

gdzie: **M**, $\mathbf{M}_1$, **K**, $\mathbf{M}_S$ - oznaczają odpowiednio dwie macierze masowe, bezwładności oraz macierz prędkości, **Q** reprezentuje siły uogólnione: aerodynamiczne, od układu napędowego i grawitacyjną, V i $\dot{\mathbf{V}}$ są odpowiednio wektorami prędkości uogólnionych i ich pochodnych.

Równania (4) uzupełnione związkami kinematycznymi [4,10] stanowią ogólny model matematyczny BSL, który wykorzystano do badań symulacyjnych.

3.2. Elementy trajektorii BSL

Jak wspomniano misja BSL składa się z pewnej ilości etapów dolotowych – gdzie lot odbywa się w przybliżeniu po linii prostej oraz etapów, na których wykonywane są często złożone manewry specjalne, takie jak start i odzysk, krążenie nad punktem terenu, "przeczesywanie" wyznaczonego obszaru, lot profilowy itp.

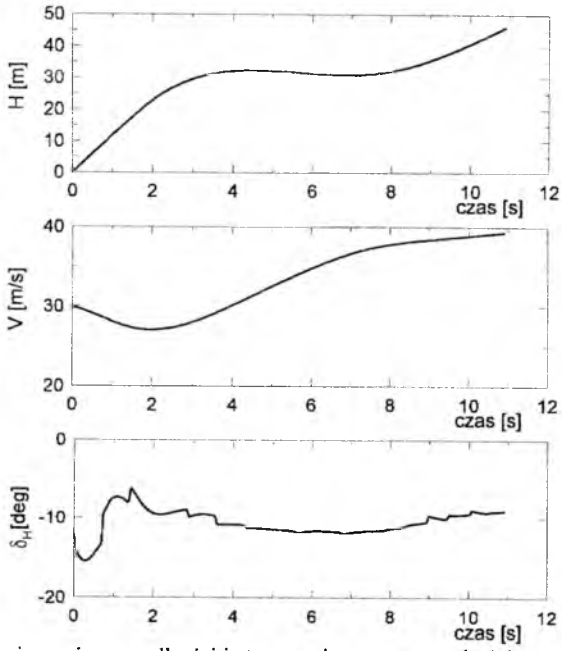
W celu podniesienia efektywności procesu planowania misji niektóre z występujących manewrów zostały podczas badań modelowych opracowane jako standard [3,4].

W planowanym manewrze startu BSL wykonywanym z pokazanej na rys.5 katapulty założono, że po początkowym nabraniu wysokości powinien nastąpić etap jego rozpędzania. Założoną trajektorię, przebieg prędkości lotu (przy rozwijaniu maksymalnego ciągu) oraz niezbędne sterowanie sterem wysokości pokazano na rys.6.

Tak zaplanowany manewr, jak okazało się w przeprowadzonych badaniach modelowych, w których określono wpływ zaburzenia-podmuchu, gwarantuje zachowanie bezpieczeństwa w tej krytycznej fazie lotu.

Rys.5. BSL Crecerelle na katapulcie startowej (wg. SAGEM)

W planowanym manewrze odzysku BSL za pomocą spadochronu wzięto pod uwagę następujące elementy: minimalizacji przeciążeń oraz zapewnienie warunków bezpiecznego (swobodnego) rozwinięcia się czaszy (np. zabezpieczenie przed wplątaniem się linek spadochronu w pchające śmigło).

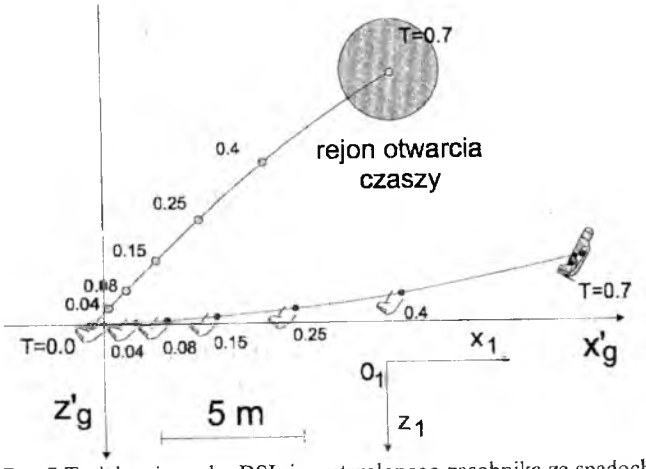


Rys.6. Trajektoria, zmiany prędkości i sterowanie sterem wysokości w manewrze startu

Osiągane jest to za pomocą specjalnych „sliderów" w konstrukcji spadochronu oraz zmniejszania do minimum prędkości lotu i odpowiedniego ustawiania BSL

względem rozwijającej się czaszy spadochronu.

W wykonanych badaniach modelowych uwzględniono, wprowadzając odpowiednie siły i momenty sił do modelu (4) oddziaływania na BSL kolejno: otwartej pokrywy osłaniającej urządzenie odzyskowe oraz wystrzeliwanego spadochronu.



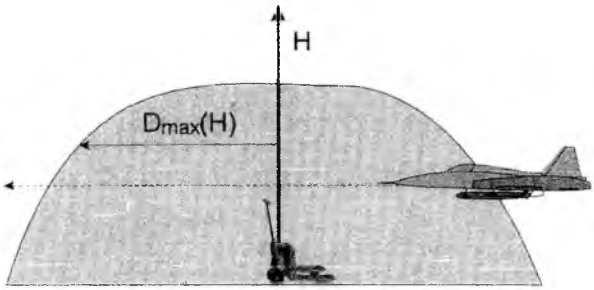
Rys.7.Trajektoria ruchu BSL i wystrzelonego zasobnika ze spadochronem

Założono, że w chwili rozpoczęcia manewru BSL powinien znajdować się w poziomym locie ustalonym, prędkością bliską przeciągnięcia. Na początku manewru po redukcji ciągu następuje maksymalne wychylenie steru wysokości do „góry" w celu uzyskania dużego kąta pochylenia, co jest efektem dążenia do odpowiedniego usytuowania BSL w stosunku do spadochronu, w chwili otwarcia czaszy. Kolejno następuje otwarcie pokrywy oraz wystrzelenia spadochronu.

W badaniach dobrano moment i kąt otwarcia klapy urządzenia odzyskowego. Ponadto określono czas i kąt wystrzelenia spadochronu przez zaprojektowane w Instytucie Lotnictwa urządzenie. Obserwowane na rys.7 pochylanie BSL jest wymuszone dodatnim momentem pochylającym początkowo od wychylenia steru wysokości δ_H, a następnie ustawionej pod kątem pokrywy spadochronu i siły jego wystrzelenia. Porównanie trajektorii ruchu BSL i wystrzelonego zasobnika ze spadochronem pozwala wnioskować o prawidłowości zaplanowanego manewru.

3.3. Bezpieczeństwo misji BSL

Przyjęto, że do środków OPL oddziaływujących na BSL należą: środki rakietowe, artyleria lufowa oraz broń strzelecka będąca na wyposażeniu pododdziałów, które rozmieszczone na podkładzie mapy elektronicznej (rys.2) tworzą wycinkowy obraz sytuacji taktycznej.



Rys.8. Zasięg rażenia środków lufowych

Podstawowymi parametrami do obliczeń zagrożenia od przyjętego ugrupowania nieprzyjaciela, są parametry taktyczno-techniczne poszczególnych środków OPL, w tym ich strefy rażenia (rys.8) będące bryłami obrotowymi posiadającymi jedną, pionowo skierowaną oś symetrii. Powoduje to, że na dowolnej wysokości lotu poniżej H_{max}, przekrój równoległy do powierzchni Ziemi przez strefę rażenia jest kołem, o promieniu D_{max} zależnym od wysokości lotu.

Względy taktyczne przemawiają za tym, aby kryterium optymalizacji było minimum wartości prawdopodobieństwa utraty samolotu w wyniku oddziaływania OPL przeciwnika, po spełnieniu którego wśród rozwiązań dopuszczalnych można by poszukiwać rozwiązań wg minimum długości trasy, wśród jednakowo bezpiecznych.

Przyjmijmy obszar zainteresowania, w którym będziemy poszukiwać rozwiązania, jako przestrzeń trójwymiarową, składającą się ze skończonej liczby regularnie rozmieszczonych węzłów będących środkami prostopadłościennych obszarów elementarnych (OE), tak aby:

- ✓ ściany sąsiednich OE były przyległe,
- ✓ wartość prawdopodobieństwa utraty BSL wewnątrz tego samego OE było jednakowe.

Wprowadźmy pojęcie zagrożenia elementarnego,

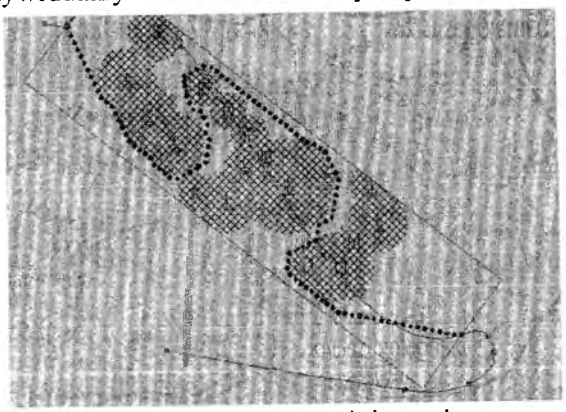
$$c_{ijk} = -\ln(1-p_{ijk}), \tag{5}$$

pokonania łuku normatywnego leżącego w OE, reprezentowanego przez współrzędne węzłów (x_i, y_j, z_k), gdzie p_{ijk} stanowi wartość prawdopodobieństwa utraty BSL na tym łuku.

Pojęcie zagrożenia w prosty sposób uwzględnia rzeźbę terenu, zamodelowaną w bazie mapy cyfrowej terenu. Zakłada się mianowicie, że $c_{ijk} \to +\infty$ dla OE przestrzeni leżących pod powierzchnią Ziemi oraz tam gdzie nie istnieje łączność radiowa pomiędzy BSL, a stacją naziemną. Ponadto operator BSL ma możliwość wywołania dodatkowo wydzielonych programów:

wyznaczających *profil* na danym odcinku trajektorii (rys.2) oraz *obszar łączności* radiowej.

W ramach badań dotyczących optymalizacji trasy przelotu, rozpiętej w regularnej siatce prostopadłościennej, dokonano wyboru najlepszej metody z pośród opracowanych i przetestowanych algorytmów bazujących na: metodzie programowania liniowego, algorytmie Dijkstry i zasadzie optymalności Bellmana. Podobieństwo pomiędzy sprawdzonymi metodami polega na tym, że wszystkie one wymagają sprecyzowania sytuacji taktycznej, a następnie policzenia wartości zagrożenia w OE. Istotna różnica pomiędzy nimi polega natomiast na indywidualnych zasadach budowy trajektorii optymalnej.



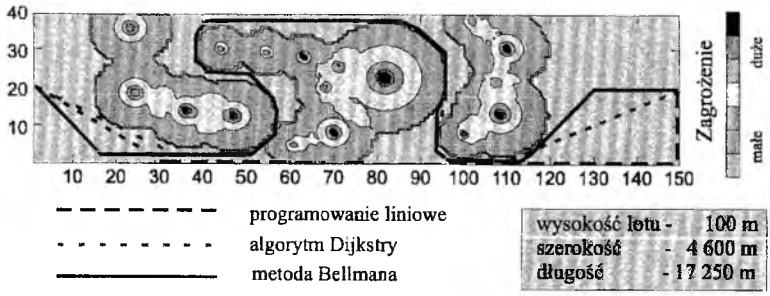
Rys.9. Podział obszaru na siatkę regularną

Optymalną trajektorię lotu wyznaczymy w pokazanym na rys.9. ograniczonym prostokątem rejonie, o zdeterminowanej sytuacji taktycznej. Dla przejrzystości pokazano tylko te OE, na których istniejące zagrożenie jest większe od zagrożenia tła. Takie zobrazowanie pozwala na ewentualną identyfikacje trajektorii ewidentnej (oznaczonej jako krzywa przerywana) w przypadku ich występowania

Na rys.10 zestawiono wyniki obliczeń wytyczających optymalną trasę przelotu wykonanych kilkoma analizowanymi metodami, z których każda pozwala uzyskać poprawne merytorycznie rozwiązanie zadania poszukiwania optymalnej drogi przelotu BSL w przestrzeni o określonym poziomie zagrożenia. Analizując rys.10 konstatujemy, że trajektoria optymalna została najdokładniej odwzorowana używając algorytmu Dijsktry. Powoduje to konstrukcja grafu umożliwiająca przy budowie trajektorii dla przypadku płaskiego na ruchy elementarne w 16 kierunkach.

Porównanie czasu obliczeń różnymi metodami wykazało, że kształtował się on jak 1:20:10000, przy czym czas najkrótszy odpowiada metodzie bazującej na zasadzie Bellmana, najdłuższy zaś metodzie programowania liniowego.

Ostatni wniosek pozwala odrzucić metodę programowania liniowego jako mało efektywną. Z uwagi na to, że nie udało się na razie zaadoptować metody Dijkstry do rozwiązywania zagadnień trójwymiarowych, na tym etapie badań można stwierdzić, że najlepsza jest metoda bazująca na zasadzie optymalności Bellmana.



Rys.10. Wyniki symulacji

3.4. Metoda sterowania BSL po zadanej trajektorii

Skonstruowane trajektorie lotu dla manewrów specjalnych, do ominięcia stref niebezpiecznych, itp., muszą być ostatecznie zweryfikowane od strony ich fizycznej realizacji.

W dynamice układów mechanicznych jednym z podstawowych zadań jest *synteza* (*symulacja odwrotna*) polegająca na wyznaczaniu takiego sterowania układem, które zapewnia realizację narzuconego programu ruchu, stanowiącego cztery warunki więzów programowych o postaci [1,2]:

- ✓ równanie postulowanej, zadanej w formie parametrycznej trajektorii, wyrażającej dwa warunki więzów nakładanych na położenie środka masy samolotu, gdzie s oznacza współrzędną łukową trajektorii

$$\mathbf{r} = \bar{\mathbf{r}}(s) = [\bar{x}_1(s) \;\; \bar{y}_1(s) \;\; \bar{z}_1(s)]^T, \tag{6}$$

- ✓ warunek nakładany na położenie kątowe (kąty ślizgu lub przechylenia) płatowca względem trajektorii

$$\beta = \bar{\beta}(s) \text{ lub } \phi_a = \bar{\phi}_a(s), \tag{7}$$

- ✓ zakładane zmiany prędkości lotu

$$V = \bar{V}(s). \tag{8}$$

Rozwiązanie tak postawionego zadania syntezy wymaga budowy złożonych modeli matematycznych. Efektem są przebiegi czasowe wszystkich parametrów stanu ruchu oraz wymaganego sterowania samolotem w symulowanym ruchu programowym.

Dla symulacji odwrotnej dynamika ruchów translacyjnych i obrotowych formułowana jest odpowiednio w pokazanych na rys.4 układzie

aerodynamicznym i własnym, a finalne równania dla symulacji ruchu programowego generowane i rozwiązywane są jako równania różniczkowo-algebraiczne - DAEs.

Realizacja stycznej [1] więzów trajektorii lotu (6) implikuje dwa dodatkowe warunki nakładane na położenia kątowe płatowca względem trajektorii - zmiany konfiguracji kątowej muszą być tak realizowane, by wywoływane tym siły aerodynamiczne zapewniały bilans sił czynnych i bezwładności na kierunkach prostopadłych do toru bez bezpośredniego udziału reakcji sterowania.

W modelu matematycznym ruchu programowego zupełnego przyjęto następujące zmienne: algebraiczne $\mathbf{y}$, różniczkowe $\mathbf{z}$ i sterowania $\mathbf{u}$:

$$y = [V\ \Phi_a\ \theta_a\ \psi_a\ \alpha\ \beta]^T \quad z = [P\ Q\ R]^T \quad u = [\delta_L\ \delta_H\ \delta_V\ T]^T \qquad (9),$$

gdzie: Φ_a, Θ_a, Ψ_a - kąty quasi-eulerowskie orientujące układ aerodynamiczny względem grawitacyjnego; α, β - kąty natarcia i ślizgu; P, Q, R – składowe prędkości kątowej BSL w układzie własnym; δ_L, δ_H, δ_V- wychylenia lotek oraz sterów wysokości i kierunku; T- siła ciągu. Równania ruchu przyjmują postać równań DAEs o następującej symbolicznej postaci:

$$\mathbf{0} = \mathbf{F}(\mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, t) \Rightarrow (10) \quad \mathbf{z} = \mathbf{G}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) \Rightarrow (11) \quad \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{H}(\mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, t) \Rightarrow (12).$$

Na równania algebraiczne (9) składają się więzy (6) i (7), dwa warunki styczności wektora prędkości lotu do trajektorii (pozwalające określić Θ_a, Ψ_a), trzy warunki bilansu sił czynnych i bezwładności na kierunkach prostopadłych i stycznym do toru lotu. Równania (10) są związkami kinematycznymi pomiędzy składowymi P, Q, R prędkości kątowej, a pochodnymi zależnymi od konfiguracji płatowca względem toru lotu określanej przez Φ_a, Θ_a, Ψ_a α, β. W końcu, równania (11) są klasycznymi dynamicznymi równaniami różniczkowymi ruchów obrotowych.

4. Wnioski

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań prowadzonych w ramach projektu badawczego KBN przez Zespół składający się ze specjalistów z Instytutu Lotnictwa, Akademii Obrony Narodowej i Politechnik: Radomskiej i Warszawskiej, dotyczących planowania misji BSL. Założono, że stacja naziemna wraz z jej stanowiskami zrealizowana zostanie w technice cyfrowej, z zastosowaniem szeregu wspomagających programów pomocniczych mających na celu poprawę efektywności procesu planowania. Za podstawowe kryterium przyjęto fizyczną realizację oraz bezpieczeństwo misji, tj. minimalizację prawdopodobieństwa utraty BSL na skutek zestrzelenia, zderzenia z Ziemią, wreszcie utraty łączności radiowej.

Opracowane metody po koniecznych modyfikacjach mogą być dalej rozwijane, i implementowane na obecnych wymagających pilnej modernizacji (jeżeli nie wymiany) stanowiskach planowania misji samolotów i śmigłowców.

Bibliografia

1. BLAJER W.: *Uwagi o realizacji programowego ruchu samolotu po założonej trajektorii*, VI Konferencja Mechanika w Lotnictwie, 1995, ss.19-31,
2. BLAJER W., GRAFFSTEIN J., KRAWCZYK M.: *Airraft program motion and control in prescribed trajectory flight*, IV Konferencja MMAR-97. Miedzyzdroje, 1997, ss.351-356,
3. BRAMSKI S., KRAWCZYK M., GRAFFSTEIN J.: *Wspomaganie planowania misji samolotu bezpilotowego na naziemnym stanowisku dowodzenia*, IV Sympozjum Wojskowej Techniki Morskiej, SWTM'97, Gdynia, październik 1997.
4. GRAFFSTEIN J., MARYNIAK J., KRAWCZYK M.: *Modelowanie dynamiki lotu sterowanego autonomicznie samolotu bezpilotowego z wykorzystaniem teorii więzów nieholonomicznych*, XXXVI Sympozjon "Modelowanie w mechanice", Wisła luty 1997, ss.141-148
5. GRAFFSTEIN J., KRAWCZYK M.: *Prasymulacja misji samolotu bezpilotowego, II Konferencja Metody i technika badań statków powietrznych w locie*, Mrągowo, 1996, ss.42-47,
6. GRZELKA A., KRAWCZYK M., MAKOWSKI P.: *Ocena stopnia zagrożenia misji samolotu bezpilotowego*, III Sympozjum Naukowe, Problemy techniczno-eksploatacyjne w kształceniu pilotów. WSOSP, Dęblin 1996 r,
7. KRAWCZYK M., GRZELKA A., CIEMSKI Z.: *Na ile bezpilotowy samolot rozpoznawczy jest bezkarny w przestrzeni powietrznej nieprzyjaciela ?*, Problemy rozwoju, produkcji i eksploatacji techniki uzbrojenia, Rynia maj 1997,
8. MAROŃSKI R. I ŁUCJANEK W.: *Optymalizacja trajektorii samolotu w locie na zadaną odległość*, Archiwum Budowy Maszyn, z. 2, s. 239-256, (1979),
9. MAROŃSKI R.: *Minimalizacja zużycia paliwa w locie na zadaną odległość*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, Vol 26, nr 3, s. 541-556, 1988,
10. MARYNIAK J.: *Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu*, V Konferencja Mechanika w Lotnictwie, 1992 ss.575-592

Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN Nr 9T12C110 10

MAIN ROLES OF PLANING UAV MISSION – CONCLUSIONS AFTER RESEARCH PROJECT REALIZATION

MARIUSZ KRAWCZYK, JERZY GRAFFSTEIN,

Institute of Aviation, Al. Krakowska 110/114, 02-256 Warsaw

A unified and general approach to the modeling and simulation of safe UAV mission is presented. Some methods for solving the optimization problem are proposed and discussed. The tactical situation was modeled used digital map and antiaircraft weapon standards.
Some results of numerical simulations are reported.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

DYNAMICZNE RÓWNANIA PRZESTRZENNEGO LOTU AUTOMATYCZNIE STEROWANEJ RAKIETY KLASY ZIEMIA-POWIETRZE NAPROWADZANEJ NA MANEWRUJĄCY OBIEKT LATAJĄCY

EDYTA ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ
JARZY MARYNIAK

ITLiMS Politechnika Warszawska

W pracy przedstawiono metodę wyznaczania dynamicznych równań przestrzennego lotu automatycznie sterowanej rakiety klasy z-p naprowadzanej wiązką na manewrujący w przestrzeni obiekt. Przy wyprowadzeniu równań ruchu posłużono się równaniami mechaniki analitycznej w postaci równań Maggiego ruchu układów nieholonomicznych we współrzędnych uogólnionych.

1.Wstęp

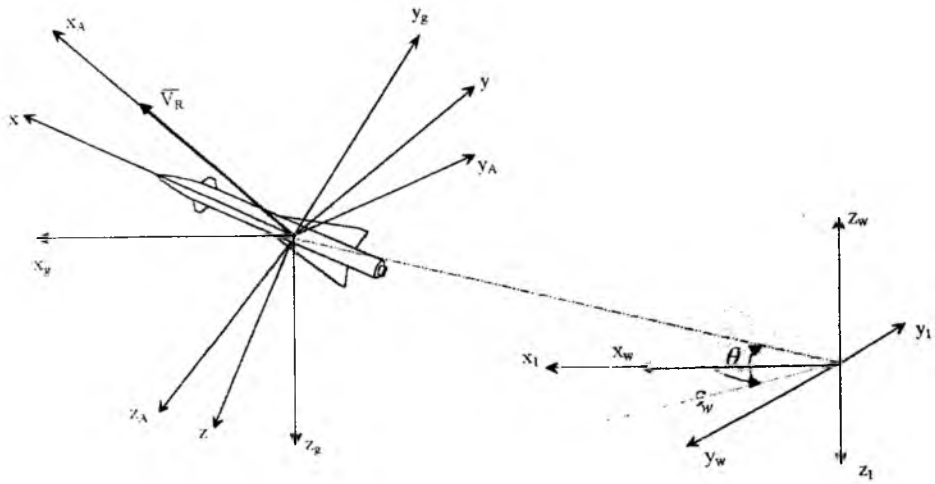
W pracy przeanalizowano, dla przyjętego modelu fizycznego, równania ruchu rakiety naprowadzanej wiązką na manewrujący w przestrzeni cel.

Jako rakietę testową brano pod uwagę rakietę klasy „Roland" naprowadzaną z Ziemi za pomocą wiązki prowadzącej. Schemat tego sposobu naprowadzania pokazuje rysunek 1.

Model fizyczny rakiety przyjęty w pracy jest następujący:

- rakieta jest nieodkształcalnym układem mechanicznym o sześciu stopniach swobody;
- jej masa i środek masy zmieniają się podczas lotu;
- sterowanie rakietą odbywa się w kanale pochylania i odchylania, natomiast w kanale przechylania rakieta stabilizowana jest samoczynnie układem girolotek.

Ruch rakiety rozpatrujemy w inercjalnym układzie odniesienia sztywno związanym z Ziemią $O_1x_1y_1z_1$. Inne układy pomocnicze zostały pokazane na rysunku 1.



Rys.1. Przyjęte układy odniesienia rakiety naprowadzanej wiązką

2. Związki kinematyczne

Kinematyczne związki określające zależności na położenie i prędkość wiązki naprowadzającej dane są wzorami:

$$\varepsilon_w = \operatorname{arc\,tg} \frac{y_{1C}}{x_{1C}}, \qquad \theta_w = \arcsin \frac{-z_{1C}}{r_C}. \tag{1}$$

$$\dot{\varepsilon}_w = \frac{V_C}{r_C} \frac{\sin \gamma_{Cw} \cos \eta_{Cw}}{\cos \theta_w}, \qquad \dot{\theta}_w = \frac{V_C}{r_C} \sin \gamma_{Cw} \sin \eta_{Cw}. \tag{2}$$

Jak widać są one zależne jedynie od położenia i manewrów celu (wyrażenia z indeksem 'C').

Warunek osiągalności celu przez rakietę, w postaci ogólnej, wyraża się następująco:

$$V_R > V_C \frac{\cos \gamma_{Cw}}{\cos \gamma_{Rw}} \tag{3}$$

System sterowania pocisku rakietowego został opracowany w ten sposób, że w czasie lotu odczytywane są bieżące parametry ruchu rakiety, a następnie porównywane są one z parametrami zadanymi, czyli idealnymi parametrami ruchu rakiety, wynikającymi z ruchu wiązki podążającej za celem.

Związki kinematyczne wyznaczające rzeczywiste parametry ruchu rakiety odczytywane są automatycznie przez stację radiolokacyjną na Ziemi i jak widać zależą one jedynie od rzeczywistego zachowania się pocisku rakietowego podczas naprowadzania (wyrażenia z indeksem 'R') i tak:

- wektor bieżącego położenia rakiety względem układu ziemskiego $O_1x_1y_1z_1$:

$$\bar{r}_R = x_{1R}\bar{i}_1 + y_{1R}\bar{j}_1 + z_{1R}\bar{k}_1 \tag{4}$$

gdzie: $\bar{i}_1\ \bar{j}_1\ \bar{k}_1$ - wektory jednostkowe układu rakietowego $O_1x_1y_1z_1$.

- wektor prędkości liniowej rakiety w układzie $O_1x_1y_1z_1$:

$$\bar{V}_R = U_{1R}\bar{i}_1 + V_{1R}\bar{j}_1 + W_{1R}\bar{k}_1 \tag{5}$$

- wektor prędkości kątowej:

$$\bar{\Omega}_R = P_R\bar{i} + Q_R\bar{j} + R_R\bar{k} \tag{6}$$

gdzie: $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ - wektory jednostkowe układu rakietowego O_1xyz.

$$\begin{aligned} P_R &= \dot{\phi}_R - \dot{\psi}_R \sin\theta_R \\ Q_R &= \dot{\theta}_R \cos\phi_R + \dot{\psi}_R \sin\phi_R \cos\theta_R \\ R_R &= -\dot{\theta}_R \sin\phi_R + \dot{\psi}_R \cos\phi_R \cos\theta_R \end{aligned} \tag{7}$$

Natomiast parametry zadane zostały wyznaczone z ruchu wiązki naprowadzającej rakietę na cel. Są to idealne parametry ruchu rakiety, czyli takie parametry jakie powinna mieć rakieta aby utrzymać się na wiązce. Wynikają one z rzeczywistego położenia i prędkości rakiety na wiązce oraz z położenia i manewrów wiązki, której ruch kulisty zależny jest od manewrów celu.

- wektor zadanego położenia rakiety na wiązce względem układu ziemskiego $O_1x_1y_1z_1$:

$$r_{Rz} = \sqrt{x_{1Rz}^2 + y_{1Rz}^2 + z_{1Rz}^2} \tag{8}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} x_{1Rz} &= r_R \cos\varepsilon_w \cos\theta_w, \\ y_{1Rz} &= -r_R \sin\varepsilon_w \cos\theta_w, \\ z_{1Rz} &= -r_R \sin\theta_w,. \end{aligned} \tag{9}$$

- wektor zadanej prędkości liniowej, przy idealnym naprowadzaniu:

$$\overline{V}_{Rz} = U_{1Rz}\bar{i}_1 + V_{1Rz}\bar{j}_1 + W_{1Rz}\bar{k}_1. \tag{10}$$

gdzie: $U_{1Rz} = r_R \cos\varepsilon_w \cos\theta_w - 2r_R\,\dot{\varepsilon}_w \sin\varepsilon_w \cos\theta_w - 2r_R\,\dot{\theta}_w \cos\varepsilon_w \sin\theta_w$,

$$V_{1Rz} = -r_R \sin\varepsilon_w \cos\theta_w - 2r_R\,\dot{\varepsilon}_w \cos\varepsilon_w \cos\theta_w + 2r_R\,\dot{\theta}_w \sin\varepsilon_w \sin\theta_w,$$

$$W_{1Rz} = -r \sin\theta_w - 2r_R\,\dot{\theta}_w \cos\theta_w. \tag{11}$$

- wektor prędkości kątowej rakiety dany jest wzorem:

$$\overline{\Omega}_{Rz} = P_{Rz}\bar{i} + Q_{Rz}\bar{j} + R_{Rz}\bar{k} \tag{12}$$

$$P_{Rz} = \dot{\theta}_w \sin\varepsilon_w \cos\psi_{Rz} \cos\theta_{Rz} + \dot{\theta}_w \cos\varepsilon_w \sin\psi_{Rz} \cos\theta_{Rz} + \dot{\varepsilon}_w \sin\theta_{Rz},$$

$$Q_{Rz} = \dot{\theta}_w \sin\varepsilon_w (\sin\phi_{Rz} \cos\psi_{Rz} \sin\theta_{Rz} - \sin\psi_{Rz} \cos\phi_{Rz}) + \tag{13}$$

$$+ \dot{\theta}_w \cos\varepsilon_w (\sin\phi_{Rz} \sin\theta_{Rz} \sin\psi_{Rz} + \cos\psi_{Rz} \cos\phi_{Rz}) - \dot{\varepsilon}_w \cos\theta_{Rz} \sin\phi_{Rz},$$

$$R_{Rz} = \dot{\theta}_w \sin\varepsilon_w (\cos\phi_{Rz} \cos\psi_{Rz} \sin\theta_{Rz} + \sin\psi_{Rz} \sin\phi_{Rz}) +$$

$$+ \dot{\theta}_w \cos\varepsilon_w (\cos\phi_{Rz} \sin\theta_{Rz} \sin\psi_{Rz} - \sin\phi_{Rz} \cos\psi_{Rz}) - \dot{\varepsilon}_w \cos\phi_{Rz} \cos\theta_{Rz}.$$

- zadany kąt natarcia:

$$\alpha_{Rz} = \frac{mg\cos(\theta_w + \arcsin\frac{r_R\,\dot{\theta}_w}{V_R})}{\frac{1}{2}\rho S_R V_R^2 \frac{\delta C_x}{\delta\beta} + T_R}, \tag{14}$$

- zadany kąt ślizgu:

$$\beta_{Rz} = \frac{T_R - mg\sin(\theta_w + \arcsin\frac{r_R\,\dot{\theta}_w}{V_R})}{\frac{1}{2}\rho S_R V_R^2 \frac{\delta C_z}{\delta\beta}}, \tag{15}$$

- zadany kąt pochylania:

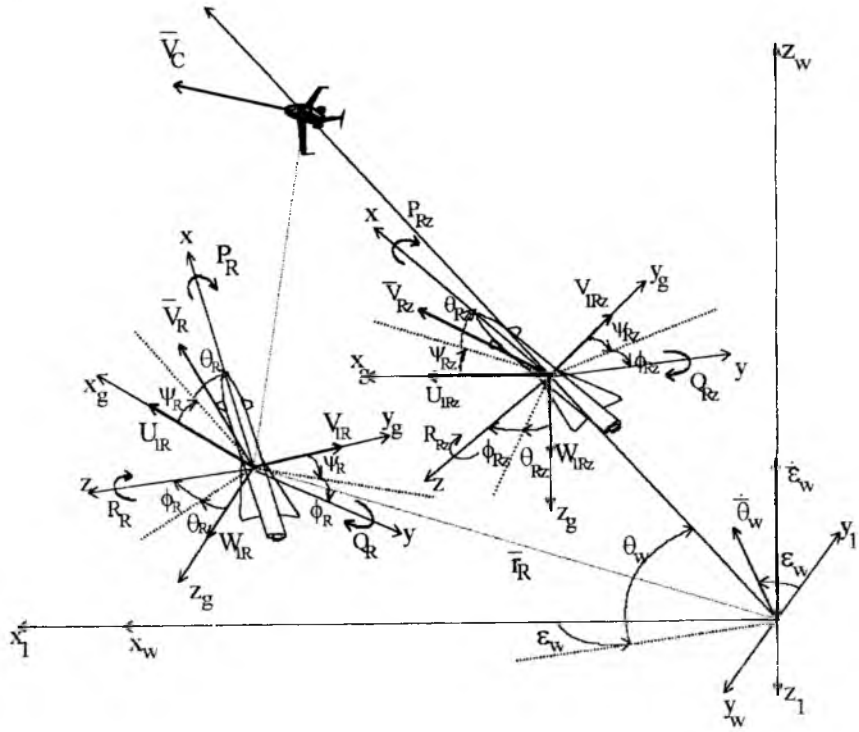
$$\theta_{Rz} = \theta_w + \gamma_{Rw1} + \alpha_{Rw} = \tag{16}$$

$$= \theta_w + arc\sin\frac{r_R\,\dot{\theta}_w}{V_R} + \frac{mg\cos(\theta_w + arc\sin\frac{r_R\,\dot{\theta}_w}{V_R})}{\frac{1}{2}\rho S_R V_R^2 \frac{\delta C_z}{\delta\alpha} + T_R},$$

- zadany kąt odchylania:

$$\psi_{Rz} = \varepsilon_w + \gamma_{Rw2} + \beta_{Rw} = \tag{17}$$

$$= \varepsilon_w + arc\sin\frac{r_R\,\dot{\varepsilon}_w\cos\theta_w}{V_R} + \frac{T_R - mg\sin(\theta_w + arc\sin\frac{r_R\,\dot{\theta}_w}{V_R})}{\frac{1}{2}\rho S_R V_R^2 \frac{\delta C_x}{\delta\beta}}.$$



Rys.2. Parametry lotu rakiety naprowadzanej wiązką

3. Prawa sterowania

W rozpatrywanym zagadnieniu rakieta traktowana jest jako obiekt nieodkształcalny, o sześciu stopniach swobody. Na ruch układu zostały nałożone dwa równania więzów nieholonomicznych stanowiących prawa sterowania pocisku rakietowego. Sterowanie rakietą odbywa się w dwóch kanałach: pochylania θ_R przez wychylenie steru wysokości δ_H i odchylania ψ_R przez wychylenie steru kierunku δ_V. W kanale przechylania ϕ_R rakieta stabilizowana jest samoczynnie girolotkami, natomiast w kanale prędkości nie występuje sterowanie.

I tak prawo sterowania w kanale pochylania na postać następującą:

$$K_x^H(x_{1R}-x_{1Rz})+K_z^H(z_{1R}-z_{1Rz})+K_U^H(\dot{x}_{1R}-\dot{x}_{1Rz})+K_W^H(\dot{z}_{1R}-\dot{z}_{1Rz})+$$
$$+K_Q^H(Q_R-Q_{Rz})+K_\theta^H(\theta_R-\theta_{Rz})+\delta_H=0 \tag{18}$$

a prawo sterowania w kanale odchylania:

$$K_y^V(x_{1R}-x_{1Rz})+K_v^V(y_{1R}-y_{1Rz})+K_U^V(\dot{x}_{1R}-\dot{x}_{1Rz})+K_V^V(\dot{y}_{1R}-\dot{y}_{1Rz})+$$
$$+K_\ell^R(R_R-R_{Rz})+K_\psi^V(\psi_R-\psi_{Rz})+\delta_V=0 \tag{19}$$

gdzie: K_i^H - współczynniki wzmocnienia w kanale pochylania,
K_i^V - współczynniki wzmocnienia w kanale odchylania.

Otrzymane prawa sterowania określają związki między wychyleniami sterów wysokości oraz kierunku, a parametrami zadanymi wynikającymi z naprowadzania i bieżącymi parametrami opisującymi zachowanie się pocisku rakietowego. Wystąpienie różnic między parametrami realizowanymi i zadanymi wyznacza wychylenie sterów, co z kolei powoduje zmianę sił sterujących i powrót rakiety na zadany tor, w strefę równych sygnałów wiązki. W ten oto sposób opisane prawa sterowania wyznaczają tor lotu rakiety oraz jej zachowanie się na torze.

4. Równania przestrzennego ruchu rakiety

W celu wyznaczenia równań ruchu rakiety skrępowanej więzami nieholonomicznymi posłużono się równaniami Maggiego ruchu układów nieholonomicznych we współrzędnych uogólnionych, których ogólna postać jest następująca:

$$\sum_{\sigma=1}^{k} C_{i\sigma}\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}_\sigma}\right)-\frac{\partial T^*}{\partial q_\sigma}\right]=\sum_{\sigma=1}^{k} C_{i\sigma}Q_\sigma\,, \qquad \sigma=1,\dots,k\ ,\ i=1,\dots,l \tag{20}$$

$$l=k-b$$

Dołączając do nich związki na prędkości uogólnione $\dot{q}_\sigma=\sum_{\sigma=1}^{k} C_{i\sigma}\,e_i+G_\sigma$ otrzymamy układ k równań z k niewiadomymi funkcjami czasu.

gdzie: k - liczba niezależnych współrzędnych uogólnionych,
l - liczba niezależnych prędkości uogólnionych,
b - liczba równań więzów nieholonomicznych,
T^* - energia kinetyczna układu wyrażona w qasiprędkościach [1,3],
Q_σ - siły uogólnione wyrażone w qasiwspółrzędnych [1,3],
$\dot{e}_i$ - charakterystyki kinematyczne,
$C_{i\sigma}$ - współczynniki równań Maggiego.

W naszym przypadku rakietę traktujemy jako układ o sześciu stopniach swobody, czyli liczba niezależnych współrzędnych uogólnionych k=6. Na ruch układu zostały nałożone dwa równania więzów kinematycznych (b=2), czyli liczba niezależnych prędkości uogólnionych maleje do czterech (l=4), tzn. istnieją cztery charakterystyki kinematyczne.

I tak niezależne współrzędne uogólnione mają postać:

$$q_1 = x_{1R}, \quad q_2 = y_{1R}, \quad q_3 = z_{1R}, \quad q_4 = \phi_R, \quad q_5 = \theta_R, \quad q_6 = \psi_R.$$

Prędkości uogólnione wyrażone poprzez charakterystyki:

$$\begin{aligned}
\dot{q}_1 &= \dot{x}_{1R} = \dot{e}_1 \\
\dot{q}_2 &= \dot{y}_{1R} = \dot{e}_2 \\
\dot{q}_3 &= \dot{z}_{1R} = \dot{e}_3 \\
\dot{q}_4 &= \dot{\phi}_R = \dot{e}_4, \\
\dot{q}_5 &= \dot{\theta}_R = \left(\frac{K_U^H}{K_R^V}\sin q_4 - \frac{K_U^H}{K_Q^H}\cos q_4\right)\dot{e}_1 + \frac{K_V^V}{K_R^V}\sin q_4\,\dot{e}_2 - \frac{K_W^H}{K_Q^H}\cos q_4\,\dot{e}_3 + G_5 \\
\dot{q}_6 &= \dot{\psi}_R = -\left(\frac{K_U^H}{K_Q^H}\frac{\sin q_4}{\cos q_5} + \frac{K_U^V}{K_R^V}\frac{\cos q_4}{\cos q_5}\right)\dot{e}_1 - \frac{K_V^V}{K_R^V}\frac{\cos q_4}{\cos q_5}\dot{e}_2 - \frac{K_W^H}{K_Q^H}\frac{\sin q_4}{\cos q_5}\dot{e}_3 + G_6
\end{aligned} \tag{21}$$

Z równań na prędkości uogólnione poprzez odpowiednie różniczkowania k-tej prędkości uogólnionej po l-tej charakterystyce kinematycznej zostały wyznaczone współczynniki równań Maggiego, które w postaci macierzowej mają postać:

$$C_{i\sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_U^V}{K_R^V}\sin\theta_R - \frac{K_U^H}{K_Q^H}\cos\theta_R & -\frac{K_U^H}{K_Q^H}\frac{\sin\theta_R}{\cos\psi_R} - \frac{K_U^V}{K_R^V}\frac{\cos\theta_R}{\cos\psi_R} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{K_V^V}{K_R^V}\sin\theta_R & -\frac{K_V^V}{K_R^V}\frac{\cos\theta_R}{\cos\psi_R} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{K_W^H}{K_Q^H}\cos\theta_R & -\frac{K_W^H}{K_Q^H}\frac{\sin\theta_R}{\cos\psi_R} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

Po podstawieniu obliczonych współczynników do równań Maggiego otrzymamy cztery dynamiczne równania ruchu:

1)

$$\begin{aligned} &[\frac{d}{dt}(\frac{\partial T_R^*}{\partial x_{1R}}) - \frac{\partial T_R^*}{\partial x_{1R}}] + (\frac{K_U^V}{K_R^V}\sin\theta_R - \frac{K_U^H}{K_Q^H}\cos\theta_R)[\frac{d}{dt}(\frac{\partial T_R^*}{\partial \theta_R}) + \\ &-(\frac{K_U^H}{K_Q^H}\frac{\sin\theta_R}{\cos\psi_R} + \frac{K_U^V}{K_R^V}\frac{\cos\theta_R}{\cos\psi_R})[\frac{d}{dt}(\frac{\partial T_R^*}{\partial \psi_R}) - \frac{\partial T_R^*}{\partial \psi_R}] = Q_1 + (\frac{K_U^V}{K_R^V}\sin\theta_R - \frac{K_U^H}{K_Q^H}\cos\theta_R)Q_5 + \\ &-(\frac{K_U^H}{K_Q^H}\frac{\sin\theta_R}{\cos\psi_R} + \frac{K_U^V}{K_R^V}\frac{\cos\theta_R}{\cos\psi_R})Q_6, \end{aligned} \tag{23}$$

2)

$$\begin{aligned} &[\frac{d}{dt}(\frac{\partial T_R^*}{\partial y_{1R}}) - \frac{\partial T_R^*}{\partial y_{1R}}] + \frac{K_V^V}{K_R^V}\sin\theta_R[\frac{d}{dt}(\frac{\partial T_R^*}{\partial \theta_R}) - \frac{\partial T_R^*}{\partial \theta_R}] - \frac{K_V^V}{K_R^V}\frac{\cos\theta_R}{\cos\psi_R}[\frac{d}{dt}(\frac{\partial T_R^*}{\partial \psi_R}) - \frac{\partial T_R^*}{\partial \psi_R}] = \\ &Q_2 + \frac{K_V^V}{K_R^V}\sin\theta_R Q_5 - \frac{K_V^V}{K_R^V}\frac{\cos\theta_R}{\cos\psi_R}Q_6, \end{aligned} \tag{24}$$

3)

$$\begin{aligned} &[\frac{d}{dt}(\frac{\partial T_R^*}{\partial z_{1R}}) - \frac{K_W^H}{K_Q^H}\cos\theta_R[\frac{d}{dt}(\frac{\partial T_R^*}{\partial \theta_R}) - \frac{\partial T_R^*}{\partial \theta_R}] - \frac{K_W^H}{K_Q^H}\frac{\sin\theta_R}{\cos\psi_R}[\frac{d}{dt}(\frac{\partial T_R^*}{\partial \psi_R}] = \\ &= Q_3 - \frac{K_W^H}{K_Q^H}\cos\theta_R Q_5 - \frac{K_W^H}{K_Q^H}\frac{\sin\theta_R}{\cos\psi_R}Q_6, \end{aligned} \tag{25}$$

4)

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial T_R^*}{\partial \phi_R}) - \frac{\partial T_R^*}{\partial \phi_R} = Q_4. \tag{26}$$

Są to równania zwyczajne nieliniowe, drugiego rzędu, które wraz z dwoma równaniami więzów nieholonomicznych tworzą układ sześciu równań ruchu dynamiki rakiety z sześcioma niezależnymi funkcjami czasu

$x_{1R}, y_{1R}, z_{1R}, \phi_{1R}, \theta_{1R}, \psi_{1R}$, które w sposób jednoznaczny określają zachowanie rozważanego modelu. Doskonale widoczne jest tutaj silne sprzężenie dynamicznych równań ruchu rakiety z prawami sterowania (3),(4) poprzez współczynniki wzmocnienia oraz parametry ruchu pocisku rakietowego.

Oczywiście do równań tych należy podstawić odpowiednie wielkości wyrażające siły uogólnione działające na rakietę w locie oraz pochodne energii kinetycznej rakiety. Otrzymamy wówczas równania w postaci:

$$
\begin{aligned}
& m\dot{U}_R - \frac{K_U^V}{K_R^V} S_x \dot{V}_R + \frac{K_U^H}{K_Q^H} S_x \dot{W}_R + \left(\frac{K_U^V}{K_R^V}\cos\phi_R + \frac{K_U^H}{K_Q^H}\sin\phi_R\right) J_x \dot{P}_R \operatorname{tg}\theta_R + \\
& - \frac{K_U^H}{K_Q^H} J_y \dot{Q}_R - \frac{K_U^V}{K_R^V} J_y \dot{R}_R + \frac{K_U^V}{K_R^V}(J_x - J_y) P_R Q_R + \frac{K_U^H}{K_Q^H}(J_y - J_x) P_R R_R + \\
& + \frac{K_U^H}{K_Q^H} S_x P_R V_R + \frac{K_U^V}{K_R^V} S_x P_R W_R + \left(\frac{K_U^V}{K_R^V}\cos\phi_R + \frac{K_U^H}{K_Q^H}\sin\phi_R\right) S_x Q_R V_R \operatorname{tg}\theta_R + \\
& + \left(\frac{K_U^V}{K_R^V}\cos\phi_R + \frac{K_U^H}{K_Q^H}\sin\phi_R\right) S_x R_R W_R \operatorname{tg}\theta_R = T_R \cos\theta_R \cos\psi_R + \\
& - \frac{1}{2}\rho S_R V_R^2 [C_x \cos(\theta_R + \alpha)\cos(\psi_R + \beta) + C_y \cos(\theta_R + \alpha)\sin(\psi_R + \beta) + \\
& + C_z \sin(\theta_R + \alpha_R)] - \left(\frac{K_U^V}{K_R^V}\sin\theta_R - \frac{K_U^H}{K_Q^H}\cos\theta_R\right)[M^g + M_y + \\
& M_Q(\dot{\theta}_R \cos\phi_R + \dot{\psi}_R \sin\phi_R \cos\theta_R) + M_{\delta_H}\delta_H] - \left(\frac{K_U^H}{K_Q^H}\frac{\sin\theta_R}{\cos\psi_R} + \right. \\
& \left. + \frac{K_U^V}{K_R^V}\frac{\cos\theta_R}{\cos\psi_R}\right)[M_z + N_R(-\dot{\theta}_R \sin\phi_R + \dot{\psi}_R \cos\phi_R \cos\theta_R) + N_{\delta_V}\delta_V],
\end{aligned}
\tag{27}
$$

$$
\begin{aligned}
& \left(m - \frac{K_V^V}{K_R^V} S_x\right)\dot{V}_R + \frac{K_V^V}{K_R^V} J_x \dot{P}_R \cos\phi_R \operatorname{tg}\theta_R + \left(S_x - \frac{K_V^V}{K_R^V} J_y\right)\dot{R}_R + \\
& + \frac{K_V^V}{K_R^V}(J_x - J_y) P_R Q_R + \frac{K_V^V}{K_R^V} S_x P_R W_R + \frac{K_V^V}{K_R^V} S_x Q_R V_R \cos\phi_R \operatorname{tg}\theta_R + \\
& + \frac{K_V^V}{K_R^V} S_x R_R W_R \cos\phi_R \operatorname{tg}_R = T \sin\psi_R + \frac{1}{2}\rho S_k V_R^2 [-C_x \sin(\beta_R + \psi_R) + \\
& + C_y \cos(\beta_R + \psi_R)] + Y_R R + Y_{\delta V}\delta_V + \frac{K_V^V}{K_R^V}\sin\phi_R \{-mgx_c +
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+\frac{1}{2}\rho S_k V_R^2 l_c[-C_{mx}\sin(\beta_R+\psi_R)+C_{my}\cos(\beta_R+\psi_R)]+M_Q Q+M_{\delta H}\delta_H\}- \\
&-\frac{K_V^V}{K_R^V}\frac{\cos\phi_R}{\cos\theta_R}\{-\frac{1}{2}\rho S_k V_R^2 l_c[C_{mx}\sin(\alpha_R+\theta_R)\cos(\beta_R+\psi_R)+ \\
&+C_{my}\sin(\alpha_R+\theta_R)\sin(\beta_R+\psi_R)+C_{mz}\cos(\alpha_R+\theta_R)]+N_R R+N_{\delta V}\delta_V\}
\end{aligned}
\tag{28}
$$

$$
\begin{aligned}
&(m+\frac{K_W^H}{K_Q^H}S_x)\dot{W}_R+\frac{K_W^H}{K_Q^H}J_x\dot{P}_R\sin\phi_R\,\mathrm{tg}\,\theta_R-(S_x+\frac{K_W^H}{K_Q^H}J_y)\dot{\theta}_R+ \\
&+\frac{K_W^H}{K_Q^H}(J_y-J_x)P_R R_R+\frac{K_W^H}{K_Q^H}S_x P_R V_R+\frac{K_W^H}{K_Q^H}S_x Q_R V_R\cos\phi_R\,\mathrm{tg}\,\theta_R+ \\
&+\frac{K_W^H}{K_Q^H}S_x R_R W_R\sin\phi_R\,\mathrm{tg}\,\theta_R=mg-T\sin\theta_R\cos\psi_R- \\
&-\frac{1}{2}\rho S_k V_R^2[C_x\sin(\alpha_R+\theta_R)\cos(\beta_R+\psi_R)+ \\
&+C_y\sin(\alpha_R+\theta_R)\sin(\beta_R+\psi_R)+C_z\cos(\alpha_R+\theta_R)]+Z_Q Q+ \\
&+Z_{\delta H}\delta_H-\frac{K_W^H}{K_Q^H}\cos\phi_R\{-mgx_c+\frac{1}{2}\rho S_k V_R^2 l_c[-C_{mx}\sin(\beta_R+\psi_R)+ \\
&+C_{my}\cos(\beta_R+\psi_R)]+M_Q Q+M_{\delta H}\delta_H\}- \\
&-\frac{K_W^H}{K_Q^H}\frac{\sin\phi_R}{\cos\theta_R}\{-\frac{1}{2}\rho S_k V_R^2 l_c[C_{mx}\sin(\alpha_R+\theta_R)\cos(\beta_R+\psi_R)+ \\
&+C_{my}\sin(\alpha_R+\theta_R)\sin(\beta_R+\psi_R)+C_{mz}\cos(\alpha_R+\theta_R)]+N_R R+N_{\delta V}\delta_V\}
\end{aligned}
\tag{29}
$$

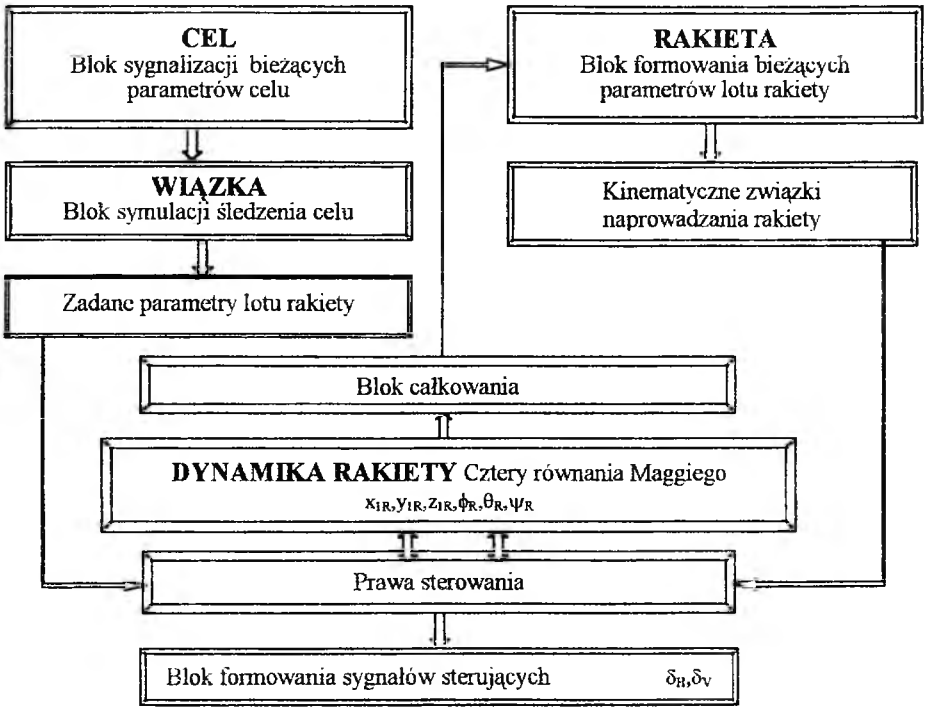
$$
\begin{aligned}
&J_x\dot{P}_R+S_x Q_R V_R+S_x R_R W_R=-\frac{1}{2}\rho S_k V_R^2 l_c[C_{mx}\cos(\alpha_R+\theta_R)\cos(\beta_R+\psi_R)+ \\
&+C_{my}\cos(\alpha_R+\theta_R)\sin(\beta_R+\psi_R)-C_{mz}\sin(\alpha_R+\theta_R)]+L_P P
\end{aligned}
\tag{30}
$$

W układzie równań (27)-(30) widoczne jest silne powiązanie dynamiki rakiety z więzami nieholonomicznymi (18),(19) i związkami kinematycznymi $\Omega_R[P_R,Q_R,R_R]$, $V_R[U_{1R},V_{1R},W_{1R}]$(4)-(7) oraz parametrami zadanymi wynikającymi z kinematyki naprowadzania rakiety na cel (8)-(17).

5.Wnioski

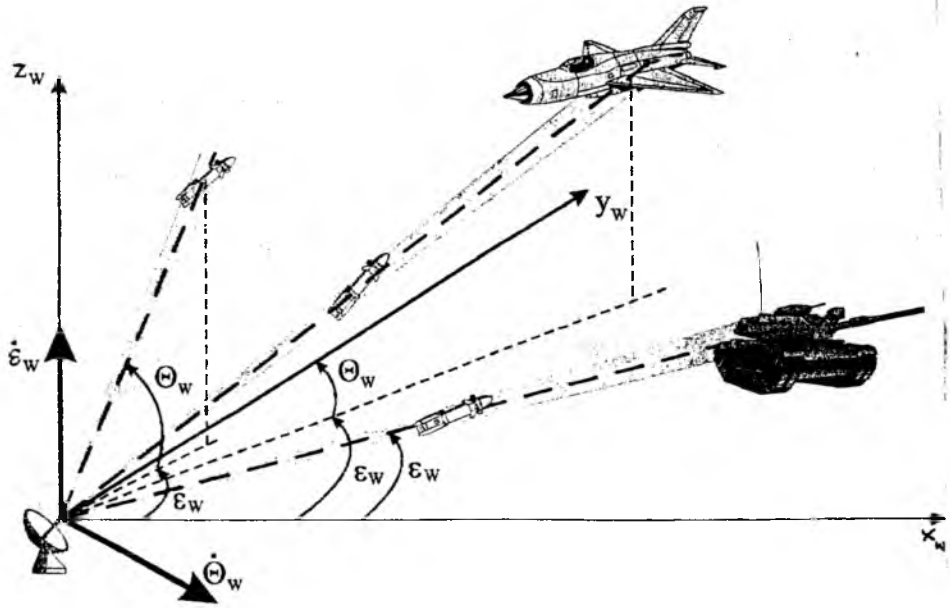
Stosując równania Maggiego dla układów nieholonomicznych we współrzędnych uogólnionych wyprowadzono dynamiczne równania ruchu rozważanej rakiety. Dołączono do nich związki kinematyczne rakiety i prawa sterowania, oraz uzyskane związki kinematyczne zachodzące między rakietą i celem podczas lotu w fazie naprowadzania, jako parametry zadane. Ruch rakiety, zgodnie z równaniami Maggiego, rozpatrywano w układzie odniesienia związanym z Ziemią o początku w biegunie ruchu kulistego anteny radiolokatora.

W ten sposób otrzymaliśmy pełny dynamiczny model ruchu rakiety naprowadzanej wiązką. Poprzez powiązanie ruchu rakiety, związków kinematycznych jej ruchu, z ruchem wiązki śledzącej cel, czyli z parametrami zadanymi rakiety, uzyskaliśmy model matematyczny dynamiki ruchu rakiety zawierający silne sprzężenie równań ruchu rakiety z prawami sterowania (rys.3) które pozwala na efektywne sterowanie rakietą i precyzyjne naprowadzanie jej na cel poprzez dobór odpowiednich współczynników wzmocnienia sygnałów sterujących.



Rys.3. Schemat blokowy naprowadzania rakiety wiązką

Uzyskane równania stanowią podstawę do dalszych badań własności dynamicznych rakiety i pełnej symulacji lotu. Są to równania uniwersalne, można je stosować do wszystkich rakiet naprowadzanych metodą trójpunktową na manewrujący w przestrzeni obiekt, tak latający, jak naziemny czy nawodny [1,2] (rys.4).



Rys.4. Przykłady naprowadzania rakiety metodą wiązki prowadzącej

Literatura

1. ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ E. *Modelowanie i symulacja numeryczna lotu rakiety sterowanej klasy ziemia-powietrze naprowadzanej wiązką z zastosowaniem praw sterowania jako więzów nieholonomicznych* Praca doktorska, promotor prof. J.Maryniak, nie publikowana.

3. ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ E. MARYNIAK J: *Modelowanie ruchu rakiety p-panc naprowadzanej wiązką z zastosowaniem praw sterowania jako więzów nieholonomicznych - równania Maggi.* Problemy Techniki Uzbrojenia i Radiolokacji. Rok XXIV, z.55. Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, Zielonka 1995r. (str.63-73)

4. ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ E. MARYNIAK J. *Równania Maggi w modelowaniu*

matematycznym - związki kinematyczne wiązki naprowadzającej sterowany obiekt ruchomy jako więzy nieholonomiczne, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej Politechniki Śląskiej, z.3/97, Gliwice 1997.

5. ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ E. MARYNIAK J. *Wyznaczanie zadanych parametrów kinematycznych lotu sterowanej automatycznie rakiety naprowadzanej wiązką.* Materiały VII Konferencji Naukowo-Technicznej „Problemy rozwoju, produkcji i eksploatacji techniki uzbrojenia" Rok XXVII, z.64. Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, Rynia 1998r. (str.95-104)

6. MARYNIAK J, ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ E. *Modelowanie dynamiki sterowanej rakiety naprowadzanej wiązką na manewrujący cel - równania Maggi dla układów nieholonomicznych,* Materiały I Konferencji Uzbrojeniowej "Naukowe aspekty techniki uzbrojenia", Solina 1996, Część II, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa 1996, str. 13-26.

7. MARYNIAK J. *Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu.* IV Ogólnopolska Konferencja „Mechanika w lotnictwie", Warszawa 1990.

DYNAMICAL EQUATIONS OF A 3D FLIGHT OF AN AUTOMATICALLY CONTROLLED GROUND-TO-AIR ROCKET GUIDED ON TO AN MANOEUVERICY FLYING OBJECT

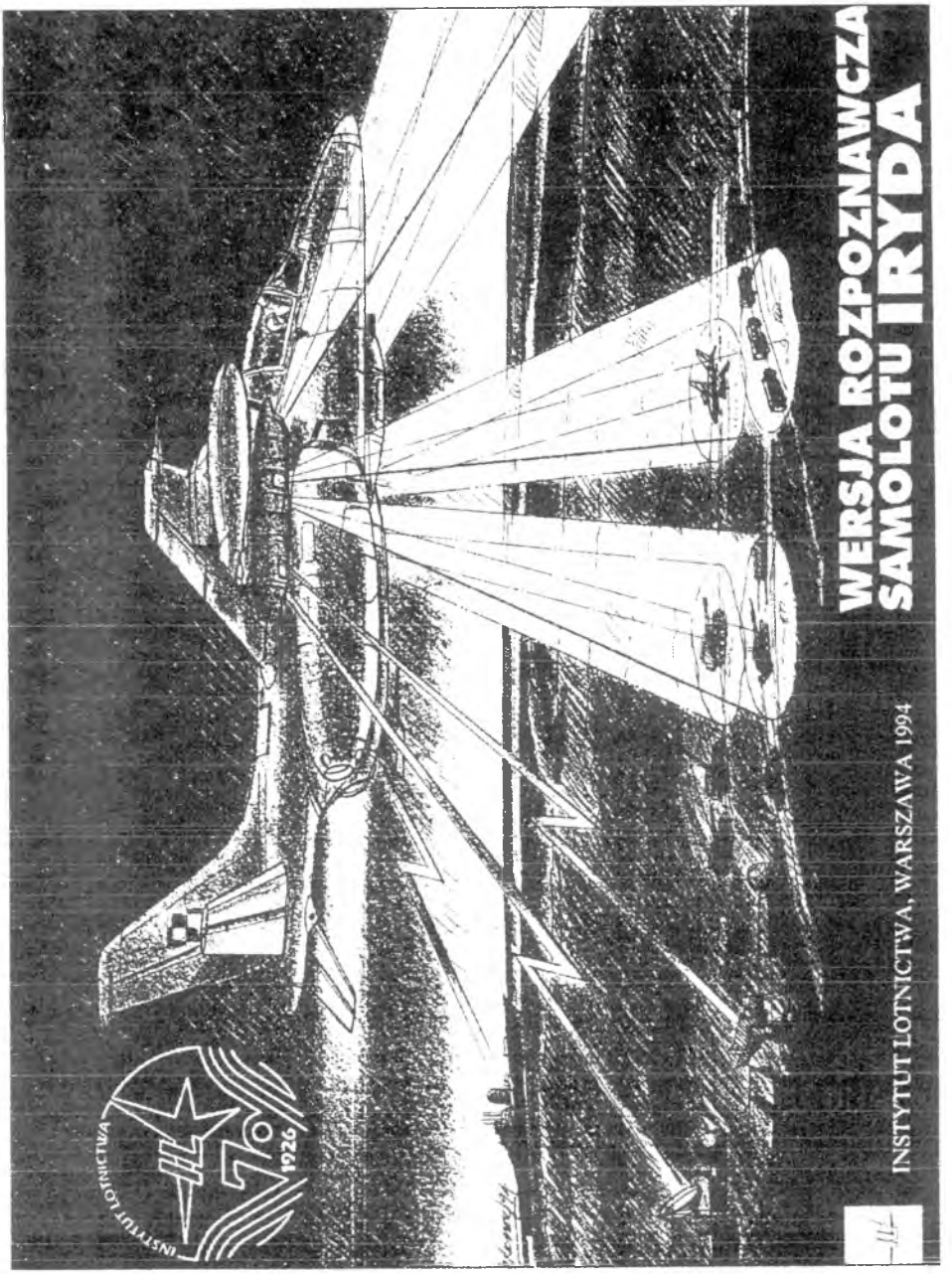
EDYTA ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ
JARZY MARYNIAK

Warsaw University of Technology

A method of determination of dynamical equations of a 3D flight of a ground-to-air rocket under automatic control and beam guidanto onto an object manoeuveriny in 3D space has been presented in the work. The well known equations of analytical mechanics having the form of Maggy equations for non-holonomic systems in generalised co-ordinates have been used when derivicy the equations.

Praca zrealizowana w ramach projektu badawczego KBN nr 9T12C 018 13

INSTYTUT LOTNICTWA



Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

WYZNACZANIE OPTYMALNYCH PARAMETRÓW I OBSZARÓW SPECJALIZACJI SAMOLOTÓW REALIZUJĄCYCH ZAŁOŻONY ZBIÓR ZADAŃ

ANDRZEJ MAJKA[1]

Zakład Samolotów, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów

W pracy przedstawiono algorytm optymalnego doboru wybranych parametrów konstrukcyjnych samolotu oraz optymalnego podziału zbioru różnorodnych zadań pomiędzy samoloty niejednorodnego systemu. Dla zilustrowania zagadnienia przedstawiono przykład obliczeniowy polegający na optymalnym doborze kilku podstawowych parametrów konstrukcyjnych samolotów realizujących założony zbiór zadań oraz na wyznaczeniu optymalnych obszarów specjalizacji dla każdego z nich.

1. Wstęp

Cechą charakterystyczną pojedynczych samolotów i ich zbiorów, składających się na określony park lotniczy jest wielozadaniowość i wykorzystywanie ich w ramach większych systemów. Przejawia się ona rozmaitością celów, które musi zrealizować park samolotów (np. linia lotnicza), oraz różnorodnością warunków jego funkcjonowania. To właśnie definiuje wielozadaniowy (uniwersalny) charakter zastosowania samolotów.

Dla samolotu o ustalonych parametrach najwyższa jakość jest osiągana z reguły w jednym, określonym zadaniu. Natomiast przy wykonywaniu wszystkich innych zadań, jednorodnych lub niejednorodnych, samolot zawsze traci na jakości z punktu widzenia osiągnięcia celu. Tego rodzaju strata charakteryzuje poziom uniwersalności przy wykonywaniu poszczególnych zadań. Drogą do zwiększenia efektywności dla użytego wskaźnika jest zastosowanie samolotu o parametrach optymalnych oraz wykorzystywanie go nie w całym obszarze możliwych zastosowań, lecz w obszarze zawężonym (specjalizacja). Powoduje to konieczność znalezienia optymalnych parametrów każdego samolotu, a także optymalnego rozkładu zadań pomiędzy „konkurującymi" samolotami w celu

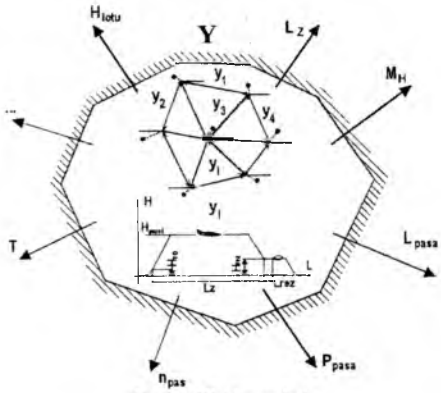
[1] *Ul. W. Pola 2, 35-021 Rzeszów, e-mail: andemajk@prz.rzeszow.pl*

wyznaczenia obszarów najbardziej efektywnego zastosowania każdego z nich.

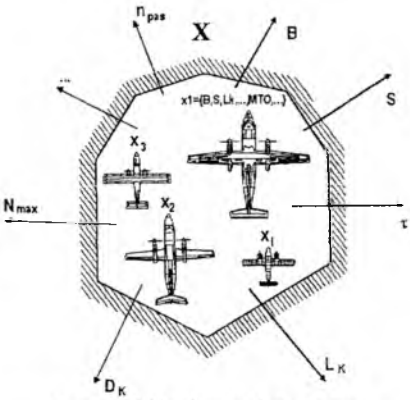
Optymalizacja wielozadaniowego systemu lotniczego polega na wyborze jego charakterystyk w sposób zapewniający minimalizację wskaźnika jakości całego systemu. Traktując elementy sytemu jako niezależne możemy znaleźć rozwiązanie ogólnego zadania optymalizacji systemu wielozadaniowego poprzez rozwiązanie szeregu prostszych zadań optymalizacji parametrów samolotów wchodzących w skład systemu i znalezienie obszarów specjalizacji dla każdego z nich.

Pierwsze zadanie polegające na znalezieniu optymalnych parametrów samolotów wchodzących w skład systemu rozwiązywane jest klasycznymi metodami optymalizacji statycznej.

W celu rozwiązania zadania drugiego, polegającego na znalezieniu optymalnych obszarów specjalizacji należy stworzyć odpowiedni algorytm wykorzystujący specyficzne własności sytemu lotniczego i wskaźnika efektywności. Schematycznie zadanie to zostało przedstawione na rysunkach 1 i 2.



Rys.1 Zbiór zadań

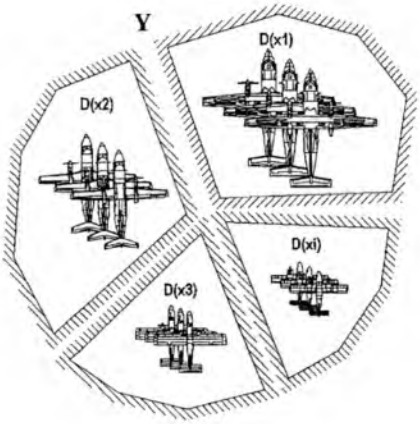


Rys. 2 Zbiór elementów sytemu

Rozwiązanie zadania polega na znalezieniu dla każdego samolotu ze zbioru *X* obszaru specjalizacji będącego podzbiorem zbioru zadań *Y* rys. 3.

Z powyższych rozważań wynika, że pojedyncze samoloty lub ich zbiory mogą być traktowane jako systemy wielozadaniowe, o następujących własnościach:

- Każdy z analizowanych systemów funkcjonuje w różnorodnych warunkach i jest wykorzystywany do różnych zadań. Jest również projektowany i wykonywany w warunkach nieokreśloności celów.
- Różnorodność celów do wypełnienia których wykorzystuje się systemy lotnicze, implikuje konieczność stosowania różnorodnych wskaźników oceny ich efektywności, odzwierciedlających różne punkty widzenia.
- W ramach systemu jego elementy współdziałają między sobą współpracując (elementy jednotypowe) lub konkurując (elementy różnych typów).



Rys. 3. Rozwiązanie zadania optymalnego podziału

2. Model matematyczny prostego systemu wielozadaniowego

Wprowadzono zbiór zewnętrzny Y i zbiór strategii X, zbiór m dowolnych elementów

$$x_i \in X \quad i = 1, \dots, m \tag{1}$$

nazwano strategią A:

$$A = \{x_i\} \subset X \text{ gdzie } i = 1, \dots, m \tag{2}$$

Na zbiorze Y zdefiniowano całkowitoliczbowa funkcję przydziału $E(Y)$, przyjmującą wartości 1, 2, ... , m. Wówczas każdemu elementowi $x_i \in X$, $i = 1, \dots, m$ odpowiada w Y jego obszar specjalizacji D_i, w punktach którego funkcja przydziału przybiera wartość równą i:

$$D_i = \{y \in Y ; E(y) = i\} \ , \quad i = 1, \dots, m. \tag{3}$$

Obszary specjalizacji spełniają warunki

$$D_i \cap D_k = \varnothing \ , \quad \forall\, i,k = 1,\dots,m \ , \quad i \neq k \ , \quad \bigcup_{i=1}^{m} D_i = Y \tag{4}$$

Trzy elementy przedstawionego modelu matematycznego $[Y, A, E(y)]$ nazwano prostym systemem wielozadaniowym. Określone zostaną wektorowe funkcjonały (w przypadkach szczególnych funkcje)

$$f = f\left(x, y, \mathrm{M}\left(D_{\mathrm{E}(y)}\right)\right) \text{ gdzie } f = \left(f^1, f^2, \dots, f^s\right) \tag{5}$$

wartości których wyznacza się na podstawie $x \in X$, $y \in Y$ i miary $\mathrm{M}(D_{E(y)})$ obszaru specjalizacji (zakłada się, że Y jest mierzalne), do którego należy $y \in Y$. Składniki $f^1, f^2, \dots, f^s$ nazywa się wskaźnikami efektywności wykonania zada-

nia $y \in Y$ przez element $x \in A$. Obszar zbioru Y, w którym określone są funkcje (5) oznaczony będzie przez $J(x)$. Wynika stąd, że musi zachodzić związek

$$D_j \subset J(x) \quad \forall j = 1,\ldots,m \quad x_j \in X \tag{6}$$

Wektor efektywności całego systemu wielozadaniowego można zapisać w postaci:

$$f = f(Y, A, E(y)) \quad \text{gdzie} \quad f = (f^1, f^2, \ldots, f^s) \tag{7}$$

Zadanie optymalizacji systemu wielozadaniowego polega na wyborze jego charakterystyk z punktu widzenia minimalizacji wektora efektywności (7). W artykule zajęto się przypadkiem szczególnym tego zadania, gdy:

zbiór Y jest zadany, a należy znaleźć optymalną funkcję rozdziału $\tilde{E}(y)$ i optymalną strategię $\tilde{A}$ - jest to zadanie optymalizacji strategii

$$\mathrm{F}[Y, \tilde{A}, \tilde{E}(y)] = \min_{\substack{E(y) \\ A \subset Y,\, m=\mathrm{const}}} \mathrm{F}[Y, A, E(y)] \tag{8}$$

3. Wskaźnik efektywności

Zadania optymalizacji systemów wielozadaniowych charakteryzują się złożoną strukturą minimalizowanych funkcjonałów, która wynika z wieloekstremalności i wielowymiarowości problemu. Zakładając, że znane są charakterystyki zbioru zadań $y \in Y$, do oceny efektywności całego systemu można posłużyć się sumacyjnym wskaźnikiem efektywności.

Wprowadzenie do modelu matematycznego systemu wielozadaniowego pojęcia funkcji jakości lokalnej $f[x, y, \mu(D)]$ obszaru specjalizacji D_i statku latającego $x_i \in A$, pozwala wyrazić wskaźnik jakości systemu wielozadaniowego poprzez wartości funkcji jakości lokalnej poszczególnych statków x_i systemu A w każdym zadaniu $y \in D_i$:

$$F[Y, A, E(y)] = \sum_{i=1}^{m} \sum_{y \in D_i} f[x_i, y, \mu(D_i)] \quad Y = \bigcup_{i=1}^{m} D_i \tag{9}$$

Ze struktury podanego wyrażenia wynika możliwość przedstawienia wskaźników jakości $F(Y, A, E(y))$ całego systemu poprzez jego wartości w poszczególnych obszarach specjalizacji D_i poszczególnych elementów $x_i \in A$:

$$F[Y, A, E(y)] = \sum_{i=1}^{m} F_\Sigma(D_i, X_i) \tag{10}$$

$$F_\Sigma(D_i, X_i) = \sum_{y \in Di} f[x_i, y, \mu(D_i)] \tag{11}$$

Funkcja jakości lokalnej $f[x_i, y, \mu(D_i)]$ każdego elementu $x_i \in A$ zależy bezpośrednio tylko od wartości jego parametrów, natomiast wpływ na nią innych elementów systemu przejawia się poprzez wartość miary obszaru D_i, wyznaczanej w wyniku optymalnego podziału zbioru zadań między elementy systemu A. W tym sensie przy wykonywaniu zadań jednostkowych $y \in Y$ elementy $x_1,..., x_m$ strategii A są wzajemnie niezależne.

Jakość wykonania jednostkowego zadania transportowego oceniana jest wskaźnikiem względnej mocy transportowej:

$$f[x_i, y, \mu(D_i)] = \frac{M_H}{M_{TO}} \frac{L_Z}{T_{bl}} = \overline{M}_H V_{bl} \tag{12}$$

gdzie M_H - masa handlowa
M_{TO} - masa startowa
L_z - zasięg lotu
T_{bl} - czas blokowy

4. Wyznaczenie optymalnych obszarów specjalizacji

Dane są następujące elementy systemu wielozadaniowego:

- zbiór zadań Y,
- liczba elementów strategii m,
- strategia $A=\{x_i\}$, $i=1,...,m$,
- obszary zadań możliwych do realizacji $d(x_i)$ przez elementy strategii A, spełniające warunek:

$$\bigcup_{i=1}^{m} d(x_i) = Y \tag{14}$$

Zadanie polega na znalezieniu optymalnych obszarów specjalizacji D_i, $i=1,...,m$ elementów strategii A, będących podzbiorami zbioru zadań osiągalnych:

$$D_i \subset d(x_i) \tag{15}$$

wykorzystując w tym celu warunek:

$$F(Y, A, \overline{E}(y)) = \min_{E(y)} F(Y, A, E(y)) \tag{16}$$

W odniesieniu do parku rozpatrywanego samolotów przedstawiony algorytm zapewnia optymalny podział zbioru zadań Y między typami samolotów parku $A = \{x_i,...,m\}$. W rezultacie określane są optymalne obszary specjalizacji D_i zadanych typów samolotów i zapewniany jest maksymalny wskaźnik względnej mocy transportowej dla całego zbioru zadań Y.

4.1 Dane wejściowe dla algorytmu:

- Obszary zadań osiągalnych $d(x_i)$ samolotów parku A.
- wskaźniki względnej mocy transportowej dla zadań y_j, $j = 1,\ldots,n$ dla wszystkich typów samolotów, ujęte w macierzy

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{m+1,1} & C_{m+1,2} & \cdots & C_{m+1,n} \end{bmatrix}$$

Elementy tej macierzy $C_{ij} = C^1_{ij} N_{ij}$ przedstawiają sobą wydajność wykonania wszystkich zadań j - tego typu samolotami i - tego typu (N_{ij} - liczba lotów samolotów wystarczająca do wykonania j - tego zadania).

4.2. Algorytm podziału

1. Wprowadzono macierz $[C^f_{ij}]$ rozmiaru $(m \times n)$, elementy której będą zapełnione faktycznymi wartościami wskaźników efektywności wykonania wszystkich zadań Y.
2. W każdej kolumnie macierzy $[C_{ij}]$ wydzielany jest maksymalny element

$$C^{max}_j = \max_i C_{ij}, \quad j = 1,\ldots,n \tag{17}$$

Wzór (17) przedstawia sobą maksymalne wydajności wykonania wszystkich typów zadań samolotami $\bar{i}(j)$.

3. W wierszu i wydzielany jest maksymalny element

$$C^{max}_{\bar{j}} = \max_j C^{min}_j \tag{18}$$

i odpowiadający mu numer typu zadania $\bar{j}$, a także numer typu samolotu $i(\bar{j})$. Znaleziona para $(i(\bar{j}), \bar{j})$ jest optymalnym rozwiązaniem w pierwszym kroku procesu.

4. Wskaźnik efektywności lotu samolotu $C^1_{i(\bar{j})\bar{j}}$ dla tego rozwiązania zapisuje się w odpowiadającą komórkę macierzy $[C^f_{ij}]$
5. Modyfikuje się $\bar{j}$ - tą kolumnę macierzy $[C_{ij}]$. Element $C_{i(\bar{j})\bar{j}}$ pomniejsza się o wielkość "wykorzystanego" wskaźnika efektywności $C^1_{i(\bar{j})\bar{j}}$.

$$C^+_{i(\bar{j})\bar{j}} = C_{i(\bar{j})\bar{j}} - C^1_{i(\bar{j})\bar{j}} \tag{19}$$

tutaj indeksem "+" oznacza się kolejny krok procesu. Pozostałe elementy

$\bar{j}$ - tej kolumny zmniejsza się o wielkość wskaźnika efektywności jednego lotu samolotu dla odpowiadających typów samolotów.

6. Sprawdza się warunek wykonania zadań ze zbioru X.

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{n=1}^{n_j} N_{in} \leq \sum_{i=1}^{m+1}\sum_{q=1}^{\mu} R_i^q \tag{20}$$

Jeśli wszystkie zadania są wykonane, to proces podziału uważa się za zakończony. W przeciwnym należy wrócić do punktu 2 tego algorytmu.

5. Przykład obliczeniowy

Obliczenia wykonano dla systemu składającego się z dwóch samolotów, realizujących założony zbiór zadań. Dla uproszczenia ograniczono zbiór parametrów podlegających optymalnemu doborowi do 2 wielkości:

- B – rozpiętość skrzydła
- S – powierzchnia skrzydła.

W charakterze ograniczeń przyjęto:

- maksymalną masę startową M_{TO}
- minimalną prędkość w konfiguracji do lądowania V_{S0}
- maksymalną prędkość wznoszenia W_{MAX}
- pułap praktyczny H_{MAX}
- minimalne wydłużenie skrzydła Λ_{MIN}

Do analizy przyjęto dwa typy samolotów znacznie różniące się gabarytami i udźwigiem.

5.1 Wyniki obliczeń

Tabela 1. Zmiana parametrów geometrycznych samolotów

	Samolot 1		Samolot2	
	B [m]	S [m^2]	B [m]	S [m^2]
Wartości początkowe	11,85	19,39	17,48	32,86
1 zadanie	10,00	17,95	-	-
2 zadania	-	-	12,38	30,64
3 zadania	-	-	12,38	30,64
5 zadań	9,55	19,59	12,38	30,64
10 zadań	9,47	17,92	12,40	30,60
15 zadań	10,62	18,03	16,34	32,32

6. Wnioski

1. Średnie wykorzystanie miejsc w każdym locie ze względu na możliwość wykonania określonego zadania wynosi:
   dla samolotu 1 - 74.44 % oraz dla samolotu 2 - 75.00 %
2. W rozpatrywanym systemie preferowany jest samolot większy.
3. Niewielka zmiana parametrów samolotów dla mniejszej liczby zadań tłumaczona jest dużym wpływem przyjętych ograniczeń w procesie optymalizacji.
4. Ze względu na możliwość wykonania założonej objętości przewozów pasażerskich w analizowanym systemie celowe jest wykorzystanie obydwóch samolotów.

Literatura

1. БРУСОВ В. С., БАРАНОВ С. К.: *Оптимальное проектирование летательных аппаратов: Многоцелевой подход.* Москва, Машиностроение, 1989.
2. BRUSOW W.: *Optymalne projektowanie wielozadaniowych statków latających.* IL, Warszawa 1996.
3. Егер С.М.: *Проектирование самолетов.* Москва, Машиностроение, 1983.
4. ПИЯВСКИЙ С. А., БРУСОВ В. С., ХВИЛОН Е. А.,: *Оптимизация параметров многоцелевых летательных аппаратов.* Москва, Машиностроение, 1974.
5. TORENBEEK E.: *Synthesis of Subsonic Airplane Design.* Delft University Press 1976.

OPTIMAL PARAMETERS AND SPECIALIZATION FIELDS DETERMINATION FOR AIRPALNES PERFORMING GIVEN TASK SET

ANDRZEJ MAJKA

Department of Aircraft, Rzeszow University of Technology, Rzeszow

An algorithm of airplane fleet optimum specialization fields and selected constructional parameter determination is presented. Some example results are presented for a hypothetical airplane fleet of twin-engined, pistonprop and turboprop, general aviation, transport category aircrafts. In calculated example tasks set characteristics are fixed. The analysis objective is to minimize the Relative Transport Power by searching of airplane optimum specialization fields and optimum constructional parameter for each aircraft of the fleet.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

NEUROPSYCHOLOGICZNE PODSTAWY SZKOLENIA OPERATORA MASZYN LATAJĄCYCH

AGNIESZKA MARYNIAK

Instytut "Pomnik - Centrum Zdrowia Dziecka" Zakład Psychologii Klinicznej, Warszawa.

Większość modeli przedstawiających relacje pomiędzy operatorem, środowiskiem, napływającymi bodźcami i reakcjami tworzona jest w zgodzie z paradygmatem "czarnej skrzynki" - analizowane są docierające informacje i reakcje. Neuropsychologia natomiast zajmuje się związkami pomiędzy strukturą i funkcjonowaniem mózgu a zachowaniem, w tym także złożonymi czynnościami człowieka. Przedstawiona zostanie neuropsychologiczna analiza działań pilota podczas utrzymywania lotu poziomego.

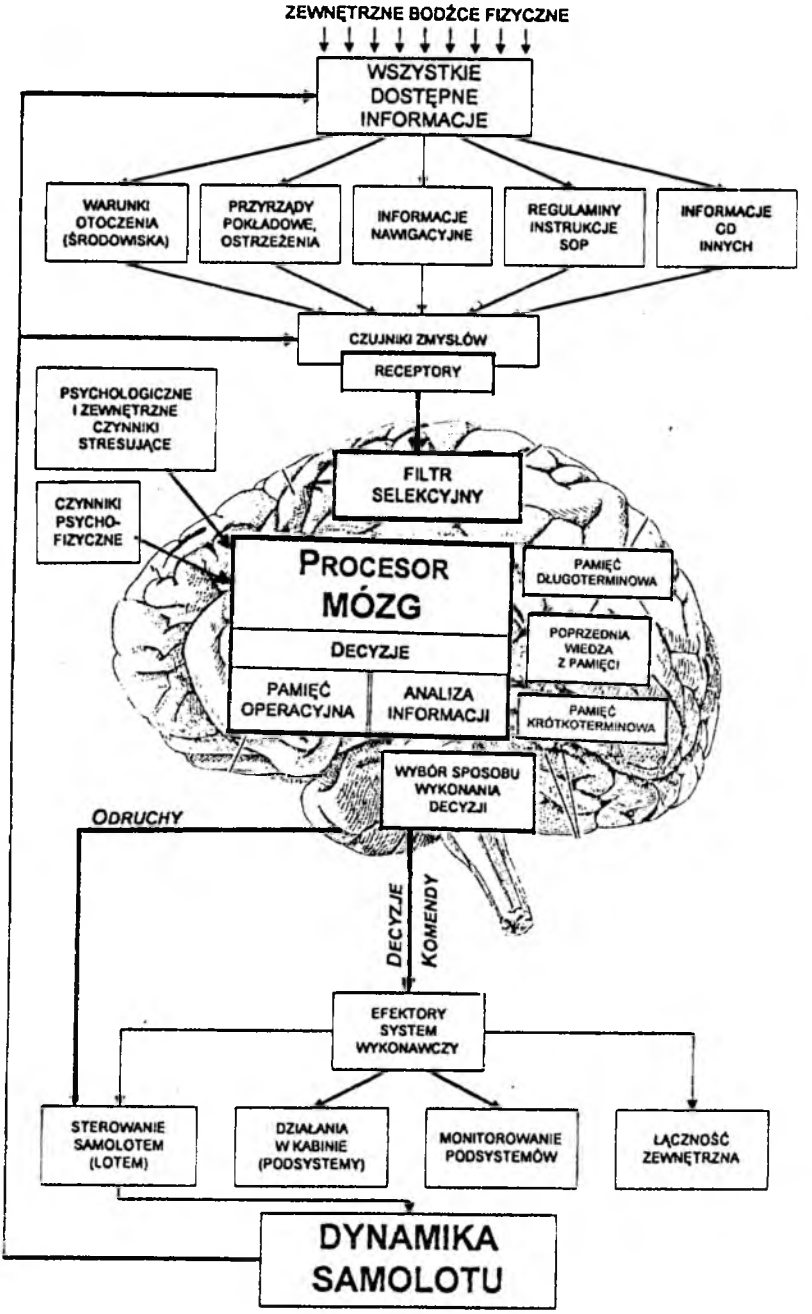
W każdym systemie człowiek - operator prawidłowe sterowanie obiektem zależy od [7,8, 4]:

- dopływu do operatora prawidłowych i wystarczających danych na temat stanu i zachowania się obiektu;
- właściwego odbioru i przetwarzania uzyskanych informacji;
- wypracowania odpowiednich do sytuacji decyzji i komend;
- wytworzenia przez operatora właściwych sygnałów sterujących.

Stworzono wiele modeli analizujących poszczególne etapy procesu sterowania, wzajemne relacje pomiędzy środowiskiem zewnętrznym, informacjami docierającymi do operatora, odbieranymi przez niego bodźcami a reakcjami i podejmowanymi decyzjami (Rys. 1). Centralnym punktem każdego modelu jest człowiek, a właściwie jego mózg, będący odbiorcą wszystkich informacji, źródłem decyzji i wynikających z nich reakcji. Często mózg, przez analogię do urządzeń technicznych, zwany jest po prostu "procesorem". Modele te są tworzone zgodnie z tak zwanym "paradygmatem czarnej skrzynki" (w znaczeniu używanym w neurosciences) - analizie w nich podlegają dopływające informacje i reakcje, nie zaś procesy przebiegające pomiędzy "wejściem" i "wyjściem".

Neuropsychologia zajmuje się związkiem pomiędzy strukturą i funkcjonowaniem mózgu a zachowaniem. Każde złożone zachowanie człowieka angażuje różne obszary mózgu, uczestniczące w poszczególnych składowych danej czynności. Tworzą się dynamiczne układy funkcjonalne, których konfiguracja zależna jest zarówno od struktury czynności, jak i innych czynników, takich jak na przykład stopień opanowania umiejętności, automatyzacja będąca wynikiem wprawy [3].

W badaniach neuropsychologicznych wiele uwagi poświęcono analizie takich podstawowych funkcji jak mowa, czytanie, liczenie itp. Jednak również inne wykonywane przez człowieka czynności, w tym także związane ze sterowaniem maszynami, mogą i powinny być rozpatrywane w kategoriach neuropsychologicznych. Pozwala to zarówno na pogłębienie teoretycznejwiedzy na temat funkcjonowania mózgu, jak i może pomóc w tworzeniu optymalnych programów szkoleniowych, analizie trudności i błędów popełnianych przez operatora na różnych etapach uczenia się oraz w sytuacjach trudnych.

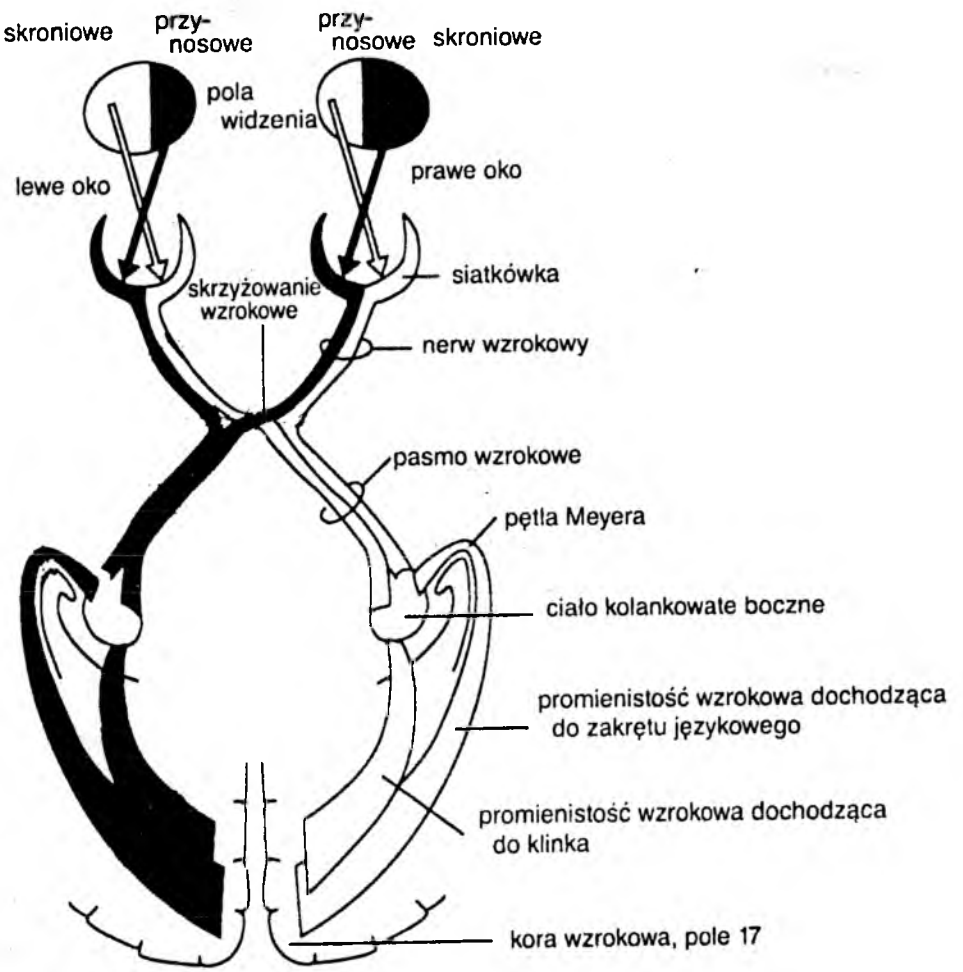


Rys 1: Model informacyjny człowieka (J.Maryniak, A.Maryniak 1995).

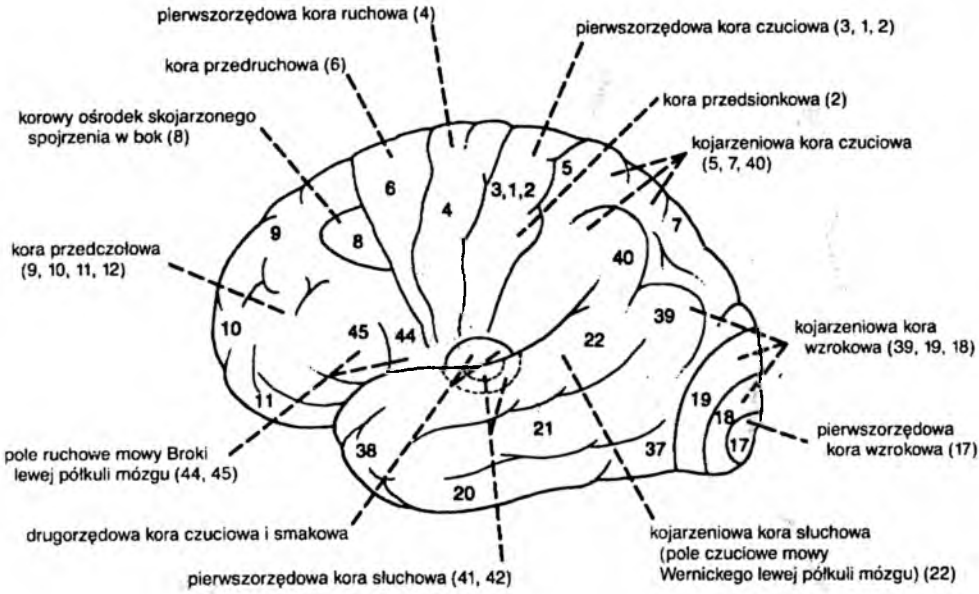
W opracowaniu tym przedstawiona zostanie analiza układu funkcjonalnego związanego z jedną z podstawowych czynności wykonywanych przez pilota podczas lotu, to znaczy z utrzymaniem lotu poziomego (ustalonego).

Pilot informacje o położeniu samolotu względem ziemi czerpie z trzech źródeł: odczuć pochodzących z układu przedsionkowego, obserwacji ziemi i obserwacji wskazań przyrządów pokładowych, np. sztucznego horyzontu. Informacje wzrokowe przewodzone są drogami wzrokowymi z siatkówki oka, poprzez ciało kolankowate boczne, promienistość wzrokową do projekcyjnych pól kory wzrokowej zlokalizowanych w tylnych częściach płatów potylicznych (Rys. 2). W polu 17 znajdują się specjalne jednostki percepcyjne reagujące na kąt nachylenia spostrzeganych linii. Przetworzenie i synteza uzyskanych informacji wzrokowych zachodzi w okolicach drugorzędowych, położonych do przodu od pól projekcyjnych oraz, ze względu na specyfikę materiału (spostrzeganie przestrzenne) w tylnych częściach płata ciemieniowego, przede wszystkim w półkuli niedominującej dla mowy (Rys. 3).

Drogi ośrodkowe układu przedsionkowego rozpoczynające się w błędniku kończą swój bieg w płatach ciemieniowych, a szczegółowo w 2 i 3 polu pierwszorzędowej kory czuciowej (Rys. 3). Synteza uzyskanych informacji czuciowych przeprowadzana jest w zaśrodkowych obszarach kory czuciowej (Rys. 3) [1, 2]. Właściwości ludzkiego organizmu powodują, iż odbierane przez pilota doznania nie zawsze odpowiadają rzeczywistemu stanowi, a co za tym idzie, rzeczywistemu położeniu samolotu – wprowadzenie samolotu w przechylanie ze znacznym przyspieszeniem kątowym powoduje odczucie sztucznego pionu - przechył nie jest przez pilota odczuwany [6].



Rys 2: Układ wzrokowy człowieka.



Rys 3: Kora półkul mózgowych z oznaczeniami pól Brodmanna.

Informacje z drugorzędowych pól wzrokowych i czuciowych przewodzone są do obszaru leżącego na styku płatów ciemieniowego, skroniowego i potylicznego. Zachodzi w nim synteza danych z różnych modalności. W omawianym przykładzie istotne jest, iż może wystąpić niezgodność pomiędzy informacjami pochodzącymi z układu wzrokowego i przedsionkowego. Układ przedsionkowy nie sygnalizuje odchylenia od pionu, podczas gdy obserwacja rzeczywistego i sztucznego horyzontu wskazują na przechylenie. W normalnych warunkach informacje z układu przedsionkowego traktowane są przez mózg jako niosące informację podstawową, wtórne do nich są informacje wzrokowe. Doznania ciężaru i ułożenia ciała względem pionu towarzyszą człowiekowi stale (nielicznym dane było doświadczyć stanu nieważkości), w wielu przypadkach reakcja na gwałtowne zmiany przebiega automatycznie, poza kontrolą świadomości - odebrana jest tylko informacja o np. nagłej utracie równowagi i reakcji mięśniowej mającej na celu jej

odzyskanie, często z emocjonalną komponentą (odczucie niepokoju, lęku). Doznania wzrokowe są zaś zależne od woli (można odciąć się od napływających bodźców wzrokowych), organizm ma doświadczenie w funkcjonowaniu bez kontroli wzroku. W omawianym przypadku ta naturalna hierarchia ulega zakłóceniu, informacje z układu przedsionkowego są błędne, należy zaufać wzrokowi - ewolucja takiej sytuacji nie przewidziała. Konieczna jest świadoma kontrola, interpretacja i selekcja danych, przeprowadzana wbrew podstawowym odczuciom i tendencjom organizmu. Ten proces zachodzi w płatach czołowych, sprawujących kontrolę nad wszelkim świadomym działaniem. Uruchamiane są także informacje zawarte w pamięci długotrwałej, zarówno proceduralnej, jak i epizodycznej. Pełna interpretacja i nadanie znaczenia informacjom, ocena sytuacji, ustalenie optymalnego sposobu reagowania przeprowadzane jest przede wszystkim w okolicy przedczołowej. Ostatnim etapem jest stworzenie planu reakcji ruchowej oraz jej realizacja, przebiegające również w płacie czołowym [3, 9]

Przedstawiono model układu funkcjonalnego dla pojedynczej czynności wielokrotnie powtarzanej przez pilota w trakcie każdego rejsu. To rozbicie na składowe, będące nie tylko teoretyczną analizą czynności, lecz oparte na jej mózgowych korelatach, pozwala na wyodrębnienie krytycznych momentów w działaniu pilota. Błąd na którymkolwiek z etapów wpływa na poprawność całej operacji. Błędy mogą być różnego rodzaju i wiązać się z następującymi czynnikami:

- błędnym odbiorem informacji sensorycznej na etapie narządu zmysłu, spowodowanej zakłóceniami w funkcjonowaniu organów zmysłowych lub złudzeniami będącymi wynikiem fizjologicznych cech narządów zmysłów człowieka;
- błędną interpretacją napływających danych przez pierwszo- i drugorzędowe pola kory, co spowodowane może być jej uszkodzeniami lub przejściowymi

zaburzeniami w funkcjonowaniu (np. związanymi z okresowymi zmianami w krążeniu będącymi wynikiem przeciążeń);

- trudnościami w integracji danych różnych modalności na etapie pół trzeciorzędowych;
- przeprowadzoną przez pilota niewłaściwą selekcją i interpretacją informacji pochodzących z analizatorów;
- błędną oceną sytuacji lub podjęciem niewłaściwej decyzji, mogących być wynikiem nieznajomości procedur lub trudności w ich uaktualnieniu;
- brakiem prawidłowego programu reakcji ruchowej;
- pomimo właściwego programu, wykonanie nieprawidłowej reakcji ruchowej.

Wiele z wymienionych powyżej błędów jest skutkiem procesów zachodzących w mózgu człowieka, a nie będących przez niego w pełni uświadomionymi - do świadomości docierają niejako ich wyniki. W trakcie szkolenia i treningu należy szczególnie uczulać na konieczność świadomej weryfikacji odczuwanych bodźców i odbieranych informacji, szczególnie w sytuacjach awaryjnych, wykraczających poza rutynowe działanie.

Bibliografia

1. FIX J.D, „*Neuroanatomia*" Wrocław 1997, Urban & Partner
2. GOŁĄB B.K, *„Anatomia czynnościowa ośrodkowego układu nerwowego"*. Warszawa 1990, PZWL.
3. ŁURIA A.R, *"Podstawy neuropsychologii"*. Warszawa 1976. PZWL.

4. MARYNIAK J, MARYNIAK A, *"Samolot - pilot - symulator, wzajemne zależności i powiązania w procesie sterowania oraz reakcji psycho - neuro - fizjologicznych"*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr. 135, 1995, Mechanika z. 45, Awionika cz.I, s.43 - 55.
5. McCARTHY R.A, WARRINGTON E.K, *„Cognitive Neuropsychology. A Clinical Introduction"*. London 1990, Academic Press.
6. McCORMICK E.J, *"Antropotechnika"*. Warszawa 1964. WNT.
7. SMOLICZ T, *"Wpływ procesów decyzyjnych pilota na sterowanie samolotem komunikacyjnym podczas końcowej fazy zbliżania do lądowania"*. Niepublikowana rozprawa doktorska. MEiL, PW, 1985.
8. SMOLICZ T, *"Wybrane zagadnienia psychologii inżynierskiej"*. Konspekt wykładów. PLL LOT, Warszawa 1982.
9. WALSH K, *"Neuropsychologia kliniczna"*. Warszawa 1998. PWN.

Praca zrealizowana w ramach projektu badawczego KBN nr 9T12C 018 13

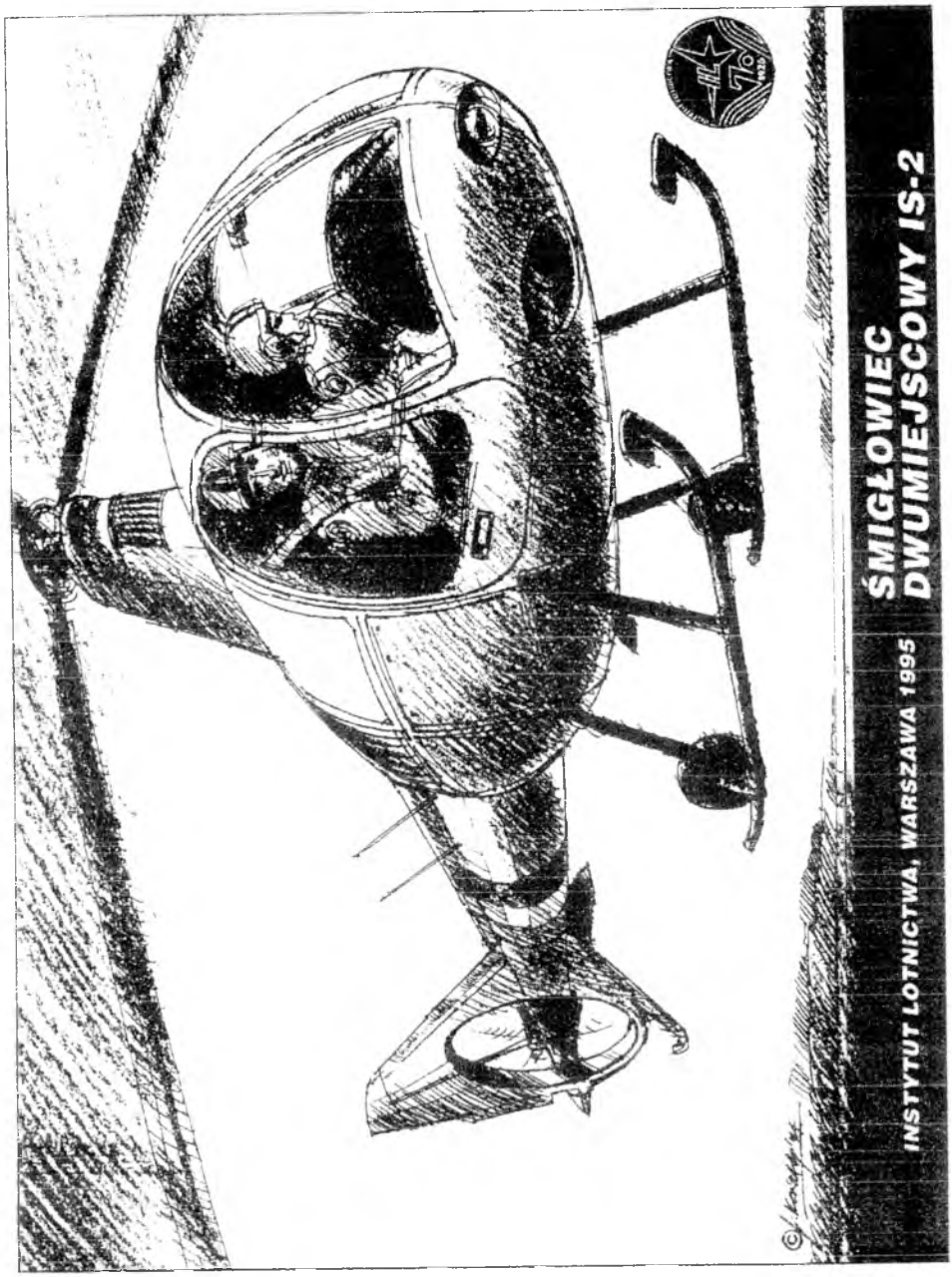
Neuropsychological principles of flying machine operator training

AGNIESZKA MARYNIAK

The Children's Memorial Health Insitute, Departament of Clinical Psychology, al. Dzieci Polskich 20 Warsaw

Most models presenting relation between operator and environment, stimuli and reaction are formed on base black-box paradigm. Relation between brain function and structure and complex human activity is subject of neuropsychology. Neuropsychological analysis of pilot activity and participating brain structures during horizontal flight will be presented.

INSTYTUT LOTNICTWA



Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

ANALIZA TECHNICZNA PRZEBIEGU OSTATNIEJ FAZY LOTU I KATASTROFY SAMOLOTU I-22 „IRYDA" NR FABR. AN02-03 DNIA 24.01.1996 R. W REJONIE M. NIEDŹWIEDŹ

JERZY MARYNIAK

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej, Politechnika Warszawska

W pracy przedstawiono analizę przebiegu ostatniej fazy lotu samolotu w oparciu o zapis rejestratora parametrów lotu SARPP-12, wykonaną symulację numeryczną oraz modelowanie i symulację szeregu sytuacji awaryjnych. Przedstawiono hipotezę katastrofy potwierdzoną analizą techniczną.

1. Wstęp

Impulsem do przedstawienia niniejszej pracy było pismo nr 498 z dnia 23.03.1998 podpisane przez dr Romualda Szeremietiewa jako I Zastępcy Ministra Obrony Narodowej, przesłane na ręce Przewodniczącego Zarządu

Fot.1 Samolot I-22 Iryda nr fabr. AN02-03

Głównego Sekcji Lotniczej SIMP[1] mgr inż. Tadeusza Kurcyka a dotyczące samolotu I-22 „Iryda". Szczególnie zaś jego fragment o następującej treści:

„...Pragnę poinformować Pana Przewodniczącego, iż przyczyna katastrofy samolotu I-22 „Iryda" AN02-03 została jednoznacznie określona w protokole sporządzonym przez Komisję Badań Wypadków Lotniczych MON[2] i ***jest ostateczna i niepodważalna***...."

Niewątpliwie katastrofa samolotu I-22 w dniu 24.01.1996 zaważyła na jego losach. Szczególnie poprzez ***pomijanie prawdy technicznej*** w wypowiedziach przedstawicieli Ministerstwa Obrony Narodowej oraz innych osób mających wpływ na opinię publiczną. Podkreślić należy fakt pomijania zdania i opinii specjalistów dynamiki lotu – zawodowo i profesjonalnie przygotowanych do analizy wypadków lotniczych – tak w wypowiedziach publicznych jak i w pracach Komisji Badań Wypadków Lotniczych MON. W przypadku poprzednich katastrof lotniczych (samolotów cywilnych i wojskowych) powoływano Komisje Badania Wypadku złożoną z przedstawicieli instytucji techniczno - naukowych, wojskowych i cywilnych do zbadania postawionych hipotez. W ich skład wchodzili każdorazowo specjaliści dynamiki lotu, których zadaniem było wyeliminowanie, *niemożliwych z punktu widzenia obowiązujących praw fizyki*, hipotez przebiegu lotu zakończonego katastrofą (wypadkiem).

W pracy przedstawiono fragmenty opracowania wykonanego osobiście przez autora (jednego z nielicznych w Polsce specjalistów dynamiki lotu), niezależnie od prac wspomnianej już Komisji Badań Wypadków Lotniczych MON (powołanej do określenia przyczyn katastrofy) i przesłanego do Wojskowej Prokuratury Garnizonowej w Poznaniu w dniu 18 marca 1996 roku, a dotyczącego katastrofy z dnia 24.01.1996 [15].

Przeprowadzone badania przebiegu feralnego lotu i próby jego symulacji numerycznej podjęte przez dr inż. Jacka A. Goszczyńskiego (Instytut Lotnictwa) [1,2,3,4,5,6,7], płk prof. dr hab. inż. Zbigniewa Dżygadło (WAT[3]) oraz ppłk dr inż. Krzysztofa Sibilskiego (WAT) [16] ***zaprzeczają orzeczeniu*** Komisji i je ***podważają***.

2. Analiza zakończonego katastrofą lotu samolotu I-22 w dniu 24.01.1996

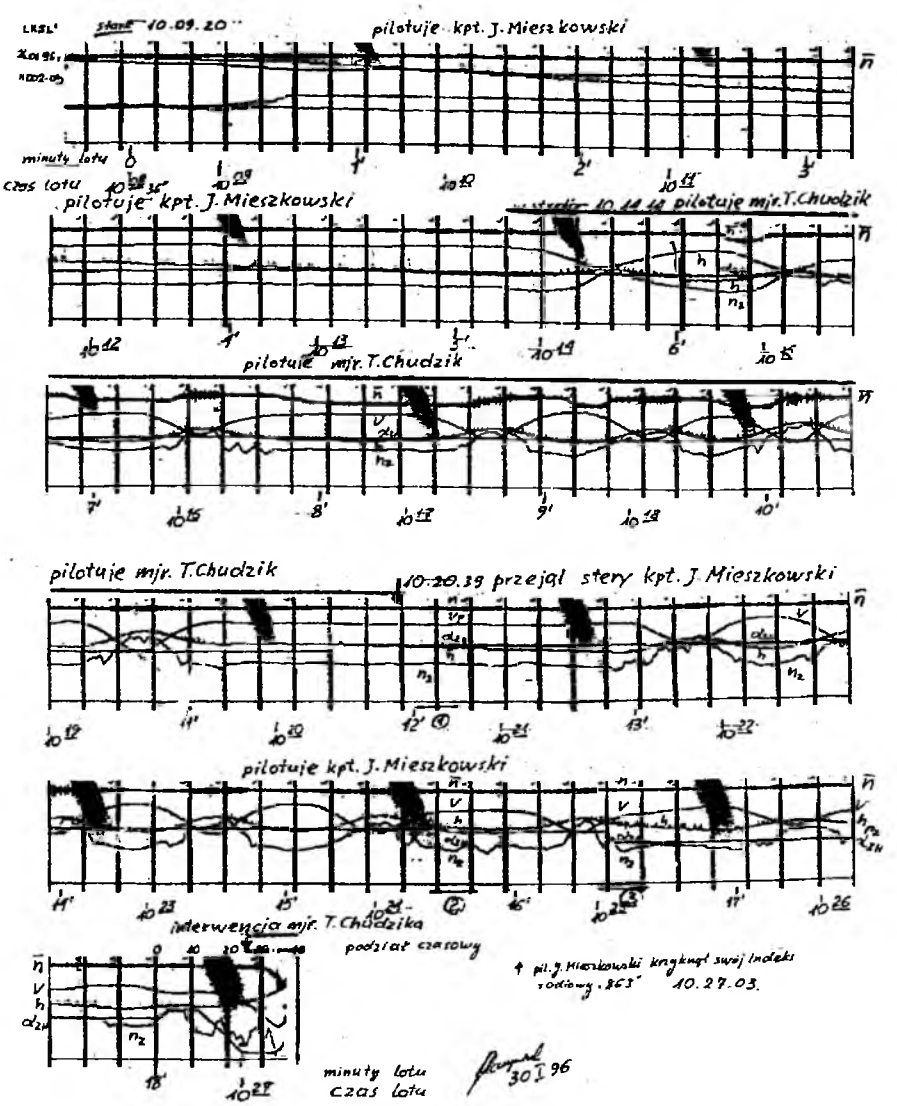
2.1 Założenia przeprowadzanej analizy

Dysponując ograniczoną wiedzą na temat przebiegu wydarzenia przyjęto następujące założenia wstępne:

1. ***Samolot*** sprawny technicznie.

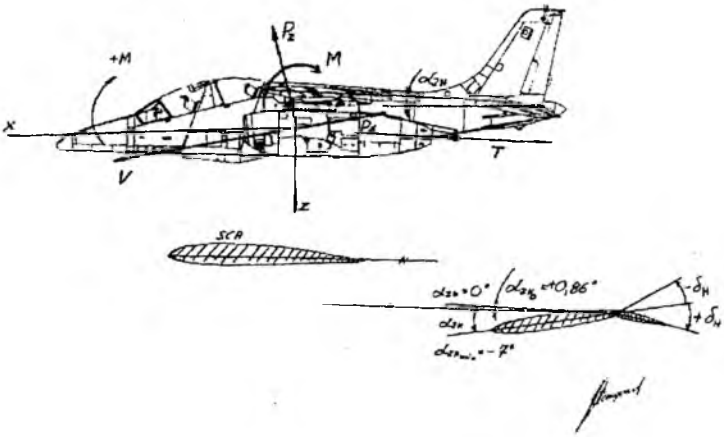
---

[1] SIMP – Stowarzyszenie Inżynierów Mechaników Polskich
[2] MON - Ministerstwo Obrony Narodowej
[3] WAT - Wojskowa Akademia Techniczna



Rys.2 Zapis rejestratora parametrów lotu SARPP 12

2. ***Instruktor***:
   - bardzo dobry pilot klasy mistrzowskiej,
   - bardzo dobrze znał samolot I-22 „Iryda"
   - miał pełne zaufanie do samolotu
3. ***Uczeń***:
   - bardzo dobry pilot I klasy
   - mały nalot na samolocie I-22 „Iryda"
   - słaba znajomość samolotu I-22 „Iryda"



Rys 3. Siły działające na samolot oraz konfiguracja statecznika poziomego.

- nabyte nawyki pilotowania samolotu MIG 21

4. **Piloci** darzyli siebie dużym zaufaniem.
5. **Piloci** byli w pełnej sprawności fizycznej i psychicznej.

Dysponując zapisem ciągłym 6 parametrów lotu (tj. h_{bar}, n_z, V_{prz}, obr. silników, kąt zaklinowania statecznika poziomego) oraz zapisem dyskretnym 6 innych parametrów z rejestratora wypadkowego SARPP12 – przeprowadzono deszyfrację zapisu przyjmując:

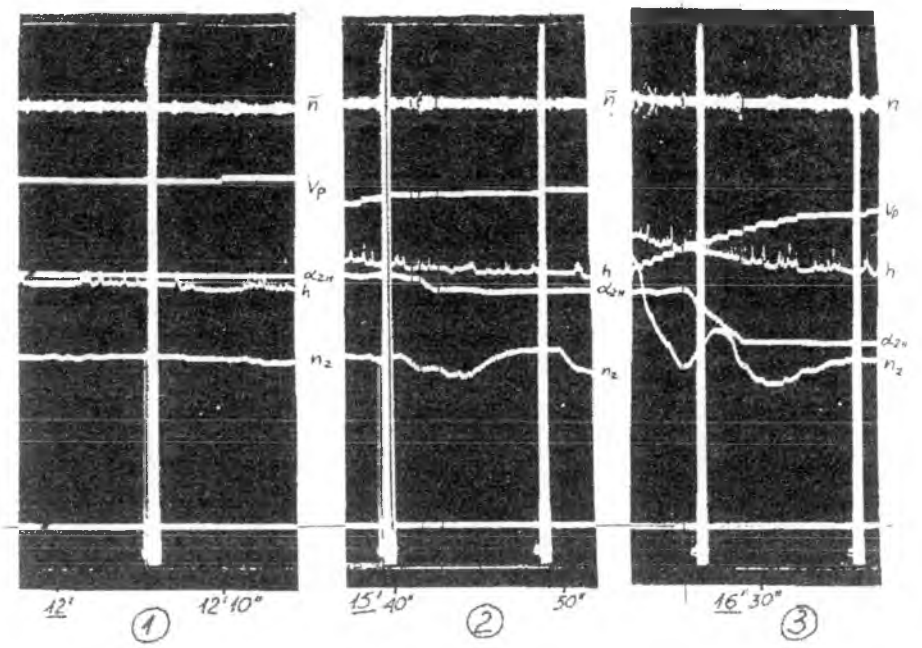
1. Kąt zaklinowania statecznika zgodnie z rys.3
2. Przyjmując radiowy sygnał indeksu „863" podany o czasie 10h 27min 03s (zaznaczony na zapisie rejestratora SARPP-12), wyznaczono idąc wstecz czas lotu – rys.2

2.2. Zdeszyfrowany przebieg lotu do 18 minuty jego trwania

W wyniku przeprowadzonej deszyfracji zapisu rejestratora SARPP12 (oraz posiadanych informacji o korespondencji radiowej) odtworzono przebieg lotu (rys.2). Załoga samolotu I-22 „Iryda" AN02-03 w składzie:

- pierwsza kabina: *uczeń* kpt. pil. Jan Mieszkowski
- druga kabina: *instruktor* mjr pil. Tomasz Chudzik

wystartowała w dniu 24 stycznia 1996 r. o godz.10 min.9 s.20. Pilotuje uczeń - o godz.10 min.4 s.14 kpt. pil. J. Mieszkowski zameldował o dolocie do strefy (radiowy sygnał indeksu pilota – „863"). Z przebiegu dalszych, rejestrowanych parametrów lotu wynika (*przyjęta hipoteza*), że instruktor pilotował samolot przy stałym kącie zaklinowania statecznika poziomego sterując sterami i zmianą ciągu silników demonstrując uczniowi przewidziany program lotu (rys.2).



Rys.4 Zapis parametrów lotu, widoczne przestawienie statecznika poziomego α_{ZH}

W 10 minucie lotu instruktor wprowadza silniki na $\bar{n}$=100% obrotów i w 11min. 40s. wyrównoważa samolot (rys.4-1):

- kąt zaklinowania statecznika α_{ZH}= -4.4° na wysokości h = 3540 m przy prędkości Vp=330 km/h
- instruktor przekazuje stery uczniowi,
- meldunek radiowy kpt. pil. J. Mieszkowskiego o przejęciu sterowania godz. 10.20.23s (11min. 54s lotu) (rys.2).

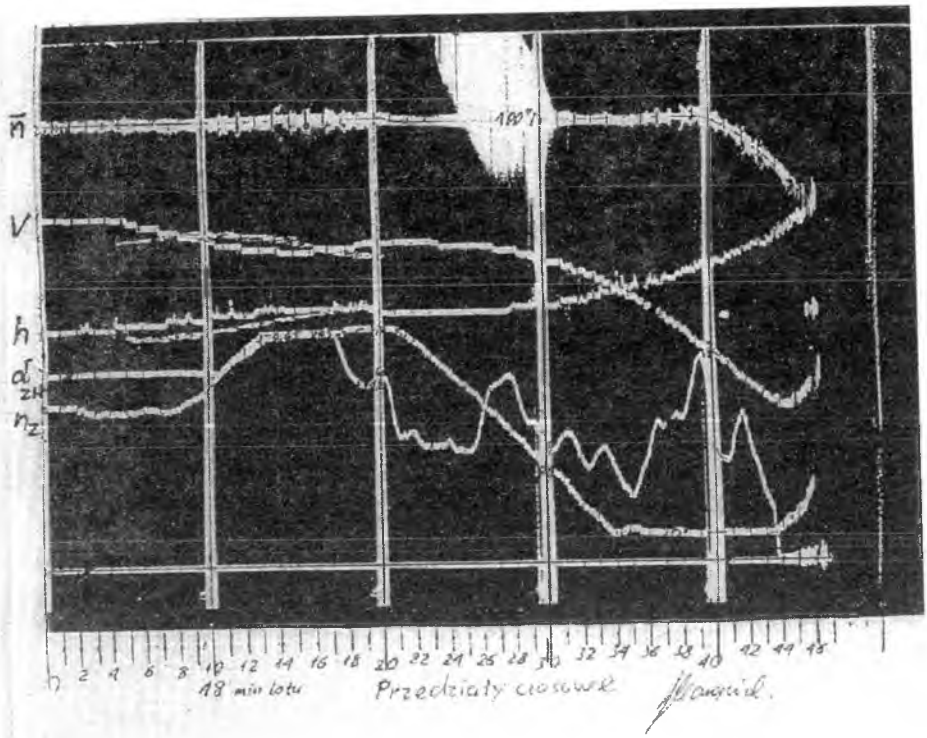
Uczeń kontynuuje lot do 18 min lotu (rys.2, rys.4, rys.6):

- zmienia zaklinowanie statecznika poziomego w 15min 40s lotu na kąt α_{ZH}= -4.2° przy prędkości Vp=386 km/h na wysokości h=2860 m (rys.2 i rys.4-2),
- zmienia zaklinowanie statecznika poziomego w 16min 27s. lotu na kąt α_{ZH}=-2.9° przy prędkości Vp=530 km/h i wysokości h=2460 m (rys.2 i rys.4-3).

Hipoteza przebiegu ostatniej fazy lotu

a) Uczeń kontynuuje lot:

- *w przedziale czasowym 10-13 (rys.5):*
  w zwrocie przestawia statecznik poziomy na kąt zaklinowania α_{ZH}= -3.65°,



Rys.5 Zapis ostatnich minut lotu z zaznaczeniem przedziałów czasowych.

- *w przedziale 18:*
  w dalszym ciągu przestawia statecznik na kąt zaklinowania α_{ZH} = -3.82 (przestawianie może być wywołane luzem układu),
- *w przedziale czasowym 18-20:*
  przechodzi do lotu plecowego (rys.5 i rys.6),
- *w przedziale czasowym 21-34:*
  przestawia statecznik do położenia neutrum tj. α_{ZH}=+0.86° ±0.4 (rys.3),
- *w przedziale czasowym 26-28:*
  wprowadza półbeczką z lotu plecowego do pozycji normalnej do lotu po torze krzywoliniowym wypukłym,
- *przedział czasowy 29-36:*
  wykonuje beczki (w polu przyśpieszeń ujemnych nz<0) po torze krzywoliniowym wypukłym. Wskazuje na to zapis n_Z SARPP-12 (rys.5 i 6) – sinusoidalny charakter zapisu wskazuje na rotację samolotu względem osi podłużnej.
  Symulacja numeryczna wykonana przez dr inż. Jacka Goszczyńskiego [5,6,7] i dr inż. Krzysztofa Sibilskiego [16] (rys.7a) wskazuje na charakter ruchu – szybkie beczki sterowane na torze wypukłym w polu przeciążeń ujemnych.

Przestawienie statecznika w neutrum tj. na dodatni kąt zaklinowania α_{ZH} =+0.86 względem średniej cięciwy aerodynamicznej (rys.3) powoduje wzrost momentu pochylającego – samolot staje się ciężki na nos. Samolot na maksymalnym ciągu silników $\bar{n}$=100% obrotów w locie po torze wypukłym uzyskuje duże przyśpieszenia ujemne n_z= -2.52 w przedziale czasowym 35 (rys.5 i rys.6).

b) Interwencja instruktora:

Instruktor oddając pilotowanie samolotem uczniowi zdjął ręce z drążka sterowego i dzwigni sterowania silnikami (**hipoteza** – potwierdzona przez pilotów doświadczalnych i instruktorów). Pilotowanie samolotu i ewolucje nie budziły podejrzeń.

– *przedział czasowy 35*

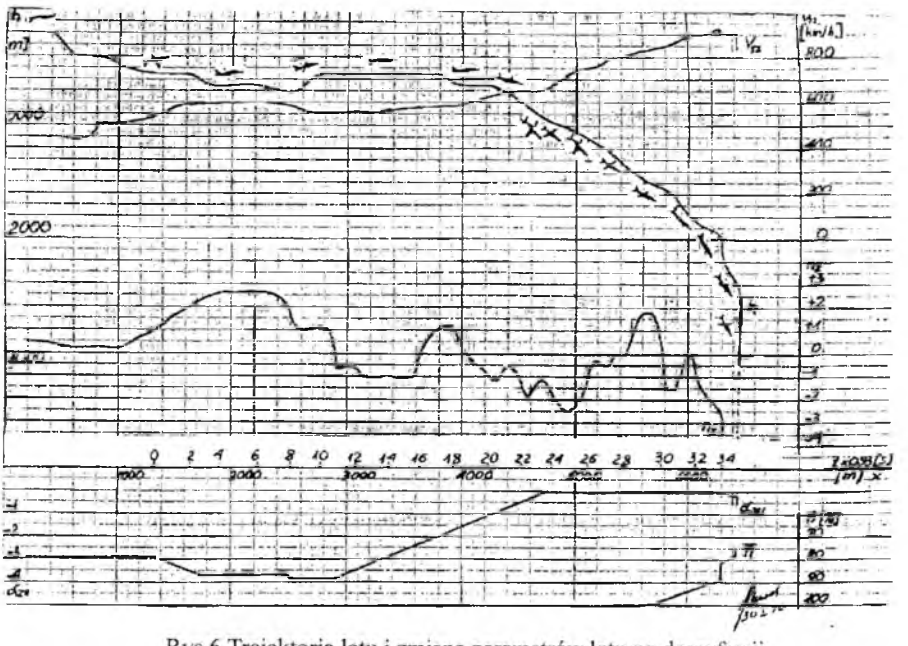
działanie znacznych ujemnych przeciążeń (rys.10):

- wysadzanie z fotela,
- wpieranie w pasy,

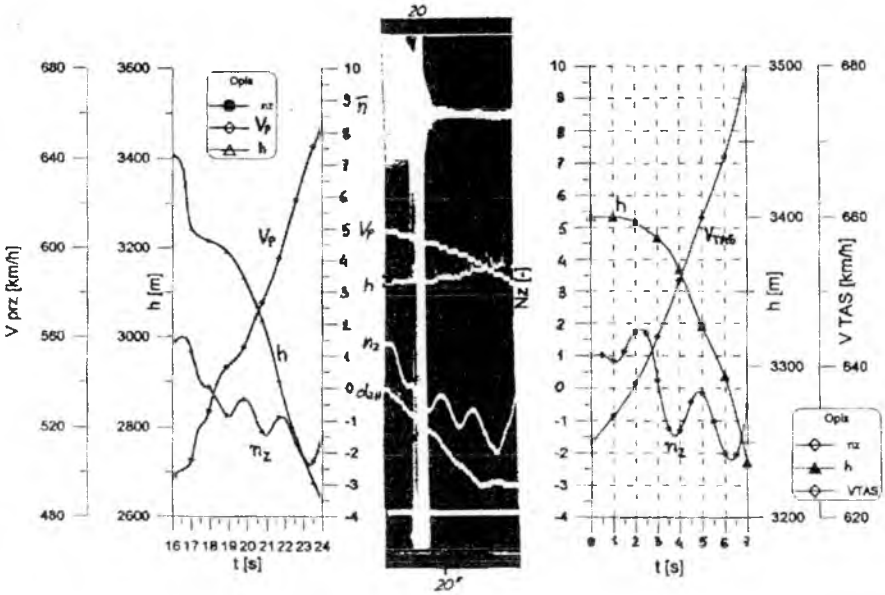
Hipoteza – działanie ujemnych przeciążeń, powodujące powstawanie znacznych sił unoszących na swobodnie spoczywające ręce na kolanach, spowodowało natychmiastową rekcję instruktora.

– *przedział czasowy 35-39:*

- gwałtowne ściągnięcie drążka sterowego na siebie,
- ze względu na działające duże siły na drążek sterowy na tej prędkości



Rys.6 Trajektoria lotu i zmiana parametrów lotu po deszyfracji.



Rys.7a Porównanie wybranych parametrów lotu z zapisu rejestratora SARPP12 i symulacji lotu – beczki po torze wypukłym [6,7].

(V=650 km/h) nastąpiło lekkie odpuszczenie drążka (lub puszczenie drążka sterowego przez ucznia po przejęciu sterowania przez instruktora),

– *przedział czasowy 39:*
  - redukcja obrotów przez ściągnięcie dzwigni sterowania silnikami, zmniejszenie ciągu silników powoduje zmniejszenie momentu zadzierającego od silników a więc pogłębienie nurkowania (rys.3, rys.5-7).

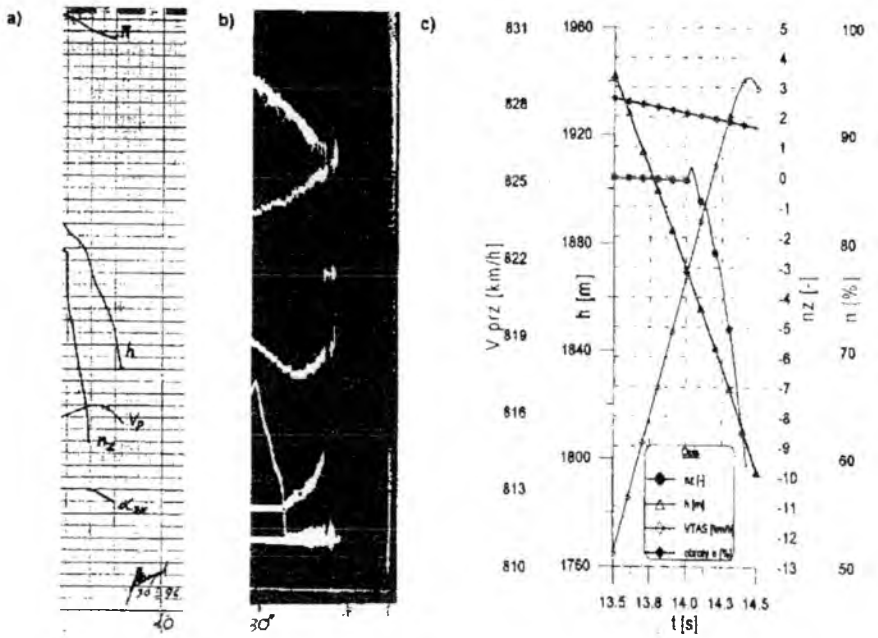
Samolot porusza się po wypukłym torze krzywoliniowym z zafalowaniami lokalnymi wynikającymi z prób sterowania (rys.6). Widoczne są ścisłe zależności trajektorii lotu od uzyskiwanych przyśpieszeń i lokalnych promieni krzywizny (rys.6).

– *przedział czasowy 41-43:*

Hipoteza – Ponowna próba dodatniego wyrwania – ze względu na przekroczenie prędkości maksymalnej Vp=846 km/h, dużych przyśpieszeń ujemnych oraz dużych sił na drążku, instruktor (mjr pil. T. Chudzik), (wciskany w pasy), trzymający się drążka sterowego i dźwigi sterowania silnikami wykorzystuje ostatnią możliwość w celu zmniejszenia sił na drążku - usiłuje przestawiać statecznik w położenie ujemne,

– *przedział czasowy 43-45:*

Hipoteza – Następuje wyrwanie drążka sterowego z ręki (hipoteza), gwałtowne wystromienie toru lotu, narastanie przyśpieszeń ujemnych



Rys. 7b Porównanie wybranych parametrów lotu z zapisu rejestratora SARPP12 i symulacji lotu – puszczenie drążka [6,7].

ponad wytrzymałość organizmów pilotów (rys.5-7). Efekt wyrwania drążka sterowego przedstawiono na rys.7b wg symulacji numerycznej dr inż. Jacka Goszczyńskiego [6,7].

Śmierć pilotów musiała nastąpić w locie w skutek ujemnych przyśpieszeń (powinna to wyjaśnić ekspertyza medyczna!). Instruktor został wyrzucony z samolotu przez samoczynne działanie fotela katapultowego. **Hipoteza** – Instruktor nie przygotował się do katapultowania, nie puścił z własnej woli drążka sterowego.

c) Zniszczenie samolotu

Zniszczenie samolotu rozpoczęło się w powietrzu po przekroczeniu ujemnych przeciążeń niszczących.

Rejestracja parametrów na rejestratorze SARPP-12 wskazuje że:

- rejestrator działa poza 40 przedział czasowy – rys.2, rys.5-7,
- niszczenie statecznika poziomego (α_{ZH}) rozpoczęło się w 45 przedziale czasowym,
- w 46 przedziale czasowym istniała końcówka skrzydła - wskazuje na to zapis prędkości V_{prz} i h (istniał dajnik ciśnienia),
- działały silniki - istniał zapis obrotów $\bar{n}$

Samolot po utracie usterzenia poziomego koziołkując, ulegał zniszczeniu aż do rozbicia na ziemi.

3. Uwagi

Ze względu na ograniczony zapis liczby parametrów lotu – brak składowych prędkości kątowych P,Q,R, kątów położenia Φ,Θ,Ψ, itd. - obliczenia toru lotu należy traktować jako przybliżone. Można jednak uzyskać i uzupełniać informacje o położeniu samolotu na torze korzystając z symulacji numerycznej.

Z powodu wykonania opracowania [15] niezależnie od Wojskowej Komisji Badania Wypadków Lotniczych MON, nieudostępnienia orzeczenia Komisji i jego uzasadnienia oraz badań, ekspertyz technicznych, lotnych i medycznych musiałem szerzej opierać się na modelowaniu i symulacji numerycznej. Symulację numeryczną zrealizował dr inż. Jacek Goszczyński i w pełni jest przedstawiona w pracach cytowanych w literaturze [5,6,7]. Uzyskane rezultaty zostały potwierdzone przez prof. dr hab. Inż. Zbigniewa Dżygadło i dr inż. Krzysztofa Sibilskiego [16], w przeprowadzonych niezależnie na WAT badaniach symulacyjnych.

W lipcu 1996 otrzymałem pełną dokumentację katastrofy (szczególnie badania, ekspertyzy techniczne i lotne) opracowaną przez Komisję Badań Wypadków Lotniczych MON, której ze względu na utajnienie - nie mogłem wykorzystać w niniejszej pracy, a potwierdzającą moją pierwotną hipotezę.

4. Wnioski

W opracowaniu przekazanym Wojskowej Prokuraturze Garnizonowej w Poznaniu przedstawiono następujące wnioski:

1. Samolot był sterowany i leciał zgodnie ze sterowaniem.
2. Bezpośrednią przyczyną katastrofy był błąd pilotażu.

Świadczy o tym:

- sterowanie statecznikiem poziomym w czasie manewrów przestrzennych (wbrew zaleceniom Instrukcji Użytkowania i Techniki Pilotowania samolotu I-22),
- NIE STEROWANIE CIĄGIEM,
- przekroczenie dopuszczalnych parametrów lotu V_p, n_z,
- doprowadzenie samolotu do szybko zmieniającej się konfiguracji przestrzennej w locie nurkowym po torze wypukłym z narastającą prędkością V_p i ujemnym przyśpieszeniem $n_z<0$,
- w niebezpiecznej konfiguracji w stromym locie wykonanie beczek przy maksymalnym ciągu silników w polu przyśpieszeń ujemnych.

Reasumując:

- Konfiguracja lotu, szybko zmieniające się parametry lotu, narastająca prędkość, narastające przyśpieszenie ujemne zmienne w czasie, mogło zdezorientować instruktora i uniemożliwiło szybką identyfikację nieznanej sytuacji dynamicznej samolotu w locie.
- **Reakcja i działanie (w ostatniej chwili) instruktora było właściwe,** lecz ze względu na konfigurację statecznika poziomego, ciąg silników, zmieniającą się dynamicznie sytuację nieskuteczne – spóźnione.
- **Sterowanie statecznikiem poziomym było sprawne,** statecznik wychylał się zgodnie ze sterowaniem.
- **Samolot ulegał zniszczeniu w powietrzu a nie przez zderzenie z ziemią.** Niszczenie konstrukcji samolotu poprzez destrukcję w locie było prawidłowe, odpowiadało przekroczonym założonym obciążeniom dopuszczalnym dla konstrukcji.

Analiza dynamiki lotu wskazuje na doprowadzenie samolotu do niebezpiecznej konfiguracji poprzez sterowanie, a następnie w wyniku braku szybkiej identyfikacji zaistniałego zjawiska przez załogę i podjęcia szybkiego przeciwdziałania - do katastrofy.

Nie widzę jednoznacznych dowodów technicznych na poparcie stwierdzenia KBWL MON[4] o awarii technicznej systemu sterowania jako bezpośredniej przyczyny katastrofy.

Literatura

1. GOSZCZYŃSKI J. A., MARYNIAK J., RAHMAN M.: *„Matematyczne modelowanie lotu samolotów – metodologia weryfikacji symulacji numerycznej z rejestracją parametrów lotu"*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, „Mechanika" z. 113/1198, Gliwice 1993, str.111-119.
2. GOSZCZYŃSKI J. A., MARYNIAK J. *„Modelowanie wpływu własności dynamicznych układu sterowania sterem wysokości na dynamikę lotu sterowanego samolotu"*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, nr 1231 „Mechanika" z. 116, Gliwice, 1994, str.127-134.
3. GOSZCZYŃSKI J. A., MARYNIAK J. *„Symulacja numeryczna lotu sterowanego samolotu z odkształcalnym układem sterowania w kanale pochylania"*. Prace VIII Sympozjum SPD-8, Symulacja Procesów Dynamicznych, PTETiS, Wydz. Elektryczny Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1994, str. 117-124.

[4] Komisja Badań Wypadków Lotniczych MON

4. GOSZCZYŃSKI J. A., MARYNIAK J. „*Modelowanie awarii w odkształcalnym układzie sterowania sterem wysokości samolotu sterowanego*" .Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej", nr 1267 „Mechanika", z. 122, Gliwice 1995, str. 87 – 92.

5. GOSZCZYŃSKI J. A., MARYNIAK J. „*Badania symulacyjne przestrzennego ruchu samolotu – beczki po torze wypukłym*", „Mechanika w Lotnictwie – ML–VII", PTMTiS Warszawa 1997, str. 179-187.

6. GOSZCZYŃSKI J. A., MARYNIAK J. „*Numeryczna identyfikacja dynamiki samolotu z puszczonym sterem z uwzględnieniem konfiguracji statecznika poziomego i lotu*", Materiały III Sympozjum naukowego „Problemy techniczno - eksploatacyjne w kształceniu pilotów", Część I, Wyższa Oficerska Szkoła Sił Powietrznych, Dęblin 1996, str. 137-145.

7. GOSZCZYŃSKI J. A. : „*Modelowanie matematyczne lotu samolotu - rekonstrukcja trajektorii lotu w oparciu o zapis niektórych, rejestrowanych parametrów lotu*", Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej Politechniki Śląskiej nr 4, Gliwice 1997, str. 127÷133.

8. MARYNIAK J. „*Sprawozdanie – Hipoteza wypadku w dniu 30. 01. 1987 r. samolotu I-22 prototypu W-300 wersji podstawowej nr fabryczny 1ANPO1-02*". Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej, Politechnika Warszawska. Warszawa 03 kwietnia 1987 r. stron 51, stron załączników 91.

9. MARYNIAK J., MARYNIAK A. „*Samolot – Pilot - Symulator wzajemne zależności i powiązania w procesie sterowania oraz reakcji psycho – neuro - fizjologicznych*". Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Mechanika nr 45, Rzeszów, 1995, str.43-55.

10. MARYNIAK J. „*Analiza techniczna katastrofy prototypu samolotu I-22 „Iryda" w czasie badań flatterowych w locie – modelowanie, symulacja numeryczna*". Wydanie specjalne, Sympozjon „Modelowanie w Mechanice" – referat plenarny, Gliwice, 1995 str. 5-18.

11. MARYNIAK J. „*Katastrofa samolotu szkolno – bojowego I-22 „Iryda" – przebieg, badania, przyczyna i dalszy rozwój konstrukcji. „IRYDA" – Tak czy nie!*", XXXIV Sympozjon „Modelowanie w Mechanice", Wisła, 1995 r. (referat plenarny).

12. MARYNIAK J. „*Katastrofa samolotu I-22 „IRYDA", Dęblin 24 stycznia 1996 r. – analiza wstępna*". XXXV Sympozjon „Modelowanie w Mechanice" Wisła, 12–17 lutego 1996 r. (referat plenarny).

13. MARYNIAK J. *„Dynamika lotu w wykształceniu pilota wojskowego – stany awaryjne"*, Materiały III Sympozjum naukowego „Problemy techniczno - eksploatacyjne w kształceniu pilotów", Część I, Wyższa Oficerska Szkoła Sił Powietrznych, Dęblin 1996, str. 51-65.

14. MARYNIAK J., F. H. AL–ABBADI – *„Modelowanie i symulacja numeryczna dynamiki samolotu po niejednoczesnym urwaniu połówek steru wysokości na przykładzie PZL I-22 „IRYDA" "*. Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej Politechniki Śląskiej, XXXVII Sympozjon „Modelowanie w Mechanice", z. 6/98, Gliwice 1998, str. 239-248.

15. MARYNIAK J. *Sprawozdanie „Hipoteza katastrofy w dniu 24.01.1996 r. samolotu I-22 „Iryda" AN002-03"* Warszawa, 18 marca 1996 r. (niepublikowane).

16. SIBILSKI K. *„Aircraft accident flight path reconstruction and simulation using non-linear inverse dynamics"*, Archiwum Budowy Maszyn Vol. XLIV zeszyt 4, Warszawa 1997, str. 379 ÷ 396.

TECHNICAL ANALYSIS OF THE LAST PHASE OF FLIGHT AND CRASH OF THE PZL I-22 „IRYDA" AIRCRAFT (SER. NR AN02-03) NEAR NIEDZWIEDZ VILLAGE ON 24TH JANUARY 1996.

JERZY MARYNIAK

Institute of Aeronautics and Applied Mechanics, Warsaw Uniwersity of Technology

The paper presents analysis of the last phase of accidental flight of the I-22 Iryda which crashed near Niedzwiedz Village on 24th January 1996. The analysis is based on the crash-recorder SARPP 12 records including modelling and numerical simulation of the series of emergency situations. A crash hypothesis is presented after technical analysis.

INSTYTUT LOTNICTWA

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

STEROWANIE RUCHEM PROFILU DWUELEMENTOWEGO WYMUSZANEGO OKRESOWO

JANUSZ NARKIEWICZ, TOMASZ MARCZAK

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej, Wydział MEiL. Politechnika Warszawska

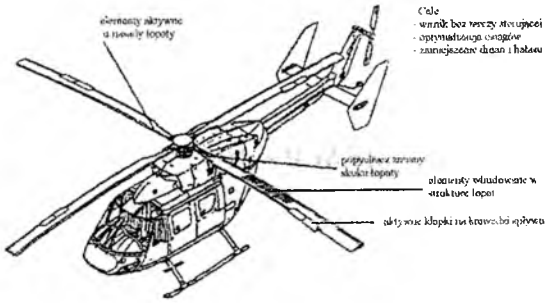
Model profilu reprezentującego charakterystyczny przekrój łopaty wykorzystano do badania nowych metod sterowania dodatkowego, mającego na celu poprawę jakości pracy wirnika nośnego śmigłowca. Przedmiotem badań jest sterowanie ruchem profilu z klapką umieszczoną na krawędzi spływu. Do opisu obciążeń aerodynamicznych wykorzystano model niestacjonarnego opływu pozwalający na uwzględnienie dowolnych, różnych ruchów profilu i klapki. Ruch układu wymuszany jest okresową prędkością napływu. Dla uzyskania zadanego ruchu profilu wykorzystano algorytm „uczący się". Wyniki symulacji numerycznych potwierdziły skuteczność badanego algorytmu sterowania.

1. Wstęp

W ostatnich latach przedmiotem prac wielu ośrodków badawczych stał się problem poprawy działania wirników nośnych i śmigieł ogonowych śmigłowców. Wirniki śmigłowca są układami aeroelastycznymi, na które działają obciążenia aerodynamiczne, masowe i sprężystości, które mogą wywoływać wiele niekorzystnych zjawisk, których efektem mogą być między innymi: nadmierne drgania i hałas, a nawet niestateczności ruchu (np. [1]). Najnowszą koncepcją przeciwdziałania tym zjawiskom jest wykorzystanie sterowania dodatkowego łopat wirnika, dostosowującego jego działanie do zmieniających się warunków lotu i warunków otoczenia.

Układy sterowania dodatkowego mogą wykorzystywać elementy urządzeń sterowania podstawowego lub urządzenia dodatkowe umieszczone w strukturze śmigłowca lub na łopatach wirnika (Rys.1). Jednym z takich urządzeń, badanym w tej pracy, jest klapka umieszczona na krawędzi spływu łopaty.

Do badań przedstawionych w tej pracy został wykorzystany, model profilu reprezentującego charakterystyczny przekrój łopaty wirnika śmigłowca.

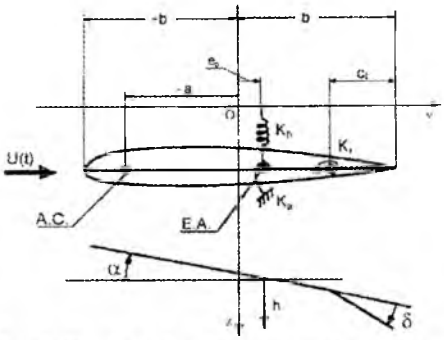


Rys. 1. Koncepcja sterowania dodatkowego łopat wirnika nośnego.

Do uzyskania zadanego ruchu profilu wykorzystany został algorytm „uczący się" [2].

2. Model fizyczny

Rozpatrywany jest cienki, słabo wyskłepiony profil aerodynamiczny z klapką na krawędzi spływu.



Rys.2. Przekrój charakterystyczny łopaty wirnika.

Do opisu jego ruchu przyjęto układ współrzędnych kartezjańskich Oyz (Rys. 2), którego środek został zaczepiony w środku cięciwy profilu. Oś Oy jest skierowana ku krawędzi spływu profilu, natomiast oś Oz jest skierowana „w dół", tj. dla łopaty wirnika nośnego zgodnie z kierunkiem przyspieszenia ziemskiego w locie ustalonym śmigłowca. Profil może przemieszczać się w kierunku pionowym pionowym (w kierunku osi Oz) oraz obracać się w swojej płaszczyźnie wokół środka skręcania E.A. Względem punktu E.A. mierzony jest

kąt nastawienia profilu $\alpha(t)$. Obciążenia aerodynamiczne działają w punkcie A.C. znajdującym się w odległości „–a" od środka profilu (znak - wynika z przyjętego dodatniego zwrotu osi Oy). Na krawędzi spływu profilu znajduje się klapka o długości c_t.

Przemieszczenie w kierunku oznaczono przez h(t), obrót wokół punktu E.A. - $\alpha(t)$, a wychylenie klapki względem cięciwy profilu - $\delta(t)$. Dodatnie przemieszczenie pionowe h(t) jest zgodne ze zwrotem osi Oz, kąt natarcia $\alpha(t)$ jest dodatni jeśli krawędź natarcia jest obracana ku górze, natomiast kąt wychylenia klapki $\delta(t)$ jest dodatni, jeśli krawędź spływu jest obracana ku dołowi.

Na profil działają obciążenia masowe, sprężyste, tłumienia i aerodynamiczne.

3. Model matematyczny

Podstawowy element modelu matematycznego stanowią równania ruchu profilu i klapki, które wynikają z działających na nie obciążeń masowych, tłumienia, sprężystych i aerodynamicznych. W zapisie wektorowo-macierzowym równania te mają postać:

$$\mathbf{B}_m\ddot{\mathbf{x}}_P + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}_P + \mathbf{K}\mathbf{x}_P = \mathbf{F}_A(\mathbf{x}_P, \dot{\mathbf{x}}_P, \ddot{\mathbf{x}}_P, \mathbf{u}) \tag{1}$$

gdzie wektor $\mathbf{x}_P$ współrzędnych uogólnionych profilu i klapki ma postać:

$$\mathbf{x}_P = [x_{Pi}] = [h\ ,\ \alpha\ ,\ \delta] \quad i=1,2,3. \tag{2}$$

Do opisu obciążeń aerodynamicznych wykorzystany został model niestacjonarnego opływu profilu pozwalający na uwzględnienie dowolnych, różnych ruchów profilu i klapki [3]. Z przyjętego modelu opływu wynikają dodatkowe równania różniczkowe dopełniające model matematyczny badanego zjawiska. Są to trzy równania M-tego rzędu, dla trzech zmiennych stanu Y_i (i=1,2,3) potrzebnych do obliczenia niestacjonarnych cyrkulacyjnych obciążeń aerodynamicznych i mają następującą postać:

$$\frac{d^M Y_i}{dt^M} + \sum_{m=1}^{M-1} b_m \frac{d^m Y_i}{dt^m} + b_0 Y_i = Q\ (t), \quad i = 1,2,3 \tag{3}$$

gdzie: Q(t) - funkcja wymuszająca dla obciążeń cyrkulacyjnych, $b_{(\ )}$ - stałe współczynniki, t - czas.

Przyjęty wektor zmiennych stanu składa się z następujących wielkości:

$$\mathbf{x} = [\dot{h},\ \dot{\alpha},\ \dot{\delta},\ h,\ \alpha,\ \delta,\ y_{1i},\ y_{2j},\ y_{3k}] \tag{4}$$

$i = 1,....,M_1;\quad j = 1,....,M_2;\quad k = 1,.....,M_3;\quad l = 1,2,3\ ,$

gdzie: $y_{(\ )}$ - zmienne opływu wynikające z przyjętego modelu obciążeń aerodynamicznych a M_1, M_2, M_3 - liczby zmiennych stanu wynikające ze stopnia

aproksymacji równań opływu dla: Y_1 - profilu, Y_2 - klapki, Y_3 - momentu zawiasowego.

Wektor sterowania ma postać:

$$\mathbf{u} = [\delta_s] \tag{5}$$

Poprzez wprowadzenie wektora zmiennych stanu (4), model matematyczny składający się z równań (1) i (3) sprowadzany jest do postaci:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \tag{6}$$

Obciążenia masowe profilu stanowią siły inercjalne wynikające z przemieszczeń i obrotów profilu i klapki. Obciążenia sprężyste w przyjętym modelu wynikają ze sztywności i sprzężeń sztywnościowych występujących w rzeczywistej łopacie. Występujące w rzeczywistości tłumienie strukturalne jest modelowane jako tłumienie wiskotyczne.

W przyjętej metodzie wyznaczania obciążeń aerodynamicznych, całkowite, nieustalone obciążenia aerodynamiczne (zarówno siła nośna jak i moment aerodynamiczny) wyznaczane są jako sumy składników pochodzących od profilu i klapki.

$$L = L_a + L_t \qquad M = M_a + M_t \tag{7}$$

Rozdział obciążeń w (7) wynika z rozkładu prędkości na profilu i klapce. Nieustalone siły nośne dla profilu i klapki można przedstawić jako sumy części cyrkulacyjnych i niecyrkulacyjnych.

$$L_{()}(t) = L_{N()}(t) + L_{C()}(t) \qquad M_{()}(t) = M_{N()}(t) + M_{C()}(t) \tag{8}$$

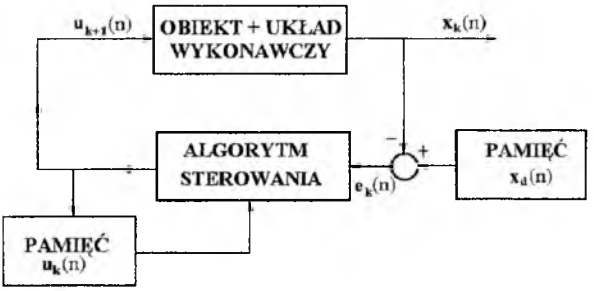
Szczegółowy opis modelu opływu podano w [3]

4. Algorytm „uczący się" i jego zastosowanie do modyfikacji ruchu profilu

Występowanie zjawisk aeromechanicznych, będących przyczyną różnych rodzajów niestateczności aeroelastycznych i aeromechanicznych sprawia, iż dotychczas nie wypracowano uniwersalnej metody sterowania dodatkowego ruchu wirnika.

Nową koncepcją sterowania dodatkowego jest zastosowanie algorytmów „uczących się" [4], które są w stanie reagować na aktualne warunki i stan lotu.

Istotą algorytmu „uczącego się" jest przyjęcie prawa sterowania wykorzystującego informacje o sygnale wejściowym i o błędzie występujących w k-tym okresie do wygenerowania sygnału sterującego, redukującego błąd w następnym okresie. Algorytm takiego sterowania ilustruje schemat blokowy (Rys.3) [2].



Rys. 3. Schemat blokowy algorytmu „uczącego się".

W [2] opisano i udowodniono własności kilku algorytmów „uczących się". W szczególności: opisano prawo sterowania postaci:

$$u_{k+1}(n)= u_k(n)+\theta(n)e_k(n+1), \tag{9}$$

w którym sygnał sterujący tworzony jest na podstawie informacji o błędzie, z poprzedniego okresu ruchu w punkcie przesuniętym o jeden krok w przód. Powyższe prawo sterowania przyjęto do dalszych rozważań w tej pracy.

Zastosowanie wybranego algorytmu „uczącego się" w postaci (9) do modyfikacji ruchu opisywanego układem równań ciągłych i nieliniowych wymaga ich linearyzacji i dyskretyzacji względem czasu. Efektem linearyzacji jest układ równań postaci:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}(t)\mathbf{u} + \mathbf{d}(t) \tag{10}$$

Dyskretyzacja względem czasu sprowadza go do postaci:

$$\mathbf{x}(n+1) = \Phi(n)\mathbf{x}(n) + \Gamma(n)\mathbf{u}(n) + \mathbf{d}(n), \tag{11}$$

gdzie: n - jest wskaźnikiem kroku czasu, n=1,2,....,N.

5. Plan badań

Program badań efektywności działania algorytmu „uczącego się" zrealizowano przy pomocy symulacji numerycznych. Został on podzielony na trzy etapy. Pierwszy z nich miał na celu sprawdzenie poprawności działania programu pod kątem zgodności otrzymywanych wyników z fizyczną istotą zachodzących zjawisk. W drugim etapie badano działanie układu otwartego poprzez sprawdzenie reakcji modelu obciążeń aerodynamicznych na różne rodzaje wymuszeń. Ostatnia grupa badań dotyczyła efektywności działania algorytmu sterowania.

Pierwsze dwa etapy symulacji miały na celu sprawdzenie poprawności działania programu i sprawdzenie efektywności działania modelu niestacjonarnych obciążeń aerodynamicznych. W tym celu wykonane zostały obliczenia, których celem było zweryfikowanie otrzymywanych wyników pod kątem zgodności z fizyczną istotą zachodzących zjawisk.

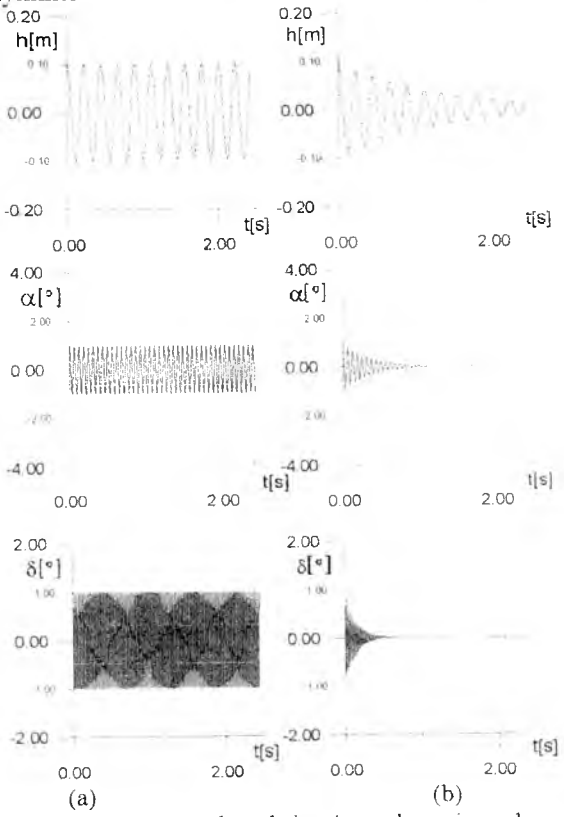
Sprawdzenie poprawności działania programu obejmowało badanie :

- własności układu bez obciążeń aerodynamicznych (model dynamiczny, masowo-sprężysty),
- wpływu położenia środka ciężkości układu na stateczność ruchu poddanego działaniu obciążeń aerodynamicznych (model pełny)

Badanie układu otwartego dotyczyło:

- wpływu prędkości napływu na ruch układu
- reakcji na wymuszenie wprowadzone poprzez stałe i okresowo zmienne wychylenie klapki.

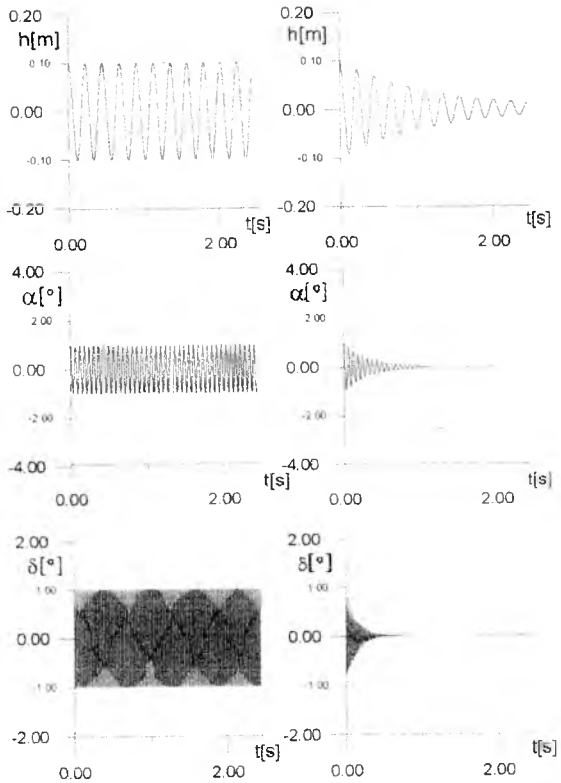
Badanie efektywności algorytmu sterowania przeprowadzono przyjmując rożną kombinację współczynników wzmocnień w układzie sterowania.



Rys. 4. Ruch rozprzężony, bez obciążeń aerodynamicznych: (a) nie tłumiony, (b) tłumiony - 3% tłumienia krytycznego.

6. Wyniki symulacji numerycznych

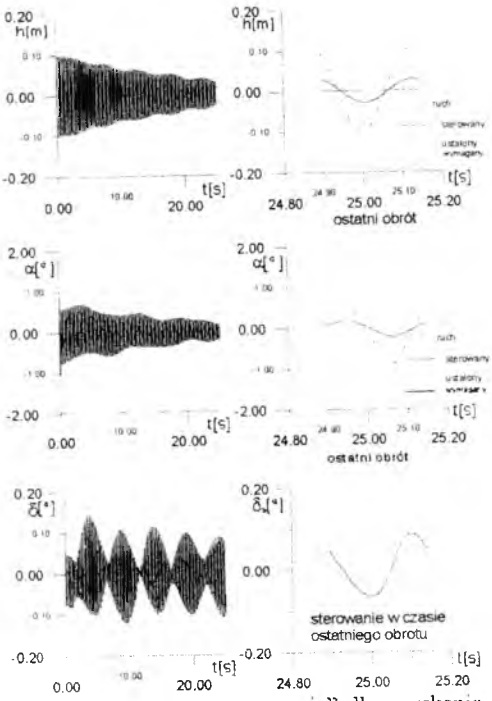
Symulacje numeryczne przeprowadzono dla danych liczbowych wynikających z parametrów charakteryzujących rzeczywiste łopaty śmigłowców (częstości własne, masy oraz tłumienia).



(a) (b)

Rys. 4. Ruch rozprzężony, bez obciążeń aerodynamicznych: (a) nie tłumiony, (b) tłumiony - 3% tłumienia krytycznego.

Na Rys. 4 zilustrowano wyniki symulacji ruchu układu z rozprzężonymi stopniami swobody, zarówno dla obciążeń masowych jak też sprężystych. Wykonano obliczenia dla dwóch przypadków: ruchu nie tłumionego oraz ruchu tłumionego, z tłumieniem równym 3% wartości krytycznej. Otrzymane wyniki są zgodne z istotą fizyczną zjawiska - częstości drgań są zgodne z wartościami przyjętymi jako dane wejściowe natomiast wartość amplitudy (w przypadku bez tłumienia) jest stała i równa wartości wymuszonej przez warunki początkowe. Wprowadzenie tłumienia do układu powoduje szybkie gaśnięcie drgań.



Rys. 5. Wynik działania algorytmu „uczącego się" dla uzyskania zadanego ruchu profilu. k_h=0.33, k_α=0.33, k_δ= 0.33

Drugim etapem obliczeń sprawdzających było badanie układu otwartego. Polegało ono na symulacji pełnego modelu profilu z klapką w celu sprawdzenia poprawności działania przyjętego modelu niestacjonarnych obciążeń aerodynamicznych. Badania te zostały podzielone na dwie grupy:

- badanie wpływu wymuszenia prędkością (współczynnik μ) na ruch układu,
- badanie reakcji układu na stałe i okresowo zmienne wychylenie klapki.

Trzecim i najważniejszym etapem symulacji numerycznych było sprawdzenie efektywności algorytmu sterującego.

Efektywność przyjętego algorytmu sterowania zależy od wartości elementów macierzy θ(n) wchodzących w skład wyrażenia opisującego prawo sterowania. W rozpatrywanym przypadku warunek dostateczny zbieżności sterowania ma następującą postać:

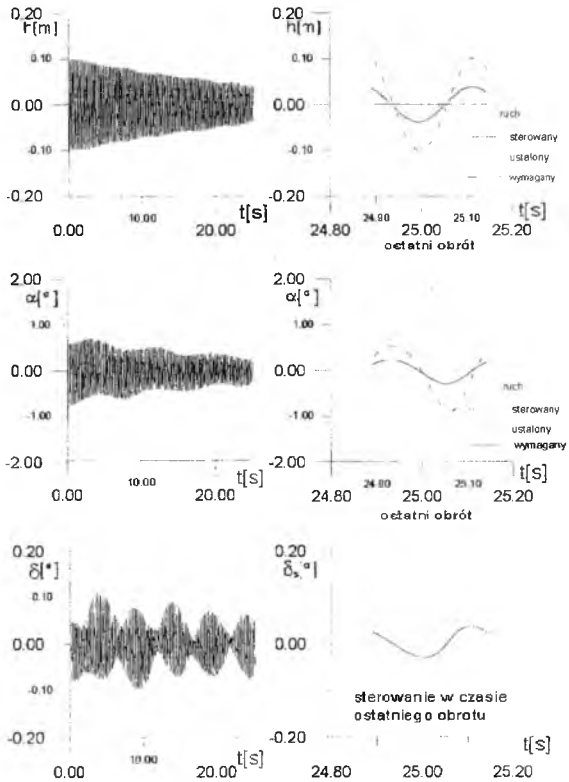
$$|\Gamma_1\theta_1 + \Gamma_2\theta_2 + \Gamma_3\theta_3| < 1 . \tag{12}$$

W realizacji numerycznej elementy macierzy θ(n) są obliczane jako:

$$\theta_i = k_i \frac{1}{\Gamma_i}; \quad i = 1,2,3; \quad k_1 + k_2 + k_3 \le 1, \tag{13}$$

co sprowadza warunek (12) do doboru stałych k_i (i=1,2,3), charakteryzujących związek zmiennej sterującej z błędem w i-tej zmiennej stanu.

W dalszej części opisu współczynniki k_i oznaczono jako: $k_1=k_h$, $k_2=k_\delta$, $k_3=k_\alpha$. Wartości współczynników k dobierane były metodą prób i błędów. Wyniki badań przedstawiono na Rys. 5 i 6.



Rys. 6. Wynik działania algorytmu „uczącego się" dla uzyskania zadanego ruchu profilu. k_h=0.2, k_α=0.2, k_δ= 0.

7. Uwagi końcowe

Wyniki symulacji numerycznych potwierdziły efektywność przyjętego modelu niestacjonarnych obciążeń aerodynamicznych oraz skuteczność zastosowanego modelu sterowania ruchem układu.

Kolejnym krokiem w ramach prac nad zastosowaniem algorytmów „uczących się" do sterowania dodatkowego powinno być przedstawionego w tej pracy algorytmu sterowania do bardziej złożonych modeli łopat wirników i urządzeń sterujących.

Literatura

1. DŻYGADŁO Z., NOWOTARSKI I., OLEJNIK A., *„Linear and Nonlinear Flutter of an Airfoil in Supersonic Flow"*, Second Seminar on Recent Research and Design Progress in Aeronautical Engineering and Its influence on Education", Warsaw, 1996.
2. HAĆ A., TOMIZUKA M., *„Application of Learning Control to Active Damping of Forced Vibration for Periodically Time Variant Systems"*, Transactions of ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol.112, October 1990.
3. NARKIEWICZ J., LING A., DONE G.T.S., *„Unsteady Aerodynamic Loads on an Aerofoil with a Deflecting Tab"*, Aeronautical Journal, August/September 1995, str. 282-292.
4. NARKIEWICZ J., DONE G.T.S, *„Application of a learning control algorithm to a helicopter rotor blade with a trailing edge"*, Paper No. II-15, XXI European Rotorcraft Forum, St. Petersburg, Russia, 1995, str. II-15-1-II.15.6.

CONTROL OF PARAMETRICALLY EXCITED AEROFOIL WITH TRAILING EDGE TAB

JANUSZ NARKIEWICZ, TOMASZ MARCZAK

Institute of Aeronautics and Applied Mechanics,
Warsaw University of Technology, Warsaw, Poland

The representative cross section model of a helicopter blade was used for investigation of application of a new control method for improving blade behaviour. The unsteady model for aerodynamic loads calculation for arbitrary motion of aerofoil and tab and a "learning control" algorithm were applied simultaneously'. The computer simulations proved, that algorithm is effective in obtaining prescribed motion of the aerofoil.

Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN, „Sterowanie dodatkowe łopat wirników śmigłowców", nr 9T12C 00911.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

ESTYMACJA PARAMETRÓW BLOKU POMIAROWEGO INERCJALNEGO BEZKARDANOWEGO SYSTEMU ORIENTACJI PRZESTRZENNEJ (IBSOP)

ALBERT ORTYL
ZDZISŁAW GOSIEWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Uzbrojenia i Lotnictwa, Warszawa

Istota pracy IBSOP polega na przetwarzaniu bezpośrednio zmierzonych prędkości kątowych i przyspieszeń liniowych obiektu. Ponieważ to czujniki pomiarowe (giroskopy i przyspieszeniomierze) odtwarzają ruch obiektu, to ich błędy generują dodatkowe błędy systemu. Błędy giroskopów i przyspieszeniomierzy powodują zarówno błędy chwilowe jak i długoterminowe inercjalnego bezkardanowego systemu orientacji przestrzennej.

Projekt przedstawiony w pracy był ukierunkowany na przedstawienie potencjalnych ograniczeń zastosowania mikroczujników do pomiaru prędkości kątowych i przyspieszeń liniowych w projektowanym IBSOP. Zastosowane czujniki charakteryzują się dość dużymi błędami, toteż przed wykorzystaniem mierzonych przez nie sygnałów należało zidentyfikować ich błędy oraz opracować procedury ich pomiaru i eliminacji. Praca zawiera charakterystykę czujników, opracowane modele błędów czujników pomiarowych, przykładowe projekty filtrów optymalnych, wyniki badań numerycznych oraz wynikające z nich wnioski i zalecenia konstruktorskie.

1. Wstęp

Istota pracy IBSOP polega na przetwarzaniu bezpośrednio zmierzonych prędkości kątowych i przyspieszeń liniowych obiektu. Ponieważ to czujniki pomiarowe (giroskopy i przyspieszeniomierze) odtwarzają ruch obiektu, to ich błędy generują dodatkowe błędy systemu. Błędy giroskopów i przyspieszeniomierzy (błąd współczynnika skali, błąd określenia orientacji przestrzennej osi pomiarowej) powodują zarówno błędy chwilowe jak i długoterminowe inercjalnego bezkardanowego systemu orientacji przestrzennej [8]. Błędy giroskopów i przyspieszeniomierzy mają różne efekty. Błąd współczynnika skali giroskopu wywołuje błędy systemu bezpośrednio

proporcjonalne do prędkości kątowej ruchu stożkowego. W systemach bezkardanowych występuję cząstkowy błąd od całkowitego ruchu stożkowego obiektu wynikający z niedokładności opisu tego ruchu lub przetwarzania danych pomiarowych.

Zwykle blok pomiarowy IBSOP jest kalibrowany przez producentów [3]. Do tego celu wykorzystywane są dokładne i bardzo drogie stoły obrotowe. Alternatywą jest stosowanie procedur auto-kalibracji.

Pod pojęciem *kalibracji* rozumie się porównanie zmierzonych nie skalibrowanych sygnałów wyjściowych z czujników lub ich funkcji ze znanymi własnościami idealnego bloku pomiarowego tak, aby wyznaczyć model kompensacji błędów czujnika.

Z wszystkich możliwych błędów czujników pomiarowych należy wybrać te, które mają największy wpływ na efekt końcowy - błąd systemu. Najczęściej bierze się pod uwagę następujące błędy [7]:

- błąd systematyczny przyspieszeniomierza
- błąd współczynnika skali przyspieszeniomierza;
- błąd orientacji osi pomiarowych przyspieszeniomierza;
- dryf systematyczny giroskopu;
- szum przypadkowy giroskopu;
- błąd współczynnika skali giroskopu;
- błąd orientacji osi pomiarowej giroskopu.

Dodatkowo należy uwzględnić bądź skompensować:

- wpływ temperatury;
- dryf włączenia „warm-up";
- wpływ zmian wartości napięcia zasilania na sygnał wyjściowy;
- dobowe zmiany wartości ustalonej dryf „day-to-day";
- nieliniowość charakterystyki;
- sprzężenia skrośne (międzykanałowe);
- błędy kwantowania (dobór przetwornika pomiarowego).

2. Dyskretny filtr Kalmana

Algorytmy wykorzystywane do korekcji błędów czujników pomiarowych oparte są na filtracji kalmanowskiej. Filtracja ta była intensywnie wykorzystywana w systemach nawigacyjnych od połowy lat 60-tych, a ostatnio przy integracji systemu GPS z inercjalnymi systemami nawigacji.

Równanie stanu systemu ciągłego w czasie można zapisać w postaci

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{w}(t) \tag{1}$$

Równanie pomiaru systemu ma postać

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{X}(t) + v(t) \tag{2}$$

System dyskretny w czasie opisany jest zależnościami

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{X}_k + \mathbf{G} \cdot \mathbf{w}_k \tag{3}$$

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{X}_{k+1} + v_{k+1} \tag{4}$$

gdzie odpowiednie macierze mają w przybliżeniu postać

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + T\mathbf{A} \quad \mathbf{G} \approx T \cdot \mathbf{B} \quad \mathbf{H} = \mathbf{C} \tag{5}$$

Zakłócenia systemu $\{w\}$ oraz pomiarowe $\{v\}$ są dyskretnymi szumami białymi, mają wartość średnią równą zeru, znany rozkład normalny i nie są wzajemnie skorelowane

$$E\{v_k\} = 0 \quad E\{w_k\} = 0 \quad E\{v_k v_k^{\mathrm{T}}\} = \mathbf{R}_k \delta_k \quad E\{w_k w_k^{\mathrm{T}}\} = \mathbf{Q}_k \delta_k \tag{6}$$

Przyjęto następujący model filtracji [1]

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k|k} \tag{7}$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{F}\mathbf{P}_{k|k}\mathbf{F}^{\mathrm{T}} + \mathbf{G}\mathbf{Q}_k\mathbf{G}^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{H}\mathbf{P}_{k+1|k}\mathbf{H}^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_{k+1}\right)^{-1} \tag{9}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1}\left(\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}\right) \tag{10}$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H}\right)\mathbf{P}_{k+1|k} \tag{11}$$

lub dla filtru stabilizowanego

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H}\right)\mathbf{P}_{k+1|k}\left(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H}\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{R}_{k+1}\mathbf{K}_{k+1}^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

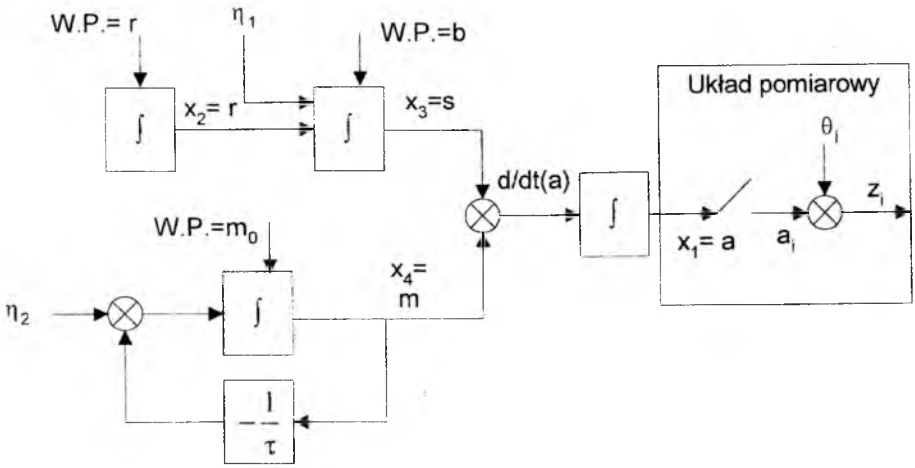
Ten ostatni ma mniejszą czułość na błędy zaokrąglenia oraz daje poprawną wartość macierzy kowariancji błędów estymacji nawet, gdy macierz wzmocnień **K** nie jest optymalna.

Projektowanie filtru Kalmana składa się z dwóch kroków. W pierwszym, należy wyprowadzić odpowiedni model matematyczny. W drugim kroku należy dostroić odpowiednie współczynniki filtru (macierze **Q, P, R** oraz warunki początkowe). W zamierzeniu autorów było opracowanie filtru, który będzie można stosować w trybie on-line w karcie procesora sygnałowego.

3. Model dryfu przypadkowego czujnika pomiarowego

Dryf przypadkowy czujnika pomiarowego nie jest wielkością stałą [4, 6]. W ogólności dryf przypadkowy można uznać za liniową kombinację procesów stochastycznych [5]:

- błędu systematycznego (*random bias*) - b;
- błędu błądzenia (*random walk*);
- błędu narastającego liniowo (*random ramp*) - r;
- procesu Gaussa-Markowa 1-go rzędu - m.



W.P.- warunki początkowe
r - nachylenie zbocza
b - błąd systematyczny
s - suma błędów: narastającego, systematycznego i błądzenia
m - proces Gaussa-Markowa
d/dt(a) - prędkość dryfu
a - dryf
η - zakłócenie (szum) systemu
θ - szum pomiarowy

Rys. 1. Schemat blokowy liniowego modelu dryfu przypadkowego

Struktura powstawania błędu dryfu przedstawiona na rys.1 może być zapisana w postaci

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \eta \\ \mathbf{z} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \Theta \end{aligned} \tag{13}$$

gdzie

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ r \\ s \\ m \end{bmatrix} \qquad \eta = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \tag{14}$$

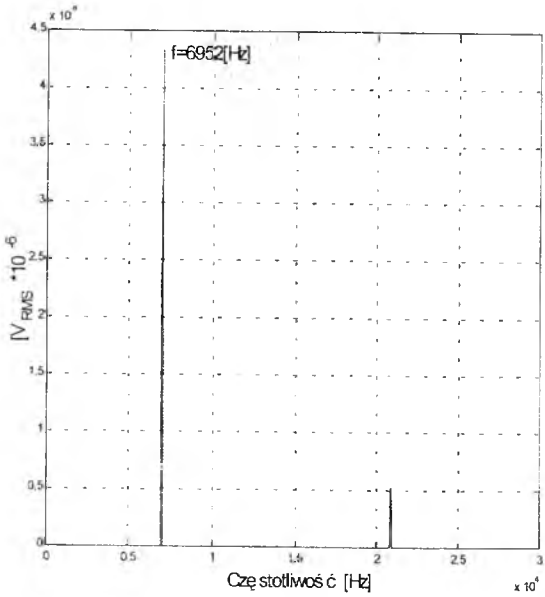
$$\mathbf{z} = [z] \quad \Theta = [\theta] \tag{15}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\tau \end{bmatrix} \qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{16}$$

Zakłócenia systemu oraz pomiarowe są dyskretnymi szumami białymi, mają wartość średnią równą zeru, znany rozkład normalny i nie są wzajemnie skorelowane.

4. Estymacja i kompensacja błędów giroskopu

W budowanym modelu IBSOP do pomiaru prędkości kątowej zastosowane zostały trzy wibracyjne giroskopy piezoelektryczne typu GYROSTAR (ENV-05DB52). Są to małe, relatywnie tanie giroskopy stosowane powszechnie w systemach nawigacji samochodów (w prostszej i tańszej wersji). Z uwagi na zasadę działania w sygnale wyjściowym można zaobserwować składową sygnału o częstotliwości ok. 7 [kHz] (rys.2), jednakże można ją wyeliminować stosując odpowiedni filtr dolnoprzepustowy.



Rys. 2. Gęstość widmowa mocy (PSD) sygnału z nieruchomego giroskopu

Źródła błędów giroskopu wibracyjnego, podobnie jak i innych giroskopów, można podzielić na dwie składowe - błędu dryfu i błędu współczynnika skali zwanego również błędem czułości. Błąd dryfu składa się z kolei z trzech składowych:

1. dryfu deterministycznego rozumianego jako przesunięcie wskazań w stanie ustalonym, w którym skompensowano wpływ temperatury;
2. dryfu włączenia;
3. dryfu przypadkowego opisanego odpowiednim modelem stochastycznym.

4.1 Wyznaczanie dryfu deterministycznego

Jako pierwszy można estymować i kompensować dryf deterministyczny. Przyjmuje się założenie, że dryf ten ma stałą wartość w czasie pracy giroskopu. Równanie pomiaru giroskopu w warunkach ustalonych można zapisać w postaci

$$\mathbf{K}^{\omega} \cdot \mathbf{u} = \omega_I + \mathbf{D}^{D} + \eta(t) \qquad (17)$$

gdzie:

$\mathbf{K}^{\omega}$ - współczynnik skali;

$\mathbf{u}$ - sygnał napięcia wyjściowego z giroskopu;

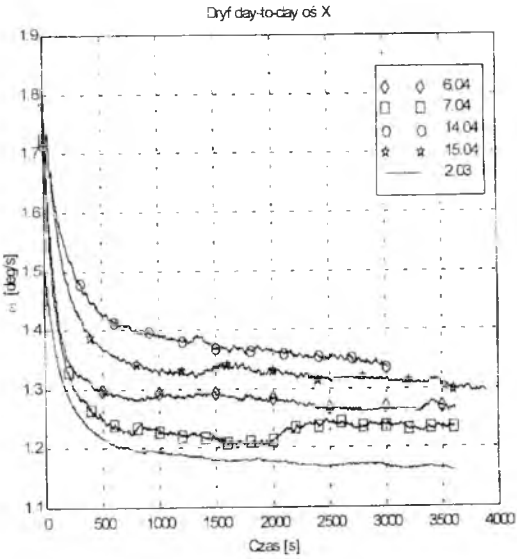
ω_I - wejściowa prędkość kątowa;

$\mathbf{D}^{D}$ - dryf deterministyczny.

$\eta(t)$ - szum pomiarowy;

Wymuszając stałą wartość prędkości kątowej (przy pomocy stołu obrotowego o odpowiednio dużej stabilności) otrzymujemy szereg pomiarów, które mogą posłużyć do wyliczenia zarówno dryfu deterministycznego, jak i współczynnika skali (przy założeniu zerowych błędów współczynnika skali). Przy braku odpowiedniego stołu obrotowego można estymować dryf deterministyczny utrzymując giroskop nieruchomo. Nie jest możliwa jednak wówczas estymacja współczynnika skali.

Wartość dryfu deterministycznego można wyznaczyć mierząc (w warunkach ustalonych) sygnał wyjściowy z giroskopu, a następnie poddając go uśrednieniu, np. metodą najmniejszej sumy kwadratów.

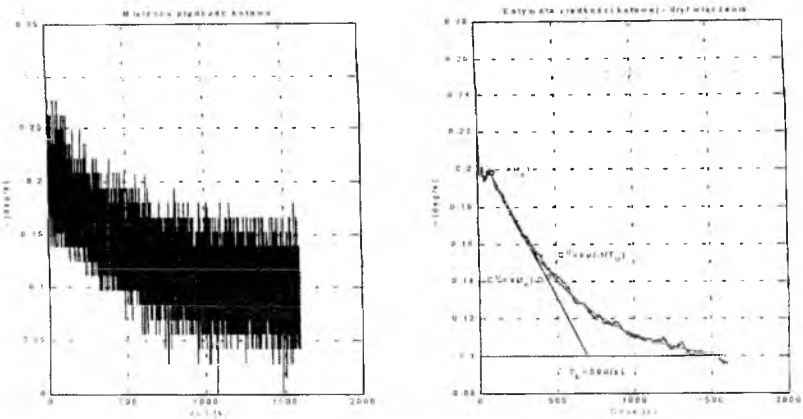


Rys. 3. Dobowe zmiany wskazań giroskopu

Dokonując pomiarów wielokrotnie, z odstępem jednodniowym lub większym, można zauważyć wyraźne zmiany wartości dryfu deterministycznego (rys.3) sięgające nawet 0.2 deg/s. Można to uznać za tzw. dryf „day-to-day". Nastręcza on dodatkowe problemy, ponieważ nie zauważono wyraźnej logiki zmian wskazań w czasie, wobec czego wartość dryfu deterministycznego należy określać przy każdym włączeniu zasilania giroskopów. Wiąże się to z dość długim (ok. 1000-1200 s) czasem oczekiwania. Przy realizacji tych pomiarów nie uwzględniano ewentualnych dobowych wahań temperatury (która wynosiła ok. +20°).

4.2 Dryf włączenia

Wpływ dryfu włączenia został pokazany na rys. 4. Dryf ten jest funkcją czasu pracy giroskopu, a jego wartość zmienia się w sposób wykładniczy.



Rys. 4. Wpływ dryfu włączenia na mierzoną prędkość kątową

Możemy wyprowadzić dwa różne modele błędów, zależne od stanu czujnika pomiarowego, mianowicie możemy rozróżnić model: stacjonarny i niestacjonarny [2].

W modelu stacjonarnym sygnał na wyjściu idealnego giroskopu jest zerowy (oczywiście przy przyjęciu założenia, że badany giroskop nie jest w stanie zmierzyć składowej prędkości kątowej ruchu dobowego Ziemi). Oznacza to, że obiekt na którym giroskop jest zamontowany, nie porusza się. Również w tym przypadku błąd współczynnika skali nie ma wpływu na sygnał wyjściowy z czujnika. Stacjonarny model błędów zawierający zmienny w czasie dryf włączenia opisany jest poniższymi zależnościami

$$e_i(t_k) = D_i^D + D_i^R + C_i^{tl} \exp\left(-\frac{t_k}{T_i^{tl}}\right) + \eta_{1i}(t_k), \quad i = x, y, z$$

$$C_i^{tl} = \hat{e}_i(t_n) - D_i^D \qquad (18)$$

$$\eta_{1i}(t_k) \sim N\left(0, \sigma_{\eta 1i}^2\right)$$

gdzie:

t_k - oznacza czas dyskretny;

D_i^D - dryf deterministyczny i-tego giroskopu w warunkach ustalonych;

D_i^R - dryf przypadkowy opisany odpowiednim modelem;

$\hat{e}(t_n)$ - wstępnie estymowana (jeszcze nie kompensowana wartość dryfu giroskopu), po zakończeniu procesu przejściowego filtracji.

W równaniach tych wielkość $D^{tl} = C^{tl} e(-t/T_{tl})$ określa dryf włączenia. Współczynnik C^{tl} powinien być określony na podstawie bieżących danych pomiarowych, natomiast stała czasu T_{tl} powinna być określona na podstawie np. wartości średniej otrzymanej z wielu zarejestrowanych przebiegów. Jednakże, w przypadku uwzględniania dryfu przypadkowego, przyjęcie ustalonej wartości współczynnika C^{tl} może być obarczone dużym błędem.

W modelu opisanym powyżej przyjęto założenie, że współczynnik C^{tl} jest wyliczany na podstawie wstępnie estymowanej wartości prędkości kątowej $\hat{e}(t_n)$ po zakończeniu procesu przejściowego filtracji. Czas t_n należy dobrać eksperymentalnie. Estymowana wstępnie wartość prędkości kątowej jest otrzymana na podstawie modelu uwzględniającego tylko dryf przypadkowy.

W modelu niestacjonarnym należy dodatkowo uwzględnić współczynnik skali

$$e_i(t_k) = \left(K_i^{\omega} + D_i^{\omega}\right)\omega_i + D_i^D + D_i^R + C_i^{tl} \exp\left(-\frac{t_k}{T_i^{tl}}\right) + \eta_{1i}(t_k), \quad i = x, y, z$$

$$C_i^{tl} = \hat{e}_i(t_n) - D_i^D \qquad (19)$$

$$\eta_{1i}(t_k) \sim N\left(0, \sigma_{\eta 1i}^2\right)$$

gdzie:

K_i^{ω} - nominalny współczynnik skali;

D_i^{ω} - błąd współczynnika skali.

Zgodnie z przedstawionym wcześniej modelem dryf przypadkowy giroskopu możemy opisać jako sumę: błędu systematycznego, Gaussa-Markowa oraz błądzenia [5]

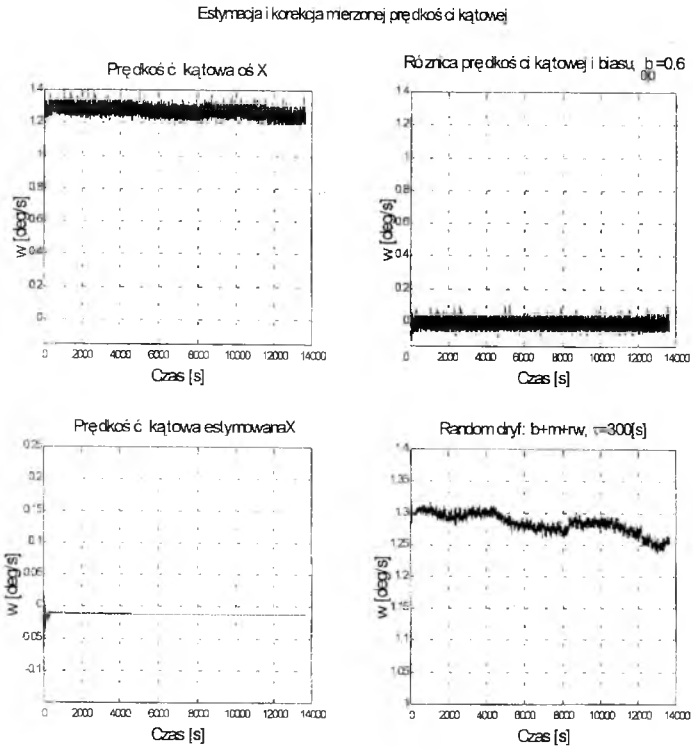
$$D_i^R = \varepsilon_{mi} + \varepsilon_{bi}, \quad i = x, y, z \qquad (20)$$

gdzie

$$\dot{\varepsilon}_{mi} = -\beta_i \varepsilon_{mi} + \eta_{gi} \tag{21}$$

$$\dot{\varepsilon}_{hi} = 0 \tag{22}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\tau \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{23}$$



Rys. 5. Wyniki estymacji prędkości kątowej

Pobudzający szum biały η_g ma wariancję $2\beta\sigma^2$, gdzie β jest odwrotnością czasu korelacji, a σ^2 jest wariancją procesu dryfu. Wyniki badań numerycznych przedstawione są na rys.5. Należy zaznaczyć, że kluczową rolę przy otrzymaniu poprawnych wyników odgrywa dobór parametrów filtru Kalmana. Lewy górny rysunek przedstawia sygnał mierzony, prawy - sygnał po odjęciu estymowanego dryfu, lewy dolny - estymowaną prędkość kątową a prawy

estymowany dryf. Wykresy pokazują poprawę wskazań. Szumy, które pozostały wynikają z niedokładności przyjętego modelu. Ważne jest jednak to, że sygnał skorygowany ma poprawną wartość średnią, co jest istotne z punktu widzenia całkowania tego sygnału.

4.3 Wstępna estymacja prędkości kątowej

W zastosowanym modelu zakładamy, że obiekt (czujnik pomiarowy) nie porusza się lub porusza się ze stałą prędkością kątową. Do pomiarów zastosowano kartę procesorową typu DS1102-40. Posiada ona dwa przetworniki A/D 16 bitowe i dwa 12 bitowe, przy zakresie pomiarowym ±10V. Dla współczynnika skali 22.2 mV/deg/s wartość LSB wynosi odpowiednio 0.0137466 deg/s i 0.22 deg/s.

Wektor stanu układu **x**(t) ma postać

$$\mathbf{x}(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \omega \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \textit{prędkość kątowa} \\ \textit{przyspieszenie kątowe} \end{bmatrix} \tag{24}$$

Równanie stanu systemu ciągłego w czasie

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\cdot\mathbf{x}(t)+\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\cdot w(t)=\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}\cdot w(t) \tag{25}$$

Równanie obserwacji systemu ciągłego

$$\mathbf{z}(t)=\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\cdot\mathbf{x}(t)+v(t)=\mathbf{C}\cdot\mathbf{x}(t)+v(t) \tag{26}$$

W systemie dyskretnym odpowiednie macierze mają postać

$$\mathbf{F}=\mathbf{I}+T\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}\approx T\cdot\mathbf{B}=\begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{27}$$

Zakłócenia systemu oraz pomiarowe są dyskretnymi szumami białymi, mają wartość średnią równą zeru, znany rozkład normalny i nie są wzajemnie skorelowane

$$E\{v_k\}=0,\ E\{w_k\}=0,\ E\{v_k v_k^{\mathrm{T}}\}=\mathbf{R}_k\delta_k=[r],\ E\{w_k w_k^{\mathrm{T}}\}=\mathbf{Q}_k\delta_k=[q] \tag{28}$$

Przyjęto model filtracji opisany zależnościami (7)÷(12). Po rozwinięciu równań filtracji z uwzględnieniem przyjętego modelu otrzymano następujące zależności rekurencyjne

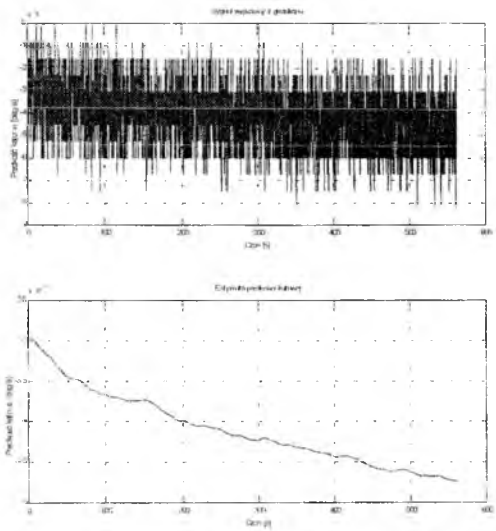
$$\mathbf{P}_{k+1|k}=\begin{bmatrix} p_{11(k+1|k)} & p_{12(k+1|k)} \\ p_{21(k+1|k)} & p_{22(k+1|k)} \end{bmatrix}=$$
$$=\begin{bmatrix} p_{11(k|k)}+(p_{12(k|k)}+p_{21(k|k)})T+(p_{22(k|k)}+q)T^2 & (p_{12(k|k)}+p_{22(k|k)})T \\ (p_{21(k|k)}+p_{22(k|k)})T & p_{22(k|k)} \end{bmatrix} \tag{29}$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{p_{11(k+1|k)}}{p_{11(k+1|k)} + r} \\ \dfrac{p_{21(k+1|k)}}{p_{11(k+1|k)} + r} \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(k+1|k+1)} &= \begin{bmatrix} p_{11(k+1|k+1)} & p_{12(k+1|k+1)} \\ p_{21(k+1|k+1)} & p_{22(k+1|k+1)} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (1-K_1)p_{11(k+1|k)} & (1-K_1)p_{12(k+1|k)} \\ p_{21(k+1|k)} - K_2 p_{11(k+1|k)} & p_{22(k+1|k)} - K_2 p_{12(k+1|k)} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{31}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1(k+1|k+1)} \\ \hat{x}_{2(k+1|k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1(k+1|k)} + T\hat{x}_{2(k+1|k)} + K_1\left(z_{k+1} - \hat{x}_{1(k+1|k)} - T\hat{x}_{2(k+1|k)}\right) \\ \hat{x}_{2(k+1|k)} + K_2\left(z_{k+1} - \hat{x}_{1(k+1|k)} - T\hat{x}_{2(k+1|k)}\right) \end{bmatrix} \tag{32}$$

Przykładowa realizacja filtracji sygnału z giroskopu przedstawiona jest na rys.6. Na górnym rysunku przedstawione są dane pomiarowe, natomiast na dolnym sygnał po filtracji. Zauważalne są wyraźne zmiany wskazań wynikające z wystąpienia dryfu włączenia.

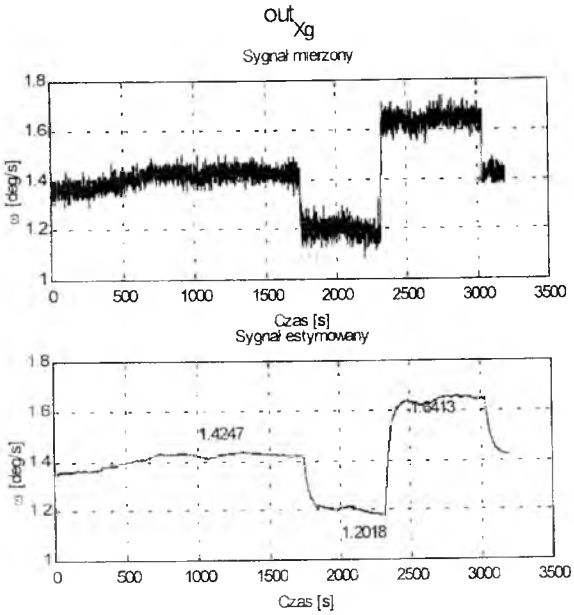


Rys. 6. Wyniki estymacji mierzonej prędkości kątowej

4.4 Pomiar współczynnika skali

W celu oceny rzeczywistej wartości współczynnika skali poddano giroskopy wymuszeniu stałemu o wartości ±800 "/s=0.222 deg/s. Przykładowy pomiar przedstawiony jest na rys.7. Zmierzona wartość prędkości odpowiada wartości

katalogowej i w rozpatrywanym przypadku wartość średnia wyniosła odpowiednio 0.2229 deg/s oraz 0.2166 deg/s. Podobne wartości otrzymano dla giroskopów mierzących prędkość kątową w pozostałych dwóch kanałach. Z uwagi na brak dokładnego stołu obrotowego o większej prędkości kątowej nie prowadzono badań w większych zakresach prędkości kątowej (współczynnika skali i jego nieliniowości).



Rys. 7. Odpowiedź giroskopu X na wymuszenie ±800 °/s

5. Estymacja i kompensacja błędów przyspieszeniomierza

W budowanym modelu IBSOP do pomiaru prędkości kątowej zastosowane zostały trzy przyspieszeniomierze piezoelektryczne firmy Analog-Devices typu ADXL-05. Są to małe, relatywnie tanie przyspieszeniomierze stosowane powszechnie w systemach uruchamiania poduszki powietrznej samochodów (w prostszej i tańszej wersji).

Źródła błędów przyspieszeniomierza, podobnie jak i innych elementów pomiarowych, można podzielić na dwie składowe - błędu dryfu i błędu współczynnika skali zwanego również błędem czułości.

Wymuszając stałą wartość przyspieszenia (przy pomocy stołu obrotowego ustawionego w pionie o odpowiednio dużej rozdzielczości) otrzymujemy szereg pomiarów, które mogą posłużyć do wyliczenia zarówno dryfu, jak i współczynnika skali (przy założeniu, że zerowych błędów współczynnika

skali).

Przy braku odpowiedniego stołu obrotowego można estymować dryf utrzymując przyspieszeniomierz nieruchomo - jest on wówczas wymuszany przez stałą wartość przyspieszenia. Nie jest możliwa jednak estymacja współczynnika skali. Oceniane przyspieszeniomierze zostały wstępnie kalibrowane (ustalenie poziomu napięcia odpowiadającego 0g oraz regulacja współczynnika skali) wykorzystując poziomowany stół oraz przyspieszenie siły ciężkości.

Modele błędów przyspieszeniomierza nie uwzględniają w jawnej postaci ich dynamiki. Takie podejście jest możliwe, ponieważ przyspieszenia samolotu jako funkcje czasu „przechodzą" przez przyspieszeniomierze praktycznie bez zniekształceń, z uwagi, że dobiera się bardzo dużą (rzędu kilkuset rad/s) częstotliwość drgań własnych przyspieszeniomierzy SNI. Powstające błędy dynamiczne są niewielkie i mają charakter stochastyczny, uwzględniany w funkcjach przypadkowych.

5.1 Estymacja dryfu

Bazując na ogólnym modelu dryfu opisanym równaniami (13)÷(16) otrzymujemy model dryfu przyspieszeniomierza składający się z sumy dryfu systematycznego, narastającego i błądzenia przypadkowego

$$\mathbf{B}_i = \nabla_{ri}, \quad i = x, y, z \tag{33}$$

gdzie

$$\dot{\nabla}_{ri} = k_{ri} + \xi_{ai} \tag{34}$$

$$\dot{k}_{ri} = 0 \tag{35}$$

$$\nabla_{bi} = \nabla_{ri}(0) \tag{36}$$

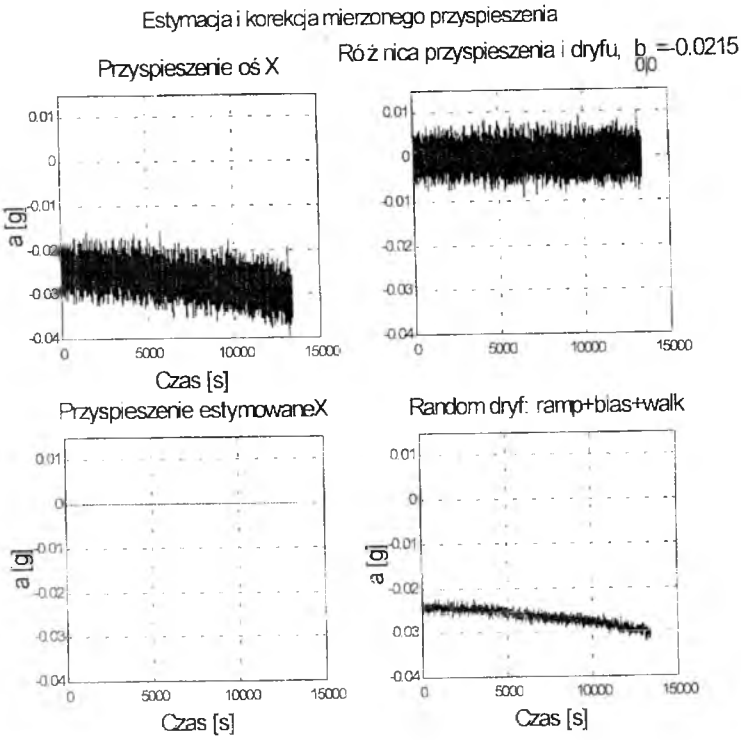
Składowa systematyczna jest modelowana jako warunek początkowy składowej narastającej.

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{a} \\ \dot{\nabla}_R \\ \dot{k}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v \\ a \\ \nabla_R \\ k_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ 0 \\ \xi_2 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{37}$$

$$z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v & a & \nabla_R & k_r \end{bmatrix}^T + \eta$$

Na rys. 8 i 9 przedstawione są wynika estymacji dryfu przyspieszeniomierza i przyspieszenia dla różnych wartości początkowych składowej systematycznej. Widać, że na wynik końcowy wyraźnie wpływa dostrojenie filtru Kalmana (w tym przypadku dobór warunków początkowych). Oba wykresy pokazują poprawę wskazań przyspieszeniomierza. Szumy, które pozostały wynikają z niedokładności przyjętego modelu. Ważne jest jednak to, że sygnał

skorygowany ma poprawną wartość średnią, co jest istotne z punktu widzenia całkowania tego sygnału.



Rys. 8. Wyniki estymacji dryfu i przyspieszenia

5.2 Wstępna estymacja przyspieszenia

W zastosowanym modelu zakładamy, że obiekt (czujnik pomiarowy) nie porusza się lub porusza się ze stałym przyspieszeniem.

Wektor stanu układu **X**(t) ma postać

$$\mathbf{X}(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} V \\ \dot{V} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \textit{prędkość} \\ \textit{przyspieszenie} \end{bmatrix} \tag{38}$$

Równanie stanu systemu ciągłego

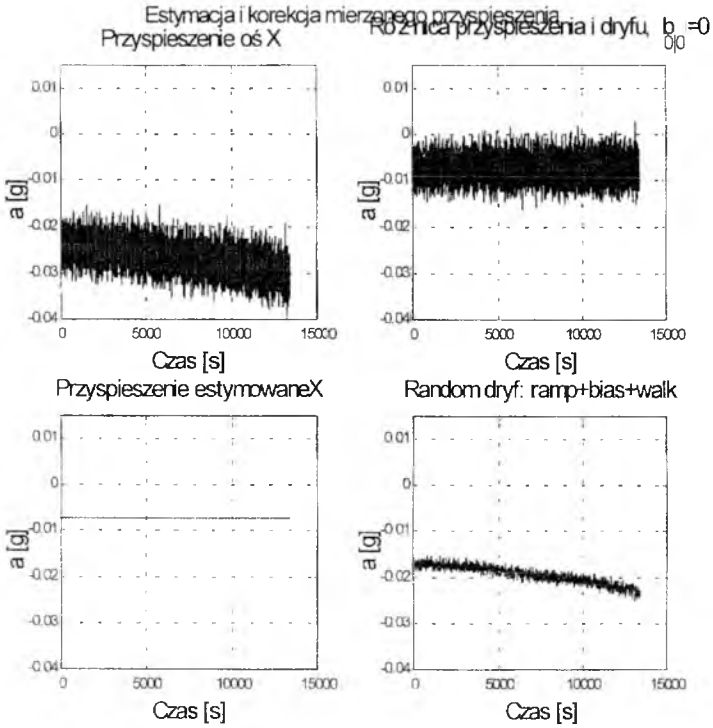
$$\mathbf{X}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\cdot\mathbf{X}(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\cdot w(t)=\mathbf{A}\cdot\mathbf{X}(t)+\mathbf{B}\cdot w(t) \tag{39}$$

Równanie obserwacji systemu ciągłego

$$\mathbf{Z}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\cdot\mathbf{X}(t)+v(t)=\mathbf{C}\cdot\mathbf{X}(t)+v(t) \tag{40}$$

Odpowiednie macierze systemu dyskretnego mają postać

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + T\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} \approx T \cdot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ T \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{41}$$



Rys. 9. Sygnał wyjściowy z przyspieszeniomierza (0 g) skorygowany o wartość dryfu

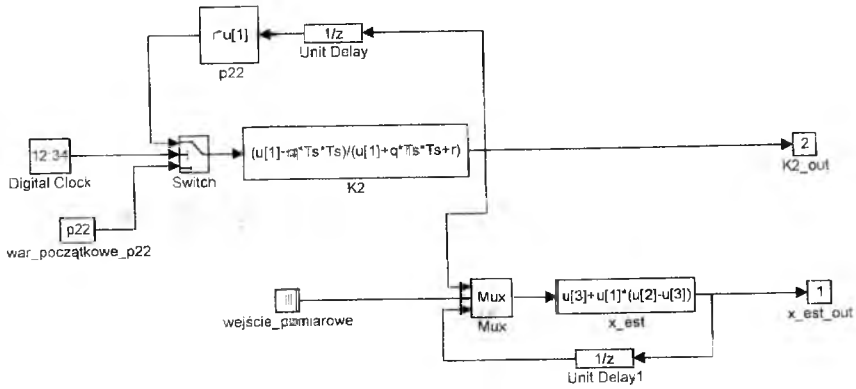
Po rozwinięciu powyższych równań z uwzględnieniem przyjętego modelu otrzymano następujące zależności rekurencyjne

$$K_2(k+1) = \frac{p_{22}(k+1 \mid k) + qT^2}{p_{22}(k+1 \mid k) + qT^2 + r} \tag{42}$$

$$p_{22}(k+1 \mid k+1) = rK_2(k+1) \tag{43}$$

$$\hat{x}_2(k+1 \mid k+1) = \hat{x}_2(k+1 \mid k) + K_2\left[z - \hat{x}_2(k+1 \mid k)\right] \tag{44}$$

Przykładowa realizacja filtracji sygnału z przyspieszeniomierza pracującego on-line w środowisku MATLAB/Simulink/DSP (TMS320C31) (bez estymacji dryfu) przedstawiona jest na rys. 10.



Rys. 10. Przykładowa realizacji filtracji przyspieszeń - wg zależności (42)-(44)

6. Wnioski

Prezentowana praca przedstawia tylko wybrane problemy jakie należy rozwiązać przy syntezie IBSOP, jest tylko pewnym początkowym etapem i nie rozwiązuje globalnie wszystkich problemów. Prezentowane modele błędów i wyniki modelowania nie są ostateczne i należy je traktować jako punkt wyjściowy do dalszych badań. Przedstawione modele błędów w połączeniu z modelem błędu całego systemu umożliwią budowę odpowiedniego filtru Kalmana. Dokładność estymacji zależy od dokładności modelu błędów oraz dostrojenia współczynników filtru Kalmana.

Niektóre przedstawione tutaj wyniki można potraktować jako krótką charakterystykę i ocenę przydatności wymienionych wcześniej typów czujników dla IBSOP. Przedstawione zostały również potencjalne ograniczenia (np. czas nagrzewania giroskopu).

Literatura

1. ANDERSON B., MOORE J., 1984, *Filtracja optymalna*. WNT, Warszawa.
2. KIM J., LEE J.,JEE G., SUNG T., 1996, Compensation of Gyroscope Errors and GPS/DR Integration, *Proceedings of PLANS-96*, 464-470.
3. KNICKMEYER E. H., KNICKMEYER E. T., 1990. Basic Geometric Considerations for a Self-Calibration of Strapdown Inertial Sensor Blocks by Tumbless, *Kinematic Systems in Geodesy, Surveying and Remote Sensing*, Springer-Verlag, 105-116

4. LEFFERTS E. J., MARKLEY F. L., SHUSTER M. D., 1982, Kalman Filterring for Spacecraft Attitute Estimation, *Journal of Guidance*, **5**, 5, 417-429
5. NASH R. A., JR., ..., 1971, Application of Optimal Smoothing to the Testing and Evaluation of Inertial Navigation Systems and Components, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **16**, 6, 806-816
6. NEBOT E., DURRANT-WHYTE H., 1997, Initial Calibration and Alignment of an Inertial Navigation Unit, *Proceedings of M2VIP-97*, Toowoomba, Australia, 174-180.
7. SCHERZINGER B. M., 1990, The Design, Simulation and Implementation of an Accurate Positioning System For Automatic Flight Inspection, *Proceedings of PLANS 90*, 444-451.
8. SCHWARTZ B., 1982, Strapdown System Errors with Dynamic Inputs, *Proceedings of PLANS 82*, 260-274.

STRAPDOWN INERTIAL MEASUREMENT UNIT ERRORS ESTIMATION

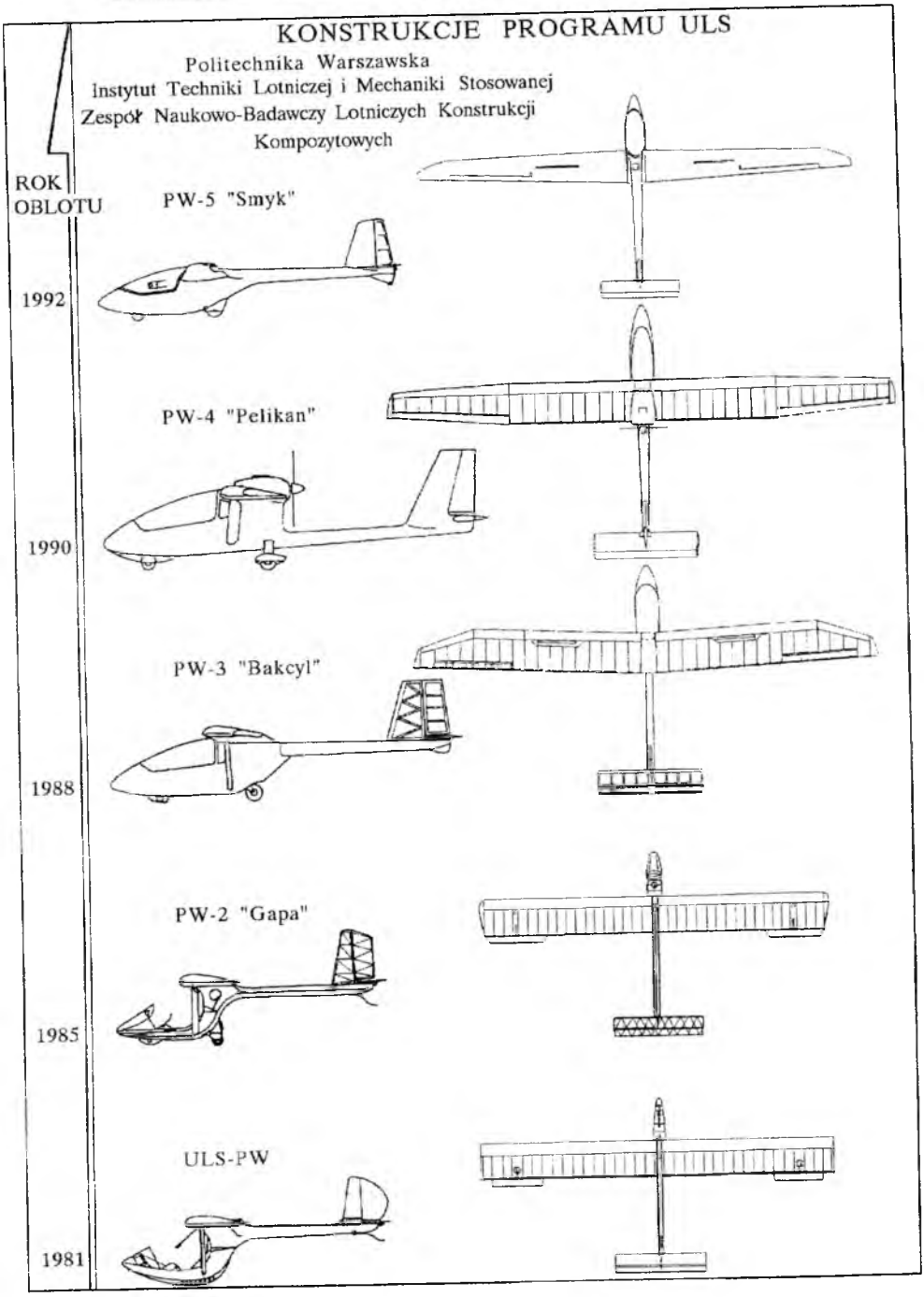
ALBERT ORTYL
ZDZISŁAW GOSIEWSKI

Military University of Technology, Armament and Aviation Department, Warsaw

Strapdown attitude and heading reference system (SD AHRS) is based on measuring and processing of angular rates and linear accelerations. Sensors errors cause additional system errors. Gyroscope and accelerometers errors cause both short term as well as long term errors of strapdown attitude and heading reference system.

The project presented in this paper aims at defining the limits of using microsensors to measure angular rates and linear accelerations in design IMU. The micromachined angular rate and acceleration have so many kind of errors so before their signals can be useful we should model and draw up procedures of measuring and estimating the sensors errors. The work includes characteristics of used sensors, designed errors models, Kalman filters, results of numerical investigations, conclusions and recommendation for designers.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA



Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

MODELOWANIE I SYMULACJA NUMERYCZNA DYNAMIKI SAMOLOTU PRZY OBCIĄŻENIU IMPULSOWYM OD DZIAŁKA POKŁADOWEGO W ZALEŻNOŚCI OD LICZBY POCISKÓW W SERII.

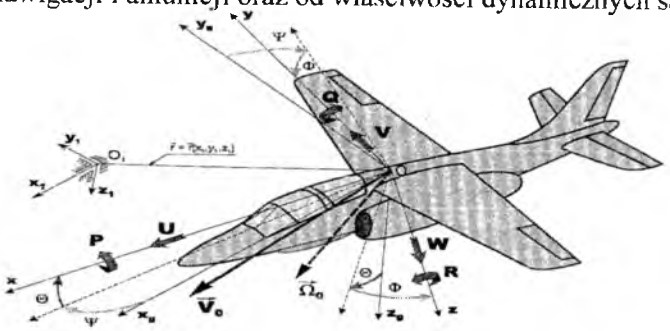
ANETA OTRĘBSKA [2]
JERZY MARYNIAK [1,2]
JACEK A. GOSZCZYŃSKI [1]

[1] *Instytut Lotnictwa, 02-256 Warszawa,*
[2] *ITLiMS Politechnika Warszawska*

W opracowaniu przedstawiono model matematyczny oraz wyniki symulacji przeprowadzone dla samolotu klasy I-22 "Iryda" w locie przestrzennym przy strzelaniu różną liczbą pocisków w serii z działka pokładowego. Przeprowadzono analizę wpływu liczby strzałów na własności dynamiczne samolotu. Wyniki przedstawiono w postaci wykresów.

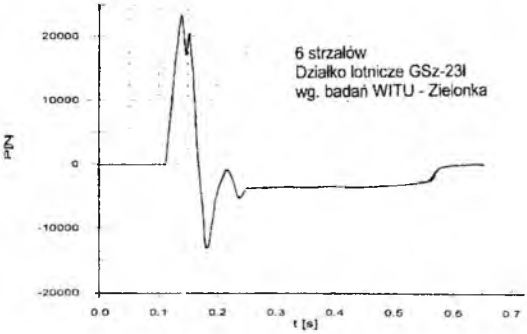
1. Wstęp

Własności dynamiczne samolotu w fazie strzelania z działka pokładowego są podstawą oceny samolotu pod względem zastosowania bojowego. Skuteczność ataków samolotu na cele powietrzne i naziemne zależy od jakości działka, systemu nawigacji i amunicji oraz od właściwości dynamicznych samolotu.



Rys. 1 Przyjęte układy odniesienia

Dotychczasowe analizy dynamiki samolotu w fazie strzelania z działka pokładowego były przeprowadzane w ruchu płaskim [5]. Interesującym zagadnieniem jest zbadanie wpływu strzelania z działka pokładowego na ruch przestrzenny samolotu. Chcąc przeprowadzić taką analizę własności samolotu, opracowano model matematyczny samolotu (przyjmując samolot I-22 jako obiekt testowy) w ruchu przestrzennym z uwzględnieniem sił pochodzących od działka. Reakcje oddziaływania działka GSz-23Ł na samolot przyjęto na podstawie badań przeprowadzonych w Wojskowym Instytucie Technicznym Uzbrojenia w Zielonce przyjmując odpowiednie impulsy siły pochodzące od działka (rys.2) [6].

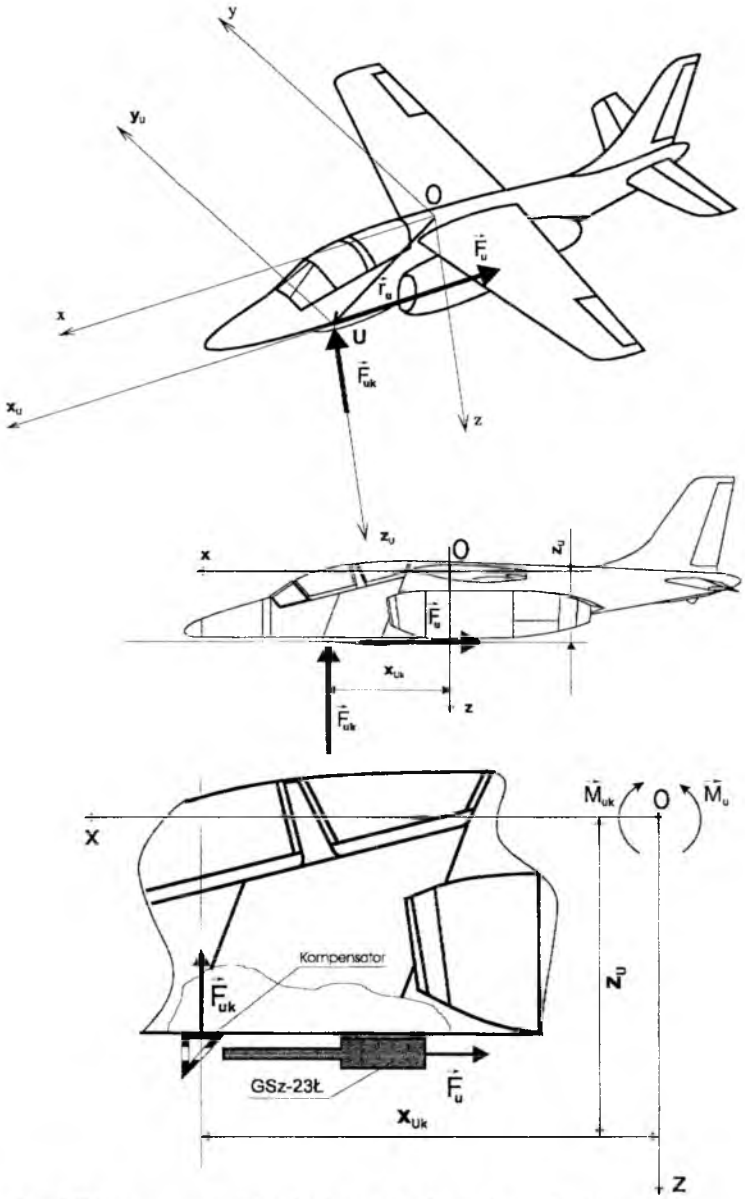


Rys. 2 Przebieg impulsu siły od działka GSz23Ł, WITU Zielonka

2. Szczególny model matematyczny samolotu I-22 "Iryda" w ruchu przestrzennym z działkiem GSz-23Ł

Założenia modelu fizycznego

- samolot jest traktowany jako bryła sztywna o sześciu stopniach swobody: trzy przemieszczenia liniowe (x1 , y1, z1) i trzy kątowe (kąty przechylenia, pochylenia i odchylenia Φ, Θ, Ψ) (rys. 1),
- powierzchnie sterowe są ruchome (nie mogą wykonywać drgań własnych), a ich wychylenia mają tylko wpływ parametryczny na siły i momenty sił aerodynamicznych;
- aerodynamika jest quasi-stacjonarna (uwzględniono ściśliwość powietrza),
- atmosfera jest bezwietrzna i nie zaburzona – (zgodna z atmosferą wzorcową),
- siły i momenty sił od uzbrojenia strzeleckiego wprowadzono zgodnie węzłami mocowań działka (rys. 3) [6].



Rys. 3 Siły i momenty sił pochodzące od uzbrojenia strzeleckiego [2].

Równania ruchu samolotu zostały wyprowadzone przy wykorzystaniu równań Boltzmana-Hamela [1,2] dla mechanicznych układów o więzach holonomicznych z uwzględnianiem uproszczeń wynikających z przyjętego modelu fizycznego, symetrii masowej oraz geometrycznej [6] w klasycznych lotniczych układach odniesienia (rys.1, 3):

- - równanie ruchów podłużnych:

$$m\left(\dot{U}+QW-RV\right)-S_x\left(Q^2+R^2\right)+S_z\left(\dot{Q}+PR\right)=-mg\sin\Theta+$$
$$-\frac{1}{2}\rho SV_0^2\left(C_{xa}\cos\beta\cos\alpha+C_{ya}\sin\beta\cos\alpha-C_{za}\sin\alpha\right)+X^{\dot{Q}}\dot{Q}+ \qquad (1)$$
$$+X^{\delta H}\delta_H+X^{\alpha ZH}\alpha_{ZH}+T_L\cos\varphi_{TzL}+T_P\cos\varphi_{TzP}+$$
$$-F_u\cos\varphi+F_{uk}\sin\varphi$$

- - równanie ruchów bocznych:

$$m\left(\dot{V}+RV-PW\right)+S_x\left(\dot{R}-PQ\right)-S_z\left(\dot{P}-RQ\right)=mg\cos\Theta\sin\Phi+$$
$$+\frac{1}{2}\rho SV_0^2\left(-C_{xa}\sin\beta+C_{ya}\cos\beta\right)+Y^P P+Y^R R+Y^{\delta V}\delta v+ \qquad (2)$$
$$+T_L\sin\varphi_{TzL}+T_P\sin\varphi_{TzP}$$

- - równanie ruchów wznoszących:

$$m\left(\dot{W}+PV-QU\right)-S_x\left(\dot{Q}-PR\right)-S_z\left(Q^2+P^2\right)=mg\cos\Theta\cos\Phi+$$
$$-\frac{1}{2}\rho SV_0^2\left(C_{xa}\cos\beta\sin\alpha+C_{ya}\sin\beta\sin\alpha-C_{za}\cos\alpha\right)+ \qquad (3)$$
$$+Z^{\dot{Q}}\dot{Q}+Z^{\delta h}\delta_H+Z^{\alpha ZH}\alpha_{ZH}-T_L\cos\varphi_{TzL}-T_P\cos\varphi_{TzP}$$
$$+F_u\sin\varphi+F_{uk}\cos\varphi$$

- równanie ruchów przechylających:

$$I_x\dot{P}-(I_y-I_z)QR-I_{xy}\left(\dot{Q}-PR\right)-I_{xz}\left(\dot{P}+RQ\right)-I_{yz}\left(Q^2-R^2\right)+$$
$$+S_z\left(PW-UR-\dot{V}\right)=mgy_c\cos\Theta\cos\Phi-mgz_c\cos\Theta\sin\Phi+$$
$$+\frac{1}{2}\rho SV_0^2[-b(C_{mxa}\cos\beta\cos\alpha+C_{mya}\sin\beta\cos\alpha-C_{mZa}\sin\alpha]+ \qquad (4)$$
$$+L^P P+L^R R+L^{\delta L}\delta L+L^{\delta V}\delta v-T_L\left(y_{TL}\cos\varphi_{TzL}\sin\varphi_{TyL}+z_{TL}\sin\varphi_{TzL}\right)+$$
$$-T_P\left(y_{TP}\cos\varphi_{TzP}\sin\varphi_{TyP}+z_{TP}\sin\varphi_{TzP}\right)+J_{TL}\omega_{TL}R\sin\varphi_{T\omega zL}+$$
$$+J_{TP}\omega_{TP}R\sin\varphi_{T\omega zP}$$

- równanie ruchów pochylających:

$$I_y \dot{Q} - (I_z - I_x)PR - I_{xz}\left(R^2 - P^2\right) - S_x\left(\dot{W} + PV - QU\right) +$$

$$+ S_z\left(\dot{U} - VR + QW\right) = mgz_c \sin\Theta - mgx_c \cos\Theta\cos\Phi +$$

$$+ \frac{1}{2}\rho S V_0^2 [c_a (C_{mxa} \sin\beta\cos\alpha + C_{mya} \sin\beta\cos\alpha - C_{mza} \sin\alpha)] +$$

$$+ M^Q Q + M^W W + M^{\delta h}\delta_H + M^{\alpha ZH}\alpha_{ZH} + T_L z_{TL} \cos\varphi_{TzL} + \tag{5}$$

$$+ T_L x_{TL} \sin\varphi_{TzL} + T_P z_{TP} \cos\varphi_{TzP} + T_P x_{TP} \sin\varphi_{TzP} - J_{TL}\omega_{TL} R \cos\varphi_{T\omega zL}$$

$$- J_{TP}\omega_{TP} R \cos\varphi_{T\omega zP} + J_{TL}\omega_{TL} R \cos\varphi_{T\omega zL} + J_{TL}\omega_{TL} P \cos\varphi_{T\omega zL}$$

$$-(F_u \sin\varphi + F_{uk} \cos\varphi)x_{uk} + (F_u \cos\varphi + F_{uk} \sin\varphi)z_u$$

- - równanie ruchów odchylających:

$$I_z \dot{R} - (I_x - I_y)PQ - I_{xz}\left(\dot{P} - RQ\right) - S_x\left(\dot{V} - PW + RU\right) +$$

$$- S_z\left(\dot{U} - VR + QW\right) = mgx_c \cos\Theta\cos\Phi + mgy_c \sin\Theta +$$

$$+ \frac{1}{2}\rho S V_0^2 [-b(C_{mxa} \cos\beta\cos\alpha + C_{mya} \sin\beta\sin\alpha - C_{mZa} \cos\alpha)] + \tag{6}$$

$$+ N^P P + N^R R + N^{\delta N}\delta v + N^{\delta_l}\delta L + T_L\left(x_{TL} \sin\varphi_{TzL} - y_{TL} \cos\varphi_{TzL}\right) +$$

$$+ T_P\left(x_{TP} \sin\varphi_{TzP} - y_{TP} \cos\varphi_{TzP}\right) + J_{TL}\omega_{TL}(Q \cos\varphi_{T\omega zL} - P \sin\varphi_{T\omega zL})$$

$$+ J_{TP}\omega_{TP}(Q \cos\varphi_{T\omega zP} - P \sin\varphi_{T\omega zP})$$

Powyższe równania zostały uzupełnione następującymi związkami prędkości liniowych i kątowych.

$$\dot{x}_1 = U\cos\Theta\cos\Psi + V(\cos\Psi\sin\Theta\sin\Phi - \cos\Phi\sin\Psi) + \tag{7}$$
$$+ W(\sin\Phi\sin\Psi + \sin\Theta\cos\Phi\cos\Phi)$$

$$\dot{y}_1 = U\cos\Theta\sin\Psi + V(\sin\Psi\sin\Theta\sin\Phi + \cos\Phi\sin\Psi) + \tag{8}$$
$$+ W(\sin\Phi\sin\Psi\sin\Theta + \cos\Phi\cos\Psi)$$

$$\dot{z}_1 = -U\sin\Theta + V\cos\Theta\sin\Phi + W\cos\Theta\cos\Phi \tag{9}$$

$$\dot{\Phi} = P + Q\sin\Phi\,\mathrm{tg}\,\Theta + R\cos\Phi\,\mathrm{tg}\,\Theta \tag{10}$$

$$\dot{\Theta} = Q\sin\Phi - R\sin\Phi \tag{11}$$

$$\Psi = Q\sin\Phi\sec\Theta + R\cos\Phi\sec\Theta \tag{12}$$

- wysokość lotu: $$H = -z_1 \tag{13}$$

- prędkość samolotu: $$V_0^2 = U^2 + W^2 + V^2 \tag{14}$$

- kąt natarcia: $$\alpha = ar\,\mathrm{ctg}\frac{W}{U} \tag{15}$$

- kąt ślizgu: $$\beta = arc\sin\frac{V}{V_o} \tag{16}$$

- zmiana gęstości powietrza: $$\rho = \rho_0\left(1 + \frac{z_1}{44300}\right)^{4,256} \tag{17}$$

Równania (1)÷(17) stanowią szczególny model matematyczny samolotu w ruchu przestrzennym, który pozwala na przeprowadzenie pełnej symulacji numerycznej zmian parametrów lotu samolotu w ruchu przestrzennym w trakcie prowadzonego strzelania z działka pokładowego.

3. Symulacja numeryczna

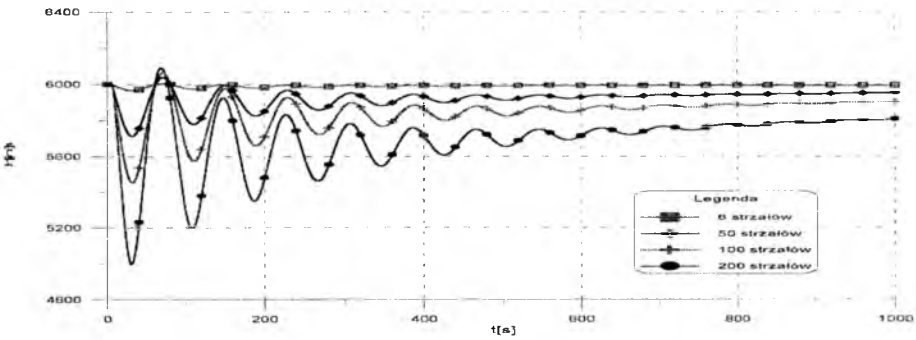
Program symulacyjny został zbudowany w języku Fortran 77 z wykorzystaniem procedur bibliotecznych tj. zmienno krokowej procedury RKINIT (całkowanie równań różniczkowych zwykłych metodą Rungego-Kutty IV rzędu) oraz procedury rozwiązywania układu nieliniowych równań algebraicznych NONLIQ.

Zrealizowano szereg symulacji numerycznych . W niniejszej pracy przedstawiono wyniki obliczeń wykonane dla następujących warunków początkowych:

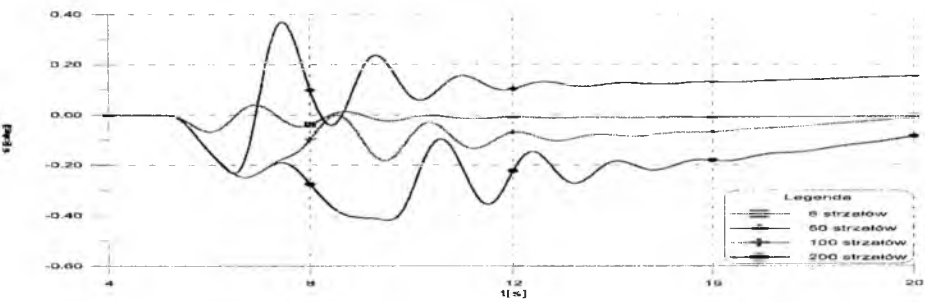
- prędkość lotu V_0=720 [km/h], -
- wysokość lotu h=6000 [m],
- kąt toru lotu $\gamma=0^0$,
- masa samolotu m= 6.000 kg,
- kąt zaklinowania statecznika poziomego $\alpha_{ZH}= -2^0$,
- położenie środka masy względem SCA x =22%
- położenie działka od 1/4 SCA: x_{odz} =3.076 m, z_{odz} = 1.72 m.
- siła odrzutu działka: F_{odz} = 28430 N,
- siła kompensacji działka: F_{komp}=2980 N

W czasie symulacji prowadzone było strzelanie seriami 6, 50, 100 i 200 strzałów.

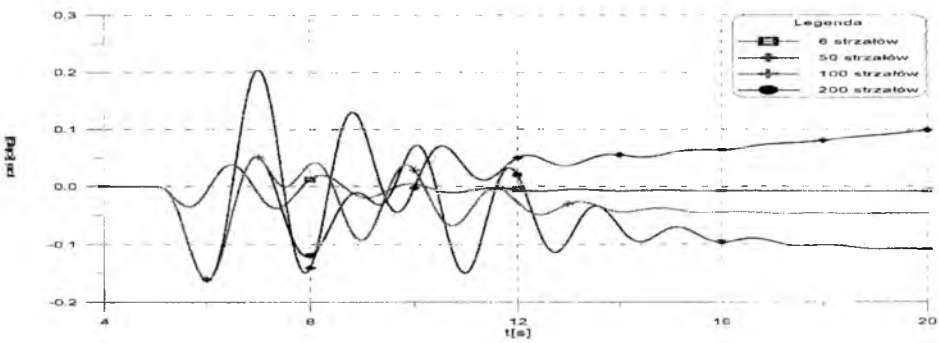
Na podstawie uzyskanych wyników (rys.4 ÷10) można zauważyć, że zmiany parametrów lotu są szybko tłumione. Przy strzelaniu małymi seriami (6 strzałów) - amplituda zmian kąta pochylenia Θ wynosi około 1 stopnia i powrót do wartości początkowych następuje po około 600 sekundach od chwili rozpoczęcia strzelania. Jednocześnie amplituda zmian wartości kąta natarcia α wynosi 1 stopień, a kąta ślizgu β około 0,1 stopnia. Powrót do wartości początkowych następuje po około 12 sekundach.



Rys.4 Przebieg zmiany h=f(t)

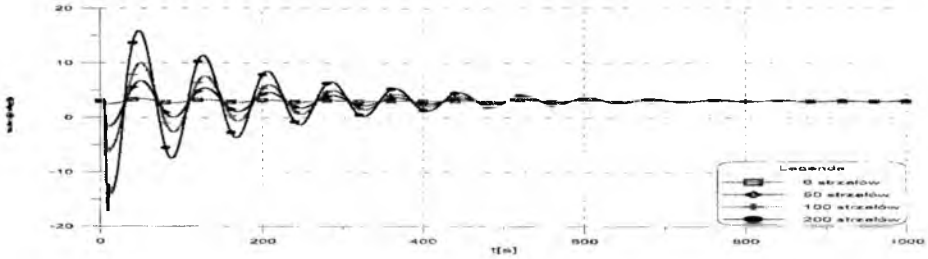


Rys.5 Przebieg zmiany Φ = f(t)

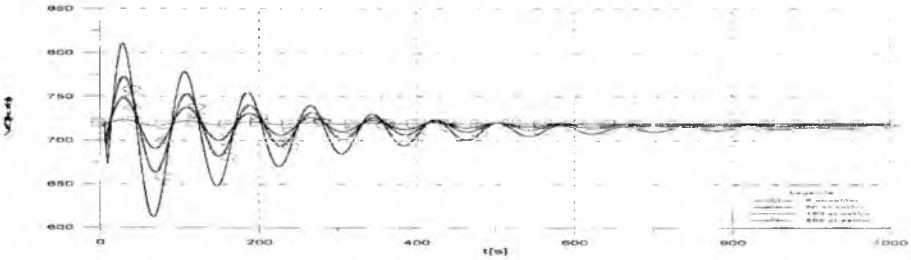


Rys.6 Przebieg zmiany Ψ = (t)

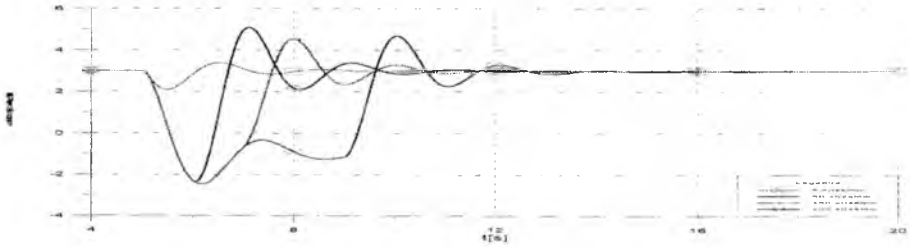
Dla większej liczby strzałów w serii, czas powrotu do wartości początkowych jest dłuższy. W przypadku serii 200 strzałów, amplituda zmian kąta pochylenia Θ wynosi około 30 stopni i powrót do wartości początkowych następuje po około 800 sekundach od chwili rozpoczęcia strzelania. Charakterystyczna jest zmiana amplitudy wartości kąta natarcia α i kąta ślizgu β. Dla kąta natarcia α sięga ona 7stopni, zaś dla kąta ślizgu β około 0,4 stopnia. Powrót do wartości ustalonych następuje po około 20 sekundach od chwili rozpoczęcia strzelania.



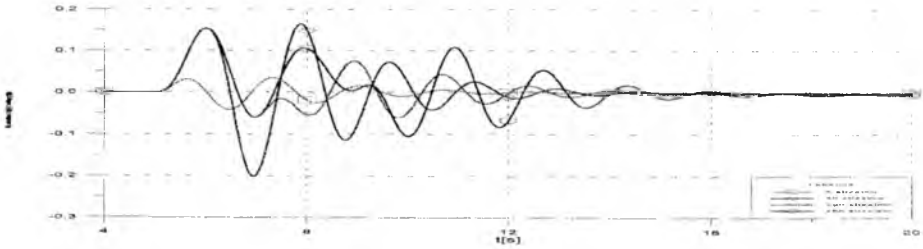
Rys.7 Przebieg zmiany Θ = f(t)



Rys.8 Przebieg zmiany V_O = f(t)



Rys.9 Przebieg zmiany α = (t)



Rys.10 Przebieg zmiany β = (t)

Skutkiem wymuszonych strzelaniem z działka, zmian parametrów lotu są zmiany prędkości i wysokości lotu samolotu (rys. 4 i 8). Przy liczbie 6 strzałów powrót do ustalonych wartości parametrów następuje już po około 300 sekundach od chwili rozpoczęcia strzelenia, natomiast dla serii 200 strzałów powrót do ustalonych wartości parametrów następuje dopiero po około 1000 sekundach.

Wszystkie badania symulacyjne zostały przeprowadzone przy założeniu trzymania drążka przez pilota – tzw. lot z „trzymanym sterem". Założenie to pozwala zbadać własności dynamiczne samolotu w trakcie użycia broni strzeleckiej.

4. Podsunowanie

Wyniki uzyskane z symulacji zostały porównane z wynikami uzyskanymi, dla ruchu płaskiego samolotu I-22 „Iryda" (dla serii 6 strzałów) [5]. Zmiany parametrów są porównywalne, ewentualne różnice mogą wynikać z przyjętych założeń lub danych początkowych.

Uzyskane wyniki zostały również porównane z wynikami badań poligonowych przeprowadzonych przez firmy: SAGEM, PZL-MIELEC oraz Instytut Lotnictwa.[3,4].

Na podstawie uzyskanych wyników widać, że najlepiej jest strzelać krótkimi seriami ponieważ zwiększa to celność strzelania z samolotu.. Przy większej liczbie strzałów następują zdecydowanie większe zmiany parametrów lotu wpływające niekorzystnie na celność strzelania z samolotu (rys. 4).

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego KBN 9T12C 018 13.

Literatura

1. MARYNIAK. JERZY - „ *Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu*" „ Mechanika w Lotnictwie" PTMTiS Warszawa 1990r.

2. MARYNIAK J., GOSZCZYŃSKI J.A., OLAK A. - *„Modelowanie i symulacja numeryczna dynamiki samolotu w fazie strzelania z działka pokładowego na przykładzie I-22 „ Iryda*" V Konferencja Naukowo Techniczna, Zeszyt 60, Warszawa 1996

3. *Iryda 22 M93 Demonstrator Flight Test Results with SAGEM Navigation and Attack System*, SZ/BO/188/94 & SE 16/65/94 September 1994

4. EKSPERTYZA *Ocena wyników doświadczalnych bombardowań i strzelań z samolotu wyposażonego w podsystemy nawigacyjno-celownicze firmy SAGEM* Akademia Obrony Narodowej, Wydział Wojsk Lotniczych, OP/05/10/94

5. OLAK A. „*Wpływ strzelania z broni pokładowej na dynamikę lotu samolotu PZL I-22 „Iryda*", Praca dyplomowa magisterska, promotor prof. dr hab. inż. J. Maryniak, Wydział MEil, Politechnika Warszawska 1992

6. OTRĘBSKA A. "*Modelowanie i symulacja numeryczna dynamiki samolotu w locia przestrzennym w fazie strzelania seriami z działka pokładowego – na przykładzie I-22 „Iryda"*, Praca dyplomowa magisterska, promotor prof. dr hab. inż. J. Maryniak, Wydział MEil, Politechnika Warszawska 1997

MODELLING AND NUMERICAL SIMULATION OF AN AIRCRAFT IN 3D-FLIGHT SPACE SHOOTING SERIES FROM DECK GUN DEPENDING ON THE NUMBER OF BULLETS

ANETA OTRĘBSKA [2]
JERZY MARYNIAK [1,2]
JACEK A. GOSZCZYŃSKI [1]

[1] *Institute of Aviation, Warsaw,*
[2] *Institute of Aeronautics and Applied Mechanics, Warsaw University of Technology*

This work shows physical and mathematical model of the aircraft with deck gun and results of simulation carried out with jet-trainer class I-22 "Iryda" in 3D-flight space shooting series from deck-gun. Analysis of the aircraft dynamics was conducted during the shooting depending on the number of bullets. Results were show in diagrams.
This investigation was supported by State Committee for Scientific Research (KBN) under grant no 9T12C 018 13.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

MONITOROWANIE OSIĄGÓW SILNIKÓW K-15 NA SAMOLOCIE I-22 IRYDA

WOJCIECH I. PAWLAK

Instytut Lotnictwa, Warszawa

Przedstawiono wyniki zastosowania oryginalnej metody monitorowania statycznych charakterystyk jednowirnikowego jednoprzepływowego silnika odrzutowego, polegającej na prostej komputerowej obróbce zapisów wybranych parametrów jego pracy. Uzyskane w ten sposób wykresy charakterystyk statycznych mogą być dostarczane służbom nadzoru eksploatacji po zakończeniu każdego lotu lub serii lotów, po obrobieniu w naziemnym systemie mikrokomputerowym danych pomiarowych, zapisanych w pamięci cyfrowego rejestratora, zainstalowanego na pokładzie samolotu.

1. Wstęp

W latach 1996-1998 w Instytucie Lotnictwa w Warszawie zrealizowano szereg prac w dziedzinie monitorowania i diagnozowania stanu technicznego prototypowych silników odrzutowych typu K-15 w eksploatacji na samolocie szkolno-bojowym I-22 IRYDA [3]. Jednym z efektów tych prac jest metoda monitorowania naziemnych osiągowych statycznych charakterystyk silników odrzutowych, poprzez komputerową obróbkę zapisów wybranych parametrów pracy silnika w stanach nieustalonych. Metoda jest oparta na twierdzeniu, że jednowirnikowy turbinowy silnik odrzutowy, traktowany jako sterowane źródło siły ciągu do napędu samolotu, może być w stanach nieustalonych wystarczająco dokładnie opisany za pomocą zwyczajnego nieliniowego równania różniczkowego I rzędu. Kilka dowodów tego twierdzenia przedstawiono w [1,2]. W jego wyniku, dla stwierdzenia że wszystkie parametry pracy jednowirnikowego turbinowego silnika odrzutowego znajdują się na linii jego stanów

ustalonych, wystarczy stwierdzenie, że pierwsza pochodna prędkości obrotowej wirnika ma wartość równą (dostatecznie bliską) zeru.

Przewaga tej metody nad dotychczasowymi polega na tym, że nie wymaga ona umyślnego realizowania tradycyjnie rozumianych, długotrwałych ustalonych stanów pracy silnika, przez co nadaje się do wykorzystania w skomputeryzowanych systemach monitorująco-diagnostycznych, przeznaczonych do nadzorowanej eksploatacji silników odrzutowych metodą „według stanu". Zapisy przypadkowych przebiegów parametrów pracy silnika, wynikających tylko z procesu eksploatacji, stanowią dla tej metody wystarczająco dobry materiał źródłowy.

2. Przykład zastosowania

Teoretycznie, metoda nadaje się do określania statycznych charakterystyk silnika dla pełnego eksploatacyjnego zakresu wysokości i prędkości lotu samolotu. W praktyce najwygodniej i najłatwiej daje się ją wykorzystać do obserwacji charakterystyk naziemnych. Na podstawie bogatego materiału statystycznego z eksploatacji samolotu I-22, egz. Nr 105, ustalono, że udział czasu pracy jego silników na ziemi (w fazie kołowania przed startem, podczas prób silników przed startem, podczas dobiegu i kołowania po wylądowaniu) stanowi około 20 – 30 % całkowitego czasu pracy silników od chwil ich rozruchu do wyłączenia. Dodatkowo, w procesie obsługi technicznej samolotu, często wykonywane są specjalne naziemne próby silników. Wynika z tego, że faza eksploatacji silnika w warunkach naziemnych jest bardzo dobrze udokumentowana w pamięci rejestratora pokładowego. W niniejszym rozdziale przedstawiono przykładowy zestaw statycznych charakterystyk silnika K-15, uzyskany na podstawie zapisu parametrów jego pracy podczas próby naziemnej trwającej zaledwie ok. 16 minut. Należy tu dodać, że uzyskanie podobnych charakterystyk metodą tradycyjną wymagałoby kilku godzin pracy silnika, przy nierównie mniejszej liczbie punktów wynikowych.

Dla uzyskania przedstawionych dalej wykresów charakterystyk statycznych wykorzystano zapisy przebiegów czasowych następujących parametrów pracy silnika: prędkości obrotowej (Nts), spadku ciśnienia paliwa w przepływie przez wtryskiwacze robocze (Dp), ciśnienia spiętrzenia powietrza za sprężarką (P2), ciśnienia spiętrzenia gazów wylotowych w dyszy (P4), temperatury gazów wylotowych w dyszy (T4) mierzonej za pomocą zespołu 8 termopar, wskazań sygnalizatora otwarcia zaworów przeciwpompażowych sprężarki (Sp). Wymienione parametry, mierzone w postaci analogowej, przetwarzano na sygnały cyfrowe, za pomocą 8-bitowego przetwornika A/D. Częstotliwości próbkowania wymienionych

parametrów przedstawiono w Tab.1 Ustalonymi parametrami w komputerowej procedurze określania charakterystyk statycznych są warunki otoczenia (Ph, Th).

Tab.1

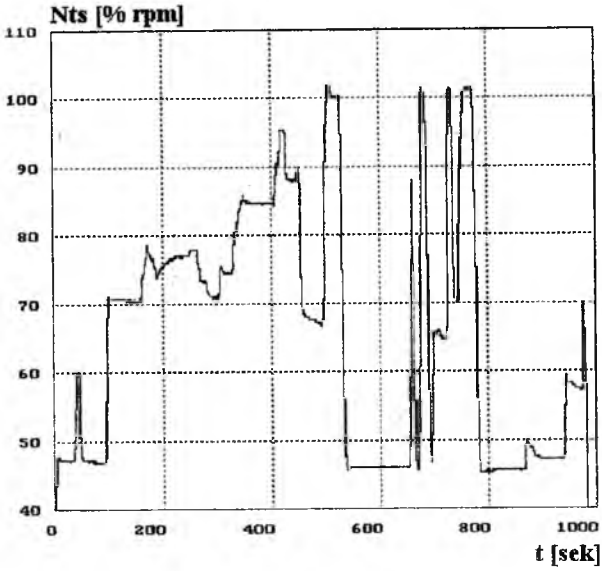
Nazwa parametru	Częstotliwość próbkowania [liczba próbek / sek]
Nts	16
Dp	16
P2	64
P4	8
T4	16
Sp	8

W przyjętej metodzie wymagany jest bezinercyjny pomiar wszystkich parametrów wymienionych w Tab.1. Niestety, warunek ten nie może być spełniony w odniesieniu do temperatury gazów wylotowych. Dlatego, przyjęto dodatkowe założenie, definiujące stan ustalony pracy silnika jako taki, w którym nie tylko pierwsza pochodna prędkości obrotowej wirnika (dNts/dt) jest równa zeru, ale również i pierwsza pochodna tempertury gazów wylotowych (dT4/dt) jest równa zeru. To dodatkowe założenie jest konieczne tylko do określania charakterystyk statycznych: T4 = f(Nts) oraz Gg = f(Nts) (gdzie Gg – masowe natężenie przepływu gazów wylotowych).

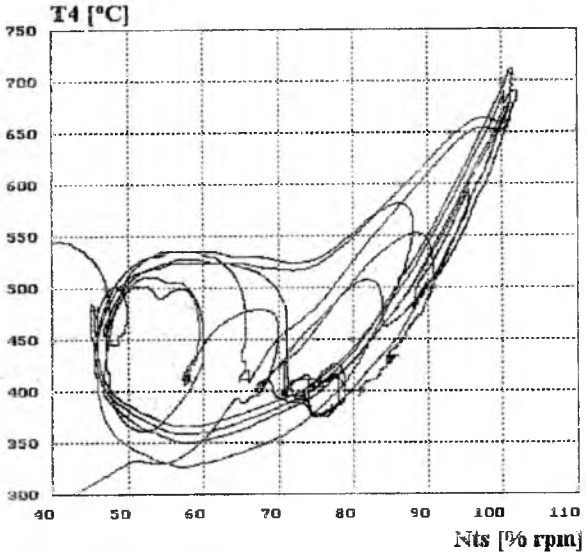
Na rysunkach 1-3 przedstawiono przykładowe przebiegi parametrów bezpośrednio zmierzonych podczas wzmiankowanej próby naziemnej: Nts = f(t), T4 = f(Nts), Dp = f(Nts). Na rysunkach 4-12 przedstawione wynikowe charakterystyki statyczne

Zwraca uwagę wysoka jakość większości uzyskanych charakterystyk. Ich cechą szczególną (w porównaniu z charakterystykami otrzymywanymi metodą dotychczasową) jest bardzo duża liczba punktów wynikowych. Widoczne wyraźnie nieciągłości charakterystyk są spowodowane zmianą stanu pracy (otwarte/zamknięte) przeciwpompażowych zaworów upustowych sprężarki. Widoczny na rys.11 rozrzut wartości temperatury gazu w dyszy (T4) wynika z nierównomierności rozkładu pola temperatury i jego fluktuacj – obserwowanych w przekroju pomiarowym dyszy, w którym ulokowano termopary. Duży rozrzut wartości jednostkowego zużycia paliwa (Cj) w zakresie niskich prędkości obrotowych wynika z narastania w tym obszarze względnego błędu pomiaru siły ciągu (R) metoda pośrednią - na podstawie bezpośrednio mierzonej wartości ciśnienia gazu w dyszy (P4) i ciśnienia otoczenia (Ph). Wymienione rozrzuty występują również przy dotychczasowych metodach określania charakterystyk statycznych, sa

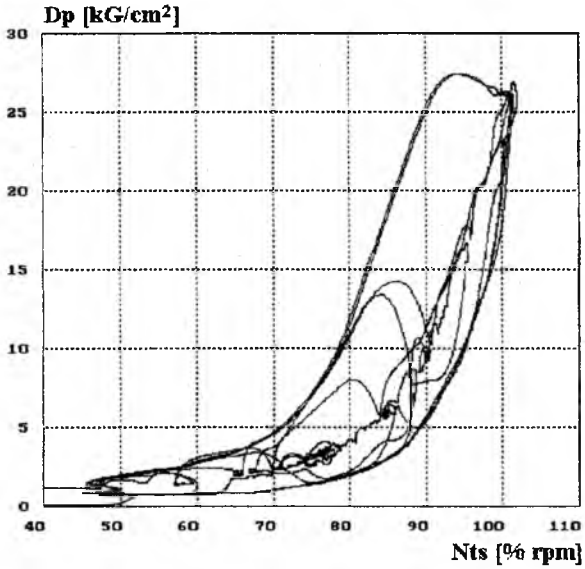
jednak, z reguły, kamuflowane, na skutek małej liczby punktów wynikowych.



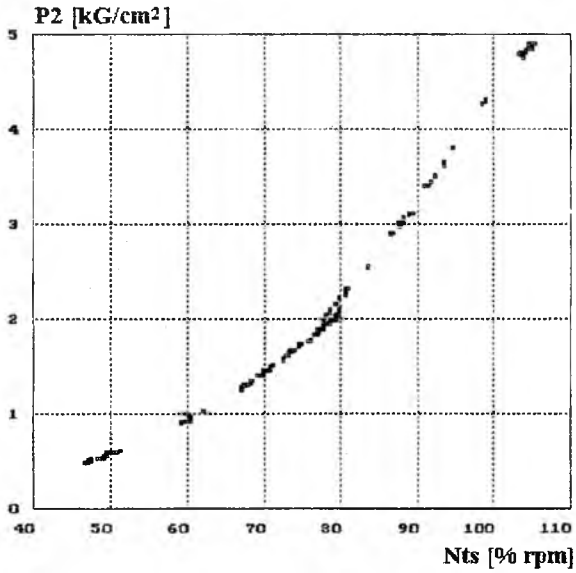
Rys.1 Zapis przebiegu prędkości obrotowej wirnika w funkcji czasu



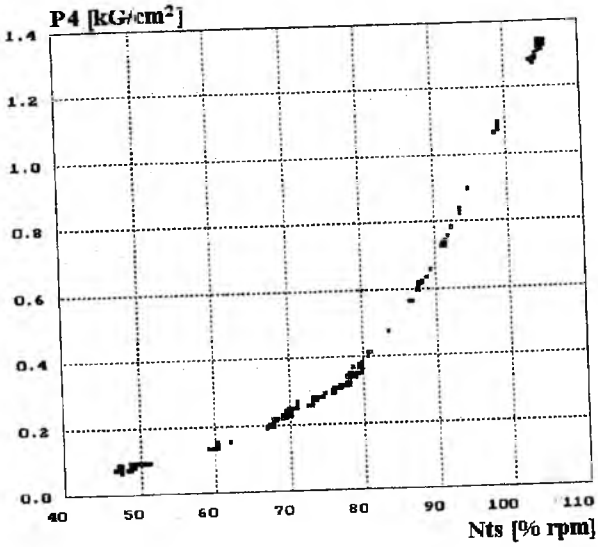
Rys.2 Zapis przebiegu temperatury gazów wylotowych w funkcji prędkości obrotowej wirnika



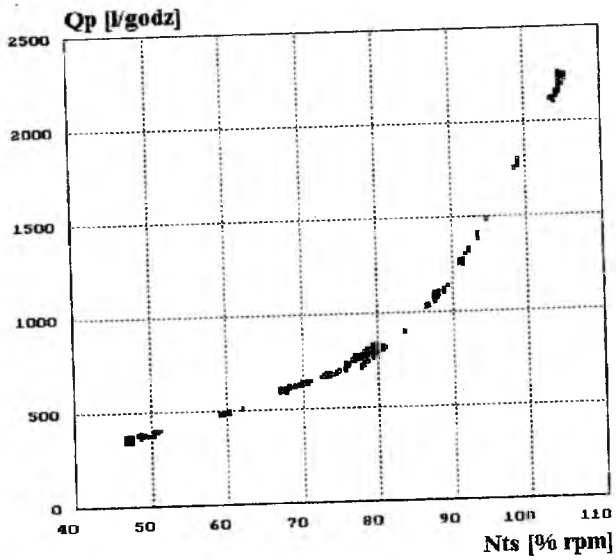
Rys.3 Zapis przebiegu spadku ciśnienia paliwa we wtryskiwaczach w funkcji prędkości obrotowej wirnika



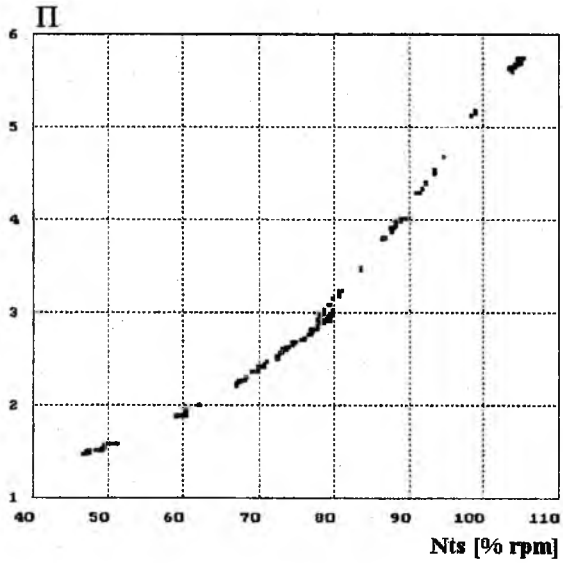
Rys.4 Charakterystyka statyczna: Ciśnienie powietrza za sprężarką w funkcji prędkości obrotowej wirnika



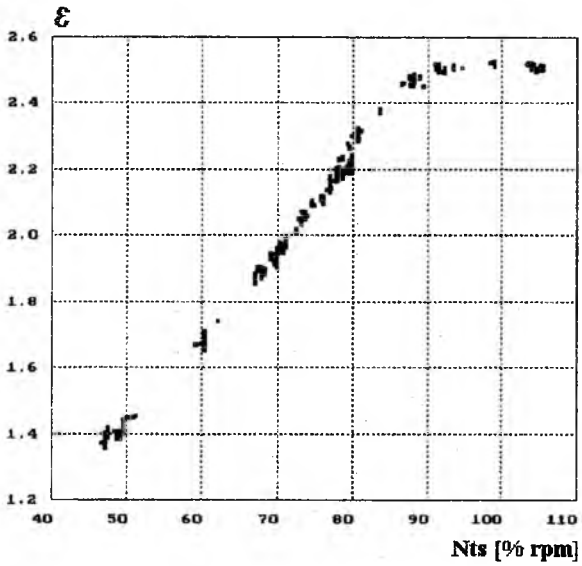
Rys.5 Charakterystyka statyczna : Ciśnienie gazów wylotowych w dyszy w funkcji prędkości obrotowej wirnika



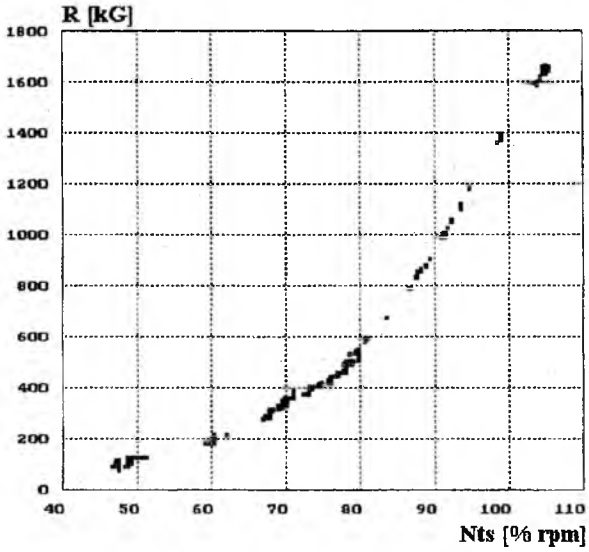
Rys.6 Charakterystyka statyczna: Wydatek paliwa w funkcji prędkości obrotowej wirnika



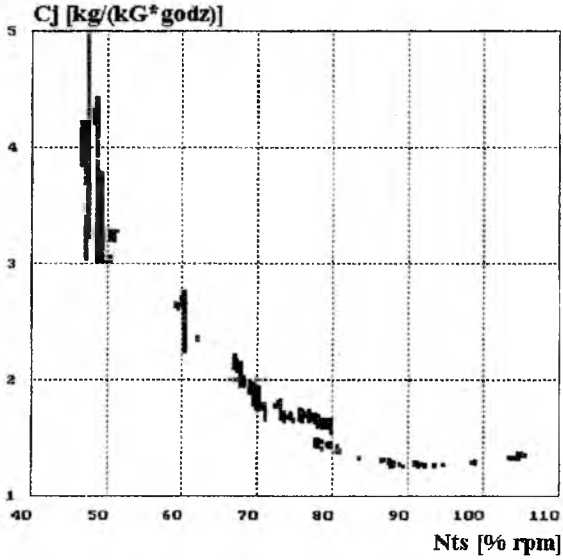
Rys.7 Charakterystyka statyczna: Spręż sprężarki w funkcji prędkości obrotowej wirnika



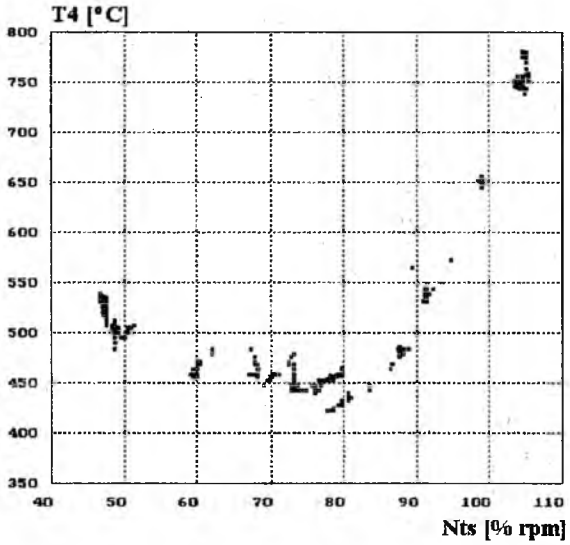
Rys.8 Charakterystyka statyczna: Rozpręż w turbinie w funkcji prędkości obrotowej wirnika



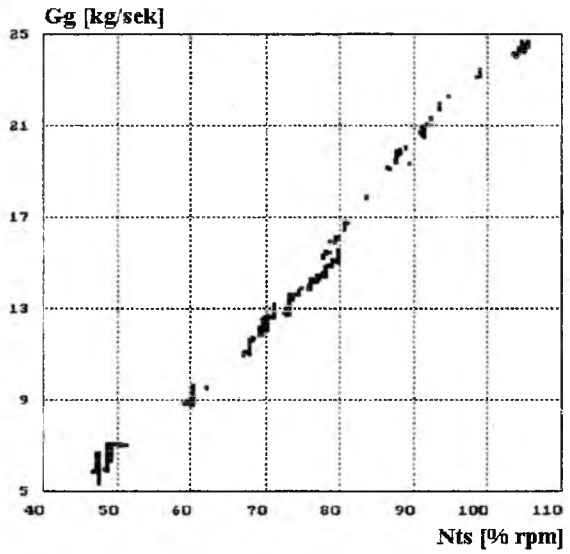
Rys.9 Charakterystyka statyczna: Ciąg silnika w funkcji prędkości obrotowej wirnika



Rys.10 Charakterystyka statyczna: Jednostkowe zużycie paliwa w funkcji prędkości obrotowej wirnika



Rys.11 Charakterystyka statyczna: Temperatura gazów wylotowych w funkcji prędkości obrotowej wirnika



Rys.12 Charakterystyka statyczna: Masowe natężenie przepływu gazów wylotowych w funkcji prędkości obrotowej wirnika

3. Wnioski

- Przedstawiona metoda jest przydatna do monitorowania osiągów silników odrzutowych przy użyciu pokładowych rejestratorów cyfrowych
- Duża liczba uzyskiwanych punktów wynikowych pozwala na precyzyjne określenie rozrzutów wartości temperatury T4 wskazywanej przez termopary, a zatem pozwala na pośrednią ocenę nierównomierności rozkładów pól temperatur „gorącej" części kanału silnika.
- Metoda może być stosowana również w badaniach silników w hamowniach naziemnych zakładów produkcyjnych i remontowych. W odróżnieniu od metody dotychczasowej daje ona dużą liczbę punktów wynikowych i pozwala skrócić niezbędny czas pracy silnika.
- W przypadku rezygnacji z potrzeby obserwacji charakterystyk statycznych: T4 = f(Nts) oraz Gg = f(Nts), definicję stanu ustalonego można ograniczyć do warunku: dNts/dt = 0. Uzyskane tym sposobem charakterystyki statyczne będą zawierały więcej punktów wynikowych.

4. Bibliografia

1. Pawlak W., Wiklik K., Morawski J. M. *Synteza i Badanie Układów Sterowania Lotniczych Silników Turbinowych Metodami Symulacji Komputerowej.* Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa. Warszawa 1996

2. Pawlak W. I., Zelenay K. *Proces akumulowania energii i masy czynnika roboczego w kanale przepływowym turbinowego silnika odrzutowego traktowanego jako obiekt sterowania.* III Sympozjum Naukowe „Problemy Techniczno-Eksploatacyjne w Kształceniu Pilotów", WSOSP, Dęblin, 16-18 grudnia 1996

3. Kowalski J. M., Pawlak W. I., Wiklik K., Balicki W., Wiślicki B., Korsak T., Wiklik G., Zelenay K., Poniatowski M., Krzyżanowski R., Zdrodowska B., Moszkowicz E., Kałaska M., Pazik Z., Głowala J., Motylewski J., Gubrynowicz R., Krawczyk K., Wojciechowski D., Zmierczak T., Żarnecki P., Królikowski R., Klik S., Merker A., Maalinowski L., Wargocki R., Zielonka-Wiklik I., Kowaalski P., Bogusz J. *Struktura i oprogramowanie systemu monitorująco-diagnostycznego lotniczych zespołów napędowych. Sprawozdanie z realizacji projektu*

badawczego Nr 9T12D00408. Instytut Lotnictwa, Warszawa, grudzień 1997

MONITORING OF PERFORMANCE OF K-15 ENGINES ON I-22 IRYDA AIRCRAFT

Wojciech I. Pawlak

Aviation Institute, Warsaw, Poland

Unique and simple method of long term condition monitoring of single spool / single duct jet engine has been presented. The method takes use of engine static characteristics obtained from transient changes of selected dynamic parameters registered during engine in-flight operations. The selected primary data are stored by digital on-board recorder. In turn, the data are processed by use simple and quick on-ground procedures, immediately after particular flight and/or after flight series, by use of common PC equipment. The results are presented in form of static characteristics, that can be delivered directly to maintenance and condition control services.

INSTYTUT LOTNICTWA

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

PORÓWNANIE METOD KREJNA I PONTRIAGINA WYZNACZANIA STEROWANIA CZASO-OPTYMALNEGO W ZAGADNIENIACH MECHANIKI LOTU

JÓZEF PIETRUCHA

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej, Politechnika Warszawska

Głównym celem pracy jest przedstawienie dwóch metod teorii sterowania optymalnego, a mianowicie metody l-momentów Krejna i zasady maksimum Pontriagina, jako sposobów rozwiązania zagadnienia czaso-optymalnego. Uwypuklono podstawowe idee metody Krejna – jako metody mniej znanej, a zasługującej na większe zainteresowanie wśród mechaników lotu. Metodę Krejna zilustrowano na przykładzie stabilizacji oscylatora harmonicznego, a następnie porównano zalety i wady obu metod na poziomie teoretycznym (zasięg metod).

1. Wstęp

Projektowanie współczesnego samolotu manewrowego nie jest możliwe bez rozwiązania wielu zagadnień, które można scharakteryzować jako zagadnienia wariacyjne [2, 3]. W zagadnieniach mechaniki lotu, a szczególnie w dynamice obiektów ruchomych, często spotyka się sytuacje, w których należy zrealizować jakiś manewr „jak najlepiej", przy czym na ogół rozumie się przez to „jak najszybciej". Klasycznym już przykładem jest zagadnienie: jak należy wystrzelić rakietę, aby znalazła się ona dostatecznie blisko pocisku w możliwie najkrótszym czasie? Innymi słowy oznacza to zagadnienia minimalizacji czasu (zwane zwyczajowo zagadnieniami *czaso-optymalnymi* lub *minimalno-czasowymi*), w których wskaźnikiem jakości jest czas trwania manewru, a ogólniej - procesu. Badanie tego zagadnienia miało poważny wpływ na rozwój współczesnej teorii sterowania (wg [2], s. 496). Współczesnym przykładem takiego zagadnienia jest lot samolotu na zadaną odległość i powrót do punktu startowego przy ustalonym zapasie paliwa. Do dziedziny mechaniki lotu, której rozwój jest szczególnie uzależniony od wyznaczenia optymalnych warunków lotu należy technika rakietowa [4].

Tradycyjnie zagadnienia minimalno-czasowe rozwiązywane są na podstawie zasady maksimum Pontriagina (np.[2, 3, 8]). W pracy niniejszej przedstawiono także odmienne podejście, które opiera się na koncepcjach analizy funkcjonalnej, gdzie jest znane jako *zagadnienie l–momentów*, nazwane tutaj metodą Krejna [1]. Wprawdzie zasada Pontriagina jest metodą, która daje narzędzie uniwersalne, ale prowadzi jednak do żmudnych obliczeń, nie dając przy tym wglądu w ich sens fizyczny. Z kolei metoda Krejna dotyczy tylko modeli liniowych, co oczywiście ogranicza jej zasięg zastosowań, ale daje wówczas znacznie większe możliwości niż ZMP.

Celem pracy jest omówienie cech charakterystycznych obu metod oraz wstępne porównanie ich wad i zalet.

2. Model samolotu jako obiektu sterowania

Wybór modelu fizycznego, a następnie budowa modelu matematycznego, zależy od zagadnienia mechaniki lotu, które należy rozwiązać. Jeśli nie będą to zagadnienia aeroelastyczności, to samolot może być traktowany jako bryła sztywna. Modelem matematycznym dla takiego modelu fizycznego jest układ dwunastu nieliniowych równań różniczkowych. W zapisie ogólnym mają one postać:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u}) \tag{1}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \tag{2}$$

gdzie symbole **f**(.,.) oraz **h**(.) oznaczają znane funkcje (zob. np. [6, 11, 12]). Symbol **x** oznacza *wektor stanu*, który obejmuje część dynamiczną, tzn.wielkości U, V, W; P, Q, R oraz część kinematyczną, tzn. współrzędne opisujące położenie przestrzenne samolotu.

Symbol **u** oznacza *wektor sterowania*, na który składają się położenia wszystkich urządzeń sterujących. Zwykle są to: ster wysokości, ster kierunku i lotki oraz dźwignia sterowania napędem, np. ciągiem silnika. Na samolotach z układem czynnego sterowania mogą to być powierzchnie dodatkowe, np. strejki lub płetwy podkadłubowe.

Wziąwszy pod uwagę fakt, że brak jest odpowiedniej teorii dla przypadku ogólnego, zajmiemy się tylko modelem liniowym w postaci

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\,\mathbf{u}(t) \tag{3}$$

gdzie **A** i **B** są macierzami stanu i sterowania o wymiarach *nxn* i *nxr*, odpowiednio.

Ze względów technicznych na wektor sterowania nakłada się ograniczenia, które na ogół zapisuje się jako

$$|u_j| \le G_j \qquad j = 1,\ldots, r \tag{4}$$

3. Sformułowanie zagadnienia

Niech dynamika lotu samolotu będzie opisana modelem w postaci (3). Z wielu wariantów sformułowania zagadnienia wybieramy ten, który najlepiej odpowiada celowi sterowania - tutaj jest nim stabilizacja, którą można opisać w ten sposób:

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \qquad \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \tag{5}$$

Zakładamy, że stan początkowy $\mathbf{x}_0$ jest zadany, a stan końcowy $\mathbf{x}_f$ należy osiągnąć. W praktyce przyjmuje się często, że

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{0} \tag{6}$$

co nazywa się utrzymywaniem stanu w pobliżu zera.

Formułujemy następujące zagadnienie: należy wyznaczyć takie sterowanie $\mathbf{u}(t)$, które przeprowadza samolot ze stanu początkowego do stanu końcowego w najkrótszym czasie, przy czym nie może ono przekroczyć z góry ustalonych wartości G_j (zob. (4)). Oczywiście, poszukiwane sterowanie musi również spełniać równanie (3).

Aby sformułowane zagadnienie uczynić obiektem teorii sterowania optymalnego, jest rzeczą niezbędną dobranie pewnej wielkości o charakterze funkcjonału, zwanego wskaźnikiem jakości. Dość ogólny wskaźnik ma postać

$$I = \int_0^{t_f} \varphi(\mathbf{x},\mathbf{u})\,dt \tag{7}$$

gdzie φ jest tzw. funkcją strat chwilowych, która jest każdorazowo dobierana. Postać tę trzeba teraz skonkretyzować w celu ujęcia zagadnienia czasu najkrótszego. Zabieg typowy polega na przyjęciu, że

$$\varphi \equiv 1 \tag{8}$$

dzięki któremu otrzymujemy wskaźnik w postaci

$$I = t_f \tag{9}$$

czyli tzw. zagadnienie *z czasem swobodnym*.

Nie jest to jedyna możliwość; w zagadnieniach mechaniki lotu często spotyka się następujące nietypowe wskaźniki jakości:

$$I = \int_0^H \frac{dh}{V \sin \gamma} \qquad I = \int_{V_0}^{V_f} \frac{dV}{R(V,\gamma)} \tag{10}$$

Pierwszy z nich wyraża czas wznoszenia się na wysokość H, natomiast drugi - czas wykonania zakrętu o promieniu R. W obu wskaźnikach V i γ oznaczają, odpowiednio, prędkość lotu i kąt pochylenia toru lotu.

4. Zasada maksimum Pontriagina

Cechą charakterystyczną metody Pontriagina jest występowanie pomocniczej funkcji skalarnej H, zwanej *hamiltonianem*, który jest zdefiniowany wzorem

$$H = H(\mathbf{x},\mathbf{u};\boldsymbol{\psi}) \equiv -\varphi + \boldsymbol{\psi}^T\mathbf{f} = -\varphi + \mathbf{f}^T\boldsymbol{\psi} = -\varphi + \sum_{i=1}^{n}\psi_i f_i \tag{11}$$

gdzie: φ - funkcja podcałkowa we wskaźniku (7); $\mathbf{f}$ - wektor prędkości zmian stanu, będący prawą stroną równania (1); $\boldsymbol{\psi}$ - *sprzężony* wektor stanu, który jest zdefiniowany przez równanie różniczkowe

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}}\boldsymbol{\psi} \tag{12}$$

Po wykorzystaniu definicji hamiltonianu (11), równanie (12) można przedstawić w postaci

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\psi}} = \mathbf{f} \tag{13}$$

Równania (12) i (13) nazywamy *równaniami kanonicznymi*.

Zasada maksimum głosi, że sterowanie optymalne nadaje hamiltonianowi (11) wartość maksymalną. Realizacja tego warunku jest zwykle raczej kłopotliwym etapem wyznaczania sterowania. Dodatkowego kłopotu przysparzają tzw. *warunki transwersalności*, tzn. warunki początkowe lub końcowe dla zmiennych sprzężonych.

Dla zagadnienia sformułowanego w rozdz.3 hamiltonian (11) przybiera postać

$$H = -1 + \boldsymbol{\psi}^T(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) \tag{14}$$

w której już uwzględniono relacje (3) i (8).

Sterowanie, które maksymalizuje hamiltonian (14) jest dane wzorem

$$\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{G}\ \mathrm{sgn}(\mathbf{B}^T\boldsymbol{\Psi}) \tag{15}$$

gdzie $\mathbf{G}$ jest wektorem ograniczeń na sterowanie (zob. (4)).

Jeżeli znamy warunek początkowy dla wektora sprzężonego, to wzór (15) z wykorzystaniem równania (12), przybiera postać

$$\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{G}\ \mathrm{sgn}\left(\mathbf{B}^T \exp(-\mathbf{A}^T t)\boldsymbol{\Psi}_o\right) \tag{16}$$

Prawo sterowania (16) jest zatem sterowaniem przekaźnikowym (powszechnie stosowana jest nazwa nieco żargonowa, a mianowicie sterowanie typu „bang-bang"; polskim odpowiednikiem mógłby być zwrot marynarski „cała naprzód-cała wstecz"). Realizacja sterowania minimalno-czasowego wymaga więc zastosowania regulatora przekaźnikowego.

W przypadku ogólnym tok postępowania przy wyznaczaniu sterowania optymalnego $\mathbf{u}^*$ jest podany na str.427 w [9], z którego nie wynika, niestety,

żaden algorytm. Tymczasem wiadomo, że pojawia się wówczas tzw. *zagadnienie dwubrzegowe*, którego rozwiązanie jest zwykle główną trudnością rozwiązania całego zagadnienia czaso-optymalnego, gdyż metody numeryczne prowadzą na ogół do zagadnień źle uwarunkowanych.

5. Metoda Krejna

Cechą charakterystyczną metody Krejna jest to, że sterowania muszą być elementami pewnej przestrzeni sprzężonej do tej przestrzeni funkcyjnej, która zawiera informacje o własnościach układu sterowanego (poprzez macierz fundamentalną). Metoda ta wymaga, aby układ był liniowy względem stanu i sterowania. Warto przy okazji zauważyć, że metoda l-momentów była historycznie pierwszą metodą, dzięki której wyznaczono sterowanie optymalne w sensie minimum jego normy dla zagadnienia dwubrzegowego z ustalonym czasem procesu. Metoda umożliwia uzyskanie prawa sterowania po rozwiązaniu pewnego zadania pomocniczego.

W celu uzyskania postaci l-momentów przedstawmy rozwiązanie równania (3) w postaci (por. (4.103) w [7])

$$\mathbf{x} = \mathbf{X}(t)\mathbf{x}_0 + \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{K}(t,\tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{u}\, d\tau \tag{17}$$

gdzie **X**(t) jest macierzą fundamentalną unormowaną układu swobodnego (tzn. bez sterowania), natomiast **K** oznacza macierz Cauchy'ego w postaci

$$\mathbf{K}(t,\tau) = \mathbf{X}(t)\mathbf{X}^{-1}(\tau) \tag{18}$$

Po lewostronnym pomnożeniu równania (17) przez odwrotną macierz fundamentalną i wykorzystaniu warunku (5b) otrzymamy

$$\mathbf{X}^{-1}(t_f)\mathbf{x}_f = \mathbf{x}_0 + \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{X}^{-1}(\tau)[\mathbf{B}(\tau)\mathbf{u}]d\tau \tag{19}$$

Teraz, po wprowadzeniu oznaczeń

$$\boldsymbol{\alpha}(t_f) \equiv \mathbf{X}^{-1}(t_f)\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_0 \tag{20}$$

$$\mathbf{H}(t) \equiv \mathbf{X}^{-1}(t)\mathbf{B}(t) \tag{21}$$

równanie (19) możemy przedstawić w postaci

$$\boldsymbol{\alpha}(t) = \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{H}(\tau)\mathbf{u}(\tau)\, d\tau \tag{22}$$

Całka po prawej stronie równania (22) nazywa się *momentem* funkcji **u**(t) względem funkcji **H**(t); jest to zatem uogólnienie dobrze znanego pojęcia momentu występującego np. w mechanice ogólnej. Istnieją dwa sformułowania

zagadnienia momentów (zob. np. [5, 13]). Tutaj przedstawimy to, które obejmuje rozważane zagadnienie minimalno-czasowe. Należy zatem wyznaczyć takie sterowanie **u**(t), aby samolot osiągnął stan końcowy $\mathbf{x}_f$ w minimalnym czasie i żeby to sterowanie spełniło ograniczenie

$$\|\mathbf{u}\| = \left(\int_{t_0}^{t_f} \sum_{j=1}^{r} \left| u_j(t) \right|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} \leq l \tag{23}$$

gdzie l jest z góry zadaną liczbą dodatnią (stąd właśnie wywodzi się nazwa omawianej metody), natomiast $p \geq 1$ (dla $p = 2$ funkcjonał (23) przedstawia energię potrzebną do sterowania).

Podstawą rozwiązania zagadnienia l-momentów jest twierdzenie Krasowskiego (zob. rozdz. XVI w [5]): jeżeli ciąg funkcji $h_i(t) \in L^q(t_0, t_f)$, $q \geq 1$, przy czym

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \tag{24}$$

to spełnienie nierówności

$$\left| \sum_{i=1}^{n} \xi_i \alpha_i \right| \leq l \left(\int_{t_0}^{t_f} \left| \sum_{i=1}^{n} \xi_i h_i(t) \right|^q dt \right)^{\frac{1}{q}} \tag{25}$$

jest warunkiem koniecznym i wystarczającym na to, by istniała funkcja **u**(t) będąca rozwiązaniem zagadnienia momentów.

W dowodzie warunku wystarczającego narzuca się żądanie dodatkowe na parametry ξ (które pojawiają się w założeniu (25))

$$\sum_{i=1}^{n} \xi_i \alpha_i = 1 \tag{26}$$

Na podstawie wspomnianego twierdzenia można otrzymać prawo sterowania w postaci

$$\mathbf{u}(t) = l^q \left| \boldsymbol{\xi} \mathbf{H}(t) \right|^{q-1} \operatorname{sgn} \boldsymbol{\xi} \mathbf{H}(t) \tag{27}$$

dla $t \in \langle t_0, t_f^* \rangle$, gdzie t_f^* jest poszukiwanym czasem optymalnym; wyznaczyć go można z warunku

$$\lambda(t_f) = l \tag{28}$$

w którym λ dane jest wzorem

$$\frac{1}{\lambda} = \min_{\xi} \left(\int_{t_0}^{t_f} |\xi \mathbf{H}(t)|^q \, dt \right)^{\frac{1}{q}} \tag{29}$$

gdzie dla skrócenia zapisu wprowadzono oznaczenie

$$\xi \mathbf{H}(t) = \sum_{i=1}^{n} \xi_i h_i(t) \tag{30}$$

6. Przykład: sterowany oscylator harmoniczny

Dla ułatwienia prezentacji metody Krejna wybieramy przykład, który został rozwiązany w książce [2], str. 556 za pomocą zasady Pontriagina. Warto wszakże zauważyć, że takim samym modelem może być opisane sterowanie kątem natarcia (str.80 w [10]).

Rozważymy zatem obiekt opisany modelem

$$\ddot{q} + \omega^2 q = u(t) \tag{31}$$

z warunkami początkowymi

$$q(0) = q_0 \qquad \dot{q}(0) = \dot{q}_0 \tag{32}$$

Równanie stanu ma zatem postać

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} u \tag{33}$$

Cel sterowania można wyrazić poprzez żądanie

$$\begin{Bmatrix} x_1(t_f) \\ x_2(t_f) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{34}$$

tzn. zerowanie się stanu końcowego czyli całkowite wytłumienie drgań.
Macierz fundamentalna dla układu swobodnego ma postać

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \frac{1}{\omega} \sin \omega t \\ -\omega \sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} \tag{35}$$

za pomocą której otrzymujemy

$$\alpha_1 = -q_0 \qquad \alpha_2 = -\dot{q}_0 \tag{36}$$

$$h_1(t) = -\frac{1}{\omega} \sin \omega t \qquad h_2(t) = \cos \omega t \tag{37}$$

po wykorzystaniu wzorów (20) i (21).

Po podstawieniu zależności (36) i (37) do równania (22) otrzymujemy równania całkowe

$$\int_0^{t_f} (\sin \omega t) u(t) dt = \omega q_0$$
$$\int_0^{t_f} (\cos \omega t) u(t) dt = -\dot{q}_0 \tag{38}$$

które stanowią postać momentów dla rozważanego oscylatora.

Teraz należy rozwiązać zadanie pomocnicze polegające na minimalizacji funkcjonału

$$I = \int_0^{t_f} \left(\sum_{i=1}^{2} \xi_i h_i(t) \right)^2 dt \tag{39}$$

z warunkiem dodatkowym

$$\xi_1 \alpha_1 + \xi_2 \alpha_2 = 1 \tag{40}$$

W dalszym ciągu, w celu uzyskania prostych wzorów, będziemy rozpatrywali tylko niezerowe wychylenie początkowe. Taki przypadek występuje najczęściej w praktyce. Dla niezerowej prędkości początkowej sposób postępowania pozostaje bez zmian.

Po zastosowaniu metody nieoznaczonych mnożników Lagrange'a otrzymujemy następujące wartości optymalne

$$\xi_1^* = \frac{\cos 2\omega t_f - 1}{\omega q_0 (2\omega t_f + \sin 2\omega t_f)} \tag{41}$$
$$\xi_2^* = \frac{1}{\omega q_0}$$

Po podstawieniu wzorów (41) do funkcjonału (39) otrzymujemy jego wartość minimalną

$$I_{\min} = \frac{t_f^2}{\omega q_0^2 (2\omega t_f + \sin 2\omega t_f)} \tag{42}$$

Wzór (42) można zastosować do ustalenia związku między energią sterowania l^2 i czasem tłumienia drgań

$$l^2 = \frac{1}{I_{\min}} = \omega^2 q_0^2 \delta(t_f) \tag{43}$$

gdzie oznaczono

$$\delta(t_f) = \frac{2\omega t_f + \sin 2\omega t_f}{\omega t_f^2} \tag{44}$$

Sterowanie czaso-optymalne otrzymujemy na podstawie wzoru (27) i ma ono postać

$$u(t) = \omega q_0 \delta(t_f) \left\{ \xi_1^* \cos \omega t + \xi_2^* \sin \omega t \right\} \tag{45}$$

w którym czas t_f wytłumienia drgań spowodowanych wychyleniem początkowym q_0 nie jest jeszcze znany. Łatwą możliwość uzyskania prostego wzoru daje założenie, że czas ten jest równy całkowitej liczbie półokresów drgań swobodnych, tzn. $\omega t_f = \pi n$. Wówczas sterowanie (45) przybiera bardzo prostą postać

$$u(t) = \frac{2\omega^2 q_0}{\pi n} \sin \omega t \qquad dla \ t \in < 0, \frac{\pi n}{\omega} > \tag{46}$$

8. Zakończenie i wnioski

Jednym ze wskaźników efektywności samolotów manewrowych jest czas potrzebny do wykonania zadania bojowego. W związku z tym wyłoniło się zagadnienie sterowania realizującego to zadanie w minimalnym czasie. Typową metodą rozwiązywania takich zagadnień jest zasada maksimum Pontriagina (ZMP). Wprawdzie ZMP jest metodą, która daje narzędzie uniwersalne (m.in. w tym sensie, że obejmuje także modele nieliniowe – zob. np. [4]), ale prowadzi jednak do żmudnych obliczeń (zob. przykład w [2]), nie dając przy tym wglądu w ich sens fizyczny. Z tego powodu w pracy zaproponowano zupełnie inne podejście, a mianowicie metodę l-momentów, nazwaną tutaj metodą Krejna.

Metoda Krejna dotyczy tylko modeli liniowych, co oczywiście ogranicza jej zasięg zastosowań, ale daje wówczas znacznie większe możliwości niż ZMP. W szczególności trzeba podkreślić, że model dynamiki obiektu w postaci

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\ \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\ \mathbf{u}(t) + \mathbf{w}(t) \tag{47}$$

gdzie **w**(t) jest wektorem funkcji zadanych (mogą to być np. stale działające zaburzenia), dość łatwo można wkomponować w postać l-momentów, czego nie da się powiedzieć o ZMP.

Na koniec należy zauważyć, że kryterium czasu najkrótszego w wielu przypadkach nie jest najlepszą miarą jakości układu. Do ujemnych stron należy m.in. duże zużycie energii potrzebnej do realizacji prawa sterowania typu „bang-bang". W tym kontekście metoda Krejna także zasługuje na wyróżnienie, gdyż ujmuje żądania bardziej naturalne, do których można zaliczyć zadany z góry czas wykonania zadania oraz minimalną energię na wykonanie tego zadania (szczegóły w pracy [13]).

Literatura

1. АХИЕЗЕР Н. И., КРЕЙН М. Г.: *О некоторых вопросах теории моментов*, ГОНТИ, Харьков 1938.

2. ATHANS M., FALB P.: *Sterowanie optymalne*. WN-T, Warszawa 1969, rozdział 7.
3. BOŁTIANSKI W. G.: *Matematyczne metody sterowania optymalnego*. WN-T, Warszawa 1971.
4. DUBIEL S., HOMZIUK A.: *Minimalno-czasowe strefy sterowalności rakiety w locie płaskim*. Mechanika Teoretyczna i Stosowana., 1990, 28, 3-4, str.539-561.
5. ФЕЛЬДБАУМ А. А., БУТКОВСКИЙ А. Г.: *Методы теории автоматического управления*. Наука, Москва 1971.
6. ГУСЬКОВ Ю. П., ЗАГАЙНОВ Г. И.: *Управление полетом самолетов*. Машиностроение, Москва 1991.
7. GUTOWSKI R.: *Równania różniczkowe zwyczajne*. WN-T, Warszawa 1971.
8. HEJMO W.: *Teoria sterowania czaso-optymalnego*. PWN, Warszawa 1990.
9. KACZOREK T.: *Teoria sterowania*, t.2. PWN, Warszawa 1981.
10. КЛИМОВ А. С.: *Продольная устойчивось и управляемость маневренного самолета*. Машиностроение, Москва 1988.
11. MARYNIAK J.: *Ogólny model symulacji samolotu*. Zespół N-B DOR, ITLiMS PW, Sprawozdanie nr 141/85, Warszawa 1985.
12. MCLEAN D.: *Automatic flight control systems*. Prentice-Hall 1990.
13. PIETRUCHA J.: *Zastosowanie metod teorii sterowania do modyfikacji własności dynamicznych układów mechanicznych*. Dodatek do materiałów Szkoły PTMTiS „Sterowanie w mechanice", Warszawa 1987.

Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN nr 9T12C 01813

COMPARISON OF KREIN AND PONTRYAGIN METHODS CALCULATING OF MINIMUM TIME CONTROL IN FLIGHT MECHANICS PROBLEMS

JÓZEF PIETRUCHA

Institut of Aeronautics and Applied Mechanics, Warsaw University of Technology

The primary purpose of the paper is the presentation of two methods of optimal control theory, namely: the method of Krein's l-moments and Pontryagin maximum principle, as the means to solve the minimum time problem. Fundamental ideas of the L-problem of moment theory have been accentuated, because this problem claims bigger attention, but is not commonly known among flight mechanicians. The Krein method has been illustrated via an example of harmonic oscillator stabilization. Finally, advantages and disadvantages of both methods were comparised on the theoretical level (the range of methods).

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

ZAGADNIENIA STABILIZACJI SPRĘŻYSTYCH OBIEKTÓW LATAJĄCYCH NA PODSTAWIE KONCEPCJI STEROWANIA LOKALNIE OPTYMALNEGO

JÓZEF PIETRUCHA[1], KRZYSZTOF SZAFRAN[2]

[1] *ITLiMS, Politechnika Warszawska*
[2] *Instytut Lotnictwa w Warszawie*

Jest to praca z zakresu analitycznego projektowania regulatora do stabilizacji odkształcalnych statków powietrznych opisanych za pomocą modelu dyskretnego. Głównym celem pracy jest przedstawienie mało znanej, lecz efektywnej metody sterowania lokalnie-optymalnego, za pomocą której można przezwyciężyć trudności znanej metody Kalmana-Letowa. Wyznaczono prawo sterowania zapewniające ruch o zadanym stopniu stateczności. Wskazano na zagadnienia, które należałoby rozważyć w przyszłości.

1. Wstęp

Założenie przyjmowane powszechnie w mechanice lotu , że obiekt latający jest ciałem sztywnym prowadzi w niektórych sytuacjach do znacznych błędów i wówczas przy projektowaniu układów stabilizacji trzeba uwzględniać własności sprężyste obiektu latającego.

W pracy przedstawiono metodę wyznaczania prawa sterowania lokalnie-optymalnego dla obiektów latających modelowanych liniowymi równaniami różniczkowymi zwyczajnymi w postaci

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \tag{1}$$

gdzie: $\mathbf{A}$, $\mathbf{x}(t)$ – macierz i wektor stanu; $\mathbf{B}$, $\mathbf{u}(t)$ – macierz i wektor sterowania; $\mathbf{x}_0$ – stan początkowy obiektu.

Tematyka pracy należy do analitycznego projektowania układów sterowania obiektami dynamicznymi i obejmuje wiele zagadnień (niektóre z nich omówimy w rozdz. 5). Rozważono tylko znaczenie sterowania lokalnie optymalnego w przybliżonej syntezie sterowania obiektem latającym, który da

się zamodelować w postaci równania (1). Z tego powodu dużą rolę w pracy odgrywa modelowanie.

2. Modelowanie sprężystych obiektów latających

2.1. Modele o stałych rozłożonych

Modelowanie obiektu latającego jako ciała sztywnego w niektórych sytuacjach jest niedopuszczalne i przy projektowaniu układów stabilizacji trzeba uwzględniać własności sprężyste tego obiektu. Sytuacje takie zdarzają się najczęściej przy badaniu samolotów o dużym wydłużeniu powierzchni nośnych i długich rakiet balistycznych. Typowym modelem takich obiektów jest model belkowy, który ma postać

$$\mu(x)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[EI(x)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]=P_z(x,t) \tag{2}$$

gdzie: $w(x,t)$ - ugięcie belki; μ oraz EI - masa belki na jednostkę jej rozpiętości oraz sztywność belki na zginanie; $P_z(x,t)$ - jednostkowe obciążenie ciągłe belki. Modele tego typu nazywamy ciągłymi, ale dla uniknięcia nieporozumień lepiej używać nazwy „modele o stałych rozłożonych".

Model (2) jest równaniem cząstkowym i dlatego dla skonkretyzowania zagadnienia należy dobrać warunki brzegowe. Dla ustalenia uwagi załóżmy, że równanie (2) opisuje ruch rakiety. Wówczas mamy do czynienia z belką swobodną na obu końcach, co przejawia się w postaci warunków brzegowych

$$\frac{\partial^2 w(\circ,t)}{\partial x^2}=0,\quad \frac{\partial^3 w(\circ,t)}{\partial x^3}=0 \tag{3}$$

gdzie $w(\circ,t)$ oznacza odkształcenie belki na jednym lub drugim końcu.

W formie najogólniejszej model o stałych rozłożonych można przedstawić w postaci następującego zagadnienia granicznego:

$$Aw=f,\quad w\in\Omega \tag{4}$$

$$B_j w\big|_{\partial\Omega}=g_j\,,\qquad j=1,\ldots,s \tag{5}$$

gdzie: A – operator różniczkowy (ogólnie nieliniowy i niestacjonarny); w – współrzędna stanu; f – oddziaływanie zewnętrzne ; B_j – operator warunków brzegowych; g_j – pewne funkcje określające warunki brzegowe w liczbie s.

2.2. Modele o stałych skupionych

Ponieważ teoria sterowania dla modeli o stałych rozłożonych jest słabo rozwinięta, więc posługujemy się modelami dyskretnymi sprężystych obiektów latających. W celu zbudowania takiego modelu zastosujemy dyskretyzację modalną. Przedstawiamy zatem ugięcie w postaci

ono następujące: *stabilizacja* polega na zapewnieniu układowi stateczności asymptotycznej w sensie Lapunowa [5]. Warto przy tym podkreślić, że jest to punkt widzenia głównego konstruktora.

Rozważmy model, w którym nie uwzględniamy ani zaburzeń losowych, ani błędów pomiarowych. *Zagadnienie stabilizacji* możemy wówczas sformułować w sposób następujący: dany jest model matematyczny ruchu obiektu w postaci

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \tag{12}$$

w którym na wektor sterowania **u**(t) i na wektor stanu **x**(t) nałożone są pewne wymagania dotyczące istnienia i jednoznaczności rozwiązania równania (11). Należy wyznaczyć taki wektor sterowania **u**(**x**), który zapewnia procesowi **x**(t) stateczność asymptotyczną.

Zauważmy, że na razie nic nie mówiliśmy o optymalności. Dopiero z chwilą zażądania od procesu przejściowego realizacji specjalnych postulatów, i to w postaci pewnego funkcjonału, mamy do czynienia ze *stabilizacją optymalną*.

Potrzeba szybkiego wyznaczania sterowania na podstawie stanu układu sterowanego, spowodowały rezygnację z dokładnego rozwiązywania zagadnień sterowania optymalnego na rzecz poszukiwania sterowań dopuszczalnych, tzn. takich, które spełniają warunek stateczności. Wydaje się, że sterowanie lokalnie optymalne jest tutaj dobrym przykładem .

3.2. Zagadnienie Kalmana-Letowa

Dla jaśniejszego przedstawienia koncepcji sterowania lokalnie optymalnego rozważmy tzw. *zagadnienie Kalmana-Letowa* (w literaturze rosyjskiej znane bardziej pod nazwą *analityczne projektowanie regulatora*). Polega ono na wyznaczeniu sterowania stabilizującego ruch obiektu opisany modelem w postaci (10), tzn. szukamy sterowania **u**(t), należącego do klasy funkcji odcinkami ciągłych, dla których zachodzi warunek

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \tag{13}$$

Żądanie dodatkowe, co do procesu przejściowego wyrażamy za pomocą funkcjonału, zwanego *kwadratowym wskaźnikiem jakości*

$$I = \frac{1}{2}\int_0^\infty (\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T\mathbf{R}\mathbf{u})dt \tag{14}$$

który ma przybrać wartość minimalną dla sterowania optymalnego.

Tak sformułowane zagadnienie ma jednoznaczne rozwiązanie optymalne; stanowi je prawo sterowania wyrażające się wzorem

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{K}\,\mathbf{x}(t) \tag{15}$$

gdzie **K** jest macierzą symetryczną dodatnio określoną. Macierz tę wyznacza się z nieliniowego równania algebraicznego

$$\mathbf{K}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{K} - \mathbf{K}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{K} - \mathbf{Q} = \mathbf{0} \tag{16}$$

$$w(x,t)=\sum_{i=1}^{N}\phi_i(x)\,q_i(t) \tag{6}$$

gdzie: $\phi_i(x)$ - postacie własne belki; $q_i(t)$ - współrzędne normalne. W wyniku takiej dyskretyzacji otrzymujemy równanie

$$\mathbf{M}\,\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}(t) \tag{7}$$

gdzie

$$M_j=\int_0^l \phi_j^2\,\mu dx \qquad K_j=M_j\omega_j^2 \tag{8}$$

są, odpowiednio, masą i sztywnością uogólnioną, a F(t) jest siłą uogólnioną daną wzorem

$$F_j(t)=\int_0^l P_z(x,t)\phi_j\,dx \tag{9}$$

W podobny sposób można przedstawić bardziej skomplikowane elementy konstrukcyjne, jak np. płyty i powłoki (zob. [2]). Dla całej konstrukcji stosujemy MES otrzymując formalnie tę samą postać modelu, co (7), ale z innymi elementami macierzy.

2.3. Sterowane obiekty latające

W zależności od charakteru rozpatrywanego zjawiska, sterowanie może wchodzić bądź w skład oddziaływań zewnętrznych w równaniu (4) i wówczas jest to *sterowanie strukturalne*, bądź w skład operatora *A*, co daje *sterowanie parametryczne*, bądź w skład warunków brzegowych (5), co tworzy *sterowanie brzegowe*. W nin. pracy zajmiemy się sterowaniem strukturalnym, ale ograniczymy się tylko dla operatorów zwyczajnych.

Po wprowadzeniu wektora stanu $\mathbf{x}=[\dot{\mathbf{q}},\mathbf{q}]^T$ równanie (7) można przedstawić w postaci

$$\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{B}\mathbf{u} \tag{10}$$

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{I}\\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{0}\end{bmatrix} \qquad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{M}^{-1}\end{bmatrix} \qquad \mathbf{u}=\mathbf{F}(t) \tag{11}$$

W ten sposób pokazaliśmy jak dochodzi się do modelu (1) ze Wstępu.

3. Geneza koncepcji sterowania lokalnie-optymalnego

3.1. Sformułowanie zagadnienia

W literaturze fachowej przez stabilizację rozumie się często „regulating the aircraft's response" (p. 8 w [6]). Niestety, takie określenie jest mało przydatne, gdyż nic nie mówi o tym jak tą odpowiedzią sterować. Tymczasem określenie „robocze", które tutaj wykorzystamy można znaleźć już w pracach Letowa i jest

zwanego *algebraicznym równaniem Riccatiego* (ARR). Po podstawieniu prawa (15) do (10) otrzymujemy równanie ruchu układu zamkniętego

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} \tag{17}$$

gdzie macierz sprzężenia zwrotnego dana jest wzorem

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{K} \tag{18}$$

Najważniejszą cechą prawa (15) jest to, że zapewnia ono stateczność układu sterowanego nawet wówczas, kiedy układ swobodny jest niestateczny. Innymi słowy prawo (15) gwarantuje spełnienie warunku

$$\mathrm{Re}\ \lambda_i(\mathbf{L}) < 0 \tag{19}$$

czyli wyznaczone prawo sterowania realizuje postulat stateczności asymptotycznej.

Ze względu na liniowy charakter równania ruchu (10) i formę kwadratową we wskaźniku jakości (14), zagadnienie Kalmana-Letowa nazywa się też analitycznym projektowaniem regulatora (APR), a urządzenie sterujące realizujące prawo sterowania (15) nosi nazwę regulatora liniowo-kwadratowego (RL-K).

Oprócz niewątpliwych zalet RL-K, jakimi są liniowość i stacjonarność prawa sterowania (15), występuje także wada „organiczna , która właściwie eliminuje APR jako narzędzie syntezy. Wadą tą jest konieczność „ręcznego" dobierania macierzy wagowych we wskaźniku jakości, co czyni z APR metodę prób i błędów.

3.4. Koncepcja sterowania lokalnie optymalnego

Terminem tym (wg [7], str.300) będziemy nazywali sterowanie, które wybieramy <u>w każdej chwili</u> na podstawie minimalizacji wielkości skalarnej

$$J = V + \int_0^t \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t) \tag{20}$$

$$V = \mathbf{x}^T(t)\mathbf{S}\mathbf{x}(t) \tag{21}$$

gdzie **S** i **R** są pewnymi macierzami dodatnio określonymi i symetrycznymi, na razie nieznanymi. Warunek optymalności lokalnej ma postać

$$\min_{\mathbf{u}(t)} \frac{dJ(t)}{dt} \tag{22}$$

gdzie pochodną wyznacza się na trajektoriach ruchu układu (10).

Prawo sterowania lokalnie optymalnego, wyznaczone na podstawie warunku (22) dane jest wzorem (zob. [1])

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S}\mathbf{x}(t) \tag{23}$$

z którego wynika, że po ustaleniu macierzy **B** (co następuje na etapie modelowania), prawo to jest całkowicie zdeterminowane przez macierze

wskaźnika (20). Należy jednak podkreślić, że niewłaściwy wybór macierzy **S** może spowodować skutek przeciwny do zamierzonego, czyli destabilizację obiektu, który należało ustatecznić. Oznacza to, że trzeba narzucić jakiś warunek zabezpieczający przed taką sytuacją. Wystarczy w tym celu posłużyć się funkcją Lapunowa (zob. np. [8])

$$\frac{dV}{dt} = -\mu V \tag{24}$$

gdzie μ jest pewną liczbą dodatnią, którą trzeba dobrać. Zajmiemy się tym w rozdz.4.

4. Regulator o zadanym stopniu stateczności

Wyznaczanie nastaw regulatora gwarantującego zadany z góry stopień stateczności należy do zakresu syntezy i jest na ogół zadaniem trudnym. Okazuje się jednak, że za pomocą koncepcji sterowania lokalnie optymalnego syntezę przeprowadza się dosyć łatwo, a co także ciekawe niejako „po drodze" zapewniania sterowania stabilizującego.

Najpierw podstawmy prawo sterowania (23) do równania (10) w celu otrzymania równania ruchu układu zamkniętego

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{L}\mathbf{x} \tag{25}$$

gdzie macierz sprzężenia zwrotnego dana jest wzorem

$$\mathbf{L} = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S} \tag{26}$$

Po podstawieniu (21) do (24) z uwzględnieniem (23) otrzymujemy równanie

$$2\,\mathbf{S}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S} - \mathbf{S}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{S} = \mu\mathbf{S} \tag{27}$$

którego rozwiązanie zapewnia oba cele. Aby to wykazać posłużymy się podstawowymi faktami z analizy modalnej (zob. Chap.2 w [9]): jeżeli macierz **L** układu ma *n* różnych wartości własnych λ_i (i = 1,...,n), to ma również *n* odpowiadających im wektorów własnych $\boldsymbol{\varphi}_i$ (i = 1,...,n) liniowo niezależnych, które związane są relacjami

$$\mathbf{L}\boldsymbol{\varphi}_i = \lambda_i\boldsymbol{\varphi}_i \tag{28}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_i^*\mathbf{L}^T = \lambda_i^*\boldsymbol{\varphi}_i^* \tag{29}$$

gdzie gwiazdka oznacza wielkości sprzężone. Po pomnożeniu lewostronnie równania (28) przez $\boldsymbol{\varphi}_i^*\mathbf{S}$, a równania (29) prawostronnie przez $\mathbf{S}\boldsymbol{\varphi}_i$ oraz dodaniu wyników obustronnie, otrzymujemy równanie

$$\boldsymbol{\varphi}_i^*(\mathbf{S}\mathbf{L} + \mathbf{L}^T\mathbf{S})\boldsymbol{\varphi}_i = \mathrm{Re}\,\lambda_i(\mathbf{L})\,\boldsymbol{\varphi}_i^*\mathbf{S}\boldsymbol{\varphi}_i \tag{30}$$

Wziąwszy teraz pod uwagę równanie (27) oraz wzór (26) mamy zatem bardzo interesujący i pożyteczny wynik

$$\mu = -2\,\mathrm{Re}\,\lambda_i(\mathbf{L}) \quad i = 1,\ldots,n \tag{31}$$

który stanowi, że poprzez wybór parametru μ można osiągnąć pożądaną wartość części rzeczywistych wartości własnych układu zamkniętego. A innymi słowy oznacza to uzyskanie zakładanego stopnia stateczności. W tym celu należy rozwiązać równanie (27), które jest typu ARR.

W pracy [3] pokazano, że równanie (27) można przekształcić do postaci wygodniejszej

$$\left(\mathbf{A}+\frac{\mu}{2}\mathbf{I}\right)\mathbf{S}^{-1}+\mathbf{S}^{-1}\left(\mathbf{A}+\frac{\mu}{2}\mathbf{I}\right)^{T}=2\,\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{T} \tag{32}$$

gdyż jest to układ równań algebraicznych liniowych, co znacznie ułatwia projektowanie regulatora.

5. Zakończenie i wnioski

Z przedstawionego ujęcia wynika, że sterowanie lokalnie optymalne ma duże znaczenie w przybliżonym rozwiązywaniu zagadnienia syntezy. Zachodzi pytanie, kiedy to sterowanie jest bliskie optymalnemu? Jak dotąd odpowiedź uzyskano jedynie dla pewnej specjalnej klasy zagadnień (zob. p.4.2.5 w [7]).

Jak wynika ze wzoru (25) realizacja prawa sterowania wymaga znajomości pełnego wektora stanu. Tymczasem dla sprężystych obiektów latających typową sytuacją jest taka, kiedy można zmierzyć tylko niektóre zmienne stanu. Mamy wówczas do czynienia ze syntezą sterowania lokalnie optymalnego przy niepełnym pomiarze wektora stanu i istnieje potrzeba zbudowania albo obserwatora, albo nawet filtra.

W formułowaniu zagadnienia stabilizacji wykorzystano pojęcie stateczności asymptotycznej. Jest to wymaganie zbyt rygorystyczne i wymaga stanowczej rewizji. Uważamy ponadto, że należy zwrócić większą uwagę na pojęcie stateczności względem części zmiennych stanu. Kwestię tę podniósł stosunkowo dawno Hacker [4], ale jak dotąd nie doczekała się ona rozwinięcia.

Specjalną uwagę należałoby poświęcić ustaleniu związków między klasycznym wskaźnikiem kwadratowym (14), funkcjonałem lokalnym w sensie Moisiejewa (20) i tzw. pracą uogólnioną, czyli wskaźnikiem Krasowskiego (zob.np.[10]).

Literatura

1. ДЕГТЯРЕВ Г. Л., СИРАЗЕТДИНОВ Т. К.: *Теоретические основы оптимального управления упругими космическими аппаратами*. Машиностроение, Moskwa 1986.
2. DOWELL E. H.: *Aeroelasticity of plates and shells*. Noordhoff, 1975.
3. Фурасов В. Д.: *Устойчивость движения, оценки и стабилизация*. Наука, Москва 1977.
4. HACKER T.: *Flight Stability and control*. Elsevier, New York 1970.
5. Летов М. М.: *Некоторые нерешенные задачи теории автоматического управления*. Дифференц. У-ия, 1970, том VI, No. 4, стр. 592-615.
6. MCLEAN D.: *Automatic flight control systems*. Prentice-Hall 1990.
7. MOISIEJEW N.N.: *Elementy teorii systemów optymalnych*. Wyd. Nauk.-Ekonom., Warszawa 1983.
8. PIETRUCHA J., ZŁOCKA M.: *Aspekty teoretyczne metody funkcji Lapunowa do syntezy nieliniowego prawa sterowania samolotem*. „Mechanika w Lotnictwie VI" (Red. J. Maryniak), str.441-457, PTMTiS, Warszawa 1995.
9. PORTER B., CROSSLEY R.: *Modal control-theory and applications*. Taylor & Francis Ltd., London 1972.
10. СИРАЗЕТДИНОВ Т. К.: *Оптимизация систем с распределеннми параметрами*. Наука, Москва 1977.

PROBLEMS OF FLYING ELASTIC OBJECTS STABILIZATION VIA THE LOCALLY OPTIMAL CONTROL CONCEPT

JÓZEF PIETRUCHA[1], KRZYSZTOF SZAFRAN[2]

[1] *ITLiMS, Warsaw University of Technology*
[2] *Institute of Aviation in Warsaw*

It is the paper concerns the analytical design of regulator for elastic aircraft described by discrete model. The main object is to present an effective method of locally optimal control by means of which one can surmont difficulties the known Kalman-Letov method. The control law guaranting the prescribed degree of stability is determined. Problems, which should be taken into considerations in the future are shown.

Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN nr 9T12C 01813

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

BADANIA SPEKTRUM OBCIĄŻEŃ EKSPLOATACYJNYCH ORAZ PRÓBY ZMĘCZENIOWE SZYBOWCA PW-5 „SMYK"

MIROSŁAW RODZEWICZ, ADAM PRZEKOP, JOACHIM SZYBILSKI

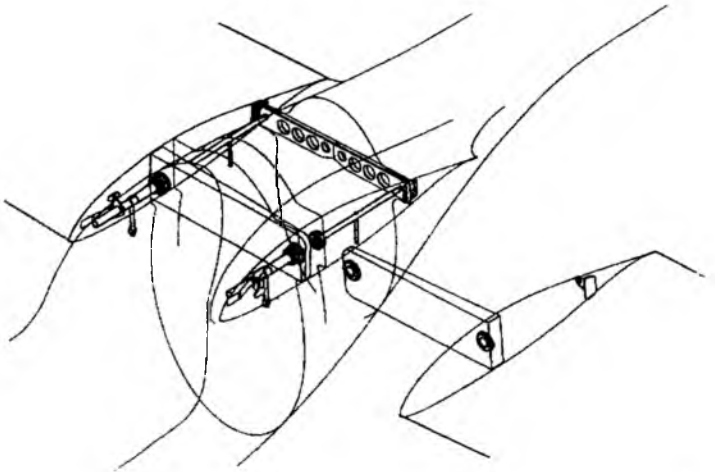
Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej - Politechnika Warszawska

W pracy przedstawiono badania związane z próbami resursowymi szybowca Klasy Światowej PW-5 „Smyk". Badania te prowadzone są na dwóch płaszczyznach: wyznaczenie tzw. spektrum obciążeń eksploatacyjnych ,wiążące się z rejestracją obciążeń w locie - oraz odwzorowanie tego spektrum na stanowisku badań zmęczeniowych struktury szybowca. Praca zawiera opis oryginalnej, elektrodynamicznej metody obciążeń wykorzystującej zjawisko rezonansu - opracowanej specjalnie na potrzeby tych badań, oraz wnioski z pierwszego etapu ich realizacji.

1. Wstęp

Jednym z zadań, jakie stanęły przed zespołem konstrukcyjnym szybowca PW-5 było przeprowadzenie prób zmęczeniowych mających na celu udowodnienie resursu 9000 godz. wymaganego dla szybowca Klasy Światowej. Próby te podzielono na etapy. Etap pierwszy dotyczył prób zmęczeniowych centralnej części dźwigara wraz z tzw. bagnetem łączącym skrzydła z kadłubem. Element ten jest newralgicznym, najbardziej wytężonym elementem konstrukcji. W ramach tego etapu dźwigar przepracował 27 tyś. symulowanych godzin lotu. Ta duża liczba godzin związana jest z wymaganym przez przepisy współczynnikiem krotności liczby cykli obciążeń k=3 związanym z tym, że próba przeprowadzana była na jednym egzemplarzu dźwigara, a jej wyniki obejmować mają cała populację statystyczną szybowców.

Etap drugi związany jest z próbą zmęczeniową układu skrzydła-kadłub i występujących w nim węzłów połączeń (Rys.1) jest realizowana obecnie.



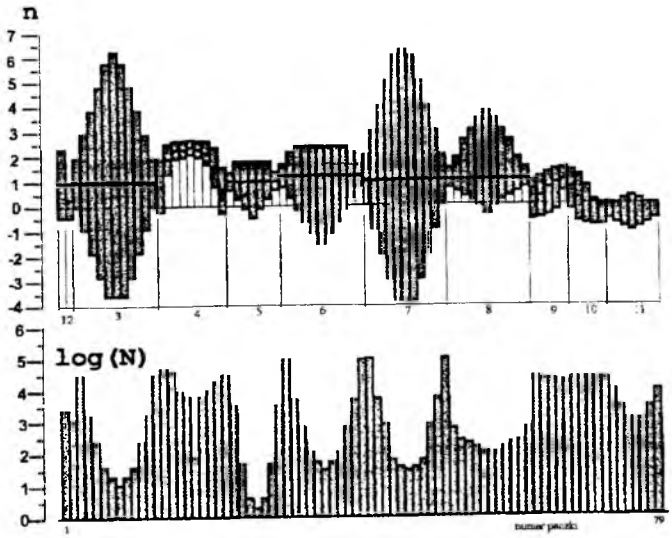
Rys.1 Rozwiązanie konstrukcyjne połączenia skrzydła-kadłub szybowca PW-5

Podstawowe zadania związane z tymi badaniami to:
a/ - określenie tzw. spektrum obciążeń zmęczeniowych szybowca
b/ - odwzorowanie tego spektrum na stanowisku badawczym.

2. Spektrum Obciążeń Eksploatacyjnych - Rejestracje Obciążeń

Podstawą prób zmęczeniowych jest spektrum obciążeń eksploatacyjnych.
Opisuje ono amplitudę zmian współczynnika obciążeń **n** oraz liczbę cykli N o danej amplitudzie - występujących w określonym czasie użytkowania konstrukcji. Sporządza się je na podstawie badań obciążeń szybowca w różnych stanach eksploatacji lub na podstawie obliczeń i analizy statystycznej dotyczącej liczby obciążeń.

Przy opracowywaniu spektrum obciążeń eksploatacyjnych na potrzeby pierwszej fazy badań zmęczeniowych szybowca PW-5 - konstrukcją odniesienia był opracowany i przebadany wcześniej szybowiec SZD 51 "Junior".
Spektrum obciążeń eksploatacyjnych tego szybowca składa się z 11 bloków cykli obciążeń odpowiadającym poszczególnym stanom eksploatacji. W każdym bloku wyróżniono paczki cykli obciążeń o jednakowej amplitudzie współczynnika obciążeń. W sumie spektrum składa się z 79 paczek cykli, każda o różnej liczebności i różnym zakresie zmian współczynnika obciążeń.
Suma cykli wszystkich paczek dla 1000 godzin eksploatacji wynosi 876 536.



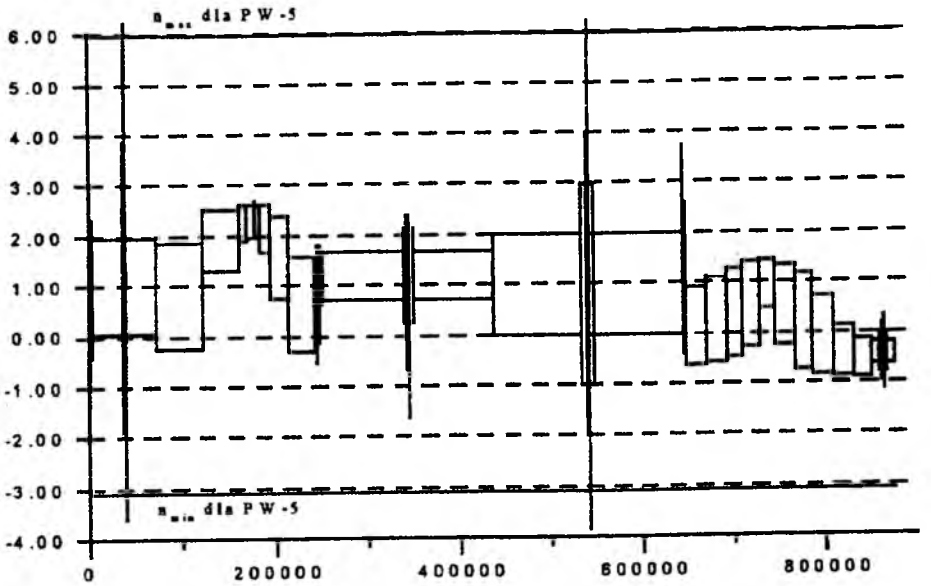
Rys. 2 Spektrum obciążeń eksploatacyjnych szybowca

(bloki obciążeń i odpowiadające im stany eksploatacji:
1- wzlot za pomocą wyciągarki
2- wzlot za samolotem
3- podmuchy w locie holowanym
4- podmuchy podczas wzlotu za wyciągarką
5- loty szkolne
6- podmuchy podczas krążenia
7- podmuchy podczas przeskoków międzykominowych
8- akrobacja podstawowa
9- rozbieg
10- dobieg
11- kołowanie)

Modyfikacja powyższego spektrum mająca miejsce przy tworzeniu spektrum obciążeń eksploatacyjnych szybowca PW-5 polegała na ograniczeniu, w całym zakresie obciążeń eksploatacyjnych, poziomów n_{max}, i n_{min} do wartości dopuszczalnych dla szybowca PW-5, bez zmian dotyczących rozpatrywanych stanów eksploatacji i liczebności paczek obciążeń.

Otrzymane tą metodą spektrum obciążeń eksploatacyjnych przedstawiono przedstawiono na
Rys. 3, przy czym celem bardziej wyrazistego przekazania informacji dotyczącej proporcji liczebności poszczególnych paczek obciążeń - na osi poziomej

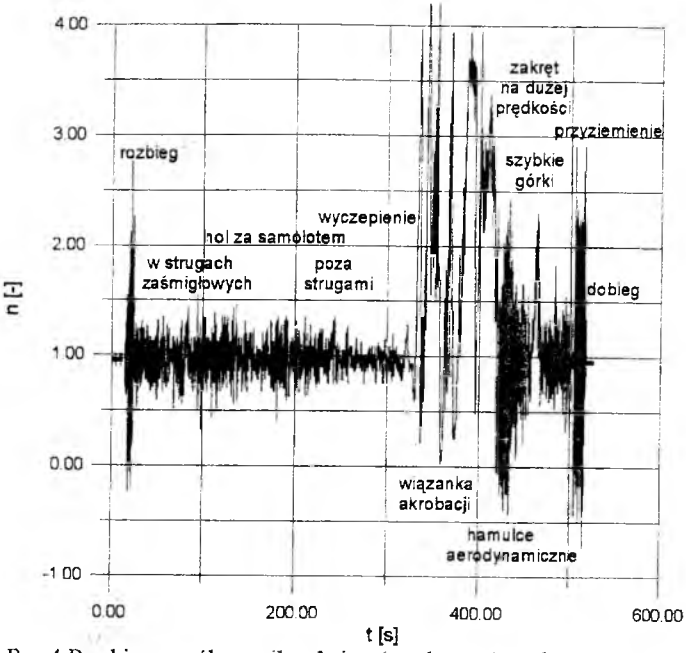
zastosowano liniową skalę liczebności. Ma ono charakter wyjściowy do dalszych badań szybowca PW-5.



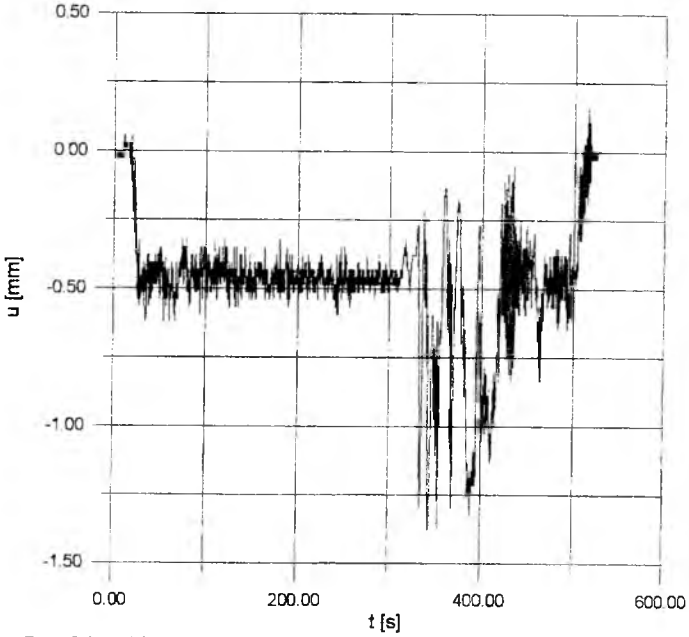
Rys.3 Spektrum obciążeń eksploatacyjnych szybowców SZD-51 "Junior" oraz PW-5 „Smyk" dla 1000 godz. eksploatacji

W celu weryfikacji powyższego spektrum, jeden z seryjnych egzemplarzy szybowca PW-5 wyposażono w aparaturę składającą się z rejestratora cyfrowego DALI 2 o pojemności pamięci 122 KB oraz czujnika indukcyjnego ugięć środka bagnetu dźwigara f-my Peltron przyśpieszeniomierza umieszczonego w środku ciężkości szybowca bazującego na układzie scalonym ADX-5 f-my Analog Digital. Czujnik indukcyjny ugięć dźwigara umożliwia określenie wielkości momentu gnącego w bagnecie skrzydła, natomiast przyśpieszeniomierz pozwala wyliczyć wartość współczynnika obciążeń. Ponadto szybowiec wyposażono w GPS Garmin 12XL oraz elektroniczny barograf f-my Flytec pozwalające na rejestrację trajektorii lotu.

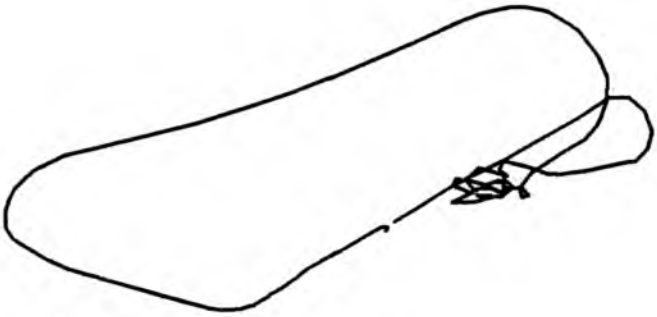
Przykładowe przebiegi sygnałów zarejestrowanych podczas lotu zamieszczono na Rys. 4 i Rys.5 . Sygnały te mają rozdzielczość 8-bitową (256 poziomów mierzonej wielkości) i próbkowane są z częstotliwością 20 Hz.



Rys.4 Przebieg współczynnika obciążeń podczas różnych stanów lotu



Rys.5 Przebieg ugięć środka bagnetu dźwigara skrzydła szybowca

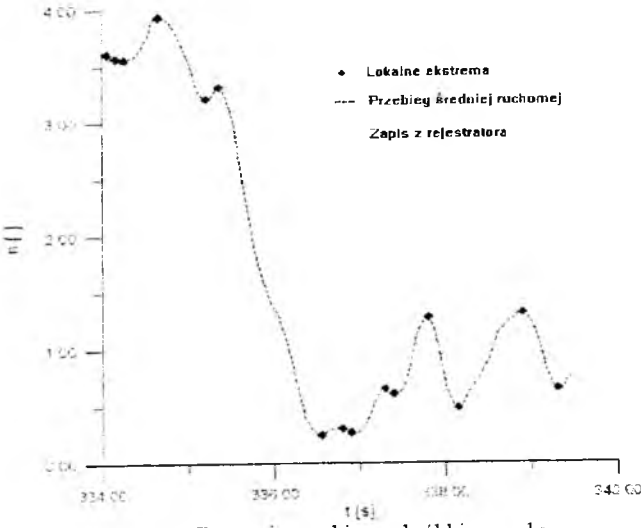


Rys. 6 Trajektoria lotu szybowca zarejestrowana przez GPS

Przebiegi z Rys. 4 i Rys.5 mają charakter surowy i podlegaja dalszej obróbce. Postawowe etapy tej obróbki to:

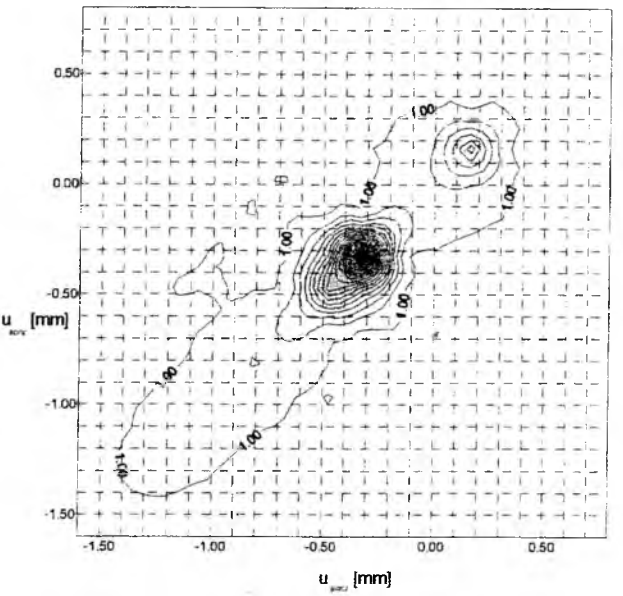
1. Filtracja sygnału
2. Wyszukiwanie lokalnych ekstremów sygnału
3. Sortowanie przyrostów sygnału.

Do filtracji sygnału posłużono się metodą średniej ruchomej z 3 lub 5 sąsiadujących punktów pomiaru. Przy wyszukiwaniu lokalnych ekstremów zastosowano kryterium nierównościowe (porównanie wartości sąsiadujących punktów). Proces obróbki sygnału zilustrowany jest na Rys.7 . Sąsiadujące ekstrema lokalne służą do wyznaczania kolejnych przyrostów badanego sygnału. Przyrosty te podlegają sortowaniu wg. kryterium: poziom wyjściowy i poziom docelowy danego przyrostu.



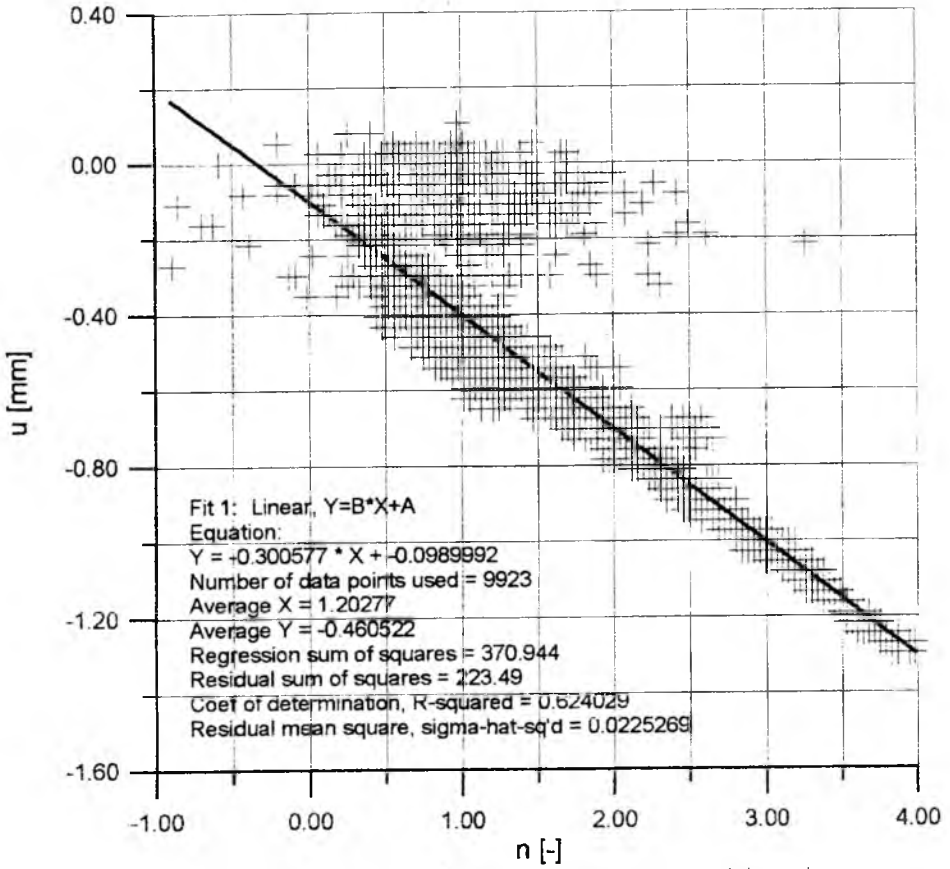
Rys. 7 Ilustracja przebiegu obróbki sygnału

Po analizie przebiegu 11 lotów testowych, podczas których realizowane były zarówno zwykle stany eksploatacji (starty za samolotem lub wyciągarką, loty termiczne lub żaglowe, lądowania na lotnisku oraz w terenie przygodnym), jak też ewolucje w postaci „górek" oraz standardowych wiązek akrobacji - okazało się, że zakres zmienności przyśpieszeń nie przekroczył wartości od -2g do 4g (zakres dopuszczalny: od -3g do + 6g), natomiast zakres zmienności ugięć środka bagnetu dźwigara wyniósł od -1.76 mm (skrzydła maksymalnie ugięte w górę) do +0.8 mm (skrzydła maksymalnie ugięte w dół). Warto podkreślić, że w przypadku obciążeń ujemnych duży udział miały obciążenia podczas lądowań.
Analiza wykazała również dużą zgodność (korelację) sygnałów przyśpieszenia i ugięcia skrzydeł we wszystkich stanach lotu poza przypadkiem rozbiegu lub dobiegu oraz startu wyciągarkowego (patrz: Rys.9) . Z tego względu uznano, że sygnał ugięcia środka bagnetu dźwigara jest bardziej uniwersalny dla analizy obciążeń, ale techniczna realizacja jego pomiaru jest trudniejsza niż pomiar przyśpieszenia w środku ciężkości.
Przy sortowaniu przyrostów tego sygnału zakres zmienności podzielono na 16 poziomów. Liczbę tę dobrano kierując się tym, aby w efekcie otrzymać niezbyt rozbudowaną liczbę bloków cykli obciążeń, dającą się zrealizować w rozsądnym czasie na stanowisku badawczym. Rezultat tej operacji wizualizowano w postaci wykresu konturowego ukazującego obwiednie występujących w locie ugięć bagnetu dźwigara oraz ich liczebność (Rys. 8).



Rys. 8 Ugięcia dźwigara - (liczba przejść z poziomu $u_{pocz.}$ - $u_{końc.}$) - wykres zbiorczy po serii lotów

Powyższy wykres jest uaktualniany po każdej serii lotów i przy odpowiednio dużej liczbie danych posłuży do weryfikacji wyściowego widma obciążeń.

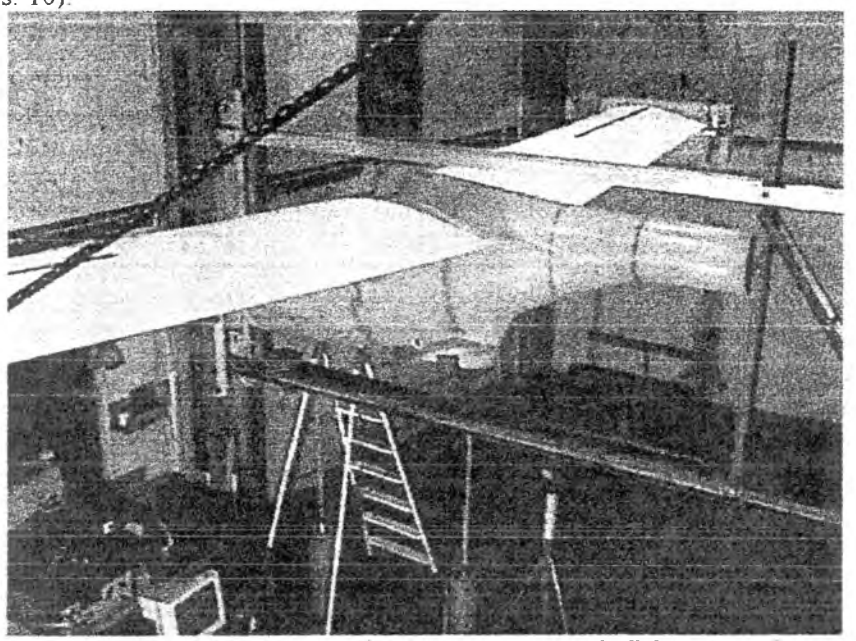


Rys. 9 Zależność przyrostu ugięcia dźwigara od przyrostu przyśpieszenia - wykres z lotu z realizacją akrobacji

Rys. 9 przedstawia zależność pomiędzy przyrostami sygnałów ugięcia bagnetu dźwigara i przyrostami przyśpieszenia liczonymi od wartości odpowiadających stanowi lotu ustalonego przy **n**=1. Z rysunku widać, że tylko nieliczne grupy punktów odbiegają od prostej aproksymowanej na zbiorze zarejestrowanych punktów. Są to właśnie grupy punków zarejestrowane podczas rozbiegu i dobiegu. Współczynnik kierunkowy tej prostej określony na zbiorze nie zawierającym punktów związanych z rozbiegiem lub dobiegiem - jest parametrem, który można wykorzystać do sprawdzenia jakości odwzorowania obciążeń na stanowisku badań zmęczeniowych poprzez porównanie z analogicznym parametrem otrzymanym na stanowisku.

3. Realizacja Badań Zmęczeniowych

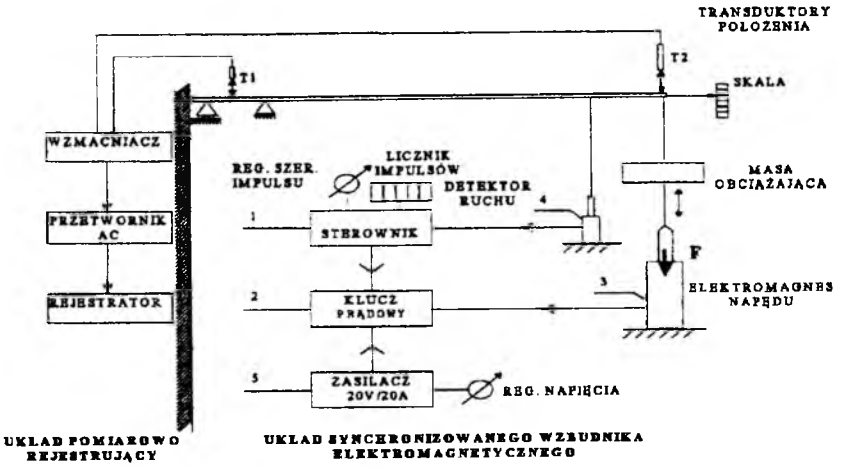
Zarówno podczas realizacji pierwszego etapu badań (dźwigara skrzydła), jak też badania zespołu skrzydła-kadłub - podstawową metodą realizacji obciążeń była metoda drgań giętnych o charakterze rezonansowym podtrzymywanych przez specjalny synchronizowany wzbudnik elektrodynamiczny. W tym celu zbudowano układy drgające wykorzystujące w pierwszym przypadku sztywność giętną dźwigara (dźwigar jako belka wspornikowa obciążona na końcu masą skupioną zmienianą w trakcie badań w zależności od parametrów realizowanego bloku obciążeń zmeczeniowych), a w drugim przypadku sztywność giętną układu skrzydła-kadłub podwieszonego w specjalny sposób na stanowisku badawczym (Rys. 10).



Rys. 10 Stanowisko badań zmęczeniowych układu skrzydła-kadłub szybowca PW-5

Sposób realizacji tych badań zostanie omówiony na przykładzie dźwigara.
Dzwigar zamocowano do sztywnej ramy stalowej w pozycji odpowiadającej stanowi lotu poziomego. W celu odwzorowania warunków pracy rzeczywistej konstrukcji - układ podpór związanych z okuciami bagnetowymi dźwigara zaprojektowano, tak, aby zamodelować oddziaływanie bagnetetu przeciwległego skrzydła.
Na drugim końcu dźwigara, w przekroju odpowiadającemu punktowi przyłozenia wypadkowej siły aerodynamicznej, mocowano pakiet odważników talerzowych pozwalających na realizację wstępnego obciążenia dźwigara odpowiadającego

średniej wartości współczynnika obciążeń danego bloku cykli obciążeń zmęczeniowych. Tam również ulokowano punkty podwieszenia rdzeni elektromagnesów wymuszających drgania giętne dźwigara. Schemat blokowy systemu badań zmęczeniowych metodą rezonansową przedstawiono na Rys.11 .



Rys.11 Schemat blokowy systemu badań zmęczeniowych metodą rezonansową

Zasadniczym elementem przedstawionego systemu jest układ synchronizowanego wzbudnika elektrodynamicznego składający się z elektromagnesu połączonego z układem składającym się z zasilacza, klucza prądowego i sterownika sprzęgniętego z detektorem ruchu dźwigara. Poprzez istnienie tego sprzężenia dźwigar jest pobudzany do drgań impulsami siły w elektromagnesie podawanymi dokładnie w odpowiedniej fazie jego ruchu, niezależnie od zmiany częstotliwości drgań własnych układu wywołanych np. przez zmiany temperatury otoczenia lub starzenie się konstrukcji.

Dzięki temu, że drgania odbywają się w rezonansie - do podtrzymania drgań potrzebna jest niewielka moc w porównaniu z klasycznymi wzbudnikami hydraulicznymi. Przykładowo - realizacja obciążeń w zakresie n=0 do n=2 wymaga ok.0.5 kW mocy.

Amplituda drgań dźwigara sterowana jest szerokością (czasem) impusu elekrodynamicznego nastawianym za pomocą potencjometru na tablicy kontrolnej sterownika. Uzupełnieniem sterownika jest licznik impulsów.

Drugi układ omawianego systemu to układ pomiarowo-rejestrujący, składający się czujników indukcyjnych ugięć środka bagnetu dźwigara, końcówki dźwigara, (a przy badaniach układu skrzydła-kadłub - równiez przyśpieszeniomierza umieszczonego w środku ciężkości szybowca) oraz rejestratora cyfrowego lub komputera z przetwornikiem analogowo-cyfrowym.

Ograniczeniem zastosowanego systemu obciążeń jest możliwość realizacji obciążeń o amplitudzie $\Delta n=4$. Wartości tej nie jednak przekracza 95 % cykli obciążeń wynikających ze spektrum obciążeń eksploatacyjnych. Pozostałe bloki cykli obciążeń realizowane są za pomocą innych metod, m. innymi z użyciem siłowników hydraulicznych.
Z kolei zaletą metody rezonansowej jest to, że częstotliwość obciążeń realizowanych na stanowisku, jest bardzo bliska dominującej częstotliwości zarejestrowanych w locie sygnałów ugięcia dźwigara (lub przyśpieszenia środka ciężkości układu), co ma ważne znaczenie ze względu na właściwości reologiczne kompozytu i naprężenia w jego strukturze.

4. Wnioski - spostrzeżenia z dotychczasowej realizacji badań

Dotychczas zrealizowane badania ujawniły, że najistotniejszą sprawą związaną z pomiarem spektrum obciążeń eksploatacyjnych jest sprawa akwizycji danych pomiarowych w pamięci rejestratora i związanego z tym czasu możliwej rejestracji. Mimo, że częstotliwość dla pierwszej postaci drgań własnych skrzydeł wynosi ok. 1.5 Hz, to jednak aby nie pominąć chwilowego ekstremum wartości ugięcia dźwigara spowodowanego np. burzliwą atmosferą to czestotliwość próbkowania powinna być nie mniejsza niż 20 Hz. Przy rozdzielczości sygnału 8-bitowej, (co wydaje się być minimalną wartością akceptowalną) - powoduje to szybkie zużycie pamięci (po 1 godzinie w przypadku rejestratora DALI 2 przy dwóch kanałach rejestracji). Problem ten jest istotny przy przelotach termicznych, gdzie użycie innych systemów akwizycji, np. systemu telemetrycznego jest - znacznie utrudniony. Z tego względu specjalnie do celów badania spektrum obciążeń właściwszy byłby system akwizycji danych, w którym przetwornik analogowo-cyfrowy rejestratora pracowałby z czestotliwością np. 50 Hz i rozdzielczościa 12-bitową, natomiast do pamięci rejestratora wrzucane byłyby jedynie wartości ekstremalne, jakie zdarzyły się w przedziałach np. 1-sekundowych. Taki system umożliwił by wielogodzinną rejestrację bez konieczności kosztownej rozbudowy pamięci rejestratora i/lub zwiększania jego gabarytów i masy.

Przy realizacji badań zmęczeniowych zaobserwowano znacznie intensywniejsze zużycie tulei i sworzni stalowych występujących w węzłach połączenia skrzydła-kadlub, niż ma to miejsce w rzeczywistej eksploatacji. Problem ten wiąże się tym, że podczas badań realizowane są długie bloki cykli obciążeń staloamplitudowych, co powoduje wyciśnięcie smaru z powierzchni kontaktu sworznia z tuleją i zgromadzenie się go na powierzchniach wyluzowanych. Receptą na to jest częstsza symulacja lądowań związana z ujemnymi współczynnikami obciążeń, co umożliwia cyrkulację smaru wokół sworznia, podobnie jak to ma miejsce w warunkach rzeczywistych.

Literatura

1. RODZEWICZ M. *Problematyka modelowania w badaniach trwałości zmęczeniowej węzła kadłubowego połączenia skrzydła-kadłub szybowca PW-5*, Mechanika w Lotnictwie „ML-VI" 1994
2. RODZEWICZ M. *Modelowanie obciążeń eksploatacyjnych przy badaniach zmęczeniowych skrzydła szybowca*, XXXV Sympozjon Modelowanie w Mechanice, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Technicznej, Politrchnika Śląska 1996

RESEARCH INTO LOAD FACTOR AND THE FATIGUE TESTS OF THE PW-5 WORLD CLASS GLIDER

MIROSŁAW RODZEWICZ, ADAM PRZEKOP, JOACHIM SZYBILSKI

Warsaw University of Technology, Institute of Aeronautics and Applied Mechanics

There is presented in the paper the research concerning the tests determining operation life of the PW-5 World Class Glider. The action is set in two planes:
a/ the research into load factor and records of the flight loads and
b/ modeling these loads on the stand for fatigue test of the sailplane structure.
The paper contains the description of the original resonance eletrodynamic loads method and the remarks from the first stage of the research.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

ZASTOSOWANIE PEWNEJ METODY ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIA ODWROTNEGO DYNAMIKI DO REKONSTRUKCJI TORU LOTU SAMOLOTU PODCZAS KATASTROFY

KRZYSZTOF SIBILSKI
Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

Cyfrowe odtworzenie wypadku lotniczego jest cennym źródłem informacji pozwalającym lepiej zrozumieć ruch samolotu tuż przed katastrofą i w jej trakcie. W procesie rekonstrukcji ostatnich sekund lotu statku powietrznego zastosowano metodykę symulacji odwrotnej. Korzystając z danych zapisanych przez awaryjny rejestrator parametrów lotu (np. przebiegu współczynnika przeciążenia n_z, zmiany prędkości i wysokości lotu), odtworzono tor lotu statku powietrznego na kilkanaście sekund przed jego rozbiciem. Zaprezentowano wyniki cyfrowej symulacji wypadku samolotu szkolno-treningowego z napędem odrzutowym.

1. Wstęp

Punktem odniesienia pozwalającym na rekonstrukcję wypadku lotniczego są dane z wielu źródeł. Głównym źródłem informacji są dane z pokładowego rejestratora parametrów lotu (np. SARPP). Oprócz tego należy uwzględnić nagrania rozmów prowadzonych przez załogę, fotografie zdarzenia, rysunki, zeznania świadków wypadku itp. Cyfrowe odtworzenie katastrofy statku powietrznego oczywiście nie może rozstrzygnąć o winie i stopniu odpowiedzialności ludzi za zaistniały wypadek. Jest jednak cennym źródłem informacji pozwalającym lepiej zrozumieć ruch samolotu tuż przed katastrofą i w jej trakcie. Rezultaty obliczeń mogą być wykorzystywane w procesie komputerowej symulacji lotu i użyte w procesie prawnej

oceny wypadku (przez Komisję Badania Wypadków Lotniczych, lub na Sali Sądowej).

2. Dynamiczne równania ruchu samolotu.

Ruch samolotu został opisywany w klasycznych układach współrzędnych. Ich szczegółowy opis wraz z podaniem odpowiednich macierzy transformacji można znaleźć w pracach [1], [2], [3]. Do określenia orientacji przestrzennej samolotu (położenia samolotowego układu współrzędnych względem układu inercjalnego) wygodniej jest niekiedy zamiast kątów Eulera zastosować inne, znane z mechaniki klasycznej metody. Można tu zastosować np. parametry Eulera, parametry Cayleya-Kleine'a, czy też cosinusy kierunkowe [4],[5].

Dynamiczne równania przestrzennego ruchu samolotu można wyprowadzić stosując różne metody. Przeważnie równania te wyprowadzane są przy zastosowaniu zasady zmiany pędu i krętu łącznie dla samolotu lub równań Lagrange'a we współrzędnych uogólnionych inercyjnych lub równań Boltzmanna-Hamela we współrzędnych nieinercyjnych. Druga metoda wymaga dwukrotnego różniczkowania energii kinetycznej. W efekcie otrzymuje się dużą liczbę składników równań, co zwiększa prawdopodobieństwo popełnienia błędu i utrudnia weryfikację poprawności otrzymanych równań. Zasada zachowania pędu i krętu może być stosowana względem dowolnego bieguna, niekoniecznie względem środka masy samolotu. Równania te można zapisać w następującej postaci:

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{f}(\mathbf{Z}(t), \mathbf{S}(t)) \tag{2.1}$$

W powyższym równaniu **Z** jest wektorem stanu, a **S** wektorem sterowania. W przypadku, gdy równania ruchu środka masy samolotu zapisane są w prędkościowym układzie współrzędnych, zaś równania ruchu bryły samolotu względem środka masy zapisane są w układzie związanym wektor stanu **Z** ma postać:

$$\mathbf{Z} = \mathrm{col}[V_0, \alpha, \beta, p, q, r, \Phi, \Theta, \Psi, x_g, y_g, z_g] \tag{2.2}$$

- w ogólnym przypadku wektor sterowania ma postać:

$$\mathbf{S} = \mathrm{col}[\alpha_{zH}(t), \delta_H(t), \delta_L(t), \delta_V(t), T(t), \varphi_{Fy}(t), \varphi_{Fz}(t)] \tag{2.3}$$

Składowe wektora **f** można znaleźć w pracy [38]. Równania (2.1) muszą być uzupełnione równaniami dynamiki silników, równaniami dynamiki układów sterowania automatycznego, równaniami więzów ([3], [38]).

W procesie modelowania dynamiki ruchu statku powietrznego zasadniczym źródłem trudności jest precyzyjny opis sił i momentów aerodynamicznych występujących w równaniach ruchu. W każdej fazie lotu dynamika ruchu i aerodynamika wzajemnie na siebie wpływają. Stanowi to istotne utrudnienie opisu matematycznego tych procesów. Wyznaczenie sił i momentów aerodynamicznych działających na samolot jest zadaniem trudnym, gdyż zależą one w złożony sposób od kształtu samolotu, kątów natarcia, ślizgu i ich pochodnych, prędkości kątowych i ich pochodnych, liczb Macha oraz Reynoldsa, kątów wychylenia powierzchni sterowych i innych parametrów lotu. Do chwili obecnej nie opracowano ogólnych metod wyznaczania tych sił dla dowolnego przestrzennego ruchu samolotu. Dla małych liczb Macha (Ma<0.5), przy wyznaczaniu obciążeń aerodynamicznych samolotu można przyjąć zasadę superpozycji, w myśl której uogólnioną siłę aerodynamiczną można przedstawić w postaci [6], [7], [8], [9], [10]:

$$\begin{aligned} Q_A = {} & Q_{AS}(\mathrm{Ma}, \mathrm{Re}, \alpha, \beta) + \sum_n Q_A^{\delta_n}(\mathrm{Ma}, \mathrm{Re}, \alpha, \beta)\delta_n + \sum_i Q_A^{Z_i}(\mathrm{Ma}, \mathrm{Re}, \alpha, \beta)Z_i + \\ & + \sum_i \sum_j Q_A^{Z_i Z_j}(\mathrm{Ma}, \mathrm{Re}, \alpha, \beta)Z_i Z_j + \sum_i Q_A^{\dot{Z}_i}(\mathrm{Ma}, \mathrm{Re}, \alpha, \beta)\dot{Z}_i + \\ & + \sum_i Q_A^{\ddot{Z}_i}(\mathrm{Ma}, \mathrm{Re}, \alpha, \beta)\ddot{Z}_i \end{aligned} \tag{2.4}$$

W równaniu Q_A oznacza uogólnioną siłę aerodynamiczną ($()_A = P_{Xa}, P_{Ya}, P_{Za}, L_c, M_c, N_c$), Indeks $()_{AS}$ oznacza, że wartość siły jest liczona dla warunków statycznych, $(\ )_A^{Z_i}$ oznacza pochodną uogólnionej siły aerodynamicznej względem kolejnych składowych wektora stanu **Z** ($Z_i = V, \alpha, \beta, p, q, r$); $(\ )_A^{\dot{Z}_i}$ oraz $(\ )_A^{\ddot{Z}_i}$ oznaczają pochodne uogólnionej siły aerodynamicznej względem pierwszych i drugich pochodnych (względem czasu) wektora stanu. Siła określona równaniem (2.4) przedstawia klasyczne uproszczenie stosowane w dynamice ruchu samolotów i zależy liniowo od kątów wychyleń powierzchni sterowych oraz nieliniowo od składowych wektora stanu i jego pochodnych.

3 . Rozwiązanie zagadnienia odwrotnego dynamiki do rekonstrukcji toru lotu samolotu w trakcie katastrofy.

W odniesieniu do statków powietrznych metodyka symulacji odwrotnej była z powodzeniem stosowana do określenia praw sterowania niezbędnych do realizacji ruchu po uprzednio założonym torze lotu. Odtwarzano, różne figury akrobacji (np.

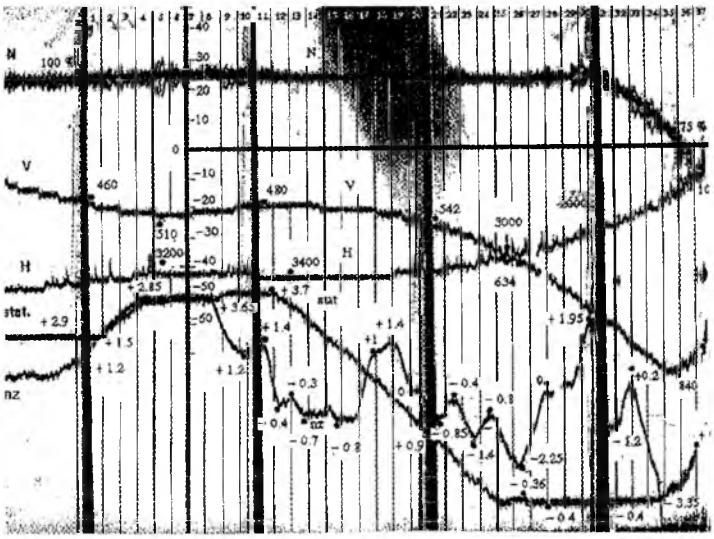
beczkę sterowaną), omijanie przeszkód itp. Autor tego opracowania zastosował metodykę symulacji odwrotnej w procesie analizy i rekonstrukcji feralnego lotu samolotu I-22 z dnia 24 stycznia 1996 roku. Rysunek 1 przedstawia zapis sześciu parametrów zarejestrowanych przez rejestrator SARPP 12 w czasie ostatnich sekund tego tragicznie zakończonego lotu. Zapis rejestratora dostarcza informacji o przebiegu zmian w funkcji czasu współczynnika przeciążenia, prędkości, wysokości, obrotów silnika i kąta zaklinowania statecznika. Rejestratory typu SARPP zapisują zmiany jedynie podłużnych parametrów lotu, nie dając praktycznie informacji na temat asymetrycznego ruchu samolotu. W wielu przypadkach wyjaśnienie przyczyn katastrofy i jej przebiegu wymaga odtworzenia przestrzennego ruchu samolotu. Dlatego też pojawia się problem metodyki i algorytmów obliczeń. Bardzo często procedura postępowania zakłada przyjęcie różnych hipotez opisujących przestrzenny ruch samolotu. Hipotezy te są przyjmowane na podstawie innych źródeł informacji Jedna z nich zakładała, że w locie odwróconym nastąpiła awaria układu zmiany kata zaklinowania statecznika, co spowodowało jego przestawienie. Pojawiły się duże siły na drążku sterowym. W efekcie nastąpiło „wyrwanie" drążka sterowego z ręki pilota. W odwróconym locie stromym z dużymi prędkościami nastąpiło gwałtowne narastanie przeciążeń aż do wartości przekraczających wartości przeciążeń niszczących. W efekcie doszło do katastrofy samolotu. Inna hipoteza głosiła, że samolot wykonywał beczki sterowane na torze wypukłym powodujące znaczne, okresowo zmienne przeciążenia ujemne, zagrażające życiu pilota i wprowadzające znaczne obciążenia konstrukcji. Powstanie bardzo dużych sił na drążku sterowym spowodowanych niewłaściwym kątem zaklinowania statecznika poziomego doprowadziło w efekcie do wyrwania drążka z ręki pilota. Spowodowało to gwałtowne narastanie ujemnych przeciążeń, przekraczających dopuszczalne. Skutkiem tego nastąpiła śmierć załogi i zniszczenie samolotu jeszcze w powietrzu.

Pojawił się problem prawidłowej oceny scenariusza wypadku, oraz powstało pytanie, czy istnieje możliwość zobiektywizowania procesu odtworzenia toru lotu, na podstawie zarejestrowanych zmian parametrów. Zdecydowano się na zastosowanie pewnej metody [39], [40] rozwiązania zagadnienia odwrotnego dynamiki lotu, by sprawdzić, czy możliwe było sterowanie prowadzące do tak zarejestrowanych zmian parametrów lotu.

Założono, że ruch samolotu jest zdefiniowany w postaci zbioru współrzędnych przestrzennych, prędkości i przyspieszeń (reprezentowanych np. przez współczynnik przeciążenia n_z). Zadaniem zagadnienia odwrotnego jest obliczenie wektora sterowania **S** dla zadanego wektora zmiennych wyjściowych $\mathbf{y}=h(\mathbf{x})$. Wektor zmiennych wyjściowych został zdefiniowany w sposób następujący:

$$\mathbf{y} = \mathrm{col}[n_Z(t), H(t), \Phi(t)] \tag{3.1}$$

gdzie: n_z jest współczynnikiem przeciążenia,
H - wysokością lotu,
Φ - kątem przechylenia samolotu.



Rys. 1 Katastrofa samolotu „Iryda" zapis rejestratora lotu

Współrzędne wektora **y** zostały estymowane częściowo na podstawie danych zapisanych przez rejestrator SARPP12 tuż przed i w trakcie katastrofy (n_z i H). Natomiast przebieg zmian kąta przechylenia samolotu Φ założono zgodnie z badanym scenariuszem ruchu przestrzennego. Wartości zmian w funkcji czasu składowych pożądanego wektora zmiennych wyjściowych $\mathbf{y}_p = col[n_z(t), H(t), \Phi(t)]$ były znane w sposób dyskretny, w danych chwilach czasu t_c, dlatego też w algorytmie obliczeniowym zostały one aproksymowane za pomocą funkcji sklejanych (splajnów). W przypadku badanego wypadku „Irydy" wielkość kąta zaklinowania statecznika α_{zH}, i wartość wektora ciągu silników F były znane na podstawie zapisu rejestratora SARPP12. Dlatego też wektor sterowania **S** został zdefiniowany w następujący sposób:

$$\mathbf{S} = \mathrm{col}[\delta_H, \delta_V, \delta_L] \tag{3.2}$$

W danej chwili czasu $t = t_c$, wartość $\mathbf{Z}(t_c)$ jest znana dzięki scałkowaniu wektora pochodnych stanu $\dot{\mathbf{Z}}(t_c)$, (przy założeniu, że znane są rozwiązania dla poprzedniej

chwili czasu $t=t_{c-1}$). Wpływ wektora sterowania $\mathbf{S}(t_c)$ na pochodną wektora stanu $\dot{\mathbf{Z}}(t_c)$, (a co za tym idzie na $\mathbf{Z}(t_{c+1})$ i $\mathbf{y}(t_{c+1})$ może być wyznaczony metodą zaburzeń. Rozwiązanie zadania będzie polegało na znalezieniu rozwiązań równań ruchu, dla takiego wektora sterowania $\mathbf{S}(t_c)$, który spowoduje uzyskanie wartości składowych wektora $\mathbf{y}(t_{c+1})$ równych wartościom pożądanym $\mathbf{y}_p(t_{c+1})$. W dowolnej chwili czasu, zakładając że *k-ty* punkt rozwiązania jest estymowany w *c-tej* chwili czasu, wektor $\dot{\mathbf{Z}}(t_c)_k$ jest szacowany na podstawie wektora $\mathbf{Z}(t_c)$. To z kolei pozwala na estymację $\mathbf{S}(t_c)_k$, gdyż:

$$\dot{\mathbf{Z}}(t_c)_k = \mathbf{f}[\mathbf{Z}(t_c), \mathbf{S}(t_c)_k] \tag{3.3}$$

Pierwszy etap rozwiązania polega na całkowaniu numerycznym (przy użyciu np. metody Runge-Kutty) równań ruchu samolotu, w celu otrzymaniu spodziewanych wartości $\mathbf{Z}(t_{c+1})_k$ i $\mathbf{y}(t_{c+1})_k$ w następnej chwili czasu.

$$\mathbf{Z}(t_{c+1})_k = \int_{t_c}^{t_{c+1}} \dot{\mathbf{Z}}(t_c)_k \, dt + \mathbf{Z}(t_c)_k \tag{3.4}$$

$$\mathbf{y}(t_{c+1})_k = \mathrm{col}\left[n_z(t_{c+1})_k, H(t_{c+1})_k, \Phi(t_{c+1})_k\right] \tag{3.5}$$

W następnym etapie rozwiązania wprowadza się funkcję błędu zdefiniowaną jako różnica pomiędzy ostatnio otrzymanym przybliżeniem wektora rozwiązań $\mathbf{y}(t_{c+1})_k$ i założoną wartością $\mathbf{y}_p(t_{c+1})$:

$$\mathbf{y}_e(t_{c+1})_k = \mathbf{y}(t_{c+1})_k - \mathbf{y}_d(t_{c+1}) \tag{3.6}$$

Poszukiwane prawo sterowania otrzymuje się poszukując warunków przy których spełnione jest równanie: $\mathbf{y}_e(t_{c+1})_k = \mathbf{0}$. Rozwiązanie to może być znalezione numerycznie, np. przy zastosowaniu metody Newtona – Raphsona.

$$\mathbf{S}(t_c)_{k+1} = \mathbf{S}(t_c)_k - \mathbf{J}^{-1}\mathbf{y}_e(t_{c+1})_k \tag{3.7}$$

przy czym Jacobian $\mathbf{J}$ opisuje wrażliwość wektora zmiennych wyjściowych $\mathbf{y}$ na zmiany wektora sterowania $\mathbf{S}$. Jacobian ten zostanie zdefiniowany poniżej (zależności (3.10), (3.11), (3.12)). W wyrażeniu (3.7) należy odwrócić Jacobian $\mathbf{J}$, co czasami może prowadzić do trudności numerycznych. Aby uniknąć odwracania Jacobianu można zastosować zmodyfikowaną postać iteracji (3.7):

$$\mathbf{S}(t_c)_{k+1} = \mathbf{S}(t_c)_k - \mathbf{S}_e(t_c)_k \tag{3.8}$$

W odróżnieniu od wyrażenia (3.7), w równaniu (3.8) Jacobian **J** explicite nie jest odwracany. Zamiast tego wektor błędu jest wyznaczany poprzez rozwiązanie następującego układu równań liniowych:

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{S}_e(t_c)_k = \mathbf{y}_e(t_{c+1})_k \tag{3.9}$$

Układ równań (5.9) może być rozwiązany np. metodą faktoryzacji. Powyższa metoda, dzięki uniknięciu procesu odwracania macierzy jest dokładniejsza i bardziej stabilna w szerszym zakresie Jacobianów. Jacobian **J** opisuje wrażliwość zmian wybranych składowych wektora stanu na zmiany wektora sterowania. Zakładając, że wektor sterowania ma n składowych, zaś żąda się by c-te przybliżenie w k-tej chwili czasu spełniało założony przebieg n parametrów stanu, Jacobian jest macierzą o wymiarach $n \times n$, przy czym składowa jacobianu $j_{ij}(t_c)_k$ jest znajdowana poprzez różniczkowanie każdego elementu składowych wektora błędu $y_{ei}(t_{c+1})_k$ względem składowych wektora sterowania $d_j(t_c)_k$:

$$j_{ij}(t_c)_k = \frac{\partial y_{ei}(t_{c+1})_k}{\partial s_j(t_c)_k} \tag{3.10}$$

W rozpatrywanym przypadku Jacobian będzie zdefiniowany w postaci:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial n_{ez}}{\partial \delta_H} & \frac{\partial n_{ez}}{\partial \delta_V} & \frac{\partial n_{ez}}{\partial \delta_L} \\ \frac{\partial H_e}{\partial \delta_H} & \frac{\partial H_e}{\partial \delta_V} & \frac{\partial H_e}{\partial \delta_L} \\ \frac{\partial \Phi_e}{\partial \delta_H} & \frac{\partial \Phi_e}{\partial \delta_V} & \frac{\partial \Phi_e}{\partial \delta_L} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Wyrażenia $n_z(t)$, $H(t)$ czy też $\Phi(t)$, znane są w postaci dyskretnej jako zbiory punktów odczytanych na podstawie zapisu rejestratora SARPP. Wielkości te są następnie aproksymowane (np. za pomocą funkcji sklejanych). Dlatego też elementy Jacobianu muszą być znajdowane numerycznie, za pomocą wyrażenia:

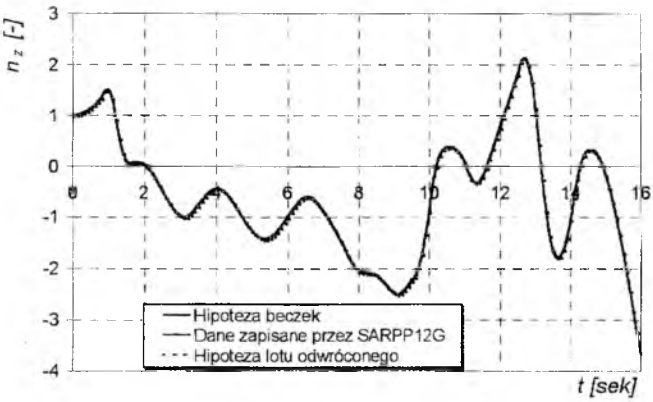
$$\frac{\partial y_{ei}(t_{c+1})_k}{\partial d_j(t_C)_K} = \frac{y_{ei}\left[t_{c+1}, \left(s_j(t_c) + \delta s_j(t_c)\right)\right]_k - y_{ei}\left[t_{c+1}, \left(s_j(t_c) - \delta s_j(t_c)\right)\right]_k}{2\delta s_j(t_c)_k} \tag{3.12}$$

Wszystkie wyjściowe elementy muszą być liczone za pomocą dodatnich i ujemnych zaburzeń od ich wyjściowych przybliżeń. Dlatego też wyrażenia (3.4),

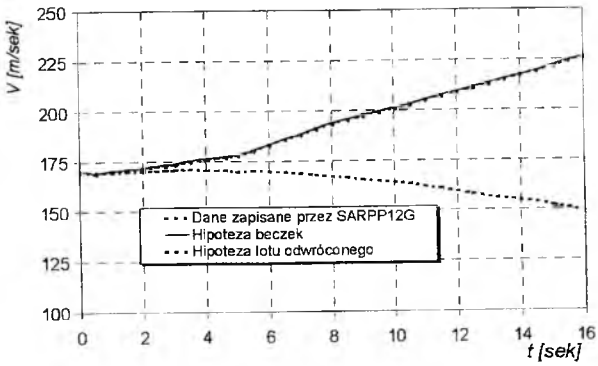
(3.5) muszą być stosowane $2n$ razy. Proces jest powtarzany ze stałym krokiem w przedziale czasu, w którym odtwarzana jest trajektoria lotu samolotu. Opisany powyżej algorytm został zastosowany w procesie cyfrowego odtworzenia ostatnich sekund lotu samolotu Iryda, pozwalając ocenić scenariusz tego feralnego lotu. Rysunki 9 - 16 przedstawiają wyniki cyfrowej syntezy (symulacji odwrotnej) tragicznej w skutkach katastrofy samolotu szkolno-treningowego „Iryda".

Ze względu na bardzo skąpe informacje dotyczące manewrów wykonywanych przez załogę samolotu tuż przed katastrofą przyjęto dwie hipotezy opisujące przestrzenny ruch samolotu tuż przed rozbiciem. Jedna z nich zakładała, że samolot wykonywał lot odwrócony. Zarejestrowane przez rejestrator SARPP12 przestawienie kąta zaklinowania statecznika, spowodowało trudności w utrzymaniu prostoliniowego lotu, co w konsekwencji doprowadziło do gwałtownego spadku współczynnika przeciążenia n_z i zniszczenia samolotu w powietrzu. Druga z hipotez zakładała, że samolot tuż przed katastrofą wykonywał niesterowane beczki (w ujemnym polu przeciążeń). Zmiana wyrównoważenia samolotu w trakcie wykonywania beczek doprowadziła do pojawienia się bardzo dużych sił na drążku sterowym, co w konsekwencji doprowadziło do gwałtownego spadku współczynnika przeciążenia. W celu przetestowania obu hipotez przeprowadzono symulację odwrotną. Analiza zapisu rejestratora SARPP12 (rys. 1) wskazuje, że przedział czasu, który zadecydował o tragicznym zakończeniu lotu obejmuje około 16 sekund (pomiędzy 17 a 34 znacznikiem czasu na taśmie rejestratora). Zgodnie z zapisem rejestratora SARPP przyjęto, że kąt zaklinowania statecznika zmienia się liniowo od wartości $-1{,}9^0$ w 0 sek. lotu (przyjęto, że t=0 odpowiada znacznikowi czasu nr. 17) do $0{,}4^0$ w 7 sek., po tym czasie kąt zaklinowania statecznika nie ulega zmianie. Proces odwrotnej symulacji lotu przeprowadzono dla obu hipotez. Zmianę współczynnika przeciążenia i wysokości lotu w funkcji czasu aproksymowano za pomocą funkcji sklejanych, zgodnie z danymi przedstawionymi na rysunku 8. Okazało się, że w przypadku lotu odwróconego (Φ=$const$=180^0) nie uzyskano sensownych rozwiązań przy zakładanym przebiegu zmian $H(t)$. Rozwiązania takie uzyskano natomiast przy założeniu, że wysokość lotu zwiększa się (rys. 11). Zestawienie wyników obliczeń dla opisanych powyżej dwu hipotez lotu przedstawiono na rysunkach 2, 3, 4. Rysunek 1 przedstawia założoną zmianę współczynnika przeciążenia w funkcji czasu. Rysunki 2 oraz 9 przedstawiają zmiany prędkości i wysokości lotu w funkcji czasu dla obu scenariuszy katastrofy. Analiza wyników odwrotnej symulacji wykazuje, że „hipotezę lotu odwróconego" należy odrzucić jako niezgodną z danymi zarejestrowanym przez rejestrator awaryjny.

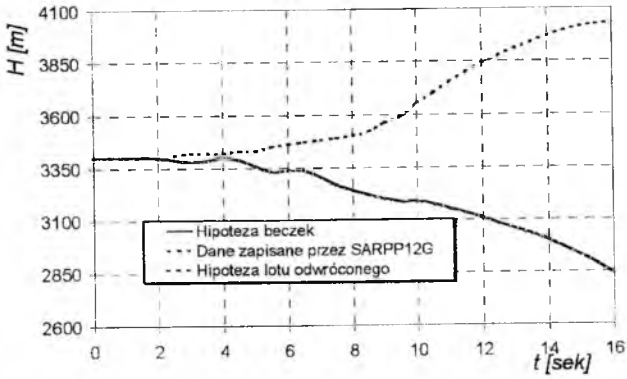
Prawa sterowania uzyskane w wyniku symulacji odwrotnej, przy założeniu „hipotezy beczek" zostały przedstawione na rysunku 5. Analiza praw sterowania pozwala stwierdzić, że bezpośrednią przyczyną katastrofy samolotu było doprowadzenie do lotu bezpośrednio zagrażającego bezpieczeństwu załogi. W początkowej fazie samolot został wprowadzony w autorotacyjną beczkę, wykonywaną na pochyłym torze wypukłym. W trakcie wykonywania tej figury nastąpiło celowe przestawianie statecznika poziomego. Analiza wcześniejszych fragmentów zapisu rejestratora SARPP pozwala na przyjęcie założenia, że statecznik został przestawiony na skutek świadomego działania pilota. Zmiana wyrównoważenia samolotu, spowodowana przestawieniem statecznika wywołała gwałtowne narastanie siły na drążku sterowym, szczególnie po przejściu samolotu z lotu „odwróconego" do lotu „normalnego", przy znacznym gradiencie jej wzrostu (rys.9). Skutkiem tego drążek sterowy został wyrwany z ręki pilota. Położenie samolotu, wielkość kąta zaklinowania statecznika i prędkość lotu spowodowały, że próba ponownego „ściągnięcia" drążka sterowego nie dała (ze względu na bardzo duże siły działające na drążek sterowy) spodziewanego rezultatu (rys. 9). Z analizy przebiegu zmian współczynnika przeciążenia w funkcji czasu ($n_z=f(t)$) wynika, że między 16 a 17 sekundą lotu nastąpił gwałtowny spadek jego wartości (wartość n_z przekroczyła –6). Oznacza to, że została przekroczona wartość przeciążeń niszczących samolot. W rezultacie, jeszcze w powietrzu nastąpiła destrukcja samolotu.



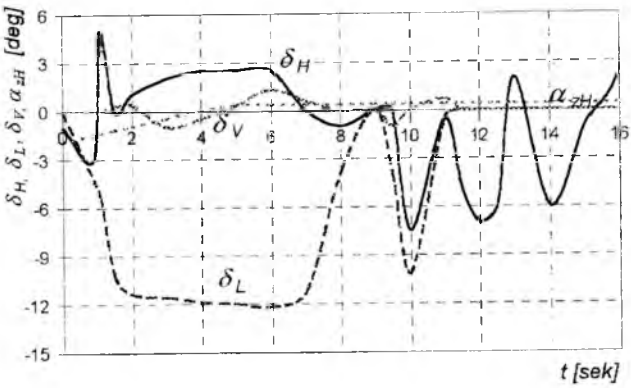
Rys. 2 Katastrofa samolotu I-22 „Iryda" - porównanie współczynnika przeciążenia dla dwu hipotez lotu



Rys. 3 Katastrofa samolotu „Iryda" – porównanie zmian prędkości dla dwu hipotez lotu



Rys. 4 Katastrofa samolotu „Iryda" – porównanie zmian wysokości dla dwu hipotez lotu



Rys. 5 Katastrofa samolotu „Iryda" - „hipoteza beczek" prawa sterowania samolotem

jednak cennym źródłem informacji pozwalającym lepiej zrozumieć ruch samolotu tuż przed katastrofą i w trakcie katastrofy. Rezultaty obliczeń mogą być wykorzystywane w procesie komputerowej animacji lotu i zastosowane w procesie prawnej oceny wypadku (przez Komisję Badania Wypadków Lotniczych, lub na Sali Sądowej).

W procesie rekonstrukcji wypadku lotniczego szczególną uwagę należy zwrócić na niezamierzone, względnie nieznane stany lotu i ich identyfikację. Takim stanem lotu może być beczka bezwładnościowa, „pochwycenie" śmigłowca lub samolotu, błędnie wykonane figury pilotażu. Analizując przyczyny wypadku należy wziąć pod uwagę wielkość i gradienty sił powstających na drążku sterowym. Nagły wzrost siły na drążku sterowym, powodowany np. niewłaściwym kątem zaklinowania statecznika poziomego może spowodować wyrwanie drążka sterowego z ręki pilota, co z kolei może spowodować gwałtowne powstanie ujemnych przeciążeń przekraczających wartości dopuszczalne. Skutkiem takiego działania będzie śmierć załogi i zniszczenie, jeszcze w powietrzu statku powietrznego.

Przeprowadzone analizy zilustrowano kilkoma przykładami obliczeniowymi.

LITERATURA

1. DŻYGADŁO Z., SIBILSKI K., *Dynamics of spatial motion of an aeroplane after drop of loads*, Journ. of Tech. Phys., Nr. 3-4, 1988.
2. DŻYGADŁO Z., SIBILSKI K., *Modelowanie Dynamiki Przestrzennego Ruchu Samolotu po Uszkodzeniu Usterzenia Wysokości*, Mechanika w Lotnictwie PTMTiS, 1992.
3. MARYNIAK J., *Dynamiczna Teoria Obiektów Ruchomych*, Prace Naukowe P.W., Mechanika **32**, Wyd. P.W., Warszawa, 1975.
4. GAJDA J., *Zastosowanie Kwaternionów w Algorytmach Wyznaczania Orientacji Przestrzennej Obiektów Ruchomych*, Mech. Teoret. I Stos., **28**, Nr 3-4, 1990.
5. GOSZCZYŃSKI J., MARYNIAK J., NIEPSUJ P., *Badania Symulacyjne Przestrzennego Ruchu Samolotu z Zastosowaniem Parametrów Eulera do Opisu Związków Kinematycznych*, Informator ITWL, II Konferencja Metody i Technika Badań Statków Powietrznych w Locie, **334/1996**, 1996.
6. GORAJ Z., SZNAJDER J., *Metody Panelowe w Mechanice Lotu – Możliwości i Ograniczenia*, Prace Instytutu Lotnictwa, Nr. 143, 1995.
7. ETKIN B., *Dynamics of Atmospheric flight*, Ed. John Willey, N. York, 1972.

8. FISZDON W., *Mechanika lotu cz. I i II*, PWN, Warszawa, 1961

9. ОСТОСЛАВСКИЙ И. В., *Аэродинамика самолёта*, Оборонгизд, Москва, 1957.

10. ОСТОСЛАВСКИЙ И. В., СТРАЖЕВА И., В., Динамика полёта. Устойчивость и управляемость летателных аппаратоб, Оборонгизд, Москва, 1965.

11. GHMMAM A. H. A, GORAJ Z., *A Review of The Influence of High Angle of Attack Aerodynamics on Aircraft Stability*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, **33**, Nr. 3, 1995.

12. KATZ J., PLATKIN A., *Low -Speed Aerodynamics. From Wing Theory to Panel Methods*, McGraw-Hill, N.Y., 1991.

13. ROM J., *High Angle of Attack Aerodynamics, Subsonic, Transonic and Supersonic*, Springer Verlag, 1992.

14. CAO J., GARRETT F. Jr., HOFFMAN F, STALFORD H., *Analytical Aerodynamic Model of a High Alpha Research Vehicle Wind-Tunnel Model*, NASA-CR 187469, 1990.

15. GUGLIERI G., QUAGLIOTTI F. B., *Static and Oscillatory Tests on a Generic Combat Aircraft Model in Flow Speed Wind Tunnel*, ICAS-94-3.6.1, Proceedings 19th ICAS Congress, 1994.

16. KLEIN V., MURPHY P. C., CURRY T. J., BRANDON M. J., *Analysis of Wind Tunnel Longitudinal Static and Oscillatory Data of the F-16XL Aircraft*, NASA/TM-97-206276, 1997.

17. MALCOLM G. N i inni, *Rotary Balance Test Comparisons With AGARD WG-16 Generic Fighter Model*, ICAS-94-3,6,1, Proceedings 19th ICAS Congress.

18. O'LEARY C. O., WEIR B., WALKER J. M., *Static and Forced Oscillation Tests on a Generic Combat Aircraft Model*, Proceedings 20th ICAS Congress, ICAS-96-1.8.3, 1966.

19. ORLIK-RUCKEMANN K. J., *Aerodynamic Coupling Between Lateral and Longitudinal Degrees of Freedom, AIAA Journal*, **15**, Nr.12, 1977.

20. ORLIK-RUCKEMANN K. J., *Aerodynamics of manoeuvring aircraft*. Canadian Aerodynamics and Space Journal, **38**, Nr 3, 1992.

21. ORLIK-RUCKEMANN K., J., *Aerodynamic Aspects of Aircraft Dynamics at High Angles of Attack*, Journal of Aircraft, **20**, Nr.9, 1983.

22. ORLIK-RUCKEMANN K.J., HANF E. S., *Experiments on cross coupling and translational accelerations derivatives*, *AGARD-CP-235*, Paper 8, 1978.

23. CALKINS D. E., *Aircraft Accident Flight Patch Simulation and Animation*, Journal of Aircraft, **31**, Nr 2, 1994.

24. DIETENBERGER M. A., HAINES P. A., LUERS J. K., *Reconstruction of Pan Am New Orleans Accident*, Journal of Aircraft, 22, Nr. 8, 1985.

25. LUERS J. K., DIETENBERGER M. A., *Analyses of Arrow Air DC-8-63 Accident of December 12*, 1985: Gander, Nowfounland, Journal of Aircraft, **27**, Nr. 6, 1990.

26. GOSZCZYŃSKI J., MARYNIAK J., *Modelowanie awarii w odkształcalnym układzie sterowania sterem wysokości samolotu sterowanego*, XXXIV Sympozjon „Modelowanie w Mechanice" Wisła 1995, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, **121**, Nr 1266, Wyd. Pol. Śląskiej, 1995.

27. MARYNIAK J., *Techniczne Aspekty Analizy Wypadku Prototypu Samolotu I-22 „IRYDA" w Trakcie Badań Flatterowych w Locie: Modelowanie i Numeryczna Symulacja*, Materiały XXXIV Sympozjonu „Modelowanie w Mechanice", Gliwice, 1995.

28. MARYNIAK J., Z. GORAJ, W. MOLICKI, Z. PATURSKI, *Sterowność Samolotu Liniowego Ił-62M w Stanach Zagrożenia Bezpieczeństwa*, Zbiór referatów XXVII Sympozjonu „Modelowanie w Mechanice", Gliwice, 1988.

29. MILKIEWICZ A, *Zarys Metod Badań Przyczyn Wypadków Lotniczych*, Problemy Badań i Eksploatacji Techniki Lotniczej, Wyd. ITWL, Warszawa, 1993.

30. DŻYGADŁO Z., SIBILSKI K., *Analiza Dynamiki Ruchu Samolotu Po Awarii Usterzenia Wysokości*, Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej, **40**, Nr. 11, 1990.

31. DŻYGADŁO Z., SIBILSKI K., *Modelowanie Dynamiki Przestrzennego Ruchu Samolotu po Uszkodzeniu Usterzenia Wysokości*, V Ogólnopolska Konferencja Mechanika w Lotnictwie, Ed. PTMTiS Warszawa, 1992.

32. SIBILSKI K., *Modelling of Aeroplane Dynamics in Extreme Flight Conditions*, ICAS-96-3.7.2., Proceedings 20th ICAS Congress, Sorrento, 1996.

33. SIBILSKI K., *Aircraft Accident Fly Path Reconstruction and Simulation Using Non-Linear Inverse Dynamics*, *Archiwum Budowy Maszyn*, **XLIV**, Nr 4, 1997.

34. SIBILSKI K., *Numerical Investigations of Aircraft Dynamics During Transgression of Several Limits of Usage*, Biuletyn WAT, Nr 6, 1997.

35. SIBILSKI K., *Some thoughts on Mathematical Models for Aircraft Accidents Simulation*, Proceedings of International Aviation Safety Conference, IASC'97, H. Soekha (eds.), VSP Publishing Company, Utrecht, The Nederlands, 1997.

36. SIBILSKI K., *Numerical Reconstruction of Aircraft Accidents Flight Dynamics*, Archives of Transport, **IX**, No.1-2, 1997.

37. SIBILSKI K., *Problemy Matematycznego Modelowania Wypadków Lotniczych*, Prace Instytutu Lotnictwa, Nr. 154, 1998.

38. SIBILSKI K., *Modelowanie Dynamiki Granicznych Stanów Lotu Statków Powietrznych o Podwyższonej Manewrowości*, Wyd. Wojskowej Akademii Technicznej, Warszawa 1998.

39. GAO C., HESS R. A, 1993, *Inverse Simulation of Large Amplitude Aircraft Manoeuvres*, Journal of Guidance Control and Dynamics, **16**, No. 4, 1993.

40. RUTHERFORD S., THOMSON D, G., *Helicopter Inverse Simulation incorporating an Idywidual Blade Rotor Model*, Proceedings 20th ICAS Congress, Sorrento, 1996.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

ZASTOSOWANIE ZMODYFIKOWANEJ METODY PASOWEJ DO WYZNACZANIA NIESTACJONARNYCH OBCIĄŻEŃ AERODYNAMICZNYCH SAMOLOTU

KRZYSZTOF SIBILSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

W oparciu o rozwinięcie klasycznej metody pasowej przedstawiono sposób wyznaczania sił i momentów aerodynamicznych wywołanych prędkością kątową samolotu. Sposób wyprowadzenia zależności i zastosowanie algorytmów numerycznych pozwala na stosowanie tej metody w pełnym zakresie kątów natarcia, a także daje możliwość uwzględnienia niestacjonarności opływu i takich zjawisk jak głębokie przeciągnięcie dynamiczne. Przeanalizowano różne sposoby uwzględnienia zjawiska głębokiego przeciągnięcia dynamicznego. Zaproponowano rozwiązanie polegające na zastosowaniu quasi – empirycznego modelu ONERA. Przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń.

1. Wstęp

W procesie modelowania dynamiki ruchu statku powietrznego zasadniczym źródłem trudności jest precyzyjny opis sił i momentów aerodynamicznych występujących w równaniach ruchu. W każdej fazie lotu dynamika ruchu i aerodynamika wzajemnie na siebie wpływają. Stanowi to istotne utrudnienie opisu matematycznego tych procesów. Dynamika lotu w danej chwili i historia ruchu samolotu określają jego aerodynamikę w danym momencie czasu, co z kolei wpływa na dynamikę ruchu samolotu w przyszłości. Historia ruchu jest określona poprzez rozwiązanie dynamicznych równań ruchu.

Wyznaczenie sił i momentów aerodynamicznych działających na samolot jest zadaniem trudnym, gdyż zależą one w złożony sposób od kształtu samolotu, kątów natarcia i ślizgu i ich pochodnych, prędkości kątowych i ich pochodnych, liczb Macha i Reynoldsa, kątów wychylenia powierzchni sterowych i innych parametrów lotu. Do chwili obecnej nie opracowano ogólnych metod wyznaczania tych sił dla dowolnego przestrzennego ruchu samolotu.

2. Założenia zmodyfikowanej metody pasowej

Na zakresie dużych kątów natarcia brak jest efektywnej metody obliczeń obciążeń aerodynamicznych samolotu. Nie zawsze dostępne są także wyniki badań aerodynamicznych. Dlatego też podjęto próbę rozszerzenia zakresu użytkowania klasycznej metody pasowej na pełen zakres kątów natarcia. Metodyka i algorytm obliczeń są podobne do zaproponowanych w pracach [2] i [3]. Przyjęto następujące założenia:

- w danym przekroju siły i momenty aerodynamiczne zależą od lokalnego kąta natarcia;
- wzajemne oddziaływanie między opływem kolejnych sąsiadujących pasów uwzględniono poprzez uwzględnienie prędkości indukowanej sąsiednimi pasmami (indukowanego kąta natarcia);
- uwzględniono histerezę współczynników aerodynamicznych, zjawisko głębokiego przeciągnięcia dynamicznego modelowano stosując algorytm opracowany w ONERA [1];
- wpływ ściśliwości powietrza uwzględniono poprzez wprowadzenie poprawki Prandtla-Glauerta.

Algorytm postępowania jest następujący: skrzydło samolotu jest dzielone płaszczyznami równoległymi do płaszczyzny symetrii kadłuba na szereg elementów (pasów). Następnie w każdym elemencie wyznaczany jest lokalny kąt natarcia i wartość wypadkowego wektora prędkości. Następnie z charakterystyk aerodynamicznych profilu wyznaczane są współczynniki aerodynamiczne: siły nośnej, siły oporu i momentu pochylającego. Modyfikacja metody pasowej polega na tym, że wykorzystywane są nieliniowe charakterystyki profilu, uwzględniana jest także niestacjonarność opływu i zjawisko przeciągnięcia dynamicznego. Uwzględniono także lokalną zmianę kąta natarcia profilu spowodowaną wirami generowanymi przez sąsiednie pasma. Pole opływu jest zaburzane przez dodanie do wektora prędkości odpowiednich składowych wynikających z obrotu samolotu z prędkościami kątowymi p, q r.

Współczynniki aerodynamiczne są złożonymi funkcjami parametrów stanu. Zależności współczynnika siły nośnej i współczynnika oporu od kąta natarcia w zakresie od 0^0 do 360^0 otrzymane na podstawie badań uogólnionego modelu samolotu w tunelu aerodynamicznym podane są między innymi w [8]. Dla celów analizy numerycznej funkcje $C_Z(\alpha)$ i $C_X(\alpha)$ można aproksymować wielomianami trygonometrycznymi w postaci:

$$C_Z(\alpha) = \sum_{k=0}^{n} \left[a_k \cos(k\alpha) + b_k \sin(k\alpha)\right]$$
$$C_X(\alpha) = \sum_{k=0}^{n} \left[c_k \cos(k\alpha) + d_k \sin(k\alpha)\right] \tag{1}$$

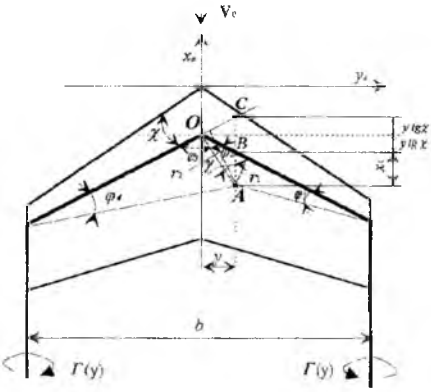
Gdzie współczynniki a_k, b_k, c_k i d_k odliczono według schematu Rungego. Wartości tych współczynników podano w [8].

2.1 Wyznaczenie indukowanego kąta natarcia

Kąt natarcia α elementarnego pasa skrzydła zależy od kąta natarcia samolotu α_0 kąta natarcia indukowanego przez spływające ze skrzydła wiry i kąta natarcia spowodowanego pojawieniem się prędkości kątowych pochylania, odchylania i przechylania. Indukowany kąt natarcia można obliczyć z zależności:

$$\alpha_i = \arctan\left(V_i / V_0\right) \tag{2}$$

Prędkość indukowaną V_i można obliczyć korzystając z prawa Biota-Savarta.



Rys. 1 Schemat wirów dla wyznaczenia związku między współczynnikiem siły nośnej i rzeczywistym kątem natarcia przekroju skrzydła samolotu

$$V_i(y) = -\frac{\Gamma(y)}{4\pi r_1}(\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2) - \frac{\Gamma(y)}{4\pi r_2}(\cos\varphi_3 + \cos\varphi_4) \tag{3}$$

gdzie r_1 i r_2 – odpowiednio odległości lewego i prawego wiru związanego od punktu A (w którym liczona jest prędkość indukowana). Analizując rysunek 1 można stwierdzić, że:

$$\begin{aligned} r_1 &= AB\cos\chi = x_k(y)\cos\chi \\ r_2 &= AC\cos\chi = [x_k(y) + 2y\,\mathrm{tg}\,\chi]\cos\chi \end{aligned} \tag{4}$$

Po przekształceniach otrzymuje się:

$$V_i(y) = -\frac{\Gamma(y)}{2\pi\chi_k(y)\cos\chi}k_\Pi(y) = -\frac{2\Gamma(y)k_\Pi(y)}{\frac{\partial C_Z}{\partial\alpha}c_A(y)\cos\chi} \tag{5}$$

przy czym:

$$k_\Pi(y) = \frac{1}{2}\left(\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 + \frac{\cos\varphi_3 + \cos\varphi_4}{1 + \frac{2y}{x_k(y)}\mathrm{tg}\,\chi}\right) \tag{6}$$

Rozkład cyrkulacji wzdłuż rozpiętości skrzydła można otrzymać na podstawie badań modelu samolotu w tunelu aerodynamicznym, lub rozwiązując różniczkowo-całkowe równanie opisujące ten rozkład.

2.2 Numeryczna realizacja metody

Skrzydło samolotu dzielone jest na „j" pasów (każdy z nich o długości $\Delta b = b/j$). Powierzchnia pasa wynosi ΔS_j. Analizując trójkąty prędkości ABC, ACD i AED, (rys. 4), stosując wzory Carnota i Snelliusa otrzymuje się zależności na kąt natarcia i wartość prędkości. Zmianę kąta natarcia spowodowaną prędkością indukowaną liczy się z zależności (7) (trójkąt ABC jest prostokątny). Prędkość będąca sumą prędkości nie zaburzonej V_0 i prędkości indukowanej V_i jest równa (rys. 2).

$$V_{0j} = \sqrt{V_0^2 + V_i^2} \tag{7}$$

Wszystkie prędkości, kąty, siły i momenty dla każdego z przekrojów są wyznaczane w przekroju przechodzącym przez środek pasa. Wektor prędkości punktu A pokrywającego się z 25% cięciwy można obliczyć z zależności:

$$\mathbf{V}_{\Omega j} = \mathbf{\Omega}_k \times \mathbf{r}_{Aj} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & r \\ x_{Aj} & y_{Aj} & z_{Aj} \end{vmatrix} = \tag{8}$$

$$= \vec{i}\left(qz_{Aj} - ry_{Aj}\right) + \vec{j}\left(rx_{Aj} - pz_{Aj}\right) + \vec{k}\left(py_{Aj} - qx_{Aj}\right)$$

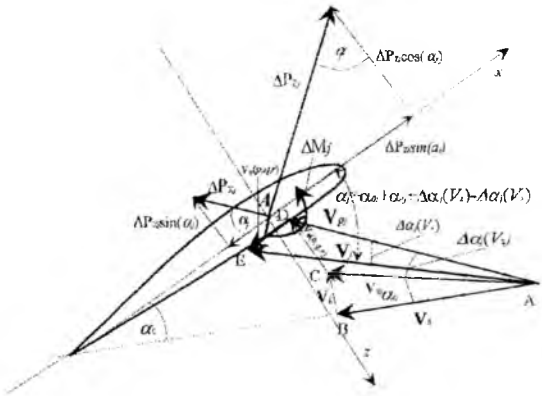
przy czym $\mathbf{r}_A$ jest wektorem łączącym środek masy samolotu z punktem A (25% cięciwy aerodynamicznej) bieżącego przekroju skrzydła. Pojawienie się prędkości kątowej pochylania q powoduje zmienny rozkład prędkości (prostopadłej do cięciwy aerodynamicznej) wzdłuż cięciwy. Średnia wartość tej prędkości wyniesie:

$$V_{zq_{sr}} = \frac{1}{c_{A_j}} \cdot \int_{-0.25 \cdot c_A}^{0.75 \cdot c_A} qx_j dx_j = \frac{1}{4} \cdot q \cdot c_{A_j} \tag{9}$$

Biorąc pod uwagę zależności (2.13) i (2.14) składowe wektora prędkości $\mathbf{V}_\Omega$ na kierunek równoległy i prostopadły do cięciwy aerodynamicznej wyniesie:

$$\begin{aligned} V_{x_j}(p,q,r) &= qz_{A_j} - ry_{A_j} \\ V_{y_j}(p,q,r) &= rx_{Aj} - pz_{Aj} \\ V_{z_j}(p,q,r) &= py_{Aj} - qx_{Aj} + 0.25qc_{Aj} \end{aligned} \tag{10}$$

W trójkącie ACD (rys. 2.8) kąt CAD jest równy $\alpha_j(p)$, kąt ADC jest równy 90^0-α_j, zaś kąt DCA wynosi $90^0+\alpha_0+\alpha_i$. Wartość sumy wektorów prędkości $\mathbf{V}_{0j}$ i składowej prędkości $\mathbf{V}_{\Omega j}$ na oś Az można obliczyć z twierdzenia Carnota:



Rys. 2 Przyrost kąta natarcia na profilu skrzydła spowodowany prędkością wywołaną prędkością kątową samolotu

$$V_{pj} = \left(\left(py_{Aj} - qx_{Aj} + \frac{1}{4} qc_{Aj} \right)^2 + V_{0j}^2 + \right.$$
$$\left. + \left(py_{Aj} - qx_{Aj} + \frac{1}{4} qc_{Aj} \right) V_{0j} \sin(\alpha_0 + \alpha_j) \right)^{\frac{1}{2}} \tag{11}$$

Kąt natarcia indukowany prędkością kątową przechylania p i q można policzyć z twierdzenia Snelliusa:

$$\Delta\alpha_j(V_z) = \arcsin\left(\frac{\left(py_{Aj} - qx_{Aj} + 0{,}25qc_{Aj}\right)\cos\left(\alpha_0 + \alpha_{ij}\right)}{V_{pj}} \right) \tag{12}$$

W przypadku pojawienia się prędkości kątowej odchylania r wypadkową prędkość i kąt natarcia indukowany przez tę prędkość oblicza się rozwiązując trójkąt AED. W tym trójkącie kąt DAE jest równy $\Delta\alpha_j(V_x)$, kąt EDA jest równy 180^0-$[\alpha_{ij}+\alpha_j(p)]$. Na podstawie twierdzenia Carnota wyznaczana jest wartość wektora prędkości $\mathbf{V}_j$.

$$V_j = \sqrt{V_{pj}^2 + \left(qz_{Aj} - ry_{Aj}\right)^2 + V_{pj}\left(qz_{Aj} - ry_{Aj}\right)\cos\left(\alpha_{ij} + \Delta\alpha_j(V_z)\right)} \tag{13}$$

Wielkość kąta natarcia indukowanego prędkością kątową r i q jest wyznaczana z twierdzenia Snelliusa:

$$\Delta\alpha_j(V_x) = \arcsin\left(\frac{\left(qz_{Aj} - ry_{Aj}\right)\cos\left(\alpha_{ij} + \Delta\alpha_j(V_z)\right)}{V_j} \right) \tag{14}$$

Kąt natarcia j-tego pasa przekroju skrzydła samolotu poruszającego się z prędkością V_0, obracającego się wokół środka masy z prędkościami kątowymi p, q, r, przy znanym rozkładzie wzdłuż rozpiętości cyrkulacji $\Gamma=f(y)$ dany jest zależnością.

$$\alpha_j = \alpha_0 + \Delta\varphi_s + \alpha_{ij} + \Delta\alpha_j(V_z) - \Delta\alpha_j(V_x) \tag{15}$$

Dla tak wyznaczonego kąta natarcia, korzystając z nieliniowych charakterystyk aerodynamicznych są wyznaczane współczynniki aerodynamiczne C_{Zj}, C_{Xj} i C_{mj}. Następnie, (na przykład korzystając z modelu ONERA) można obliczyć niestacjonarne charakterystyki aerodynamiczne profilu w zakresie głębokiego przeciągnięcia dynamicznego, uwzględniając w ten sposób histerezę współczynników aerodynamicznych. Obciążenia te są wyznaczane z zależności:

$$\begin{cases} \Delta P_{X_j} = \frac{1}{2}\rho \cdot \Delta S_j \cdot V_j^2 \cdot C_{X_j} \\ \Delta P_{Z_j} = \frac{1}{2}\rho \cdot \Delta S_j \cdot V_j^2 \cdot C_{Z_j} \end{cases} \tag{16}$$

Rzutując wyznaczone w ten sposób siły na osie układu *Axz* (rys. 2) otrzymuje się:

$$\begin{cases} \Delta X_j = \Delta P_{Z_j} \sin\alpha_j - \Delta P_{X_j} \cos\alpha_j \\ \Delta Z_j = -\Delta P_{Z_j} \cos\alpha_j - \Delta P_{X_j} \sin\alpha_j \end{cases} \tag{17}$$

Moment przechylający *j*-tego paska można obliczyć z zależności:

$$\Delta L_j = -\frac{1}{2}\rho \cdot V_j^2 \left(\Delta C_{Z_j} \cos\alpha_j + \Delta C_{X_j} \sin\alpha_j\right) \cdot \Delta S_j \cdot y_j \tag{18}$$

Podobnie obliczyć można moment pochylający:

$$\begin{aligned} \Delta M_j = & \frac{1}{2}\rho \cdot V_j^2 \cdot \Delta C_m \cdot \Delta S_j c_{Aj} + \\ & -\frac{1}{2}\rho \cdot V_j^2 \left(\Delta C_{Z_j} \cos\alpha_j + \Delta C_{X_j} \sin\alpha_j\right) \cdot \Delta S_j l_{xj} \end{aligned} \tag{19}$$

przy czym l_{xj} jest odległością środka aerodynamicznego przekroju od środka masy. Moment odchylający wytwarzany przez *j*-ty pas skrzydła jest równy:

$$\Delta N_j = -\frac{1}{2}\rho \cdot V_j^2 \cdot \left(\Delta C_{Z_j} \sin\alpha_j - \Delta C_{X_j} \cos\alpha_j\right) \Delta S_j \cdot y_j \tag{20}$$

Całkowita wartość siły i momentu aerodynamicznego będzie równa sumie sił i momentów działających na poszczególne pasy.

$$\begin{cases} \Delta P_{Xaj} = \Delta P_{Z_j} \sin\alpha_0 - \Delta P_{X_j} \cos\alpha_0 \\ \Delta P_{Xaj} = -\Delta P_{Z_j} \cos\alpha_0 - \Delta P_{X_j} \sin\alpha_0 \end{cases} \tag{21}$$

Wartości wypadkowych sił: nośnej i oporu są liczone z zależności:

$$\begin{aligned} P_{Xa} &= \left(\sum_j \Delta P_{Xaj}\right)_{lewe\ skrzydlo} + \left(\sum_j \Delta P_{Xaj}\right)_{lprawe\ skrzydlo} \\ P_{Za} &= \left(\sum_j \Delta P_{Zaj}\right)_{lewe\ skrzydlo} + \left(\sum_j \Delta P_{Zaj}\right)_{lprawe\ skrzydlo} \end{aligned} \tag{22}$$

W podobny sposób są liczone momenty:

$$\begin{aligned} L_c &= \left(\sum_j \Delta L_j\right)_{lewe\ skrzydlo} + \left(\sum_j \Delta L_j\right)_{prawe\ skrzydlo} \\ M_c &= \left(\sum_j \Delta M_j\right)_{lewe\ skrzydlo} + \left(\sum_j \Delta M_j\right)_{prawe\ skrzydlo} \\ N_c &= \left(\sum_j \Delta N_j\right)_{lewe\ skrzydlo} + \left(\sum_j \Delta N_j\right)_{prawe\ skrzydlo} \end{aligned} \tag{23}$$

Siły od usterzenia poziomego i pionowego można liczyć w podobny sposób, przy czym we wzorze na kąt natarcia należy uwzględnić kąt odchylenia strug spowodowany wirami spływającymi ze skrzydła. Algorytm postępowania jest identyczny jak przy uwzględnianiu indukowanego kąta natarcia. Wpływ kadłuba na obciążenia aerodynamiczne jest oceniany jest metodami klasycznymi. Jak już wspomniane, w przypadku nośnych kadłubów w obliczeniach obciążeń aerodynamicznych skrzydła część kadłuba zajętą przez skrzydło jest traktowana jak jego integralna część.

2.3. Modelowanie zjawiska głębokiego oderwania dynamicznego.

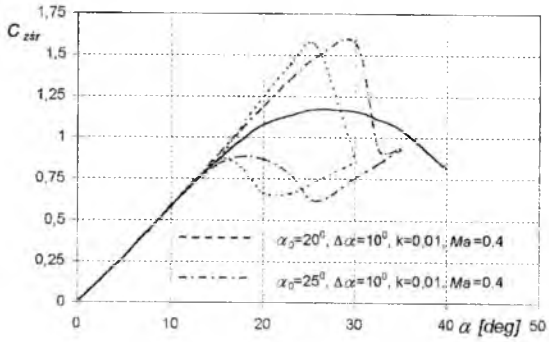
Zaburzenia przepływu pojawiające się po przekroczeniu krytycznych wartości kąta natarcia, obserwowane jako nieregularny przebieg i zawirowania linii prądu nazywane są oderwaniem. Oderwanie powoduje zmiany obciążeń aerodynamicznych. W przypadku gdy kąt natarcia jest funkcją czasu, wówczas oderwanie jest nazywane dynamicznym. Termin „głębokie przeciągnięcie dynamiczne" oznacza zjawisko wzrostu współczynnika siły nośnej C_Z ponad wartość $C_{Z_{max}}$ osiąganego w warunkach statycznych wartości α_{kr}. Zjawisko to wykryto dzięki śmigłowcom. Konstruktorzy zauważyli, że śmigłowce latają z większymi prędkościami, niż wynikałoby to z ograniczeń, będących następstwem przekroczenia krytycznych kątów natarcia na powracających łopatach wirnika nośnego [102]. Problem zaczęto badać. Odkryto podobne zjawiska zachodzące na sprężarkach silników turbinowych oraz na skrzydłach samolotów. Modelowanie opływu z dynamicznym oderwaniem jest zadaniem niezwykle skomplikowanym. Użycie modelu Naviera-Stokesa nie zawsze jest możliwe i opłacalne. Dlatego też oderwanie dynamiczne jest od dawna przedmiotem badań doświadczalnych. W ich wyniku zidentyfikowano czynniki wpływające na to zjawisko.

Jedną z najbardziej znanych metod opisujących zjawisko oderwania dynamicznego jest model opracowany w *Office National d'Etudes et de Recherches Aerospatiales* (tzw. model ONERA). Początkowa wersja modelu ONERA została sformułowana w pracach: [1], [10]. Model ten był następnie modyfikowany i adoptowany do różnych zastosowań, [4], [6], [7]. Zastosowano go do symulacji ruchu i aeroelastycznej analizy sztywnej, nieliniowo zamocowanej łopaty wirnika nośnego śmigłowca [9]. Odnotowano chaotyczny ruch łopaty spowodowany zarówno nieliniowościami charakterystyk aerodynamicznych jak też nieliniowością struktury zamocowania łopaty. Model ONERA został także adaptowany do wyznaczania niestacjonarnych obciążeń aerodynamicznych skrzydeł samolotu [5].

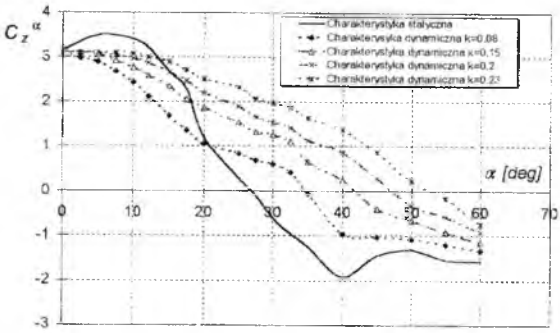
W pracach [6], [7] podano równania pozwalające na określenie niestacjonarnych wartości współczynników oporu i momentu pochylającego profilu. Równania te zastosowano w algorytmach wyznaczających niestacjonarne obciążenia aerodynamiczne samolotu.

2.4 Przykładowe wyniki obliczeń

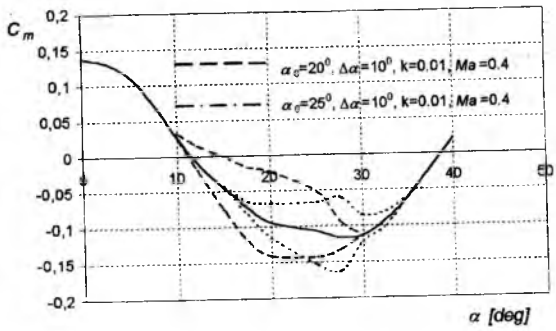
Charakterystyki aerodynamiczne samolotu w pełnym zakresie kątów natarcia uzyskane za pomocą opisanej powyżej zmodyfikowanej metody pasowej, uzyskane dla danych samolotu MiG-21 UM przedstawiono na rysunkach 3-8. Przy obliczaniu pochodnych założono, że bezwymiarowa prędkość pochylania $\overline{q} = 0.02$.



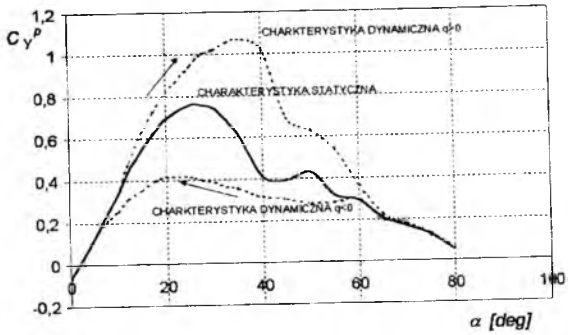
Rys. 3 Charakterystyka C_Z=f(α)uwzględnieniem zjawiska histerezy



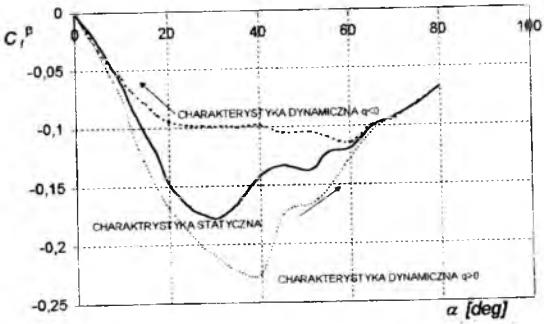
Rys.4 Statyczne i dynamiczne charakterystyki $\frac{\partial C_z}{\partial \alpha}$ =f(α)



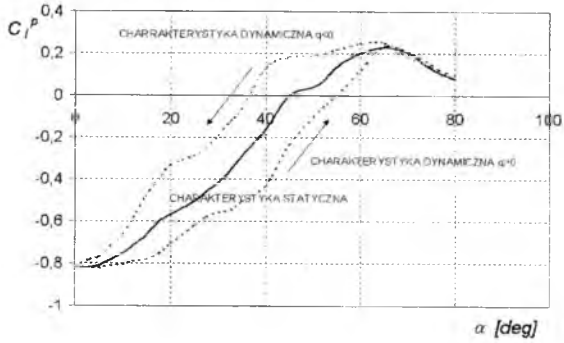
Rys. 5 Charakterystyka C_m=f(α) z uwzględnieniem zjawiska histerezy



Rys. 6 Pochodna C_Y^p z uwzględnieniem zjawiska histerezy



Rys. 7 Pochodna C_l^β z uwzględnieniem zjawiska histerezy



Rys. 8 Pochodna C_l^p z uwzględnieniem zjawiska histerezy

3. Uwagi końcowe

Wyznaczenie sił i momentów aerodynamicznych działających na samolot jest zadaniem trudnym, gdyż zależą one w złożony sposób od kształtu samolotu, kątów natarcia i ślizgu i ich pochodnych, prędkości kątowych i ich pochodnych, liczb Macha i Reynoldsa, kątów wychylenia powierzchni sterowych i innych parametrów lotu. Do chwili obecnej nie opracowano ogólnych metod wyznaczania tych sił dla dowolnego przestrzennego ruchu samolotu. Lot na dużych, okołokrytycznych i nadkrytycznych kątach natarcia wiąże się z szeregiem zjawisk i osobliwości takich jak wing-rock, buffeting skrzydeł i usterzenia, niestateczność spiralna itp. Poważnym zagrożeniem bezpieczeństwa lotu jest zmniejszenie skuteczności sterów, co może doprowadzić do znaczącego obniżenia sterowności samolotu, a w konsekwencji do nawet do jego katastrofy. Dlatego też rozpoznanie osobliwości dynamiki i aerodynamiki samolotu na nadkrytycznych kątach natarcia jest zadaniem niezwykle istotnym zarówno z poznawczego, jak też z czysto praktycznego punktu widzenia.

Na zakresie dużych kątów natarcia brak jest efektywnej metody obliczeń obciążeń aerodynamicznych samolotu. Nie zawsze dostępne są także wyniki badań aerodynamicznych. Dlatego też podjęto próbę rozszerzenia zakresu użytkowania klasycznej metody pasowej na pełen zakres kątów natarcia.

Modyfikacja metody pasowej polega na tym, że wykorzystywane są nieliniowe charakterystyki profilu, uwzględniana jest także niestacjonarność opływu i zjawisko przeciągnięcia dynamicznego. Uwzględnia się także lokalną zmianę kąta natarcia

profilu spowodowaną wirami generowanymi przez sąsiednie pasma. Możliwość korzystania z pełnych nieliniowych charakterystyk aerodynamicznych profilu, uwzględnienie niestacjonarności opływu (w tym histerezy współczynników aerodynamicznych) oraz możliwość zamodelowania zjawiska przeciągnięcia dynamicznego profilu czyni opisywaną metodę niezwykłe pożytecznym narzędziem w procesie tworzenia algorytmów numerycznej symulacji granicznych stanów lotu statków powietrznych.

Literatura

1. DAT R., TRAN C. T., PETOT D., *Modele Phenomenologique de Decrochage Dynamique sur Profil de Pale d'Helicoptere*, ONERA T. P., 1979-149. 1979.
2. MARTINA A. P., *Method of Calculating Lift Distribution for Unswept Wings With Flaps and Ailerons by Use of Non-Linear Section Lift Data*, NACA TR 1090, Washington D.C. 1947.
3. MARYNIAK J., PYRZ J., *Modelowanie Sił i Momentów Sił Aerodynamicznych Wywołanych Prędkością Kątową Samolotu – Rozwinięcie Klasycznej Metody Pasowej Dla Dużych Kątów Natarcia*, Materiały XXXVII Sympozjonu "Modelowanie w Mechanice", Gliwice, 1998.
4. MCALISTER K. W., LAMBERT O., PETOT D., *Application of the ONERA Model of Dynamic Stall*, NASA TP2399 or AVSCOM TP84-A-3, 1984.
5. MEIJER J. J., CUNNINGHAM A. M. JR., 1995, *Outline and Applications of a Semi-Empirical Method for Predicting Transonic Limit Cycle Oscillation Characteristics of Fighter Aircraft*, The Royal Aeronautical Society International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Manchester, England, 1995.
6. NARKIEWICZ J., *Aeromechaniczna i aeroelastyczna stateczność wiropłatów*, Prace Naukowe P.W., Mechanika z. 158, Warszawa 1994.
7. NARKIEWICZ J., SYRYCZYŃSKI J, BATLER T., *Circulation ONERA Model for Dynamic Airfoil Stall*, Prace Instytutu Lotnictwa, Nr. 132-133, Warszawa 1993.
8. PIOTROWSKI E., *Mechanika Lotu. Analogowe Modelowanie Ruchu Statków Powietrznych*, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 1973.
9. TANG D. M., DOWELL E. H, *Flutter and Stall Response of a Helicopter Blade with Structural Nonlinearity*, Journal of Aircraft, Vol. 29, No. 5, 1992.

10. TRAN C. T., PETOT D., Semi-Empirical Model for the Dynamic Stall of Airfoils in View of the Application to the Calculation of Responses of a Helicopter Rotor Blade in Forward Flight, Vertica, Nr. 5, 1981.

INSTYTUT LOTNICTWA

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

WYKORZYSTANIE SIECI NEURONOWYCH DO WSTĘPNEJ DIAGNOSTYKI LOTNICZEGO SILNIKA TURBINOWEGO

WIESŁAW SOBIERAJ [1]
LUCYNA PYZIK[2]
[1]*Wydział Uzbrojenia i Lotnictwa, WAT, Warszawa*
[2]*Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów*

W artykule opisano zastosowanie metody LVQ do diagnostyki lotniczego silnika turbinowego. Analizie poddano silnik PZL-10W zastosowany do napędu śmigłowca „Sokół". Przeprowadzono badania przydatności metody LVQ w procesie diagnostyki wstępnej silnika, a następnie zbadano wpływ zakłóceń danych wejściowych na poprawność działania sieci. Wykazano poprawność działania sieci przy dość znacznych zakłóceniach sygnału wejściowego. Druga część testu polegała na sprawdzeniu wpływu liczby uwzględnionych wektorów przypadających na daną klasę stanu na czas uczenia się sieci, oraz dokonano porównania efektywności uczenia się w funkcji czasu uczenia. Przeprowadzone testy pozwalają na stwierdzenie, iż wykorzystanie sieci neuronowych (sztucznej inteligencji) w diagnostyce lotniczych silników turbinowych przynosi znaczące korzyści.

1 Wstęp

Niezawodna praca silnika lotniczego jest jednym z podstawowych czynników zapewniających bezpieczny lot samolotu bądź śmigłowca. Dlatego też bardzo ważna jest informacja o stanie technicznym silnika i przewidywanie możliwości wystąpienia niesprawności. Aktualny stan techniczny zespołu napędowego można ocenić na podstawie bieżącego pomiaru wybranych parametrów kontrolnych będących nośnikami określonej informacji diagnostycznej. Zazwyczaj najwięcej informacji diagnostycznej dostarcza analiza przebiegów czasowych wybranych parametrów diagnostycznych dla określonych faz lotu i ich porównanie z przebiegami wzorcowymi. Z uwagi na oscylacyjny charakter większości przebiegów, podstawową trudność sprawia określenie dopuszczalnych różnic z wzorcem oraz eliminacja zaburzeń pomiarowych.

W artykule przedstawiono próbę wykorzystania sieci neuronowych do wstępnej diagnostyki śmigłowcowego silnika turbinowego. Jako parametry

diagnostyczne wybrano moc silnika (N), prędkości obrotowe turbiny sprężarki (n_{ts}) i turbiny napędowej (n_{tn}), moment obrotowy (M) i poziom drgań w wybranym punkcie silnika (Drg).

2 Sieci LVQ- sieci uczące się kwantyzacji wektorowej

Sieci uczące się kwantyzacji wektorowej należą do kategorii sieci samoorganizujących się. Celem tych sieci jest grupowanie lub klasyfikowanie danych wejściowych. Przydzielenie do danej kategorii sygnału wejściowego wykorzystywane jest przez każdy system sieci sztucznej inteligencji, jednak przy zastosowanie metody kwantowania wektorowego wektor wejściowy zostaje zastąpiony przez ten indeks jednostki wyjściowej która została aktywowana. Sieci LVQ związane są z metodologią kwantyzacji wektorowej używaną w przetwarzaniu sygnałów, polegającą na aproksymacji ciągłej funkcji wielu zmiennych - na przykład sygnału wejściowego w postaci parametrycznej - za pomocą skończonej liczby wektorów kodowych. Położenie wektorów kodowych w przestrzeni sygnałów wejściowych powinno być takie, aby uśredniony błąd kwantyzacji, tzn. uśredniona odległość wektora wejściowego od najbliższego wektora kodowego, był minimalny. Tą klasyczną metodologię kwantyzacji wektorowej można rozszerzyć do postaci sieciowej tworząc sieci uczące się kwantyzacji wektorowej. Sieć LVQ została po raz pierwszy zaproponowana przez Teuwo Kohonena w 1988r w pracy [3]. Sieć ta jest to pewnego rodzaju sieć klasyfikująca tzn. przypisująca obiekty wejściowe do jednej z wielu klas i oparta na zasadzie współzawodniczenia neuronów. W klasycznej metodzie LVQ jedynie neuron wygrywający współzawodnictwo modyfikuje swoje wagi, natomiast liczne modyfikacje tej sieci zakładają modyfikacje wag wszystkich neuronów warstwy klasyfikującej przy założeniu jednak, iż neuron zwyciężający współzawodnictwo modyfikuje swe wagi w sposób inny niż neurony nie wygrywające. Ideą podstawową LVQ jest to, iż warstwa neuronów stara się tak zmodyfikować swoje wektory wag aby ich funkcja gęstości rozkładu w przestrzeni R^n odpowiadała funkcji gęstości prawdopodobieństwa, z którym wybrane zostały wektory w ciągu uczącym.

Jak widzimy sieć ta jest specyficznym rodzajem klasyfikatora. Do analizy podawane są wartości rzeczywiste danych parametrów. Wektor wejściowy nie musi być wstępnie obrobiony. W diagnostyce silnika podawane są odpowiednie wektory prezentujące poziom drgań czy też temperatury przed turbiną. Przebieg tych parametrów można podawać na sieć bezpośrednio z urządzeń pomiarowych. W metodzie tej nie jest wymagany pośredni blok obróbki wejściowych danych diagnostycznych. Dane nie muszą być też sprowadzane do wielkości średnich. Można np. podawać temperaturę w tysiącach stopni , a obroty turbiny czy też sprężarki w dziesiątkach. Tak więc rząd wielkości danych wprowadzanych nie jest istotny. Za pomocą metody LVQ możemy klasyfikować zarówno wielkości temperaturowe jak

i prędkości obrotowych. Niedogodnością tej metody jest brak możliwości stworzenia klasy następnej w przypadku gdy wektor wejściowy nie został przyciągnięty w żaden obszar klasyfikacyjny. Metodę tą można więc uzupełnić o blok tworzenia klas pośrednich w przypadku nie przypisania wektora do danej klasy [2]. Taki blok posiada metoda ART. Uzupełnienie kwantyzacji wektora wejściowego o rezonans danych wejściowych pozwoli na dodanie dodatkowych klas rozpoznawania bez konieczności uczenia od początku. W niniejszej pracy pokazano sposób wykorzystania sieci uczącej się kwantyzacji wektorowej i wyniki tych badań na przykładzie lotniczego silnika śmigłowcowego PZL-10W stosowanego w śmigłowcu „Sokół".

2.1 Struktura sieci LVQ.

Prezentowana sieć składa się z warstwy wejściowej, warstwy uczącej się i jednocześnie dokonującej klasyfikacji oraz warstwy wyjściowej. Każda składowa wektora wejściowego jest reprezentowana przez jeden neuron warstwy wejściowej. Warstwa wyjściowa składa się z tylu neuronów ile wyznaczymy klas podlegających klasyfikacji. Warstwą przejściową która zarówno uczy się i klasyfikuje jest tzw. warstwa Kohonena. Uczenie się i klasyfikacja w tej warstwie odbywa się zgodnie z regułami LVQ opisanymi poniżej. Warstwę Kohonena dzieli się na równoliczne grupy neuronów, przy czym każdej klasie odpowiedzi musi odpowiadać jedna grupa. Tak więc każdy neuron warstwy Kohonena ma przypisaną odpowiednią klasę odpowiedzi.
Sieci LVQ mogą pracować w różnych trybach. Podstawowe tryby pracy sieci LVQ są następujące:
standardowy tryb uczenia ,
tryb uczenia LVQ1- z włączonym mechanizmem „sumienia",
tryb uczenia LVQ2- z wyłączonym mechanizmem „sumienia" z wyjątkiem kryteriów rozstrzygających o zmianie wektora wag neuronu,
tryb klasyfikacji.
Użycie sieci LVQ polega na przeprowadzeniu szeregu eksperymentów uczenia sieci za pomocą trybów LVQ lub LVQ1, a w późniejszym etapie przeprowadzenie korekty otrzymanego rozwiązania za pomocą trybu LVQ2.
Standardowy tryb uczenia polega na kolejnym prezentowaniu wektorów **x** należących do ciągu uczącego. W warstwie Kohonena każdy i-ty neuron wylicza odległość $\mathbf{d}_i$ między wektorem ciągu uczącego **x** a wektorem wag $\mathbf{w}_i$. Odległość d_i może być dowolną funkcją miary odległości. Oznaczając poszczególne wagi i-tego neuronu jako w_{ij} (j=1,2...N), odległość można zdefiniować w następujący sposób:

$$d_i = |w_i - x| = \left\{ \sum_{j=1}^{N} \left(w_{ij} - x_j \right)^2 \right\}^{1/2} \tag{1}$$

We wzorze tym N- reprezentuje ilość składowych wektora uczącego, a co za tym idzie ilość neuronów w warstwie wejściowej. Wybierany jest neuron którego wektor wag jest najbliższy wektorowi ciągu uczącego. Neuron dla którego d_i =min wygrywa

współzawodnictwo. W przypadku gdy zwycięski neuron należy do klasy odpowiadającej wektorowi uczącemu wagi jego wejść zmieniają się tak, aby wektor wag przybliżyć do wektora uczącego. W przeciwnym przypadku wektor wag oddalamy od wektora uczącego. Korektę polegającą na przybliżaniu lub odpychaniu wektora wag nazywamy odpychaniem – repulsion. Korygowanie wektora wag neuronu q - zwycięzcy odbywa się według następującego schematu:

$$w_q' = w_q + \alpha * (x - w_q) \tag{2}$$

jeśli zwycięzca należy do właściwej klasy,

$$w_q' = w_q - \gamma * (x - w_q) \tag{3}$$

jeśli zwycięzca należy do innej klasy i włączony jest mechanizm odpychania,

$$w_q' = w_q \tag{4}$$

jeśli zwycięzca należy do innej klasy i wyłączony jest mechanizm odpychania
Współczynniki α i γ są parametrami stałymi w procesie uczenia.

Przyjmując standardowy sposób uczenia LVQ zauważamy iż tylko te neurony warstwy Kohonena które w pierwszych krokach zbliżyły się do wektorów wejściowych są korygowane. Pozostałe neurony podczas całego procesu uczenia pozostają nieaktywne. Przeciwdziałaniem zaistnienia takiej sytuacji jest wprowadzenie do warstwy Kohonena dodatkowego mechanizmu, zwanego sumieniem. Metoda z zastosowaniem mechanizmu sumienia nosi nazwę LVQ1.

2.2 Uczenie z mechanizmem sumienia.

Istota działania sieci LVQ1 ukrywa się we wbudowanym liczniku w każdym elemencie warstwy Kohonena. Licznik ten określa liczbę zwycięstw tego neuronu we współzawodnictwie. Włączenie się sumienia następuje wówczas gdy neuron zwycięża częściej niż 1/M razy (gdzie M oznacza liczbę neuronów w każdej klasie warstwy Kohonena). Mechanizm sumienia wyłącza taki neuron ze współzawodnictwa. Wymuszane jest w ten sposób dodatkowe współzawodnictwo miedzy neuronami przypisanymi do klasy wektora uczącego. Dzięki tak zrealizowanemu współzawodnictwu wyłaniany jest zwycięzca wewnątrzklasowy, którym jest neuron należący do klasy wektora wejściowego i charakteryzujący się wektorem wag najbardziej zbliżonym do wektora wejściowego. Tak więc w procedurze LVQ1 do wyliczonej odległości d_i dodawany jest składnik obciążający b_i dla neuronów przypisanych do właściwej klasy. Zapis matematyczny metody LVQ1 jest następujący:

$$d_i' = d_i + b_i \tag{5}$$

przy czym

$$b_i = c * \left(1/M - p_i \right) \tag{6}$$

gdzie :

M -liczba neuronów warstwy Kohonena przypadająca na klasę

p_i - dotychczasowa częstość zwycięstw i-tego neuronu

c - zmienna pomocnicza

gdzie:

$$c = \left(M * d_{max} \right) / C \tag{7}$$

gdzie z kolei:

d_{max} Maksymalna możliwa odległość między dwoma wektorami wejściowymi . Wartość szacowana przez program implementujący sieć.

C Parametr którego wartość zadawana jest arbitralnie.

Po określeniu zwycięzcy wewnątrzklasowego (oznaczonego symbolem s) oraz zwycięzcy w całej warstwie (oznaczonego symbolem q) zmodyfikowane zostają częstości zwycięstw każdego neuronu w klasie oraz współczynniki wagowe zwycięzców. Podczas modyfikacji obowiązują następujące reguły:

- wektor wag zwycięzcy wewnątrzklasowego jest zawsze przesuwany w kierunku wektora wejściowego,
- jeżeli zwycięzca w całej warstwie leży w złej klasie to jego wektor wag jest odsuwany od wektora wejściowego,
- jeżeli zwycięzca w całej warstwie leży we właściwej klasie, to jego wektor wag nie jest modyfikowany, chyba że jest on również zwycięzcą wewnątrzklasowym.

Wagi korygowane są według następujących reguł:

$$w_s' = w_s + \beta * \left(x - w_s \right) \tag{8}$$

- jeśli zwycięzca wewnątrzklasowy leży w obszarze złej klasy

$$w_s' = w_s + \alpha * \left(x - w_s \right) \tag{9}$$

- jeśli zwycięzca wewnątrzklasowy leży w obszarze właściwej klasy,

$$w_q' = w_q - \gamma * \left(x - w_q \right) \tag{10}$$

- jeśli zwycięzca w całej warstwie leży w obszarze złej klasy,

$$w_q' = w_q \tag{11}$$

- jeśli zwycięzca w całej warstwie leży w obszarze właściwej klasy.

Współczynniki α, β i γ są parametrami których wartości pozostają stałe w trakcie procesu uczenia. Wybór konkretnych wartości tych parametrów będzie rzutował na wyniki rozpoznawania. W wielu pakietach obliczeniowych podano wartości możliwe

do przyjmowania przez poszczególne parametry oraz ich wartości standardowe. Dobór tych parametrów wciąż jest jeszcze podyktowany intuicją i doświadczeniem osoby projektującej sieć. Można jednak przyjąć kilka zaleceń które pomagają dobrze dobrać parametry uczenia. Po pierwsze mechanizm sumienia należy wyłączać przyjmując c=0 podczas końcowej fazy uczenia. Spowoduje to większe skoncentrowanie się na określeniu granic obszarów, niż na wypracowaniu równego rozkładu ilości zwycięstw wewnątrz danego obszaru. Ze względu na to, iż podczas pierwszych kroków uczenia powinny następować największe przesunięcia wektorów wag a później korzystne są precyzyjne korekty, dobrze jest przyjąć zmieniający się współczynnik α zaczynając od wartości dużej np. 0.8 a kończąc na 0.05. Dla wczesnych faz uczenia może okazać się korzystne wyłączenie mechanizmu odpychania poprzez nadanie parametrowi γ wartości 0. Pozwoli to wektorom wag neuronów danej klasy na przejście przez obszary przypisane innym klasom. W przypadkach włączonego mechanizmu sumienia korzystne jest zwiększenie wartości parametru C decydującego o wielkości składnika obciążającego odległości. Liczba pokazów ciągu uczącego powinna być ilorazem (3÷5) liczby neuronów w warstwie Kohonena podzielona przez wartość parametru α.

2.3 Tryb uczenia LVQ2

Uczenie w tym trybie przebiega analogicznie jak w trybie standardowym LVQ z wyjątkiem kryteriów rozstrzygających o zmianie wektora wag neuronu. Po wyliczeniu odległości d_i dla każdego neuronu wybieramy zwycięzcę a dodatkowo określamy drugiego w kolejności zwycięzcę. Wagi obydwu neuronów korygujemy tylko w przypadku gdy obaj zwycięzcy należą do różnych klas, przy czym zwycięzca globalny dla sieci należy do klasy graniczącej z właściwą, natomiast drugi w kolejności neuron należy do właściwej klasy będąc zwycięzcą wewnątrzklasowym. Warunkiem koniecznym modyfikacji wag jest to, aby wektor wejściowy x leżał wewnątrz małego okna, o środku wyznaczonym przez hiperpłaszczyznę przechodzącą przez środek odcinka łączącego wektory wag obu neuronów i prostopadłą do tego odcinka. Ta hiperpłaszczyzna wyznacza lokalną granicę między klasami obu neuronów. Przy spełnieniu wyżej wymienionych warunków wektor wag zwycięzcy w całej warstwie jest odsuwany od wektora wejściowego, natomiast wektor wag zwycięzcy wewnątrzklasowego jest przesuwany w kierunku wektora wejściowego. Zapisać to można następującymi zależnościami:

$$w_q' = w_q - \delta * (x - w_q) \tag{12}$$

$$w_r' = w_r + \delta * (x - w_r) \qquad 13)$$

gdzie:
q- oznacza neuron zwycięski w całej sieci,
r- oznacza neuron zwycięski wewnątrzklasowy,
δ- parametr o wartości zawartej między 0 a 1.

3 Przygotowanie danych wejściowych.

Dane do testów pobrane zostały z silnika PZL-10W stosowanego w śmigłowcach „Sokół". Dane uzyskane są z prób silnika przeprowadzonych w hamowni WSK-PZL Rzeszów. Test podczas którego zostały pobrane te dane składał się z następujących etapów :

1.Faza „STOP" – trwająca ok. 900s po których silnik jest zatrzymany,
2.Faza „ZAPUSZCZANIE" - trwająca ok. 20s silnik w tej fazie jest uruchamiany,
3.Faza „LOT" – trwająca ok. 580s - w czasie tej fazy silnik pracuje z parametrami normalnego lotu.

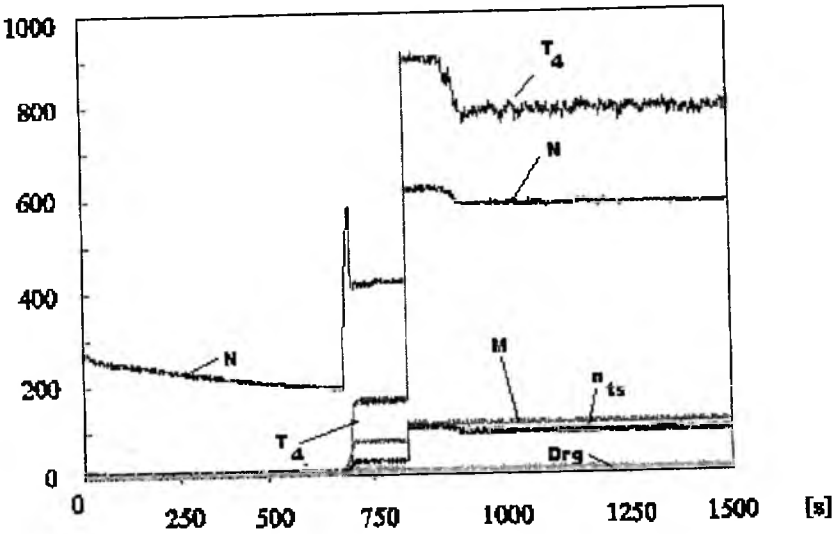
Podczas fazy „LOT" mogą pojawić się dodatkowe dwie fazy:
Faza „LOT w ZAKRESIE 2,5-MINUTOWEGO NADMIARU" - trwała ok.150s - silnik w tej fazie pracował z nadmiarem, czyli pracował na obrotach większych niż optymalne w fazie lotu.
Faza „LOT w ZAKRESIE 3-MINUTOWEGO NADMIARU" - trwała ok.180s - silnik w tej fazie pracował z nadmiarem, czyli pracował na obrotach większych niż optymalne w fazie lotu.
Dane bezpośrednio po pobraniu z laboratorium wyglądały w ten sposób :

T_4	N	n_{ts}	n_{tn}	M	Drg	F	3	2	dd-mm	gg:mm:ss
675	900	92.5	98.6	104.4	4.8	L	-	-	22-12	13:45:23
674	899	92.4	99.1	104.8	4.9	L	-	-	22-12	13:45:23
677	905	92.1	99.8	104.9	4.7	L	-	-	22-12	13:45:24
678	906	92	99.9	105.1	4.9	L	-	-	22-12	13:45:24
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

gdzie :
T_4 - temperatura mierzona na wylocie z silnika w ^{0}C,
N - moc silnika w KW,
n_{ts} - obroty turbiny sprężarki w %,
n_{tn} - obroty turbiny napędowej w %
M - moment obrotowy w %
Drg. - drgania całego silnika w mm/s^2
f - faza pracy silnika (mogą tu wystąpić 3 fazy : STOP, ZAPUSZCZANIE i LOT),
3 - faza 3-minutowego nadmiaru,
2 - faza 2,5-minutowego nadmiaru,
dd-mm - dzień i miesiąc (data wykonania pomiarów),
gg:mm:ss - godzina, minuta i sekunda (czas kiedy został dokonany pomiar).

Sieci symulujące sieci neuronowe wymagają identycznych długości wektorów uczących i testujących. Zbiory danych uzyskanych z badań są różnej długości. Przyjęto więc schemat pomiarowy do którego dostosowane wszystkie zbiory danych. Za standardowy zbiór pomiarowy przyjęto pomiar składający się z:

700s - fazy „STOP",
20s - fazy „ZAPUSZCZANIE",
30s - fazy „LOT",
150s - fazy „LOT – zakres 2,5-minutowego nadmiaru",
600s - faza „LOT",



Rysunek 1. Wykres przebiegu podstawowych parametrów diagnostycznych silnika sprawnego technicznie [1]

Dostosowano do wyżej pokazanego formatu 840 zbiorów danych. Wizualizacja przykładowych danych uczących przedstawiono na rysunku 1.

4 Wykorzystanie algorytmu LVQ w diagnostyce silnika turbinowego

W algorytmie LVQ zastosowano dane przygotowane w sposób opisany powyżej. Sieć uczono przy wykorzystaniu 20 wektorów z danymi pochodzącymi z silnika sprawnego i 20 wektorami z danymi pochodzącymi z silnika niesprawnego. W sieci przyjęto po 20 neuronów na klasę oraz 40 neuronów na wyjściu z sieci. Dokonano 20 prób testowych sieci. Próby polegały na kolejnym wprowadzaniu 10 próbek zawierających każda po 50 wektorów z danych silnika zdatnego technicznie tabela 1

i 10 próbek zawierających po 50 wektorów z danymi silnika niezdatnego technicznie tabela 2. Wektory do próbek wybierano losowo.

Nr próbki	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ilość wektorów do rozpoznania	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
Ilość wektorów rozpoznanych	48	49	50	48	49	49	50	48	50	48
Wynik	96%	98%	100%	96%	98%	98%	100%	96%	100%	96%

Tabela 1. Wyniki testu LVQ dla 10 próbek, które pochodzą z silnika zdatnego technicznie.

Nr próbki	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ilość wektorów do rozpoznania	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
Ilość wektorów rozpoznanych	48	50	48	49	48	50	49	49	50	50
Wynik	96%	100%	96%	98%	96%	100%	98%	98%	100%	100%

Tabela 2. Wyniki testu LVQ dla 10 próbek, które pochodzą z silnika niezdatnego technicznie.
W tej metodzie skuteczność rozpoznawania uszkodzeń wyniosła ok. 98%.

5 Odporność metody LVQ na zakłócenia.

Dla sprawdzenia odporności metody LVQ na zakłócenia wywołane np. niedokładnością odczytania danych z urządzeń pomiarowych, błędem przypadkowym czy błędem systematycznym przygotowano kolejną serię danych zaszumionych w sposób opisany wzorem (14). Współczynniki α_1, α_2 i α_3 dobierane są eksperymentalnie. Dobierając odpowiednio współczynnik zaszumienia w_z, dokonano kolejnych pomiarów poprawności działania sieci neuronowej. Wyniki pomiarów przedstawiono w tabeli 3 i na rysunku 2.

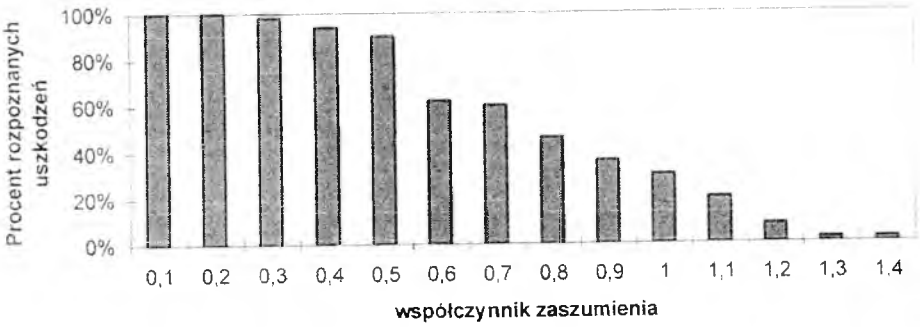
$$F(x) = \sin\left(\frac{x}{a_1}\right)\cdot\left[\sin\left(\frac{x}{a_2}\right)+\cos\left(\frac{x}{a_3}\right)\right]\cdot 60\cdot w_z \qquad (14)$$

gdzie : *F(x)* - funkcja użyta do zaszumienia danych,
a_i- współczynnik (a_i= 21),

a_2- współczynnik (a_2= 74),
a_3- współczynnik (a_3= 13),
w_z - współczynnik zaszumienia (w_z 0 - 1,5)

Współczynnik zaszumienia (w_z)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
Ilość wektorów podanych do rozpoznania	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
Ilość wektorów rozpoznanych	50	50	49	47	46	31	30	23	18	15	10	4	1	1
Wynik testu w % rozpoznawania wektorów	100	100	98	94	90	62	60	46	36	30	20	8	2	2

Tabela 3. Wyniki pomiarów przeprowadzonych na danych testujących przy różnych współczynnikach zaszumienia



Rys. 2. Wyniki przeprowadzonego testu dla różnych wartości współczynnika zaszumienia

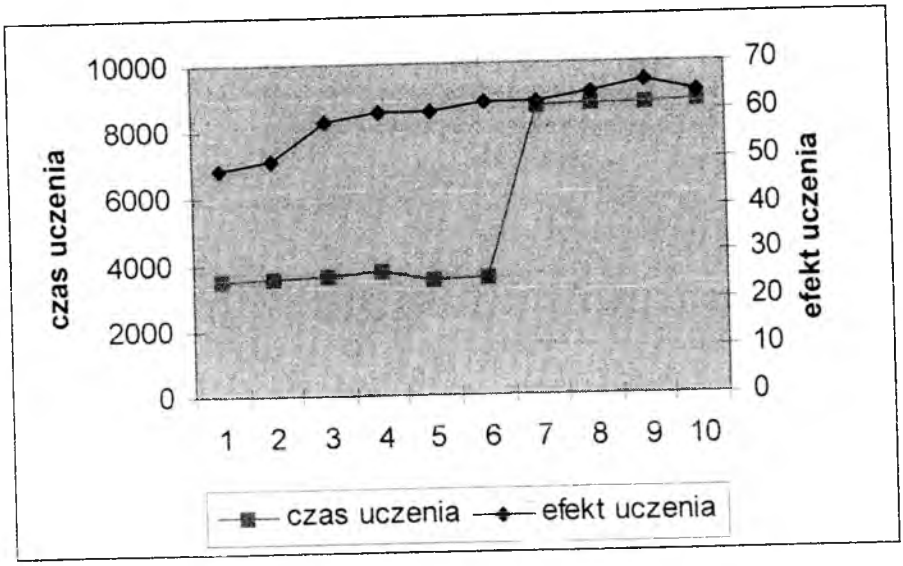
7 Badanie wpływu ilości wektorów w klasie na efektywność uczenia się sieci LVQ.

Badanie polegało na przeprowadzeniu pomiaru czasu uczenia sieci LVQ w zależności od ilości wektorów uczących przypadających na jedną klasę. Zaprojektowana sieć składała się z 3000 neuronów na wejściu i dwóch klas na

wyjściu. Pierwsza klasa odpowiada silnikowi sprawnemu technicznie, a druga silnikowi uszkodzonemu. Test składała się z dziesięciu prób w których mierzono czasy uczenia sieci. Ilości wektorów przypadających na klasę zestawiono w tablicy 3. Wszystkie wektory były zaszumione w sposób opisany wcześniej przy współczynniku zaszumienia w_z=0,7. Po nauczeniu sieci sprawdzono efektywność pracy sieci w rozpoznawaniu usterek silnika. Wyniki testu przedstawiono w tabeli 4 oraz na rysunku 3.

Numer próbki	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ilość wektorów na klasę	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Czas uczenia [s]	3 520	3 537	3 622	3 743	3 460	3 589	8 727	8 762	8 788	8 802
Ilość wektorów zadanych do rozpoznania	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
Ilość prawidłowo rozpoznawanych wektorów	24	25	29	30	30	31	31	32	33	32
Efekt uczenia w %	48	50	58	60	60	62	62	64	66	64

Tabela 4. Czas uczenia i efekt uczenia



Rys. 2. Efekt i czas uczenia sieci LVQ w zależności od ilości wektorów przypadających na jedną klasę .

9 Wnioski

Sieci neuronowe ze względu na swoje właściwości mogą być z powodzeniem wykorzystywane w zakresie diagnozowania stanu technicznego silników lotniczych. Dodatkowo, zaletą sieci typu LVQ jest możliwość wykorzystywania do analizy danych otrzymywanych ze stanowiska pomiarowego bez potrzeby standaryzacji danych wejściowych. Zaletą wykorzystywanej w analizie sieci LVQ była również jej duża odporność na zakłócenia. Badania przeprowadzone w zakresie efektywności „uczenia" sieci rozpoznawania niesprawności pozwalają na stwierdzenie, że optymalna liczba wektorów dla której efektywność i czas „uczenia" jest najkorzystniejszy zawiera się w zakresie 15 do 35 wektorów na klasę.

Metoda LVQ nadaje się także do symulowania uszkodzeń silnika co w efekcie umożliwia dodatkowo rozpoznawanie rodzaju uszkodzenia - oczywiście w zależności od przyjętych w rozważaniach parametrach diagnostycznych.

Literatura:

1. GAWALUCH G. *Zastosowanie sieci neuronowych w detekcji uszkodzeń silników turbinowych* - Praca dyplomowa- Politechnika Rzeszowska- Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa- Rzeszów 1997.
2. IZWORSKI A., *Sieci neuronowe uczące się kwantyzacji wektorowej*, Automatyka, Zeszyty naukowe AGH-66,129-143, Kraków 1993;
3. KOHONEN T. , *Learning Vector Quantisation and Self Organising Map* w: *Theory and Applications of Neural Networks,* J.G. Taylor & C.L.T. Mannion (Eds.), Springer, London, 1992;

The use of Neural Network in early diagnosis of an aircraft turbo engine .

The Article describes the use of the LVQ method to diagnose an aircraft turbo engine. The analysed engine was the one of PZL-10W engines which was used for the SOKOL aircraft.It was studied the usefulness of the LVQ method in process of early diagnosis of an aircraft turbo engine and then an effect it had on the Neural Network working properly when input data disturbances occurred.It was proved that the Neural Network was working properly when there were quite disturbances on input data. The second part of the test was to check the effect on the time of learning for the network the number of vectors in class had. Moreover, to compare effectiveness of learning with the time of learning. Due to the tests carried out it can be stated that the use of the Neural Network in early diagnosis of an aircraft turbo engine gives significant benefits.

INSTYTUT LOTNICTWA

Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

PRACA ŚMIGŁA OGONOWEGO W MANEWRACH

JAROSŁAW STANISŁAWSKI

Instytut Lotnictwa, Warszawa

Przedstawiono wyniki symulacyjnych obliczeń parametrów pracy śmigła ogonowego w nieustalonych ślizgach śmigłowca w locie poziomym. Zastosowano program komputerowy obejmujący rozwiązanie ruchu sztywnego kadłuba śmigłowca wokół osi wału wirnika nośnego oraz rozwiązanie ruchu odkształcalnych łopat śmigła ogonowego. W równaniu ruchu śmigłowca uwzględniono zmienne w czasie manewru siły działające na kadłub i usterzenie pionowe oraz zmienny ciąg śmigła zależny od sterowania kątem nastawienia łopat i lokalnych zmian opływu łopat w trakcie obrotu kadłuba.

1.Wstęp

Projektowanie nowej konstrukcji wymaga zdefiniowania obciążeń występujących w czasie eksploatacji śmigłowca. Dla śmigła ogonowego jednym z granicznych stanów jest ślizg w locie z dużą prędkością. W czasie ślizgu w przypadku, gdy zwrot swobodnego przepływu przez tarczę śmigła ogonowego jest przeciwny do zwrotu prędkości indukowanej, warunki pracy łopat śmigła są porównywalne do wyrwania dla wirnika nośnego. W przepisach JAR27 w §351 opisano sposób przeprowadzenia ślizgów w czasie badań w locie. W artykule przedstawiono rezultaty obliczeń obciążeń i parametrów pracy śmigła ogonowego w nieustalonych ślizgach z uwzględnieniem wymagań określonych w przepisach JAR27. Do obliczeń zastosowano program komputerowy będący rozwinięciem algorytmów dotyczących obciążeń wirnika i warunków równowagi śmigłowca w locie [1,2]. Wyniki uzyskano dla danych masowych i aerodynamicznych śmigłowca lekkiego z 4-łopatowym śmigłem ogonowym.

2.Metoda badań i opis modelu

W uproszczonym modelu śmigłowca przyjęto, że sztywny kadłub w trakcie ślizgu może obracać się wokół osi centralnej pokrywającej się z osią wału wirnika nośnego. Łopatę śmigła ogonowego zamodelowano dokładniej zastępując ją odkształcalną osią sprężystą o zmiennych wzdłuż promienia charakterystykach masowo-sztywnościowych. Przy wyznaczeniu ruchu kadłuba przyjęto następujące założenia:

- środek masy śmigłowca w czasie ślizgu porusza się po prostej bez przyspieszeń liniowych
- prędkości obrotowe wirnika i śmigła ogonowego podczas ślizgu są stałe
- sterowanie kątem nastawienia łopat śmigła ogonowego oraz zmiany opływu łopat śmigła i usterzenia pionowego wpływają tylko na ruch obrotowy śmigłowca wokół osi wału wirnika nośnego.

Przy powyższych założeniach w równaniu ruchu śmigłowca uwzględniono zmienne w czasie nieustalonego ślizgu: aerodynamiczny moment odchylający dla kadłuba bez usterzenia pionowego, siły aerodynamiczne działające na statecznik pionowy oraz zmieniający się ciąg śmigła ogonowego w wyniku sterowania kątem nastawienia łopat i wpływu prędkości ślizgu na zmiany lokalnych kątów natarcia łopat. Uproszczone równanie ruchu kadłuba śmigłowca podczas ślizgu można przedstawić w następującej postaci:

$$I\ddot{\beta}_k = M_w + M_k + T_{so} \times L_{so} + P_{bv} \times L_{bv} + M_{yso} \qquad (1)$$

gdzie

I - masowy moment bezwładności śmigłowca względem osi wału wirnika

M_w - moment obrotowy wirnika nośnego

$M_k(\beta)$ - aerodynamiczny moment odchylający dla kadłuba bez usterzenia pionowego

$T_{so}(\beta,\varphi)$ - ciąg śmigła ogonowego

$P_{bv}(\beta)$ - składowa boczna aerodynamicznych sił nośności i oporu usterzenia pionowego

$M_{yso}(\beta)$ - moment na głowicy śmigła ogonowego odchylający kadłub (patrz rys.1)

β - kąt ślizgu

φ - kąt nastawienia łopat śmigła ogonowego.

Równanie ruchu kadłuba śmigłowca (1) rozwiązywano w przedziale czasu wynoszącym kilka sekund. W tym czasie śmigło ogonowe wykonuje kilkaset obrotów. Krok przyrostu czasu w rozwiązaniu równania ruchu kadłuba w ślizgu przyjęto równy okresowi jednego obrotu śmigła ogonowego wokół swojej osi. Dla przedziału czasu odpowiadającego wartości kroku przyrostu czasu w równaniu (1) przyjmowano stałe wielkości sił i momentów, przy czym w przypadku ciągu śmigła ogonowego T_{so} i momentu odchylającego na głowicy

M_{yso} były one równe średnim wartościom tych obciążeń podczas jednego obrotu wału śmigła. Chwilowe, w trakcie obrotu śmigła, wartości ciągu, momentu odchylającego i pozostałych składowych obciążenia głowicy śmigła ogonowego wyznaczano w procedurze z krokiem czasu odpowiadającym zmianie położenia azymutalnego łopaty na tarczy śmigła o kąt $\Delta\psi = 5^o$.

Łopatę śmigła modelowano odkształcalną strukturą składającą się z osi sprężystej i rozmieszczonymi wzdłuż niej masami skupionymi segmentów, na które podzielono łopatę. W rozwiązaniu ruchu łopaty uwzględniono odkształcenia giętne i skrętne osi sprężystej, podatność mocowania łopaty w płaszczyznach ciągu i obrotów, podatność układu sterowania skokiem łopaty oraz tarcie w przegubie osiowym. Równania ruchu łopaty rozwiązano metodą Galerkina zakładając, że odkształcenia łopaty są równe sumie zmiennych w czasie udziałów pochodzących od uwzględnianych postaci własnych:

$$z(r,t) = \sum_{i=1}^{N} \Phi_i(t) x_i(r) \tag{2}$$

gdzie

z - odkształcenie łopaty w funkcji czasu i promienia

Φ_i - zmienna w czasie funkcja udziału i-tej postaci własnej w odkształceniu łopaty

x_i - uwzględniana postać własna łopaty.

Wykorzystując zależność (2) można ruch odkształcalnej łopaty opisać układem równań o postaci

$$\ddot{\Phi}_i = Q_i - \Phi_i p_i^2 \tag{3}$$

gdzie

Q_i - siła uogólniona dla i-tej postaci własnej łopaty

p_i - częstość i-tej postaci własnej.

Ze względu na duży zakres kątów nastawienia łopat śmigła ogonowego wynoszący od $\varphi_{min} = -8^o$ do $\varphi_{maks} = 20^o$ w procedurze rozwiązującej równania (2,3) uwzględniono zmianę częstości własnych łopaty w polu sił odśrodkowych przy jej obrocie w przegubie osiowym. Częstości postaci własnych łopaty śmigła ogonowego dla kąta nastawienia $\varphi = 0^o$ i $\varphi_{maks} = 20^o$ zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Częstości drgań własnych łopaty śmigła ogonowego.

postać	F0	F1	F2	C0	T0	T1
częstość (ω/ω_{nom}) przy $\varphi = 0^o$	1.534	5.271	11.638	3.943	4.579	12.755
częstość (ω/ω_{nom}) przy $\varphi = 20^o$	1.595	6.182	12.294	3.142	4.577	12.783

Symbole zamieszczone w tabeli 1 mają następujące znaczenie:

- F - postać giętna łopaty w płaszczyźnie ciągu śmigła
- C - postać giętna łopaty w płaszczyźnie obrotów śmigła
- T - postać skrętna łopaty
- cyfra w oznaczeniu postaci własnej odpowiada liczbie węzłów
- wartości częstości odniesiono do prędkości kątowej wału śmigła ω_{nom}=419.3 rd/s.

Symulując, określony w przepisach JAR27, sposób badań ślizgów w locie obliczenia obciążeń i parametrów pracy śmigła ogonowego przeprowadzono dla warunków początkowych odpowiadających lotowi ustalonemu, poziomemu z prędkością maksymalną V_H. Założono gwałtowne wychylenie pedałów od położenia w locie ustalonym do położenia granicznego, a następnie ich wycofanie po przekroczeniu kąta ślizgu wynoszącego β=15°. W programie symulacyjnym wychyleniu pedałów odpowiada funkcja sterowania zmianą kąta nastawienia łopat śmigła ogonowego. Przepisy nie określają wartości tempa sterowania skokiem łopat, uznano więc za gwałtowne sterowanie pełne wychylenie pedałów w czasie 1÷2 sekund, co odpowiada prędkości kątowej obrotu łopaty w przegubie osiowym wynoszącej 15÷30°/s .

3.Uzyskane wyniki

Przeprowadzone symulacje ślizgów śmigłowca przy brutalnym sterowaniu pozwalają określić obciążenia i parametry pracy śmigła, które mogą wystąpić w czasie badań w locie. Otrzymane wyniki dotyczą śmigłowca lekkiego o masie startowej m=785 kg.

Na rys.2 przedstawiono funkcję sterowania kątem nastawienia łopat śmigła ogonowego i odpowiedź kadłuba - przebieg zmian kąta ślizgu w czasie manewru odpowiadającego 150-ciu obrotom wału śmigła ogonowego (około 2 sekund). W warunkach lotu ustalonego z prędkością maksymalną V_H=191 km/h przeprowadzono manewr z początkowym ślizgiem w prawo zwiększając ciąg śmigła przy stałym tempie przekręcania łopat śmigła w przegubie osiowym, wynoszącym 15°/s, aż do osiągnięcia kąta ślizgu β= -15° (w prawo), co nastąpiło po 1 sekundzie od rozpoczęcia manewru. Mimo brutalnego sterowania łopaty śmigła ogonowego nie zdołały obrócić się do maksymalnego kąta nastawienia φ_{maks}=20°. Po osiągnięciu kąta ślizgu β= -15° od kolejnego kroku obliczeń rozpoczęto zmniejszanie skoku łopat śmigła. Przy takim sterowaniu śmigłem ogonowym kadłub śmigłowca powrócił do chwilowego stanu lotu bez ślizgu przed upływem 2 sekund od rozpoczęcia manewru. Rys.3 przedstawia prędkości i przyspieszenia kątowe kadłuba w czasie ślizgu. Na przebieg manewru najistotniejszy wpływ mają siła ciągu śmigła ogonowego

i siły aerodynamiczne na usterzeniu pionowym. Ciąg śmigła ogonowego podczas prawie całego manewru osiągał wartości większe od niezbędnej do równowagi w locie poziomym (rys.4). Początkowa tendencja narastania przyśpieszenia kątowego ślizgu została szybko, po około 0.3 sekundy zatrzymana przez oddziaływanie sił aerodynamicznych statecznika pionowego (rys.5), który znalazł się w zakresie ujemnych kątów natarcia. Na rys.4 i 5 pokazano zmiany wielkości średnich wartości odpowiednich sił dla kolejnych obrotów wału śmigła w trakcie manewru. Rysunki 6 i 7 przedstawiają przebieg ciągu śmigła i momentu na głowicy gnącego wał śmigła (odchylającego kadłub śmigłowca) z uwzględnieniem chwilowych wartości podczas kolejnych obrotów śmigła. Porównanie wykresów 4, 6 i 7 ujawnia występowanie silnych oscylacji składowych obciążenia głowicy śmigła między 60-tym, a 90-tym obrotem śmigła (0.9÷1.4 sek.) dla zakresu dużych kątów nastawienia łopat. Oscylacje obciążeń szybko zanikają po zmniejszeniu kąta nastawienia łopat śmigła. Przyczyn wystąpienia w trakcie manewru znacznych obciążeń zmiennych głowicy należy poszukiwać analizując zjawiska zachodzące na łopatach śmigła. Na rysunkach 8÷10 pokazano wykresy kąta skręcenia końcówki łopaty śmigła podczas ślizgu. Rys.9 zawiera fragmenty przebiegu kąta skręcenia dla odcinków czasu odpowiadających kolejnym trzem obrotom śmigła ogonowego:

- dla początku manewru przy małym skoku łopat (18-20 obrót)
- w trakcie manewru przy dużym skoku łopat, przed wystąpieniem znacznych oscylacji obciążeń i odkształceń łopaty (54-56 obrót)
- dla obszaru największych oscylacji, ale już przy zmniejszaniu kąta nastawienia łopat śmigła (78-80 obrót).

Na rys.10 przedstawiono wyniki analizy widmowej dla tych samych fragmentów przebiegu zmian kąta skręcenia końca łopaty śmigła. W widmie kąta skręcenia dominują składowe odpowiadające 1 harmonicznej obrotów, pochodzącej od zmiennych warunków opływu końcówki łopaty i 2 harmonicznej od działania przyspieszenia Corriolisa na wirującą i drgającą łopatę. Zwiększeniu kąta nastawienia łopat towarzyszy narastanie kąta skręcenia i przyrost w widmie udziału składowych odpowiadających giętnym postaciom własnym. Przy silnych oscylacjach (78-80 obrót) w widmie kąta skręcenia narasta udział wyższych częstości giętnych i skrętnych.

Przyczyną narastania w widmie skręcenia łopaty udziału częstości własnych może być pojawianie się na tarczy śmigła ogonowego obszarów, gdzie zachodzi przekraczanie krytycznych kątów natarcia i oderwanie (rys.11). Cykliczne wchodzenie i wychodzenie części łopaty z obszaru oderwania oraz towarzyszące temu zmiany obciążeń aerodynamicznych łopat wywołują drgania całego śmigła. Zjawisko przyjmuje charakter flatteru oderwania.

Na rysunku 11 przedstawiono na tarczy śmigła ogonowego rozkłady różnic kąta krytycznego i lokalnego kąta natarcia dla wybranych obrotów śmigła.

Poziomnica zerowa oznacza granicę strefy oderwania, poziomnice o wzrastającej wartości ujemnej pokazują obszary o coraz głębszym przekroczeniu krytycznego kąta natarcia. W początkowej fazie manewru na tarczy śmigła nie występuje oderwanie, oprócz nieznacznego obszaru w pobliżu nasady łopaty (rys.11a - 18 obrót). Dla dużych kątów nastawienia pojawia się rozległa strefa oderwania na końcu łopaty między azymutem 90° - łopata nacierająca, a kierunkiem lotu (rys.11b - 54 obrót). Przechodzenie łopaty przez obszar oderwania w trakcie kolejnych obrotów śmigła wzbudza jej drgania giętno-skrętne, które występują nawet po zmniejszeniu skoku i zaniku strefy oderwań (rys.11c - 78 obrót).

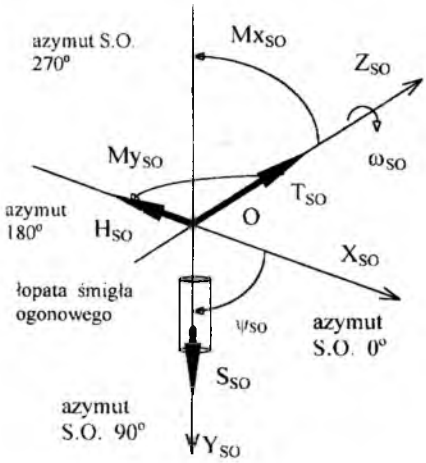
Szybkość rozwoju flatteru oderwania można ocenić porównując zachowanie się łopaty śmigła ogonowego w warunkach zawisu przy stałym kącie nastawienia, kiedy na wirującą w płaszczyźnie pionowej łopatę działa tylko wymuszenie grawitacyjne. Obliczenia symulacyjne zawisu przeprowadzono dla czasu odpowiadającego 500 obrotom śmigła (rys.12). Łopata o tym samym momencie tarcia w przegubie osiowym, jak w przypadku ślizgu, w zawisie przy dużym skoku zachowywała stały kąt skręcenia końcówki. Zmniejszenie momentu tarcia przy zachowaniu pionowej płaszczyzny obrotów wywołało narastanie kąta skręcenia dopiero po 300 obrotach śmigła.

W ślizgu poziom drgań śmigła zależy od rozległości obszaru oderwania i czasu pracy łopat w warunkach przechodzenia przez strefy oderwań , co wiąże się ze sposobem sterowania śmigłem. Zmniejszenie tempa sterowania kątem nastawienia łopat w podczas manewru pozwala osiągać kąty ślizgu wymagane przez przepisy bez generacji dużych stref oderwań na tarczy śmigła i pracy łopat w warunkach sprzyjających wystąpieniu flatteru oderwania.

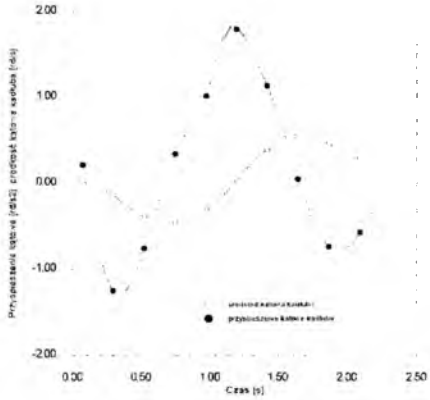
4.Wnioski

Wykorzystanie symulacji komputerowej do badania pracy śmigła ogonowego pozwala:

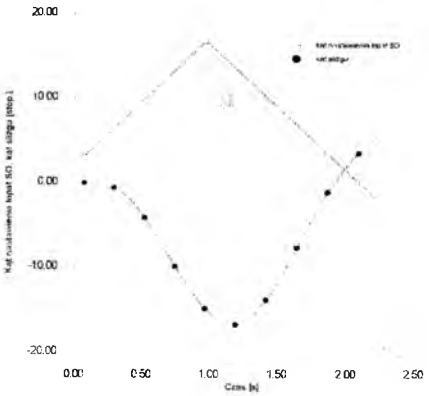
- określić, na etapie prac projektowych, stany lotu, w których mogą wystąpić niekorzystne zjawiska i nadmierne obciążenia konstrukcji śmigłowca
- ocenić skuteczność ewentualnych zmian parametrów konstrukcji
- dostarczyć informacje dotyczące sposobu prowadzenia badań w locie zwiększając poziom bezpieczeństwa prób.



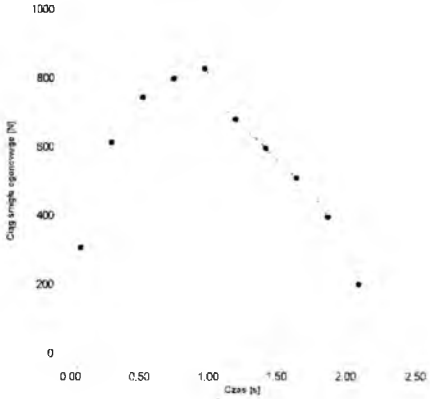
Rys.1.Obciążenia wału śmigła ogonowego w niewirującym układzie $OX_{so}Y_{so}Z_{so}$ zaczepionym w punkcie O przecięcia płaszczyzny obrotów i osi wału śmigła.



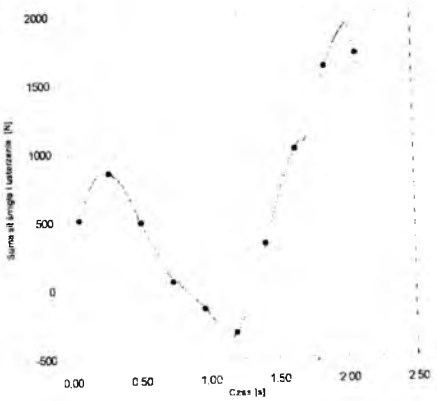
Rys.3.Przyspieszenie i prędkość kątowa kadłuba w ślizgu



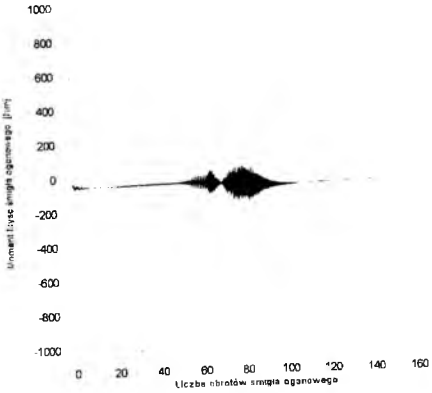
Rys.2. Kąty nastawienia łopat śmigła ogonowego i osiągnięte kąty ślizgu przy brutalnym sterowaniu w locie poziomym.



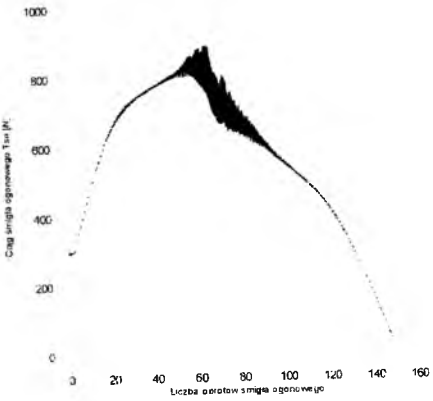
Rys.4. Ciąg śmigła ogonowego w ślizgu przy brutalnym sterowaniu (wartości średnie dla kolejnych obrotów śmigła).



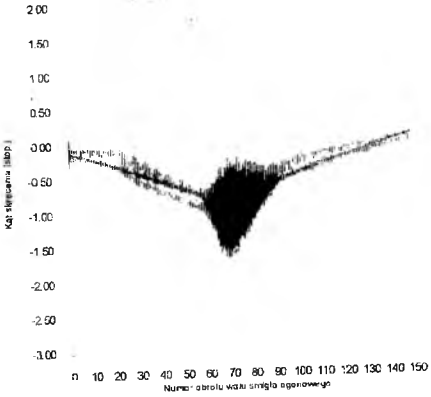
Rys.5 Zmiany sumy ciągu śmigła i siły bocznej usterzenia pionowego w ślizgu.



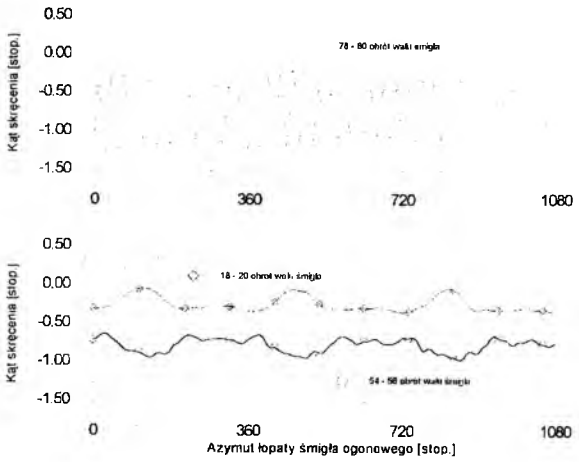
Rys.7.Zmiany momentu M_{yso} śmigła ogonowego, zginającego belkę ogonową w czasie ślizgu



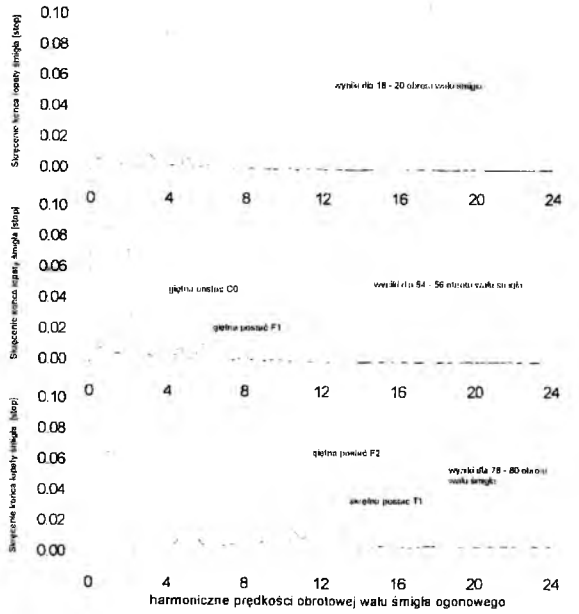
Rys.6.Zmiany chwilowych wartości ciągu śmigła ogonowego w ślizgu przy brutalnym sterowaniu kątem nastawienia łopat.



Rys.8.Skręcenie końca łopaty śmigła ogonowego w ślizgu przy brutalnym sterowaniu.

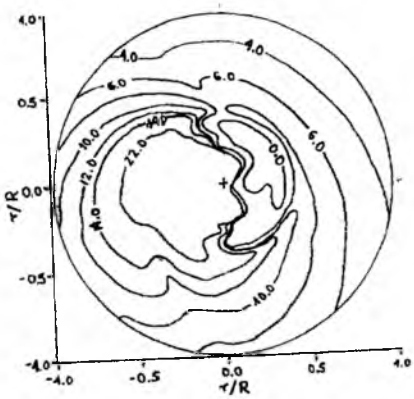


Rys.9. Fragmenty przebiegu zmian kąta skręcenia końca łopaty śmigła ogonowego w ślizgu, skrętne oscylacja łopaty przy wystąpieniu flatteru oderwania (78 - 80 obrót wału śmigła).



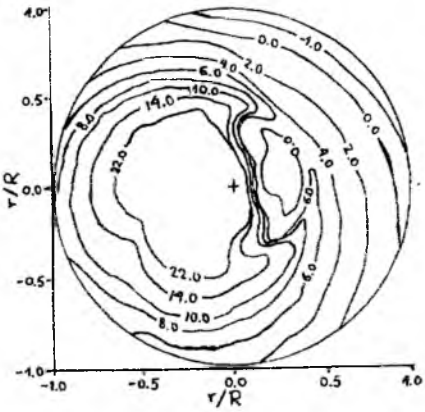
Rys.10. Widmo amplitudowe skręcenia końca łopaty śmigła ogonowego w ślizgu.

kierunek lotu - azymut 180°



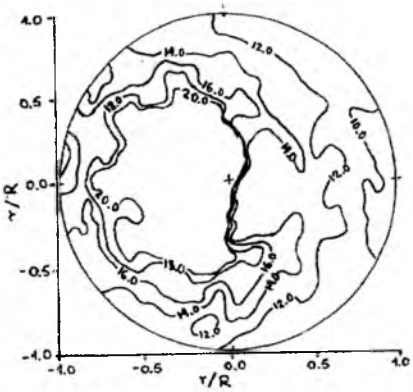
Rys.11a. Rozkład różnicy krytycznego kąta i lokalnego kąta natarcia na tarczy śmigła ogonowego w ślizgu (wyniki dla 18-tego obrotu wału śmigła).

kierunek lotu - azymut 180°

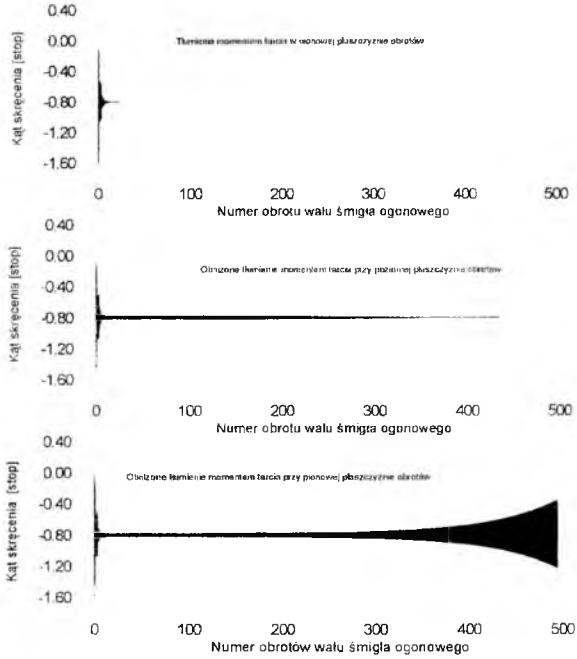


Rys.11b. Rozkład różnicy krytycznego kąta i lokalnego kąta natarcia na tarczy śmigła ogonowego w ślizgu (wyniki dla 54-tego obrotu wału śmigła).

kierunek lotu - azymut180°



Rys.11c. Rozkład różnicy krytycznego kąta i lokalnego kąta natarcia na tarczy śmigła ogonowego w ślizgu (wyniki dla 78-tego obrotu wału śmigła).



Rys.12. Wpływ momentu tarcia i wymuszenia grawitacyjnego na zachowanie łopaty śmigła w warunkach zawisu.

Literatura

1. SZUMAŃSKI K., *Badania symulacyjne procesów projektowania i eksploatacji śmigłowców w celu zwiększenia ich trwałości*, Instytut Lotnictwa, Opracowanie BL-727 , wyd. wewn., Warszawa 1990.
2. STANISŁAWSKI J., *Obciążenia śmigła ogonowego w ślizgu*, II Krajowe Forum Wiropłatowe, Warszawa 1997, (wydane Prace Instytutu Lotnictwa, zeszyt 153-154, Warszawa 1998, str.92-98)

TAIL ROTOR IN MANOEUVRE

JAROSŁAW STANISŁAWSKI

Instytut Lotnictwa, Warszawa

Computer simulation results have been presented concerning behaviour of tail rotor at transient slideslip of helicopter. The computing model includes motion of rigid fuselage and elastic deformations of the tail rotor blades. Pilot control of pitch angle of tali rotor blades during manoeuvre was considered in the equations of motion.

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

BADANIE ODPORNOŚCI ŁOPATY WIRNIKA NOŚNEGO ŚMIGŁOWCA IS-2 NA ODDZIAŁYWANIE EFEKTÓW BEZPOŚREDNICH WYŁADOWANIA ATMOSFERYCZNEGO

ANDRZEJ SZUMAŃSKI,
Instytut Lotnictwa, Warszawa,

MIROSŁAW RODZEWICZ
Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej, Politechnika Warszawska, Warszawa

W artykule omówiono wyniki badań i obliczeń wykonanych podczas określania odporności łopaty wirnika nośnego śmigłowca IS-2 na uderzenie pioruna. Łopatę wykonano z kompozytu zbrojonego włóknem szklanym (dźwigar) oraz węglowym (pozostała część struktury). Zamieszczono opis badań, analizę zmian zachowań dynamicznych łopaty (częstości własne i postaci drgań) oraz analizę ruchu końcówki łopaty po uszkodzeniu.

1.Wstęp

Celem pracy było wykonanie wysokoprądowych badań odporności na oddziaływanie efektów bezpośrednich wyładowania atmosferycznego fragmentu łopaty wirnika nośnego śmigłowca IS-2 wykonanej z kompozytu zbrojonego włóknem szklanym (dźwigar) oraz węglowym (reszta struktury). Następnym zadaniem było wykonanie analizy numerycznej ruchu łopaty z symulowanym uszkodzeniem wywołanym wyładowaniem atmosferycznym, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu uszkodzenia na zmianę toru końcówki łopaty, a tym samym możliwość zagrożenia bezpieczeństwu lotu (np. kolizją z belką ogonową).

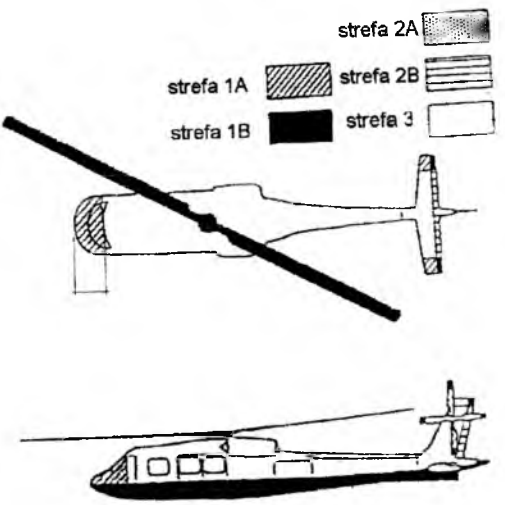
Temat badań miał swoje źródło w zapotrzebowaniu na kompleksowe zbadanie problemu odporności łopaty wirnika nośnego śmigłowca IS-2 na efekty wyładowania atmosferycznego. Wynika to z wymagań certyfikacyjnych odnośnie dopuszczenia łopat do użytkowania. Dotychczas, w kraju, problem odporności na uderzenie pioruna łopaty, której istotnym składnikiem struktury jest kompozyt zbrojony włóknem węglowym nie był rozważany i łopaty wykonane z tego rodzaju kompozytu nie były badane na taką okoliczność.

2. Badania łopat

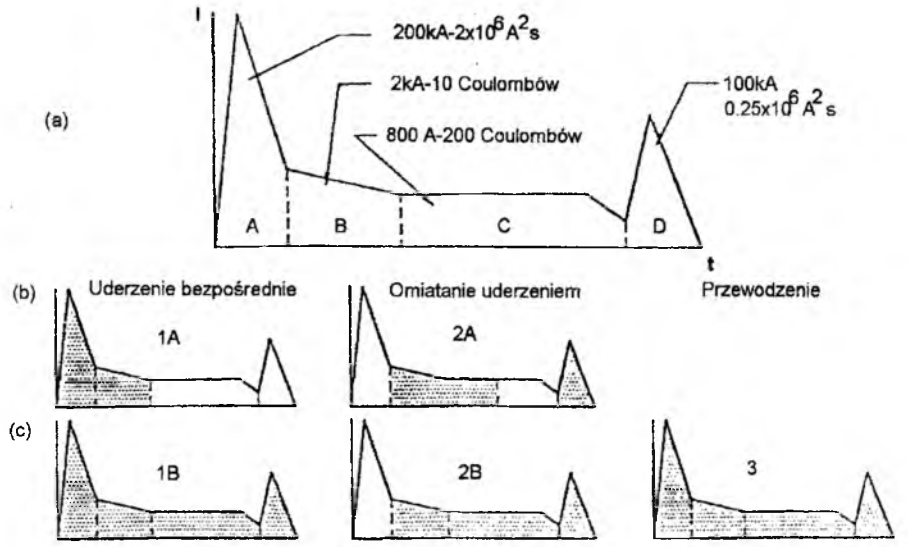
Gdy uderzenie pioruna w statek powietrzny stanie się faktem, można spodziewać się bezpośrednich oraz pośrednich efektów uderzenia. Fizyczne uszkodzenia w miejscu uderzenia pioruna (wynikające głównie z oddziaływania impulsu wysokoprądowego) noszą nazwę efektów bezpośrednich (ang. *direct effects*). Natomiast zakłócenia pracy lub uszkodzenia wyposażenia statku powietrznego (interferencja pokładowych systemów nawigacyjnych, przepalanie się bezpieczników systemu zasilania) noszą nazwę pośrednich efektów wyładowania (ang. *indirect effects*).

Wymagania odnośnie zabezpieczenia struktur śmigłowców przed efektami uderzenia pioruna zawarte są w przepisach FAR w częściach 27 i 29. Wymaga się w nich "zabezpieczenia struktury przed katastrofalnym efektem uderzenia pioruna"[2].

Określone zostały strefy na powierzchni statku powietrznego, które mogą być narażone na oddziaływanie różnych składowych wyładowania i w których można oczekiwać różnych skutków uderzenia wyładowania atmosferycznego [1]. Łopaty wirnika nośnego znajdują się w strefie oznaczonej 1B (rys.1.), w której przyjmuje się do badań określoną sekwencję impulsu prądowego składającego się ze składowych reprezentujących najczęściej obserwowane parametry prądów wyładowania (rys.2.)



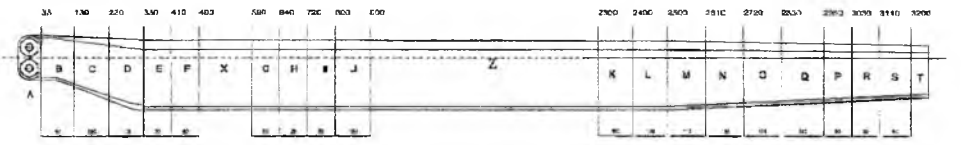
Rys.1. Strefy uderzenia dla typowego układu śmigłowca [1].



Rys.2. Przebiegi prądowe przykładane w poszczególnych strefach uderzenia [1].

3. Badania eksperymentalne

Badania wstępne oraz właściwe wykonano w Instytucie Fizyki Plazmy i Laserowej Mikrosyntezy w Laboratorium Symulowanych Wyładowań Atmosferycznych. Wyniki badań wstępnych przeprowadzonych na fragmencie technologicznym łopaty wykazały możliwość uzyskania miarodajnych oraz mierzalnych efektów bezpośrednich wyładowania na fragmencie rzeczywistej łopaty. Próbką właściwą był fragment łopaty śmigłowca IS-2 (rys.3), która nie posiada zabezpieczeń przeciw oddziaływaniu efektów bezpośrednich uderzenia pioruna (np. siatki, folie metalowe, lakier przewodzący, boczniki).



Rys.3. Rysunek łopaty śmigłowca IS-2. Do badań wykorzystano fragment oznaczony "Z".

Wykonano badania aerodynamiczne, sztywnościowe i rezonansowe fragmentu łopaty przed uszkodzeniem. Wyniki badań stanu odniesienia to: wykresy charakterystyk aerodynamicznych, sztywność skrętna oraz współczynniki tłumienia z badań stanowiskowych, trzy sztywności przekroju

bieżącego z badań rezonansowych fragmentu łopaty (sztywność skrętna, sztywności giętne w płaszczyźnie ciągu i cięciw).

Przy przeprowadzaniu badań właściwych, z powodów ekonomicznych, do dyspozycji były dwa udary wysokoprądowe, w związku z czym zaproponowano dwa punkty uderzenia (rys.4.): jako punkt pierwszego uderzenia obrano punkt na granicy nakładki z tworzywa sztucznego i struktury łopaty. Jest to punkt, gdzie uderzenie jest najbardziej prawdopodobne ze względu na bliskość krawędzi natarcia a jednocześnie fala uderzeniowa w tym punkcie może spowodować stosunkowo znaczne uszkodzenia (miejsce przyklejenia części noskowej) mające wpływ na pogorszenie opływu profilu, parametry masowe (możliwe wytopienie wyważenia noskowego), oraz na przenoszenie obciążeń (bliskość pasów dźwigara). Drugim punktem był punkt leżący na krawędzi spływu - w prawdopodobnie najsłabszym miejscu struktury przekroju poprzecznego, gdzie wszystkie efekty bezpośrednie uderzenia, a szczególnie fala uderzeniowa, temperatura, mogą spowodować dość duże uszkodzenia struktury mające wpływ szczególnie na sztywność skrętną, w której udział części spływowej sięga 50 % oraz sztywność w płaszczyźnie cięciw. Widok stanowiska badawczego przedstawiono na fot.1.

Rys.4. Przekrój fragmentu łopaty oraz miejsca przyłożenia impulsów wysokoprądowych.

Fot.1. Widok stanowiska badawczego podczas prób wysokoprądowych

Parametry przyłożonych impulsów oraz ich porównanie z parametrami wymaganymi przepisami przedstawiono w tabeli I.

Tabela I. Odstępstwa parametrów próby odporności od wymagań certyfikacyjnych.

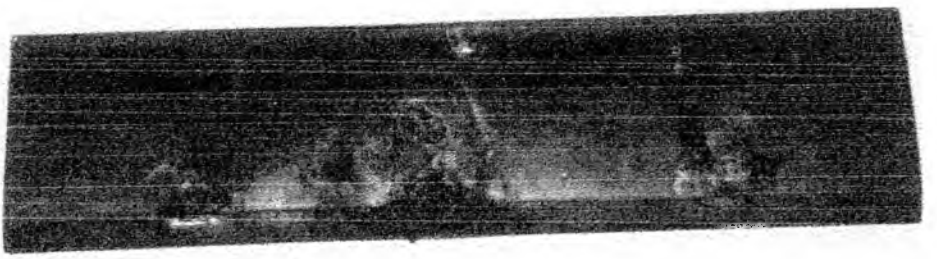
Składowa	parametry	Wymagania certyfikacyjne	I próba		II próba	
			Zmierzono	Różnica [%] *	zmierzono	Różnica [%] *
A	Prąd maksymalny [kA]	200.0	179.8	10.1	68.5	65.7
	Ładunek [C]	brak	7.8	brak	1.15	brak
	Całka działania [$A^2 \cdot s$]**	$2 \cdot 10^6$	$0.67 \cdot 10^6$	66.5	$0.054 \cdot 10^6$	97.3
B	Prąd maksymalny [kA]	4.1	1.073	73.8	1.12	72.6
	Ładunek [C]	10	4.98	50.2	4.54	54.6
	Całka działania [$A^2 \cdot s$]	brak	$4.696 \cdot 10^3$	brak	$4.696 \cdot 10^3$	brak
C	Prąd średni [kA]	0.4	0.183	54.2	0.252	37.0
	Ładunek [C]	200	255	27.5	208	4.0
	Całka działania [$A^2 \cdot s$]	brak	$32 \cdot 10^3$	brak	$54 \cdot 10^3$	brak

* wyliczona w odniesieniu do parametrów certyfikacyjnych

** I- całka działania: $I = \int_0^\infty i^2(t)dt$, gdzie i(t) [A]– wielkość prądu w zależności od czasu w danej chwili t , t – czas [s] [1]

Po uszkodzeniu wykonano powtórnie badania aerodynamiczne, sztywnościowe i rezonansowe.

Uszkodzenia fragmentu badawczego przedstawiono na fot.2.



Fot.2. Uszkodzenia badanego fragmentu łopaty.

Należy zaznaczyć, że przeprowadzone próby nie miały na celu przeprowadzenie dowodów certyfikacyjnych a jedynie rozpoznanie problemu odporności na wyładowanie atmosferyczne z uwzględnieniem wymagań certyfikacyjnych.

4. Wyniki badań

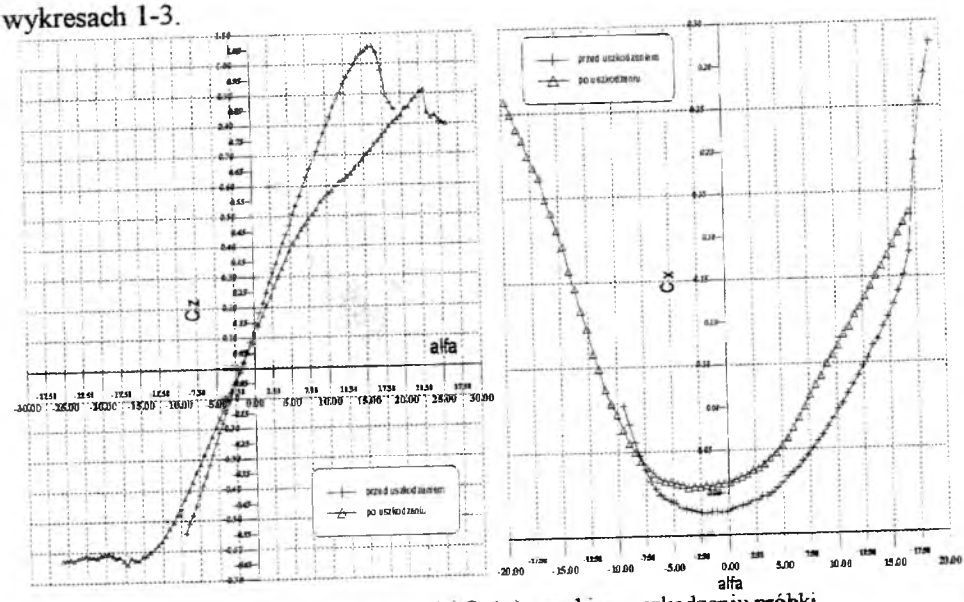
Do analizy bezpieczeństwa łopaty badanej przyjęto model uszkodzeń wynikający z podwójnego uderzenia (przyjęto parametry sztywnościowe i aerodynamiczne przekroju uszkodzonego łopaty obliczone po dwóch próbach odporności). Przypadek taki wydaje się najbardziej niekorzystny dla struktury odnośnie wielkości wywołanych uszkodzeń i dlatego próbę taką można odnieść jakościowo do próby certyfikacyjnej dla jednej łopaty.

Zmiany parametrów sztywnościowych po dwóch próbach przedstawiono w tabeli II.

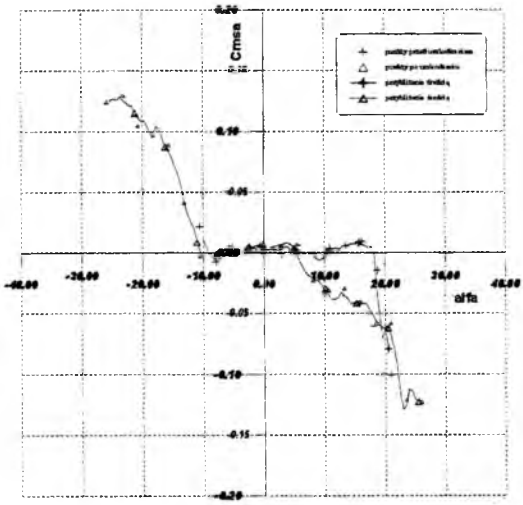
Tabela II. Zmiany sztywności przekroju uszkodzonego wynikające z prób rezonansowych.

Sztywność [Nm^2]	Przed uszkodzeniami	Po próbach	Różnica [%]	UWAGI
GJo	1980	1459	26.3	Zmniejszenie sztywności
EJy	1170	1063	9.1	
EJz	38870	29180	24.9	

Porównanie charakterystyk aerodynamicznych przedstawiono na wykresach 1-3.



Wykr.1,2. Porównanie charakterystyk Cz(α) i Cx(α) przed i po uszkodzeniu próbki.

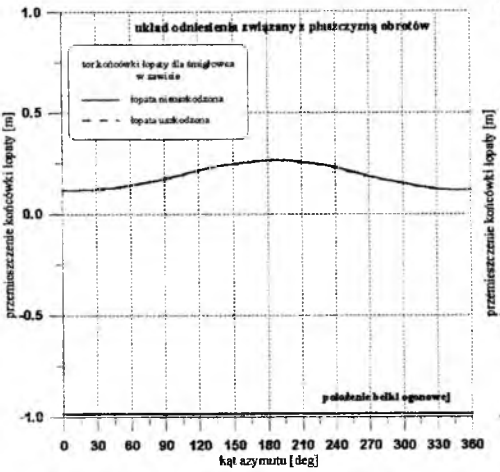


Wykr.3. Porównanie charakterystyki Cmsa(α) przed i po uszkodzeniu próbki.

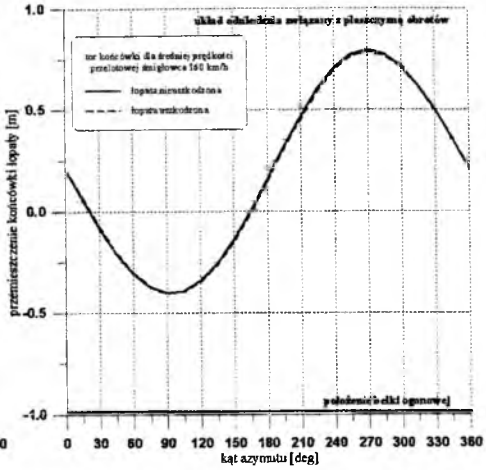
Korzystając z charakterystyk aerodynamicznych po uszkodzeniu próbki uzyskano parametry aerodynamiczne przekroju uszkodzonego.

W celu obliczenia parametrów dynamicznych całej łopaty z symulowanym podwójnym uszkodzeniem zmodyfikowano numeryczne dane sztywnościowe oraz aerodynamiczne przekrojów łopaty uwzględniając spadki sztywności wynikające z uszkodzenia spowodowanego dwoma testowymi wyładowaniami atmosferycznymi. Wykorzystano do modyfikacji procentowe spadki sztywności wynikające z badań rezonansowych próbki przed i po uszkodzeniach. Sztywnościami odniesienia były sztywności wynikające z badań łopaty w WSK-Świdnik. Ze względu na przyjęte założenie stałego ubytku sztywności przekroju poprzecznego na odcinku 200 mm należało zmodyfikować odpowiednie sztywności przekroju łopaty na takim samym odcinku. Jako miejsce modyfikacji wybrano promień równy 0.7 długości łopaty.

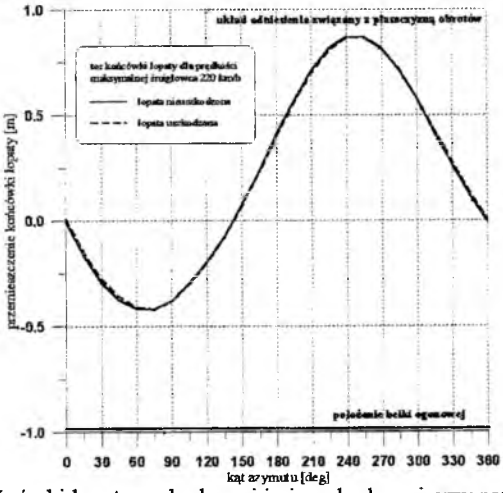
Obliczenia wykonano dla trzech konfiguracji lotu śmigłowca: zawis, lot z prędkością przelotową 160 km/h, lot z prędkością 220km/h. Analizowano, jako jedną z wielu danych wyjściowych programu, tor końcówki łopaty podczas obrotu wirnika o 360 °. Tory końcówki przedstawiono wykresach 4-6.



Wykr.4. Tor końcówki łopaty uszkodzonej oraz nieuszkodzonej w zawisie.



Wykr.5. Tor końcówki łopaty uszkodzonej oraz nieuszkodzonej przy prędkości 160 km/h



Wykr.6. Tor końcówki łopaty uszkodzonej i nieuszkodzonej przy prędkości 220 km/h

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzono, że w wyniku roztorowania ruchu łopat zmienione w przeprowadzonych próbach parametry sztywnościowe łopaty uszkodzonej nie powodują bezpośredniego zmniejszenia bezpieczeństwa lotu. Wystąpiły praktycznie nieistotne zmiany częstości i postaci drgań własnych łopaty, z punktu widzenia możliwości pojawienia się niekorzystnych rezonansów [3,4]. Należy jednak wykonać serię odpowiednich badań w celu zbadania zmian parametrów wytrzymałościowych

i trwałościowych. Szczególnie istotne może okazać się badanie propagacji uszkodzenia ze względu na przydatność łopaty do kontynuacji lotu. Wydaje się konieczne również wykonanie badań na okoliczność uderzenia pioruna w końcówkę łopaty z uwagi na możliwość wypadnięcia, w wyniku uszkodzenia, wyważenia masowego znajdującego się w komorze końcówki, co może spowodować niewyważenie wirnika.

Z powodu dużego prawdopodobieństwa niezauważenia przez pilota ewentualnego uszkodzenia wydaje się wskazane zastosowanie systemu bieżącej diagnostyki, na przykład w postaci winkludowanych włókien światłowodowych, które, ulegając przerwaniu podczas uszkadzania łopaty, dają tym samym impuls przerwania obwodu, co jest widoczne na przyrządach kontrolnych w kabinie pilotów lub też wprowadzanie systemów diagnostycznych struktur kompozytowych "on line", utworzonych z zastosowaniem elementów piezoelektrycznych.

6. Literatura

[1] *Aircraft Lightning Protection, Handbook,* tom I i II FAA Technical Center, 1989
[2] Przepisy FAR par. 25.581 *Zabezpieczenie przed uderzeniem pioruna,*
[3] Raport z badań: *Próby rezonansowe fragmentu łopaty śmigłowca IS-2,* Instytut Lotnictwa, Warszawa, 1997,
[4] Raport z badań: *Uzupełniające próby rezonansowe fragmentu łopaty śmigłowca IS-2,* Instytut Lotnictwa, Warszawa, 1997.

THE IS-2 LIGHT HELICOPTER MAIN ROTOR BLADE LIGHTNING TESTS.

ANDRZEJ SZUMAŃSKI

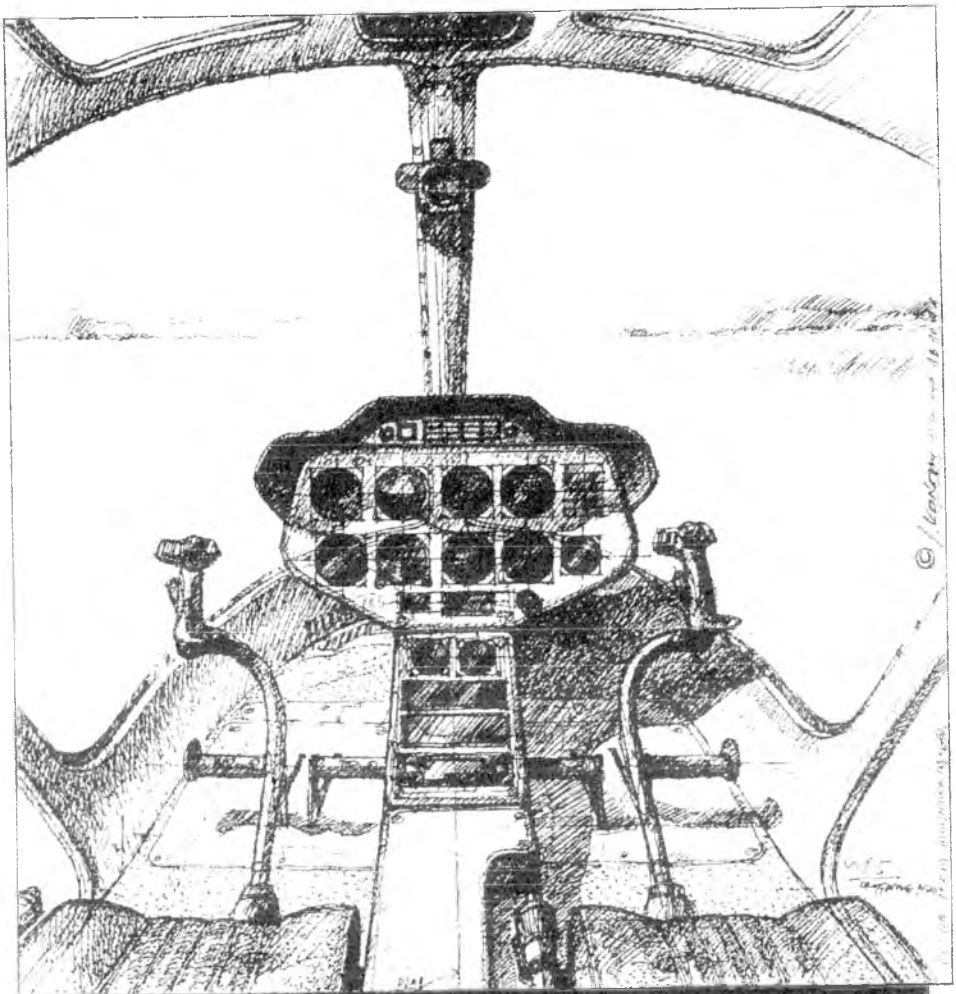
Institute of Aviation, Warszawa, Al. Krakowska 110/114

MIROSŁAW RODZEWICZ

Institute of Aircraft Technique and Applied Mechanics, Warsaw Technical University

The paper contains results of tests and calculations that were made during lightning tests of IS-2 light helicopter main rotor blade. Blade is fabricated of carbon fiber composite, with glass fiber composite spar. The document includes description of tests, analysis of dynamic characteristics of a blade and computed analysis of movement of damaged blade end.

INSTYTUT LOTNICTWA



INSTYTUT LOTNICTWA

1926

ŚMIGŁOWIEC DWUMIEJSCOWY IS-2

INSTYTUT LOTNICTWA, WARSZAWA 1995

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

METODA WYZNACZANIA WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH SWOBODNEGO RUCHU BOMBY

ZYGMUNT WINCZURA
ANDRZEJ ŻYLUK

Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa

W pracy omówiono problematykę wyznaczania warunków zrzutu bomb lotniczych metodą badań teoretycznych i doświadczalnych. Zdefiniowano je jako zbiór parametrów lotu nosiciela w czasie zrzutu środka bojowego. Szczególną uwagę zwrócono na wyznaczenie warunków początkowych metodą deszyfracji zapisów pokładowych rejestratorów parametrów lotu samolotu SU-22.

1. Wstęp

Istotnym zagadnieniem badania dynamiki bomb lotniczych jest określenie warunków początkowych ich ruchu. Zdefiniowano je jako zbiór parametrów lotu nosiciela w czasie zrzutu lub odpalenia środka bojowego. Mają one znaczący wpływ na parametry kinematyczne toru lotu bomby. Poza tym znajomość warunków zrzutu jest niezbędna w analizie procesu celowania. Stosowane na współczesnych samolotach urządzenia celownicze wyliczają moment zrzutu bomby na podstawie informacji charakteryzujących własności balistyczne zastosowanego środka bojowego oraz definiujących stan dynamiczny statku powietrznego w czasie użycia środka bojowego.

Wyznaczenie warunków początkowych swobodnego ruchu bomby jest elementem kompleksowego podejścia do badania charakterystyk dynamicznych, obejmującego: analizę procesu zrzutu bomby, kinematyczne parametry jej ruchu na torze i w punkcie upadku oraz analizę zjawisk i pomiar parametrów występujących podczas lotu np.: praca silnika rakietowego i układu hamującego, działania zapalnika itp.[10,11,12,14]

Warunki początkowe swobodnego lotu środka bojowego można wyznaczyć metodą badań teoretycznych oraz doświadczalnych w locie.

Metoda badań teoretycznych [8] sprowadza się do badania modelu symulacyjnego złożonego układu mechanicznego „nosiciel - środek bojowy". Z punktu widzenia dynamiki , badane obiekty zaszeregowano do podzbioru obiektów swobodnych, należącego do zbioru obiektów ruchomych.

Metoda badań doświadczalnych polega na analizie wyników badań uzyskanych podczas poligonowych prób w locie, tzn.: interpretacji zarejestrowanego materiału dotyczącego:

- obiektywnej kontroli parametrów lotu statku powietrznego ;
- fazy zrzutu bomby z zamka belki;
- toru lotu swobodnego bomby.

Zaproponowany sposób określania warunków początkowych wynika z przyjętego celu badań, którym było opracowanie modelu umożliwiającego badanie wzajemnego wpływu samolotu i środka bojowego w momencie zrzutu. Istotnym zagadnieniem stanie się weryfikacja modelu symulacyjnego w oparciu o uzyskane wyniki badań doświadczalnych.

2. Model matematyczny przestrzennego ruchu samolotu z podwieszonymi bombami.

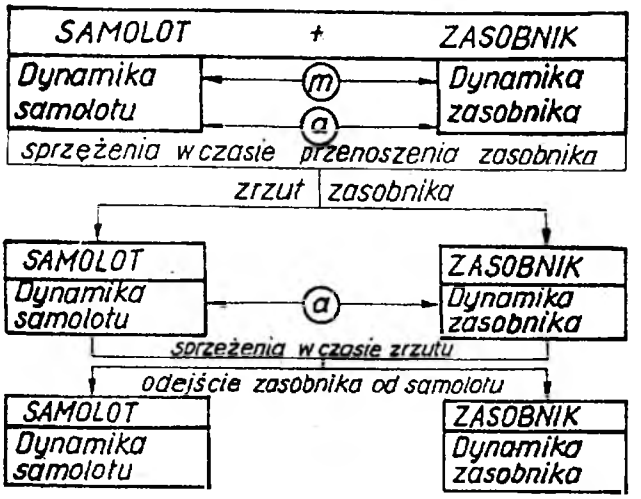
Zdecydowana większość wojskowych statków powietrznych wyposażona jest w zewnętrzne węzły podwieszeniowe. Podwieszenie kilku rakiet lub bomb lotniczych w znacznym stopniu zmienia charakterystyki aerodynamiczne masowe oraz własności lotne układu „samolot-podwieszenie". W momencie zrzutu bomby lub odpalania rakiety o masie kilkuset kg. następuje zakłócenie ustalonego lotu samolotu.

Budując model fizyczny samolotu z podwieszeniami przyjęto, że:

- wychylenie powierzchni sterowych mają wpływ parametryczny na wartości sił i momentów sil aerodynamicznych ,
- ciąg silnika i wydatek paliwa są stałe w poszczególnych fazach lotu.

Schemat dynamiki układu „samolot - podwieszenie" uwzględniający sprężenia między samolotem, a podwieszonym środkiem bojowym przedstawiono na rys. 1

Budując model matematyczny, samolot z podwieszeniami potraktowano jako bryłę sztywną. Jednakże opisując strukturę ukladu wyróżniono bryłę samolotu oraz bryły podwieszonych bomb.



Rys. 1. Schemat modelu dynamicznego układu „samolot-podwieszenie"

Po zrzucie lub odpaleniu środka bojowego następuje skokowe zerwanie sprzężeń masowych i geometrycznych, natomiast sprzężenia aerodynamiczne zmieniają się w funkcji względnej odległości bomby od nosiciela .
Model samolotu z podwieszeniami rozprzęga się więc na dwa niezależne modele: samolotu w konfiguracji gładkiej oraz bomb [1,5,7,8,9].

Samolot z podwieszanymi opisano jako sztywny układ mechaniczny o sześciu stopniach swobody, trzech przemieszczeń liniowych i trzech kątowych. Samolot jest sterowany przez pilota poprzez wychyleniu steru wysokości, kierunku, lotek, statecznika poziomego oraz dźwigni sterowania silnikiem [5,8].

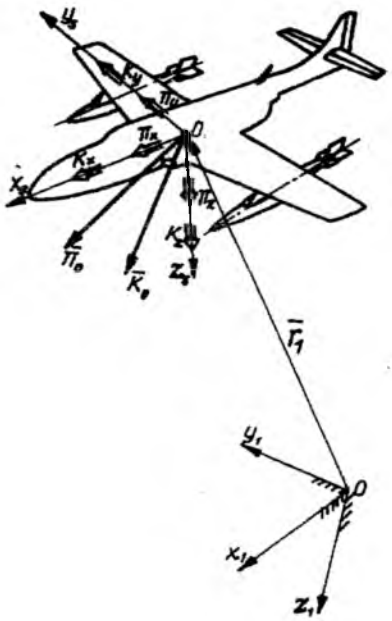
Na samolot w locie działają siły i momenty sił zewnętrznych pochodzące od oddziaływania ośrodka, grawitacji, silnika turboodrzutowego oraz podwieszonych środków bojowych. Oddziałują one na nosiciel poprzez siły i momenty sił grawitacyjnych, aerodynamicznych oraz rakietowych [2,3,4,6,13]. W modelu nie uwzględniono interferencji aerodynamicznej pomiędzy samolotem i podwieszoną bombą [9].

Równania ruchu samolotu z podwieszeniami wyprowadzono w nieinercjalnym układzie odniesienia sztywno związanym z poruszającym się samolotem $Ox_s\, y_s\, z_s$ (rys.2), stosując zasady dynamiki bryły sztywnej, twierdzenia o pochodnej pędu i krętu względem czasu [1,5,13], które w postaci ogólnej mają postać:

$$M\dot{V} + KMV = Q + U\delta \qquad (1)$$

gdzie:

wektor prędkości- **V** = col [U, V, W, P., Q, R] ;
wektor przyspieszeń – **V** = col [U, V, W, P., Q, R] ;
wektor sterowania - δ = col [δ_H, δ_V, δ_L, α_{ZH} δ_T] ;
macierz bezwładności - **M**;
macierz parametrów kinematycznych - **K**;
macierz sił sterujących - **U** ;
macierz sił zewnętrznych – **Q** = col [X, Y, Z, L, M, N].



Rys. 2. Przyjęte układy odniesienia

Przedstawiony układ równań (1) uzupełniony o:
związki kinematyczne prędkości liniowych i kątowych,
zależności opisujące prędkości opływu i kąty aerodynamiczne,
zależność opisująca zmianę gęstości w funkcji wysokości ,
zależności opisujące zgodnie z zasadą superpozycji charakterystyki masowe oraz siły i momenty sił zewnętrznych działające na samolot z podwieszeniami,

sprowadzono do modelu matematycznego uogólnionego obiektu swobodnego poruszającego się w przestrzeni i jest podstawą do opracowania modelu symulacyjnego lotu samolotu z podwieszonymi bombami i zrzutu bomb.

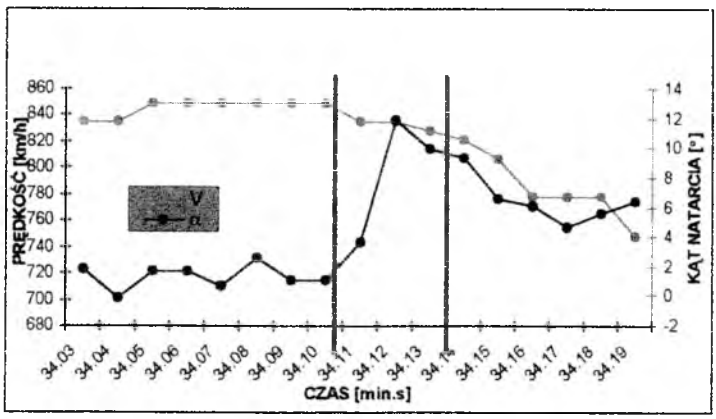
3. Metody doświadczalne wyznaczenia warunków zrzutu bomb lotniczych.

3.1. Analiza zapisów rejestratorów pokładowych parametrów lotu samolotu.

Współczesne samoloty wojskowe, w tym samolot SU-22, wyposażone są w rejestratory parametrów lotu oraz pracy systemu nawigacyjno-celowniczego. Rejestrator parametrów lotu pracuje z częstotliwością próbkowania 1Hz, natomiast rejestrator systemu nawigacyjno-celowniczego z częstotliwością 0,8 Hz w wariancie pracy - nawigacja i 0,4 Hz w wariancie - zastosowanie bojowe.

Deszyfracje zapisów rejestratorów opracowano na własnych deszyfratorach typu TETYS. Przykładowe zapisy niektórych parametrów lotu samolotu przedstawiono dla sytuacji zrzutu 8 bomb o masie 260 kg każda, serią z przerwą co 0,4s z lotu poziomego, z prędkością 850 ÷ 900 km/h i z wysokości 350 m.

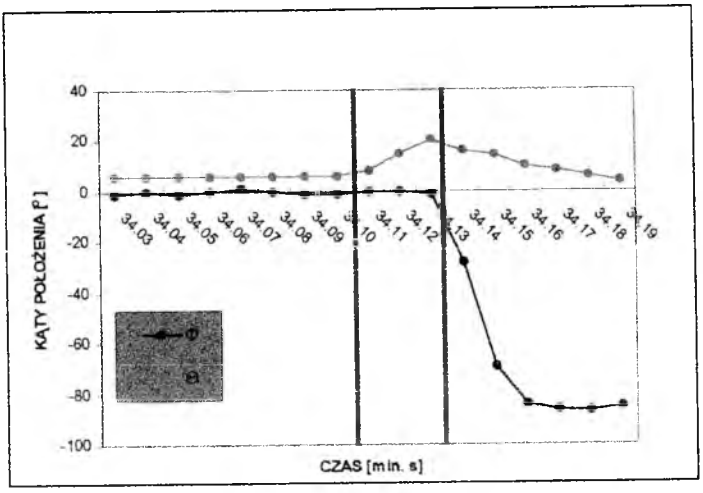
Na rys. 3÷5 przedstawiono przebiegi kątów przechylenia ϕ, pochylenia θ i natarcia α, przeciążeń n_x i n_z oraz prędkości V_o. W zaznaczonym na osi czasu przedziale następuje zrzut bomb, a więc w czasie 2,8 s ubytek masy całkowitej samolotu o 2080 kg.



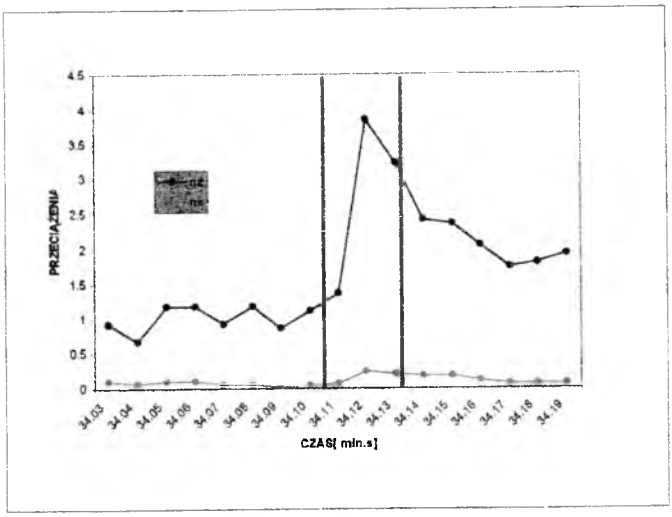
Rys. 3. Zarejestrowany przebieg kąta natarcia i prędkości lotu samolotu SU-22

Pilot po zrzucie bomb wykonuje manewr przeciwodłamkowy polegający na skręcie w lewo z jednoczesnym naborem wysokości, o czym świadczą przebiegi kąta pochylenia, przechylenia i przeciążeń (rys.4 i 5).

Warunki zrzutu bomb stanowią zbiór parametrów lotu samolotu w zaznaczonym przedziale czasu.



Rys. 4. Zarejestrowany przebieg kątów położenia samolotu SU-22



Rys. 5. Zarejestrowany przebieg przeciążeń samolotu SU-22

3.2. Analiza kinematycznych parametrów toru lotu bomby zarejestrowanych na stacji badań dynamicznych

Metodę wyznaczania kinematycznych parametrów tory lotu przedstawiono na przykładzie badań bomby ćwiczebnej o masie 50 kg [10,11,12]. Tory lotu statku powietrznego oraz bomby filmowano na stacji kinoteodolitów z częstotliwością 30 zdj./sek. Parametry lotu nosiciela w momencie zrzutu bomby stanowią warunki początkowe do obliczenia parametrów kinematycznych toru lotu bomby.

Wyniki badań w locie przedstawiono w tabeli nr 1 oraz na przykładowych wykresach. Wynika z nich, że:

donośność bomby szturmowej jest funkcją czasu wypełnienia spadochronu oraz warunków zrzutu (rys.7),

prędkość krytyczna bomby szturmowej wynosi, około 50 m/s (rys.6),

kąt upadku bomby szturmowej osiąga wartość 80 ± 5°, przy czym późniejsze wypełnienie spadochronu powoduje jego zmniejszenie (rys.6).

WYNIKI BADAŃ W LOCIE BOMBY LBĆw-50-H

Tabela nr 1

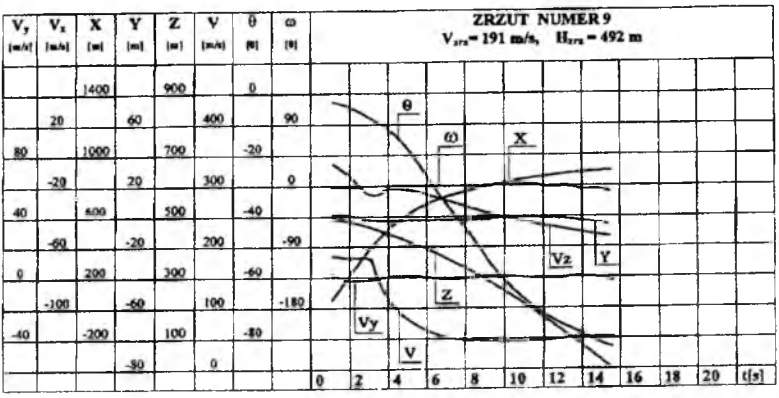
Nr zrzutu	H_{zrz} [m]	V_{zrz} [m/s]	t_{sp} [s]	V_{kr} [m/s]	A [m]	Θ_u [°]
2	309.4	161.4	1.93	56.4	824	58
3	343.7	163.8	4.13	66.6	1042	54
4	512.4	214.3	2.10	157.6	1682	33
5	483.0	210.4	3.97	47.0	1261	76
6	481.9	157.5	-	-	1450	34
7	506.2	183.4	-	-	1657	35
8	542.9	184.1	1.45	49.5	765	86
9	492.6	191.8	2.07	50.0	895	82
10	510.9	190.3	4.13	50.0	1285	74
11	510.0	195.3	-	-	1634	34

H_{zrz} - wysokość zrzutu
V_{zrz} - prędkość zrzutu
A - donośność
t_{sp} - czas otwarcia spadochronu
V_{kr} - prędkość krytyczna
Θ_u - kąt upadku

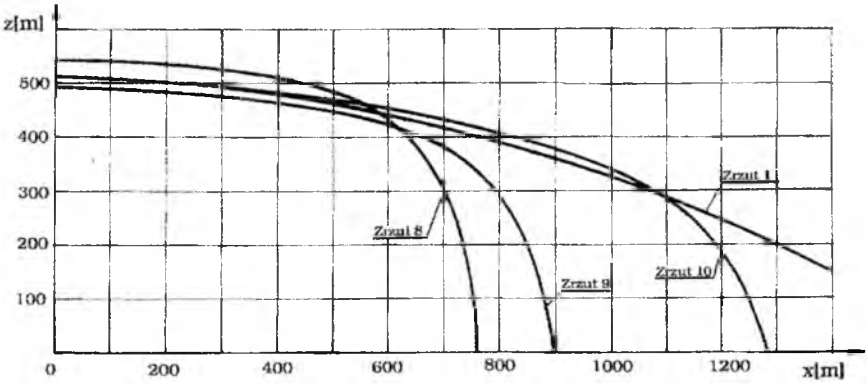
Dodatkowo stwierdzono, że istnieje możliwość oceny działania bomby na torze na podstawie przebiegu parametrów kinematycznych. Na przykładzie

zrzutu nr 4 (tab.1) okazało się, że nastąpiło nieprawidłowe wypełnienie lub porwanie spadochronu o czym świadczą przebiegi prędkości, kąta pochylenia i donośności.

Z powyższego wynika, że przedstawiona metoda pozwala wyznaczyć warunki zrzutu bomby, przy czym dokładność wyznaczonych parametrów jest funkcją charakterystyk technicznych systemu pomiarowego.



Rys. 6. Parametry kinematyczne toru lotu bomby ćwiczebnej



Rys. 7. Tory lotu bomby ćwiczebnej

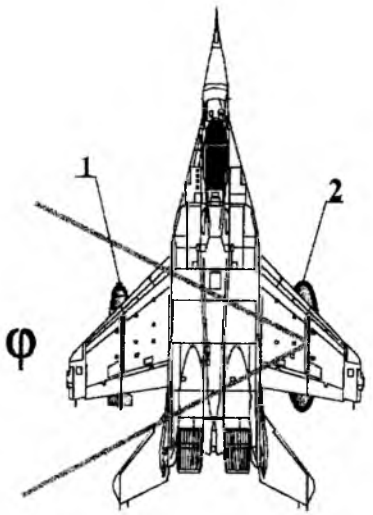
3.3. Analiza fazy odejścia bomby z podwieszenia

Rozpoznanie procesu odejścia bomby z belki podwieszeniowej statku powietrznego jest istotnym elementem, analizy warunków początkowych swobodnego lotu środka bojowego. Uzyskane informacje umożliwią opis szeregu nierozpoznanych zjawisk np.:

zachowanie się bomby bezpośrednio po zrzucie z zamka ,

czas przejścia kulki stykowej po szynie mechanizmu podawania impulsów elektrycznych.

Do rejestracji przewiduje się wykorzystanie kamery Pfoto Sonics 1B, wykonującej zdjęcia z prędkością 1000 klatek/s. Kamera zostanie zamontowana w zmodyfikowanym zasobniku lotniczym, który będzie podwieszony na statku powietrznym jak na rys.8.Deszyfracja zarejestrowanego materiału filmowego umożliwi ocenę ruchu względnego bomby i samolotu.



Rys. 8. Samolot z podwieszonym zasobnikiem rejestrującym

1 - obiekt badań;
2 - zasobnik rejestrujący;
φ - kąt widzenia kamery.

4. Uwagi końcowe

Wyznaczanie warunków początkowych oraz rozpoznanie początkowego odcinka swobodnego odcinka toru lotu jest istotnym elementem kompleksowej oceny charakterystyk dynamicznych niekierowanych lotniczych środków bojowych.

Analiza dynamiki początkowego odcinka toru pozwoli uzyskać zbiór rzeczywistych informacji na temat zachowania się środka bojowego bezpośrednio

po zrzucie oraz parametrów technicznych mających bezpośredni wpływ na jego działanie.

Zespół zajmujący się badaniami dynamiki niekierowanych lotniczych środków bojowych koncentruje się na metodach doświadczalnych wyznaczania interesujących charakterystyk. Przedmiotem badań, poza omówionymi w publikacji, są problemy :

- wyznaczania parametrów kinematycznych torów lotu przy pomocy radaru dopplerowskiego;
- wyznaczania przeciążeń na torze lotu bomby.

Przy prowadzeniu badań metodą teoretyczną i eksperymentalną powstaje problem zgodności wyników oraz weryfikacji modelu symulacyjnego w oparciu o uzyskane wyniki eksperymentu.

LITERATURA

1. ETKIN B., *Dynamics of Atmospheric Flight*, John Wiley, New York 1972.
2. GACEK J., DĄBROWSKI W., *Badania teoretyczne i doświadczalne hamowanych obiektów latających.* I Konferencja uzbrojeniowa:"Naukowe Aspekty Techniki Uzbrojenia", WAT, Solina 96.
3. GACEK J., KRZYŻANOWSKI A., *Doświadczalne wyznaczanie charakterystyk aerodynamicznych obiektów balistycznych o złożonym układzie konstrukcyjnym,* biuletyn WAT Rok XLV Nr 2, Warszawa 1996.
4. GACEK J., Analiza teoretyczna właściwości dynamicznych obiektów balistycznych o złożonym układzie aerodynamicznym, Biuletyn WAT Rok XLV Nr 2, Warszawa 1996.
5. MARYNIAK J., *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Prace naukowe PW, Mechanika nr 32, WPW Warszawa 1975.
6. MARYNIAK J., GOSZCZYŃSKI J.A., CHMURZYŃSKI T., *Autorotacyjna mina lotnicza - propozycja,* Problemy techniki uzbrojenia i radiolokacji, zeszyt 63/97 WITU.
7. MARYNIAK J., GOSZCZYŃSKI J.A., OLAK A., *Modelowanie i symulacja numeryczna dynamiki samolotu w fazie strzelania z działka pokładowego na przykładzie I-22 „Iryda"*, V Konferencja Naukowo-Techniczna, Problemy rozwoju, produkcji i eksploatacji techniki uzbrojenia, Rynia 96.
8. MICHALEWICZ K., WINCZURA Z., *Dynamika zasobników lotniczych zrzucanych z obiektów latających,* Informator ITWL nr 290/89, Warszawa 1989.

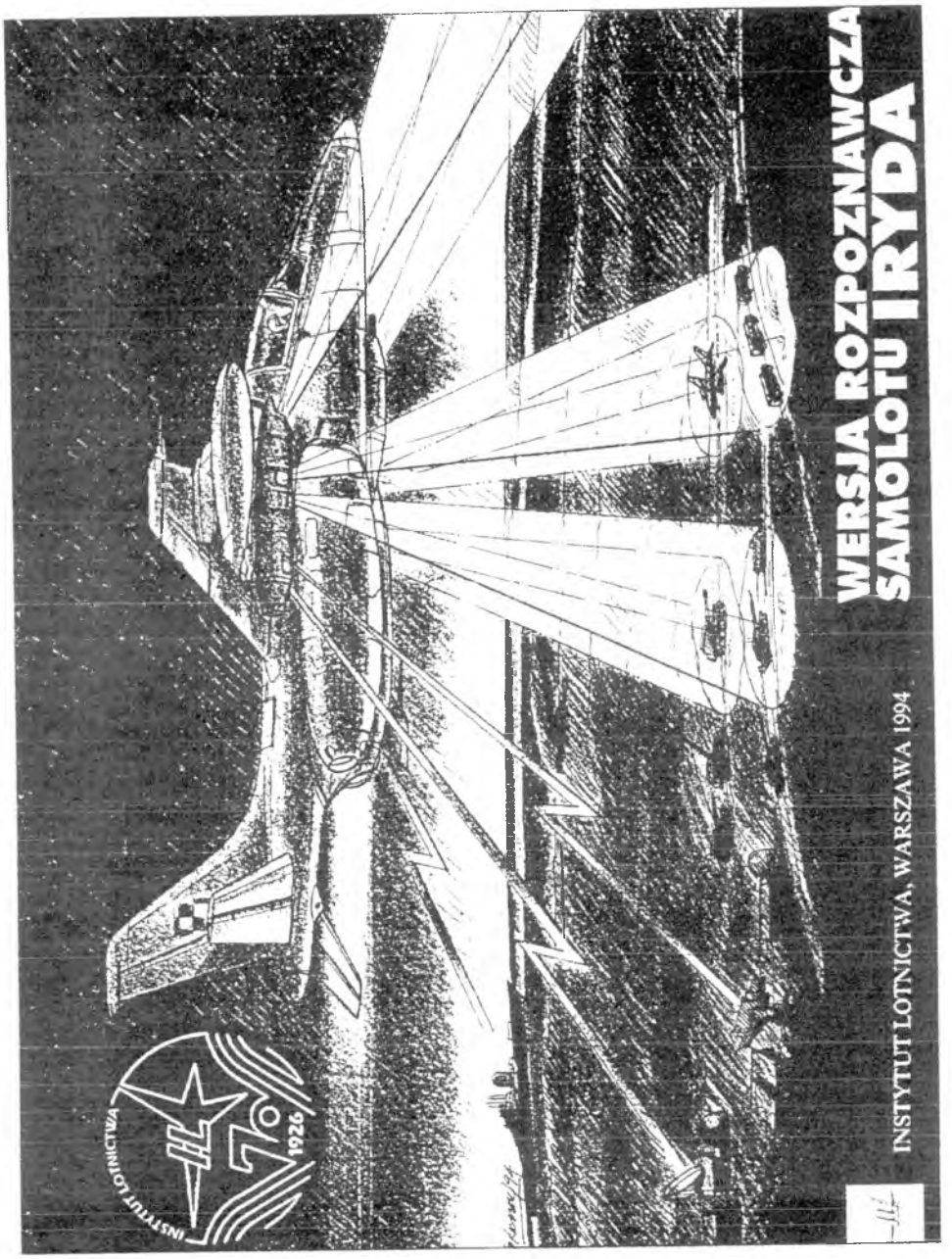
9. TARKA B., MARYNIAK J., *Wpływ interferencji aerodynamicznej na parametry ruchu zasobnika lotniczego po zrzucie z samolotu*, III Ogólnopolska Konferencja „Mechanika w lotnictwie", Warszawa 1988.
10. WINCZURA Z., ŻYLUK A., *Badania w locie charakterystyk balistycznych bomb lotniczych*, I Konferencja Metody i technika badań statków powietrznych w locie, Mrągowo 94.
11. WINCZURA Z., ŻYLUK A., *Badania w locie ćwiczebnych środków uzbrojenia lotniczego*, V Konferencja Naukowo-Techniczna, Problemy rozwoju, produkcji i eksploatacji techniki uzbrojenia, Rynia 96.
12. WINCZURA Z., ŻYLUK A., *Wybrane problemy badań w locie ćwiczebnych środków uzbrojenia lotniczego*. II Konferencja Metody i technika badań statków powietrznych w locie, Mrągowo 96.
13. WINCZURA Z, *Badania dynamiki lotniczych środków bojowych*, Problemy badań i eksploatacji techniki lotniczej, ITWL Warszawa 1993 (rozdz.7, t.3).
14. *Wyniki badań balistycznych bomby LBĆw-50Sz*, nr BT ITWL 10134/I, Warszawa 1992.

THE METHOD OF DETERMINING INITIAL.

Abstract.

What has been discussed in the paper are the problems of determining - with analytical and experimental methods - the conditions of releasing aerial bombs.The conditions have been defined as a set of parameters of the carrier's flight in the course of releasing the weapon. Special attention has been paid to the problem of determining initial conditions with the method of decoding the records taken with flight data recorders of the Su-22.

INSTYTUT LOTNICTWA



Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

UPROSZCZENIA INFORMATYCZNEGO MODELU DYNAMIKI LOTU STATKU POWIETRZNEGO

ZBIGNIEW ZAGDAŃSKI

Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa

W pracy przedstawiono uproszczenia matematycznych i informatycznych modeli dynamiki lotu klasycznych statków powietrznych typu TOL. Sprecyzowano pojęcie uproszczenia. Wyróżniono poziomy tych uproszczeń i podano możliwe obszary ich stosowania w aspekcie dokładności wyników komputerowej symulacji dynamiki lotu.

1. Wstęp

Elementem składowym procesu modelowania statków powietrznych (SP) jest modelowanie ich dynamiki lotu [4,5,6,7,8,9,10]. Stosuje się przy tym różne postacie modeli fizycznych (MF) i matematycznych (MA) dynamiki lotu, w których uwzględnia się różne cechy charakteryzujące własności dynamiczne SP. Przyjmuje się różne zakresy i poziomy uproszczeń MF i MA [1,2,3,7]. Podstawą jest zawsze model fizyczny (MF) rzeczywistego SP funkcjonującego w MF rzeczywistego otoczenia. Pełne charakterystyki SP stanowią podstawę do tworzenia MF *(i kolejno: MA, modeli numerycznych - MN oraz modeli informatycznych - MI)* stosowanych w symulatorach misji bojowych a w ograniczonym zakresie również w innych symulatorach, na przykład lotu [10]. Jeżeli celem tworzenia MF nie jest późniejsze zastosowanie go w budowie symulatora, lecz badania dynamiki lotu (prowadzone na przykład metodą symulacji komputerowej), wówczas operujemy uproszczonymi MF budowanymi dla poszczególnych zadań, przy uwzględnieniu odpowiednich kryteriów podobieństwa [2,3,4,5,6,7,9]. Można zatem sformułować podstawowe kryterium budowy MF, wynikające z celu jego zastosowania:

Model fizyczny odwzorowuje tylko te charakterystyki statku powietrznego spośród całego ich spektrum, które będą badane lub oceniane w procesie dalszego postępowania z modelem.

2. Uproszczenia matematycznego modelu dynamiki lotu statku powietrznego

Model matematyczny powstaje w wyniku zastosowania matematycznego opisu praw mechaniki do uprzednio przyjętego MF. Zawiera: równania ruchu SP i pracy zespołu napędowego (z.n.), równania opisujące otoczenie oraz sterowanie SP. Postać modelu matematycznego otoczenia przyjmuje się jako związki określające zmianę ciśnienia i gęstości powietrza dla atmosfery standardowej (wraz z odmianami), równania opisujące model geoidy oraz równania opisujące modele niektórych zjawisk atmosferycznych (turbulencja, prądy powietrzne, wiatr, uskok wiatru). W rezultacie otrzymujemy układ równań różniczkowo-algebraicznych opisujący sterowany ruch MF w otoczeniu. Zakres obowiązywania tych zależności decyduje o możliwym zakresie funkcjonowania MA. Równania ruchu uzupełniane są o równania związków kinematycznych i sposobu sterowania [9, 10]. Każdorazowo w procesie budowy MA stosowane są odpowiednie uproszczenia przyjętego modelu fizycznego SP, wynikające z celu jego zastosowania. Należy tutaj sprecyzować pojęcie ***uproszczenie***, rozumiane w dalszej części pracy jako ***ograniczenie zakresu funkcjonowania, eliminację lub zmniejszenie dokładności którejkolwiek z cech charakterystycznych SP lub odpowiedniego modelu***. W tym aspekcie na szczególną uwagę zasługuje praca [1], gdzie autorzy analizowali kolejne poziomy uproszczeń i zgodność upraszczanych MA z rzeczywistym SP pod kątem doboru odpowiedniej postaci układu automatycznego sterowania i jego wpływu na sterowany ruch badanego obiektu. Była ona inspiracją do podjęcia niniejszych rozważań. Stosowano w niej następujące poziomy uproszczeń:

- *niezmienność w czasie masy SP przy doskonale sztywnej konstrukcji,*
- *wyizolowanie ruchu podłużnego przy nieliniowym MA SP,*
- *linearyzacja MA SP w wyizolowanym ruchu podłużnym,*
- *linearyzacja MA SP w wyizolowanym ruchu podłużnym.*

Badano odpowiedzi dynamiczne MA metodą symulacji komputerowej w krótkim przedziale czasu rzędu kilku sekund *(zadanie STS - Short Time Simulation)*, odnosząc do siebie wyniki uzyskane przy pomocy kolejnych MA. Już w tak krótkim przedziale czasu można zauważyć znaczące różnice wartości odpowiedzi dynamicznych MA powstałych w wyniku zastosowania kolejnych poziomów uproszczeń modelu. Widać również narastający w czasie charakter rozbieżności odpowiedzi dynamicznych kolejnych postaci badanych modeli i SP. Stąd można wnioskować, że dla długiego przedziału czasu *(zadanie LTS - Long Time Simulation)* zastosowanie kolejnych przedstawianych w [1] uproszczeń da w efekcie parametry kinematyczne i dynamiczne ruchu modelu zupełnie nie przystające do rzeczywistych. Jeżeli założymy, że celem budowy MA jest

uzyskanie maksymalnej zgodności jego charakterystyk statycznych i odpowiedzi dynamicznych z rzeczywistym SP to wówczas można wyróżnić następujące podstawowe cechy charakteryzujące funkcjonowanie MA:

- *zakładany czas symulowanego lotu (krótki, rzędu kilkunastu sekund - zadanie STS; długi, rzędu kilkudziesięciu minut lub kilku godzin - zadanie LTS),*

- *możliwa dynamika zjawisk fizycznych występujących w trakcie symulowanego lotu (lot wysokomanewrowy - HM; lot o niewielkiej dynamice zmian parametrów ruchu - LM).*

Poprzez lot wysokomanewrowy (HM) należy rozumieć taki ruch w przestrzeni, w trakcie którego SP przez co najmniej kilkadziesiąt sekund w sposób nieprzerwany zmienia jego parametry, operując na dużych kątach natarcia (bliskich krytycznemu) przy dużych wartościach prędkości kątowych (rzędu radiana na sekundę) i dużych przeciążeniach (rzędu kilku g). Poprzez lot o niewielkiej dynamice należy rozumieć taki ruch SP w przestrzeni, który odbywa się w sposób quasi-statyczny, ze zmianami jego parametrów o wartościach mniejszych niż dla lotu wysokomanewrowego. Na podstawie wyników badań zawartych w [1], innych pozycjach literatury oraz badań własnych [8,9,10] oraz niepublikowanych badań dynamiki lotu następujących SP: TS-11, MiG-21 i Su-22 można stwierdzić, że czynnikiem decydującym o postaci możliwych uproszczeń będzie przewidywany czas symulowanego lotu. Dynamika zjawisk fizycznych występujących w trakcie lotu będzie czynnikiem uzupełniającym, nie mniej ważnym - szczególnie dla transgranicznych zakresów lotu. Rozpatrzmy MA w aspekcie przewidywanego czasu trwania symulacji. Przeprowadzono badania (metodą symulacji komputerowych) klasycznego MA poddźwiękowego turbo-odrzutowego samolotu szkolno-bojowego posiadającego jeden z.n. i załogę dwuosobową. MF zakładał doskonale szywną bryłę i układy sterowania oraz klasyczną quasi-stacjonarną aerodynamikę. MA posiadał następujące cechy: ograniczenie zakresu zjawisk aerodynamicznych do krytycznych kątów natarcia, kwaternionaową postać związków kinematycznych (k.z.k.), matematyczny opis środowiska ruchu w postaci atmosfery wzorcowej i sposób sterowania w postaci wymuszenia zewnętrznego (przez pilota). W MN zastosowano: metodę całkowania równań ruchu RKM, częstotliwość całkowania równań ruchu f=100 Hz, wielomianową aproksymację charakterystyk obiektu (aerodynamicznych, masowych i bezwładnościowych) o rzędzie $2<n<10$ odpowiednio do klasy zagadnienia (zapewniło to dokładność a=0.98), interpolację zmiennych wielomianem pierwszego stopnia, rozwiązywanie równań algebraicznych metodą siecznych i algorytm operacyjny. MI powstał w wyniku implementacji MN w maszynie matematycznej (CISC i-486/100 MHz, DOS/WINDOWS 32 bit) przy

pomocy języka FORTRAN. Badania przeprowadzono, unikając transgranicznych zakresów lotu. Stąd nieobecność niestacjonarnego modelu zjawisk aerodynamicznych w prezentowanych dalej opisach poziomów uproszczeń. W świetle współczesnych badań należy sądzić, że ten właśnie model zjawisk aerodynamicznych jest jedynie możliwym do zastosowania w tym zakresie kinematycznych i dynamicznych parametrów ruchu. Wyniki wykonanych badań symulacyjnych oraz uprzednio uzyskane a niepublikowane wyniki podobnych badań MA następujących SP: MiG 21 Bis i Su 22M4 były podstawą do sformułowania dopuszczalnych poziomów uproszczeń (A-D) MA dla samolotów TOL. Poprzez pojęcie "zmodyfikowana aerodynamika quasi-stacjonarna" (z.a.q-s) należy rozumieć taki model zjawisk aerodynamicznych, który zakłada zależność sił i momentów aerodynamicznych od przyśpieszeń liniowych i kątowych wyłącznie w czasie występowania tych przyśpieszeń [10]. Klasyczna aerodynamika quasi-stacjonarna (k.a.q-s) eliminuje wpływ tych przyśpieszeń na postać i wielkość sił i momentów aerodynamicznych.

A. Krótki przewidywany czas symulowanego lotu o niskiej dynamice przy: k. q-E. z.k., k.a.q-s i doskonale sztywnej postaci bryły kompletnego SP (A1-A2):

A1 - niezmienność w czasie masy SP i bezwładności $(m_{SP}, I_{SP}, S_{SP}) = const.$ przy nieliniowych równaniach ruchu SP *(zastosowanie: komputerowa symulacja ruchu SP w zadaniu STS/LM).*

A2 - linearyzacja MA przy niezmienności w czasie masy SP i bezwładności $(m_{SP}, I_{SP}, S_{SP}) = const.$ *(zastosowanie: analiza postaci drgań własnych krótko- i długookresowych).*

B. Krótki przewidywany czas symulowanego lotu o wysokiej dynamice przy k. z.k. (B1-B3):

B1 - niezmienność w czasie masy SP i bezwładności $(m_{SP}, I_{SP}, S_{SP}) = const.$ przy nieliniowych równaniach ruchu SP, k.a.q-s i doskonale sztywnej postaci bryły kompletnego SP (nawet dla SP wykazujących w dużym stopniu własności aerosprężyste jest to dobre przybliżenie), *(zastosowanie: komputerowa symulacja manewrów SP w zadaniu STS/HM).*

B2 - niezmienność w czasie masy SP i bezwładności $(m_{SP}, I_{SP}, S_{SP}) = const.$ przy nieliniowych równaniach ruchu SP,

z.a.q-s i doskonale sztywnej postaci bryły kompletnego SP (nawet dla SP wykazujących w dużym stopniu własności aerosprężyste jest to dobre przybliżenie), *(zastosowanie: komputerowa symulacja manewrów SP w zadaniu STS/HM, przy zwiększonej dokładności wyników symulacji)*.

B3 - niezmienność w czasie masy SP i bezwładności $(m_{SP}, I_{SP}, S_{SP}) = const.$ przy nieliniowych równaniach ruchu SP, z.a.q-s i postaci bryły kompletnego SP o określonej sztywności i tłumieniu *(zastosowanie: komputerowa symulacja manewrów SP w występujących trakcie lotu przy dużej dokładności wyników symulacji i zadaniu STS/HM)*.

C. Długi przewidywany czas symulowanego lotu o niskiej dynamice przy k. z.k. i postaci bryły doskonale sztywnej kompletnego SP (nawet dla SP wykazujących w dużym stopniu własności aerosprężyste jest to dobre przybliżenie - C1-C2):

C1 - k.a.q-s *(zastosowanie: komputerowa symulacja ruchu SP przy ograniczeniach dokładności wyników symulacji w zadaniu LTS/LM)*.

C2 - z.a.q-s *(zastosowanie: komputerowa symulacja ruchu SP przy zwiększonej dokładności wyników symulacji w zadaniu STS/LM)*.

D. Długi przewidywany czas symulowanego lotu o wysokiej dynamice przy k. z.k. (D1-D3):

D1 - z.a.q-s i doskonale sztywna bryła kompletnego SP (nawet dla SP wykazujących w dużym stopniu własności aerosprężyste jest to dobre przybliżenie), *(zastosowanie: komputerowa symulacja lotu manewrowego SP w zadaniu LTS/HM)*.

D2 - z.a.q-s i bryła komletnego SP o określonej sztywności i tłumieniu *(zastosowanie: komputerowa symulacja lotu manewrowego SP przy dużej dokładności wyników symulacji w zadaniu LTS/HM)*.

Odrębnym problemem jest sformułowanie dopuszczalnych poziomów uproszczeń MA statków powietrznych innych rodzajów niż TOL (w szczególności VTOL, w tym śmigłowców). Z uwagi na silne własności aerosprężyste wirników nośnych śmigłowców, pominięcie tej cechy przy formułowaniu MA wydaje się niewłaściwe. Zmane są polskie i szwedzkie niepublikowane wyniki badań MA

dynamiki lotu śmigłowców, w wyniku których wykazano, że nieuwzględnienie aerosprężystości wirnika nośnego śmigłowca daje zgodność wyników symulacji komputerowej i rzeczywistego lotu tylko w ciągu kilku pierwszych sekund, po czym narastające rozbieżności natury jakościowej wykluczają możliwość posługiwania się tak określonym modelem do symulacji lotu śmigłowca. Rezultaty najnowszych prac prowadzonych w tej dziedzinie w Polsce potwierdzają ten wniosek. Celowe staje się w tym przypadku również zastosowanie niestacjonarnego modelu zjawisk aerodynamicznych.

3. Uproszczenia informatycznego modelu dynamiki lotu statku powietrznego

Model numeryczny zakłada dyskretyzację uprzednio opracowanego MA w czasie i *n*-wymiarowej przestrzeni stanu oraz określone metody realizacji obliczeń numerycznych (algorytm postępowania). Postać MN zależy od rodzaju metod numerycznych w nim zastosowanych, a także od składowych pierwotnych: postaci matematycznej charakterystyk MA, metod użytych do ich identyfikacji oraz kosztów realizacji procesu identyfikacji MA. Model informatyczny zakłada skończoną dokładność i określony czas wykonywania obliczeń (komputerowej realizacji MN, czyli *hardware* i *software*) oraz prezentacji ich wyników. Zależności funkcjonalne w obszarze MA->MI oraz cechy charakterystyczne MI podano między innymi w [10]. Stosowane są następujące dokładności wykonywania obliczeń i reprezentacji danych: 16, 32 i 64 bity. Główne języki programowania stosowane w MI SP to C (wraz z odmianami), FORTRAN i ADA. Uproszczenia na tym poziomie (MN oraz MI) decydują o dokładności wyników symulacji komputerowych, nawet przy MA o wysokiej dokładności względem rzeczywistego SP. Przeprowadzono badania MI klasycznego samolotu TOL o stałej geometrii, określonego następująco:

- *SP: poddźwiękowy turboodrzutowy samolot szkolno-bojowy posiadający jeden z.n. i załogę dwuosobową,*

- *MF: doskonale szywna bryła i układy sterowania, klasyczna aerodynamika quasi-stacjonarna, ograniczenie zakresu zjawisk aerodynamicznych do krytycznych kątów natarcia, k.z.k., matematyczny opis środowiska ruchu w postaci atmosfery wzorcowej, sposób sterowania w postaci wymuszenia zewnętrznego (przez pilota),*

- *MN oraz MI: metoda całkowania równań ruchu RKM, wielomianowa aproksymacja charakterystyk obiektu (aerodynamicznych, masowych i bezwładnościowych) o rzędzie $2<n<10$ (odpowiednio do klasy*

zagadnienia), interpolacja zmiennych wielomianem pierwszego stopnia, rozwiązywanie równań algebraicznych metodą siecznych, algorytm operacyjny, implementacja MN w EMC (CISC i-486/100 MHz, DOS/WINDOWS 16/32 bit) przy pomocy języka FORTRAN i częstotliwości całkowania równań ruchu f=<20,140> Hz,

Błędy aproksymacji powodowały powstawanie narastającego w czasie błędu uzyskiwanych wyników. Błąd określenia parametrów sterowania SP powodował powstawanie silnie narastającego w czasie błędu uzyskiwanych wyników. W rezultacie dało to bardzo znaczne skrócenie przedziału czasu, w którym uzyskiwane wyniki korelowały z rezultatami uzyskanymi w czasie rzeczywistego lotu. Ponieważ zagadnienie zastosowania metod stałokrokowych typu *predyktor-korektor* i eksptrapolację wraz z odpowiednią korekcją jest rozwiązane i dobrze opracowane do poziomu aplikacji technicznych [7], zbadano wpływ częstotliwości całkowania równań ruchu dla metody RKM. Stwierdzono istnienie silnych zależności dokładności uzyskiwanych wyników od częstotliwości całkowania równań ruchu. Dla zadania STS uzyskano zadowalające rezultaty dla f>20 Hz i dobre dla f>40 Hz. Dla zadania LTS uzyskano zadowalające rezultaty dla f>80 Hz, dobre dla f>100 Hz a dokładne dla f>120 Hz. W oparciu o uzyskane wyniki badań i dane literaturowe [7,8] można stwierdzić, że pozytywna ocena jakości wyników funkcjonowania MI SP w zadaniu STS jest uzależniona od zastosowania:

- MA: *dokładności charakterystyk aerodynamicznych a>0.95 i kwaternionowej postaci związków kinematycznych,*

- MN: *dokładności metod aproksymacji a>0.98 i sygnałów sterujących d>0.95,*

- MI: *dokładności numerycznej reprezentacji liczb minimum 16 bitów oraz częstotliwości całkowania równań ruchu f>40 Hz.*

Stwierdzono, że nawet przy pozytywnej ocenie jakości MI w zadaniu STS nie można na tej podstawie bezpośrednio wnioskować o taką samą ocenę jakości tego samego MI w zadaniu LTS [10]. Pozytywna ocena jakości wyników funkcjonowania MI w zadaniu LTS jest uzależniona od zastosowania:

- MA: *dokładności charakterystyk aerodynamicznych a>0.98 i kwaternionowej postaci związków kinematycznych,*

- MN: *dokładności metod aproksymacji a>0.98 i sygnałów sterujących d>0.99,*

- MI: *dokładności numerycznej reprezentacji liczb minimum 32 bity oraz częstotliwości całkowania równań ruchu f>120 Hz.*

W związku z tym można sformułować poziomy dopuszczalnych uproszczeń MI SP dla zadań STS (E-F) i LTS (G-H), przy jednakowych wyróżnikach i różnych wartościach progowych. Wyróżnikami będą tutaj następujące parametry: dokładność określenia charakterystyk MA SP, dokładność aproksymacji, dokładność numerycznej reprezentacji liczb (i związanych z tym błędami obcięć i zaokrągleń), częstotliwość całkowania równań ruchu i przewidywana dynamika ruchu.

E. Zadanie STS i przewidywana niska dynamika zmian parametrów dynamicznych i kinematycznych ruchu (E1-E3):

E1 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.95, k.q-E z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.95, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.95, MI: dokładność numerycznej reprezentacji liczb 16 bitów oraz częstotliwość całkowania równań ruchu f>20 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu STS/LM przy niskiej dokładności)*.

E2 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.95 i k.z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.98, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.95, MI: dokładność numerycznej reprezentacji liczb 16 bitów oraz częstotliwość całkowania równań ruchu f>20 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu STS/LM przy zadowalającej dokładności)*.

E3 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.95 i k.z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.98, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.95, MI: dokładność numerycznej reprezentacji liczb 16 bitów oraz częstotliwość całkowania równań ruchu f>40 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu STS/LM przy wymaganej wysokiej dokładności)*.

F. Zadanie STS i przewidywana wysoka dynamika zmian parametrów dynamicznych i kinematycznych ruchu (F1-F3):

F1 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.95 i k.z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.95, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.95, MI: dokładność numerycznej

reprezentacji liczb 16 bitów oraz częstotliwość całkowania równań ruchu f>40 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu STS/HM przy niskiej dokładności)*.

F2 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.95 i k.z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.98, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.96, MI: dokładność numerycznej reprezentacji liczb 32 bity oraz częstotliwość całkowania równań ruchu f>40 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu STS/HM przy zadowalającej dokładności)*.

F3 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.95 i k.z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.98, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.98, MI: dokładność numerycznej reprezentacji liczb 32 bity oraz częstotliwość całkowania równań ruchu f>60 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu STS/HM przy wysokiej dokładności)*.

G. Zadanie LTS i przewidywana niska dynamika zmian parametrów dynamicznych i kinematycznych ruchu (G1-G3):

G1 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.98 i k.z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.98, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.98, MI: dokładność numerycznej reprezentacji liczb 32 bity oraz częstotliwość całkowania równań ruchu f>80 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu LTS/LM przy niskiej dokładności)*.

G2 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.98 i k.z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.98, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.99, MI: dokładność numerycznej reprezentacji liczb 32 bity oraz częstotliwość całkowania równań ruchu f>100 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu LTS/LM przy zadowalającej dokładności)*.

G3 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.98 i k.z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.98, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.99, MI: dokładność numerycznej reprezentacji liczb 32 bity oraz częstotliwość całkowania równań ruchu f>120 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu LTS/LM przy żądanej wyskiej dokładności)*.

H. Zadanie LTS i przewidywana wysoka dynamika zmian parametrów dynamicznych i kinematycznych ruchu (H1-H2):

H1 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.98 i k.z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.98, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.99, MI: dokładność numerycznej reprezentacji liczb 32 bity oraz częstotliwość całkowania równań ruchu f>120 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu LTS/HM przy zadowalającej dokładności).*

H2 - MA: dokładność określenia charakterystyk aerodynamicznych a>0.98 i k.z.k., MN: dokładność metod aproksymacji a>0.98, dokładność określenia sygnałów sterujących d>0.99, MI: dokładność numerycznej reprezentacji liczb 64 bity oraz częstotliwości całkowania równań ruchu f>140 Hz *(zastosowanie: symulacja lotu LTS/HM przy żądanej wysokiej dokładności).*

Poziomy uproszczeń MI decydują również o mocy obliczeniowej i klasie maszyny matematycznej, której zastosowanie jest niezbędne do uzyskania wyników komuterowej symulacji lotu o żądanej dokładności. Minimalne wymagania w tym aspekcie spełnia maszyna klasy PC o dużej mocy obliczeniowej i 16 bitowej reprezentacji liczb lub mała stacja robocza. Zalecane jest stosowanie stacji roboczej o 32 reprezentacji liczb. Wysoką dokładność wyników zapewnia stacja robocza o 64 bitowej reprezentacji liczb lub mały *mainframe*. Stosowanie uproszczeń MI bez analizy ich celowości w postaci wyróżników jego funkcjonowania w zadaniu symulacyjnym może prowadzić do uzyskania wyników o zbyt niskiej dokładności i zafałszować wyniki badań.

4. Podsumowanie

W pracy podano poziomy uproszczeń MA oraz MI klasycznych SP typu TOL dla przestrzeni stanu za wyjątkiem parametrów transgranicznych. Przy ich sformułowaniu jako wyróżniki przjęto następujące cechy: przewidywany czas funkcjonowania modelu w badaniach symulacyjnych, przewidywaną dynamikę zjawisk występujących w trakcie symulowanego lotu, ogólnie rozumianą dokładność netod numerycznych zastosowanych w modelu, dokładnośc parametrów sterowania modelem SP oraz częstotliwość całkowania równań ruchu. Autor ma nadzieję, że treść niniejszej pracy będzie stanowić inspirację do podjęcia i rozwinięcia tego kierunku badań modelowych, w tym również dla innych niż TOL statków powietrznych.

Stosowanie uproszczeń MA oraz MI statku powietrznego bez uwzględnienia charakteru, czasu trwania przewidywanego ruchu SP, cech charakterystycznych i specyfiki budowy MI nie powinno mieć miejsca, gdyż prowadzi do zafałszowania wyników badań bez możliwości określenia charakteru i wielkości popełnianego przy tej okazji błędu.

Określenie dopuszczalnych poziomów uproszczeń MA oraz MI statków powietrznych innych niż TOL (a w szczególności śmigłowców) oczekuje na rozwiązanie i wymaga odrębnych studiów teoretycznych popartych analizami komputerowych badań symulacyjnych, badaniami naziemnymi i w locie. Należy zwrócić uwagę na techniczną stronę realizacji tych badań. W przypadku badań w locie należy zapewnić dostateczną liczbę kanałów rejestracji parametrów lotu (minimum 100) przy wysokiej dokładności i częstotliwości rejestrowanych parametrów. W przypadku badań tunelowych pożądane jest dysponowanie tunelem aerodynamicznym umożliwiającym badanie kompletnej bryły SP obdarzonej możliwością dynamicznych zmian położenia ruchomych elementów kongiguracji oraz całej bryły w przestrzeni pomiarowej. W badaniach symulacyjnych pożądane jest dysponowanie maszyną matematyczną o mocy obliczeniowej równej co najmniej stacji roboczej lub małym mainframe'm o 64-bitowym słowie maszynowym.

Literatura

1. BOROWSKI J., SOBIERAJ W., *Wpływ stopnia uproszczenia modelu na symulację dynamiki samolotu jako obiektu sterowania*, V Ogólnopolska Konferencja "Mechanika w Lotnictwie", PTMTS O/Warszawa, Warszawa 1992.
2. ETKIN B.E., *Dynamics of Atmospheric Flight*, John Willey & Sons Inc., New York, London, Sydney, Toronto 1972.
3. GUTOWSKI R., SWIETLICKI W., *Dynamika i drgania układów mechanicznych*, PWN, Warszawa 1988.
4. MARYNIAK J., *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, WPW, Warszawa 1979.
5. MARYNIAK J., *Modelowanie fizyczne i matematyczne w dynamice obiektów ruchomych*, XXVI Sympzjon "Modelowanie w Mechanice", PTMTS O/Gliwice, Kudowa 1987.
6. MARYNIAK J., *Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu*, V Ogólnopolska Konferencja "Mechanika w Lotnictwie", PTMTS O/Warszawa, Warszawa 1992.
7. STEVENS B.L., LEWIS F.L., *Aircraft Control and Simulation*, Willey & Sons, New York 1992.

8. ZAGDAŃSKI Z., *Selected problems of modelling of 3-D flight of Aircraft*, Proc. of the Second Seminar RRDPAE, ed. by Zdobysław Goraj, part II, Research Bulletin number 6, (1997), Institute of Aeronautics and Applied Mechanics, Warsaw University of Technology, Warsaw 1997, pp.159-163.
9. ZAGDAŃSKI Z., *Stany awaryjne statków powietrznych*, Wyd. ITWL, Warszawa 1995.
10. ZAGDAŃSKI Z., *Jakość wyników komputerowego modelowania lotu samolotu*, Materiały konferencyjne VI Krajowej Konferencji Nukowo-Dydaktycznej "Automatyzacja i Eksploatacja Systemów Sterowania", red.: Z. Kitowski, B. Żak, R. Strudański, T. Kautz, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 15-17.10.1997, AMW Wewn. 942/97, s. 129-136.

SIMPLIFICATIONS OF COMPUTER-BASED MODEL OF AIRCRAFT FLIGHT DYNAMICS

ZBIGNIEW ZAGDAŃSKI

Air Force Institute of Technology, Warsaw

The intended aim of the paper is to present simplifications of mathematical and computer-based models of flight dynamics of classical aircraft of the TOL type. The term „simplification" has been precisely defined. What has been distinguished are the levels of such simplifications, and possible applications thereof from the point of view of accuracy of results of computer-based simulation of flight dynamics.

---

* *Praca została wykonana w ramach projektu badawczego 9T12C 110 14 finansowanego przez KBN w latach 1998-99.*

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

ZASTOSOWANIE NIELINIOWEJ DYNAMIKI ODWROTNEJ DO STEROWANIA RUCHEM SAMOLOTU

MARIA ZŁOCKA

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej, Politechnika Warszawska, Warszawa

Celem pracy jest zastosowanie nieliniowej dynamiki odwrotnej do czynnego sterownia ruchem samolotu na dużych kątach natarcia. Syntezę nieliniowego, stabilizującego prawa sterowania wykonano dla modeli matematycznych nieliniowych drgań samowzbudnych typu „wing rock". Przykładowe obliczenia wykonano dla samolotu klasy F-16. Otrzymane wyniki porównano z nieliniowym sterowaniem optymalnym i suboptymalnym.

1. Wstęp

Współczesne samoloty wykonują manewry na kątach natarcia nawet do 120 stopni. Tradycyjne metody czynnego sterowania, oparte na liniowych modelach ruchu w przypadku takich manewrów przestają być przydatne. Równania matematyczne opisujące ruch samolotu na dużych kątach natarcia są nieliniowe i silnie ze sobą sprzężone. Synteza nieliniowego prawa sterowania, zależnie od stosowanej metody, wymaga uproszczenia postaci równań. Z tego względu synteza nieliniowego optymalnego prawa sterowania metodą funkcji Lapunowa jest możliwa tylko dla szczególnych przypadków ruchu samolotu na dużych kątach natarcia. Największą trudnością syntezy staje się znalezienia odpowiedniej funkcji Lapunowa. Znane metody wyznaczania funkcji Lapunowa [3] wymagają tak dużego uproszczenia równań ruchu, że sterowanie optymalne jest możliwe tylko do stabilizacji ruchu ustalonego [4]. Zadanie, nawet w przypadku stabilizacji, bardo komplikuje się wraz ze wzrostem uwzględnianych stopni swobody. Pewnym rozwiązaniem jest zastąpienie sterowania optymalnego sterowaniem suboptymalnym, jednak i w tym przypadku dużą trudność stanowi wyznaczenia macierzy Riccatiego.

W przypadku nieliniowego modelu matematycznego ruchu samolotu na dużych kątach natarcia bardziej uniwersalne wydaje się być zastosowanie syntezy sterowania w oparciu o nieliniową dynamikę odwrotną [2]. Metoda ta zwana linearyzacją ze względu na wektor wyjścia może być stosowana zarówno do stabilizacji jak i do sterowania lotem manewrowym [2].

2. Nieliniowa dynamika odwrotna

Synteza nieliniowego prawa sterowania w oparciu o nieliniową dynamikę odwrotną wymaga następującej postaci modelu matematycznego ruchu samolotu:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u}\,, \quad \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \tag{1}$$

gdzie: wymiar wektora stanu $\mathbf{x}$ jest równy n, a wymiar wektora sterowania $\mathbf{u}$ i wektora wyjścia $\mathbf{y}$ jest równy m. Prawo sterowania ma postać

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x})[\mathbf{v} - \mathbf{N}(\mathbf{x})], \tag{2}$$

w której:

$$\mathbf{v} = \mathbf{P}_0\mathbf{y}_z - \sum_{j=0}^{r-1}\mathbf{P}_j\mathbf{y}^{(j)}.$$

Indeks j oznacza j-tą pochodną wektora wyjścia. $\mathbf{P}_j$ są stałymi macierzami o wymiarach mxm, przyjmowanymi arbitralnie. Natomiast y_z oznacza zadany ruch..

Rozprzęgająca macierz $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ ma postać

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{G}_1} L_{\mathbf{F}}^{r_1-1} h_1 & ,\ldots, & L_{\mathbf{G}_m} L_{\mathbf{F}}^{r_1-1} h_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ L_{\mathbf{G}_1} L_{\mathbf{F}}^{r_m-1} h_m & ,\ldots, & L_{\mathbf{G}_m} L_{\mathbf{F}}^{r_m-1} h_m \end{bmatrix} \tag{3}$$

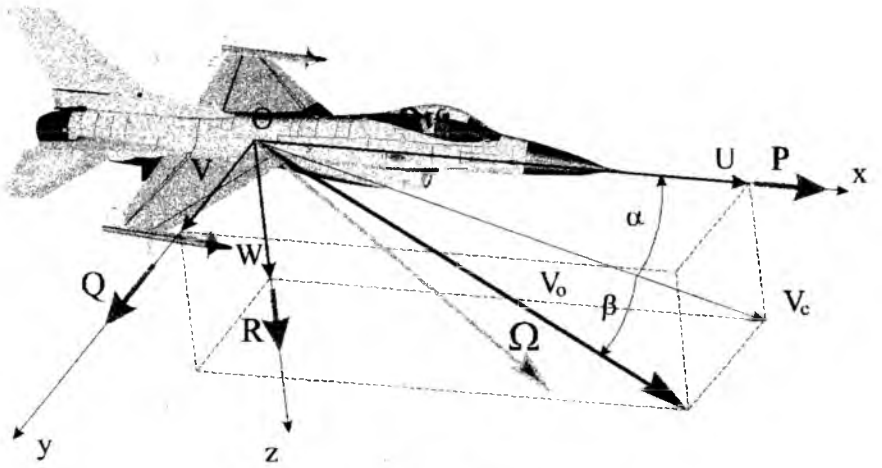
w której $L_{\mathbf{F}}h = \nabla h\mathbf{F}$ jest pochodną Liego funkcji h względem pola wektorowego $\mathbf{F}$.

Natomiast $\mathbf{N}(\mathbf{x}) = [L_{\mathbf{F}}^{r_j} h_j(\mathbf{x})]$, dim $\mathbf{x}$ = n, dim $\mathbf{u}$ = dim $\mathbf{y}$ = m, a relatywny stopień względności $r = \sum_{j=1}^{m} r_j$ istnieje jeżeli det $\mathbf{D}(\mathbf{x}) \neq 0$

$$\text{i } L_{\mathbf{G}_i} L_{\mathbf{F}}^{k} h_j(\mathbf{x}) = 0 \text{ dla } 0 \le k \le r_i - 1 \quad (1 \le i, j \le m),$$

Proces sterowania będzie realizowany gdy relatywny stopień względności r = n. W przypadku gdy $r \le n$ powodzenie sterowania zależy od dynamiki wewnętrznej.

3. Matematyczny model przestrzennego ruchu samolotu



Rys. 1. Przyjęty układ współrzędnych.

Równania ruchu samolotu w locie przestrzennym dla układu współrzędnych sztywno związanym z samolotem (rys. 1) wyprowadzone są zwykle przy zastosowaniu formalizmu Boltzmanna-Hamela. Równania te są nieliniowe.
W przypadku ogólnym wektor wyjścia jest również nieliniowy:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u}), \qquad \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}), \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad . \tag{4}$$

W powyższych równaniach $\mathbf{x}$ jest wektorem stanu, a $\mathbf{u}$ wektorem sterowania. Wektor stanu w równaniu (4) zależy od uwzględnianych dodatkowych stopni swobody (np. ruch powierzchni sterowych, dynamika serwomechanizmów, dynamika silnika), od układu, w którym wyprowadzone są dynamiczne równania ruchu, jak również od równania wyjścia . W układzie samolotowym, dla samolotu sztywnego w ruchu przestrzennym realizującym, między innymi korkociąg, wektor stanu ma postać:

$$\mathbf{x} = [\, U, V, W, P, Q, R, \Theta, \Phi, \Psi, h \,]^T , \tag{5}$$

w której U,V,W są współrzędnymi wektora prędkości $\mathbf{V_0}$,
P, Q, R są współrzędnymi wektora prędkości kątowej samolotu Ω,
Θ, Φ, Ψ są kątami Eulera, a h jest wysokością lotu.

Wektor sterowania dla samolotów o klasycznym sterowaniu można przedstawić jako: $\mathbf{u} = [\delta_H, \delta_L, \delta_V, \delta T]^T$, gdzie występują kolejno kąt wychylenia steru wysokości, kąt wychylenia lotek, kąt wychylenia steru kierunku, kąt otwarcia

przepustnicy. Współrzędne wektora prawych stron **f** równania (4) są nieliniowymi funkcjami współrzędnych wektorów stanu i sterowania.

$$f_1 = -QW + RV + \frac{X}{m}\ ,\ f_2 = -RU + PW + \frac{Y}{m}\ ,\ f_3 = -PW + QU + \frac{Z}{m}$$

$$f_4 = \left(\frac{J_x - J_z}{J_x} - \frac{J^2_{xz}}{J_x J_z}\right)\frac{QR}{D} + \left(1 - \frac{J_y - J_x}{J_z}\right)\frac{J_{xz}PQ}{J_x D} + \frac{L}{J_x D} + \frac{J_{xz}N}{J_x J_z D}$$

$$f_5 = \frac{M}{J_y} + \frac{J_z - J_x}{J_y}QP + \frac{J_{xz}}{J_y}\left(R^2 - P^2\right) \tag{6}$$

$$f_6 = \left(\frac{J^2_{xz}}{J_x J_z} - \frac{J_y - J_x}{J_z}\right)\frac{PQ}{D} + \left(\frac{J_y - J_z}{J_x} - 1\right)\frac{J_{xz}QR}{J_z D} + \frac{J_{xz}L}{J_x J_z} + \frac{N}{J_z D}$$

$$\begin{bmatrix} f_7 \\ f_8 \\ f_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\Phi\tan\Theta & \cos\Phi\tan\Theta \\ 0 & \cos\Phi & -\sin\Phi \\ 0 & \sin\Phi\sec\Theta & \cos\Phi\sec\Theta \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix},$$

$$f_{10} = U\sin\Theta - V\sin\Phi\cos\Theta - W\cos\Phi\cos\Theta$$

gdzie:

$$D = 1 - \frac{J^2_{xz}}{J_x J_z},\ X = F_x - mg\sin\Theta + T_x\ ,\ Y = F_y + mg\cos\Theta\sin\Phi,$$

$$Z = F_z + mg\cos\Theta\cos\Phi + T_z.$$

F jest wektorem sił aerodynamicznych, **M** = [L, M, N]^T jest momentem aerodynamicznym,

m jest masą samolotu , g przyspieszeniem ziemskim,

T = [T_X ,0 ,T_Z]^T ciągiem , J_X, J_Z ....są momentami bezwładności.

Siły i momenty aerodynamiczne nieliniowo zależą między innymi od kąta natarcia α i kąta ślizgu β, które są zdefiniowane jako:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{W}{U}\right),\quad -\pi \le \alpha \le \pi\ ,\quad \beta = \arcsin\left(\frac{V}{V_0}\right)\quad -\pi \le \beta \le \pi\ .$$

Siły i momenty aerodynamiczne dla lotu manewrowego (dla Macha mniejszego od 0.5) można przedstawić w postaci:

$$\begin{aligned} X = -mg\sin\Theta + X_s(\alpha,\beta) + \sum_j X_{\delta_j}(\alpha,\beta)\delta_j + X_P(\alpha,\beta)P + \\ + X_Q(\alpha,\beta)Q + X_R(\alpha,\beta)R + X(\alpha,\beta)_{PQ}PQ + X(\alpha,\beta)_{PP}P^2 + .. + T_x \end{aligned} \tag{7}$$

Postać siły zależy liniowo od wychyleń powierzchni sterowych. Tradycyjne to uproszczenie pozwala na przekształcenie równań ruchu do postaci (1)

wymaganej w nieliniowej dynamice odwrotnej. Przedstawiona wzorem (7) współrzędna siły jest zależna również od pochodnych liczonych względem poszczególnych współrzędnych wektora stanu. Jak wykazała analiza wrażliwości [5] tak zwane pochodne krzyżowe można pominąć. W modelowaniu większości manewrów można pominąć również pochodne wyższego rzędu. Tylko szczególne ruchy takie jak wing rock wymagają ich uwzględnienia.

Wing rock na ogół modelowany jest ruchem o trzech stopniach swobody [1] W przypadku wing rocka postać sił i momentów aerodynamicznych w dużej mierze zależy od kształtu płata samolotu. Dla samolotu klasy F-16 , dla wing rocka o trzech stopniach swobody, mają one postać:

$$Y = q \cdot S \cdot \left[Cy_0(\alpha,\beta) + \left(Cy_p(\alpha) \cdot P + Cy_r(\alpha) \cdot R\right) \cdot \frac{b}{2 \cdot V_o} + Cy_{\delta_V} \delta_V + Cy_{\delta_L} \delta_L \right]$$

$$L = q \cdot S \cdot b \cdot \left[\begin{array}{l} Cl_0(\alpha,\beta) + Cl_r(\alpha) \cdot \frac{R \cdot b}{2 \cdot V_o} + Cl_{\delta_L} \delta_L + Cl_{\delta_V} \delta_V + \\ \left(Cl_p(\alpha) + + Cl_{p\beta} \cdot |\beta| + Cl_{pp} \cdot |P| \cdot \frac{b}{2 \cdot V_o}\right) \cdot \frac{P \cdot b}{2 \cdot V_o} \cdot \end{array} \right] \tag{8}$$

$$N = q \cdot S \cdot b \cdot \left[\begin{array}{l} Cn_0(\alpha,\beta) + Cn_r(\alpha) \cdot \frac{R \cdot b}{2 \cdot V_o} + Cn_{\delta_L} \delta_L + Cn_{\delta_V} \delta_V + \\ \left(Cn_p(\alpha) + + Cn_{p\beta} \cdot |\beta| + Cn_{pp} \cdot |P| \cdot \frac{b}{2 \cdot V_o}\right) \cdot \frac{P \cdot b}{2 \cdot V_o} \end{array} \right],$$

w której q oznacza ciśnienie dynamiczne, S jest powierzchnią płata, a b jego rozpiętością.

4. Zastosowanie nieliniowej dynamiki odwrotnej do sterowania WR

W przypadku wing rocka o trzech stopniach swobody wymiar wektora stanu $\mathbf{x} = [\, V, P, R, \Phi, \Psi \,]^T$ zmniejsza do pięciu, a wektor sterowania $\mathbf{u} = [\delta_L, \delta_V \,]^T$ jest dwuwymiarowy. Układ równań ruchu przekształca się do postaci:

$$\dot{V} = -RU + PW + \frac{Y}{m} \quad , \quad \dot{P} = \frac{L}{J_x D} + \frac{J_{xz} N}{J_x J_z D} \quad , \quad \dot{R} = \frac{J_{xz} L}{J_x J_z} + \frac{N}{J_z D} \tag{9}$$

$$\dot{\Phi} = P + R \cdot \tan\Theta \cos\Phi \quad , \quad \dot{\Psi} = R \cdot \cos\Phi \sec\Theta$$

w której U, W, Θ są wielkościami stałymi (parametry lotu ustalonego).

a Y, L, N są określone wzorami (8).

W układzie równań ruchu przedstawionym w postaci wektorowej

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\,\mathbf{u} \quad , \quad \mathbf{y} = [\Phi, \Psi] \tag{10}$$

wymiar wektora stanu n jest równy 5, wymiary wektora sterowania i wektora wyjścia jest równy 2.

Po uwzględnieniu tego, że w wing rocku amplituda ruchu poprzecznego „P." jest dużo większa od amplitudy ruchów pozostałych [1], po zaniedbaniu momentu bezwładności J_{xz} i przyjęciu, że lot ustalony jest poziomy, układ równań (9) można przekształcić do postaci:

$$\dot{\beta} = \frac{Y}{mV_0} + \frac{g}{V_0}\cos\alpha\sin\Phi + P\sin\alpha - R\cos\alpha\,, \quad \dot{P} = \frac{L}{J_x}\,, \quad \dot{R} = \frac{N}{J_z}, \tag{11}$$

$$\dot{\Phi} = P\,, \quad \dot{\Psi} = R\sec\alpha\,, \quad \Theta = \alpha\,.$$

Czyli wektor $\mathbf{F(x)}$ w równaniu (10) ma współrzędne:

$$F_1(\mathbf{x}) = \frac{Y(\mathbf{x},\mathbf{u}=\mathbf{0})}{mV_0} + \frac{g}{V_0}\cos\alpha\sin\Phi + P\sin\alpha - R\cos\alpha\,, \tag{12}$$

$$F_2(\mathbf{x}) = \frac{L(\mathbf{x},\mathbf{u}=\mathbf{0})}{J_x}, \quad F_3(\mathbf{x}) = \frac{N(\mathbf{x},\mathbf{u}=\mathbf{0})}{J_z}, \quad F_4(\mathbf{x}) = P\,, \quad F_5(\mathbf{x}) = R\sec\alpha\,,$$

a macierz $\mathbf{G(x)}$ i wektor wyjścia mają postać:

$$\mathbf{G(x)} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{\delta_L}}{mV_0} & 0 \\ \frac{L_{\delta_L}}{J_x} & \frac{L_{\delta_R}}{J_x} \\ \frac{N_{\delta_L}}{J_z} & \frac{N_{\delta_L}}{J_z} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi \\ \Psi \end{bmatrix} \tag{13}$$

Synteza nieliniowego prawa sterowania przy wykorzystaniu nieliniowej dynamiki odwrotnej wymaga następującego zróżniczkowania wektora wyjścia:

$$\dot{y}_1 = \frac{\partial h_1}{\partial \mathbf{x}}\dot{\mathbf{x}}, \quad \dot{y}_2 = \frac{\partial h_2}{\partial \mathbf{x}}\dot{\mathbf{x}},$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial \mathbf{x}} = [0,0,0,1,0] \quad \frac{\partial h_2}{\partial \mathbf{x}} = [0,0,0,0,1] \quad \dot{y}_1 = P \quad \dot{y}_2 = R\cdot\sec\alpha\,, \tag{14}$$

$$\ddot{y}_1 = \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}(\dot{y}_1)\right]\cdot\dot{\mathbf{x}}\,, \quad \ddot{y}_1 = \dot{P}\,, \quad \ddot{y}_2 = \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}(\dot{y}_2)\right]\cdot\dot{\mathbf{x}}\,, \quad \ddot{y}_2 = \dot{R}\cdot\sec\alpha\,.$$

Po podstawieniu wzorów (8) do (11) w pochodnych drugiego rzędu współrzędnych wektora wyjścia pojawiają się współrzędne wektora sterowania. Relatywny stopień względności $r = r_1 + r_2 = 4 < n$ jest mniejszy od wymiaru wektora stanu. Realizacja procesu sterowania będzie zależeć zatem od stateczności dynamiki wewnętrznej.

Nieliniowe sterowanie w przypadku wing rocka opisanego równaniami (11) ma postać

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x})[\mathbf{v} - \mathbf{N}(\mathbf{x})] \tag{15}$$

w której

$$v_1 = -P_{11}\dot{y}_1 - P_{01}y_1 \quad , \quad v_2 = -P_{12}\dot{y}_2 - P_{02}y_2 ,$$

$$N_1(\mathbf{x}) = \frac{L(\mathbf{x},\mathbf{u}=\mathbf{0})}{J_x} \quad , \quad N_2(\mathbf{x}) = \frac{N(\mathbf{x},\mathbf{u}=\mathbf{0})}{J_z}\sec\alpha \ .$$

Sterowanie jest możliwe gdy spełniony jest warunek dotyczący macierzy rozprzęgającej

$$\det(\mathbf{D}(\mathbf{x})) = \frac{\sec\alpha}{J_x J_z}\left(L_{\delta_L}N_{\delta_R} - L_{\delta_R}N_{\delta_L}\right) \neq 0 . \tag{16}$$

Elementy P_{ij} są dobierane tak aby proces sterowania był stateczny, a stałe czasowe systemu były dla danego samolotu realne.

Dużym problemem w modelu wing rocka o trzech stopniach swobody jest wyznaczenie wiarygodnych aerodynamicznych pochodnych wyższego rzędu. Dlatego też model wing rocka upraszcza się do układu o jednym stopniu swobody. W takim przypadku ruch opisany jest równaniami:

$$\dot{\Phi} = P ,$$

$$\dot{P} = a_1\Phi + a_2 P + a_3|\Phi|P + a_4|P|P + b_1\delta_L , \tag{17}$$

gdzie: $\beta \approx \Phi \cdot \sin\alpha$ $\quad a_1 = \frac{\rho V_s^2 Sb}{2J_x}C_{l\beta}\sin\alpha_s$, $\quad a_2 = \frac{\rho V_s Sb^2}{4J_x}C_{lp}$,

$$a_3 = \frac{\rho V_s Sb^2}{4J_x}C_{lp\beta}\sin\alpha_s , \qquad a_4 = \frac{\rho Sb^3}{8J_x}C_{lpp} \cdot , \quad b_1 = \frac{\rho V_s^2 Sb}{2J_x}C_{\delta_L} .$$

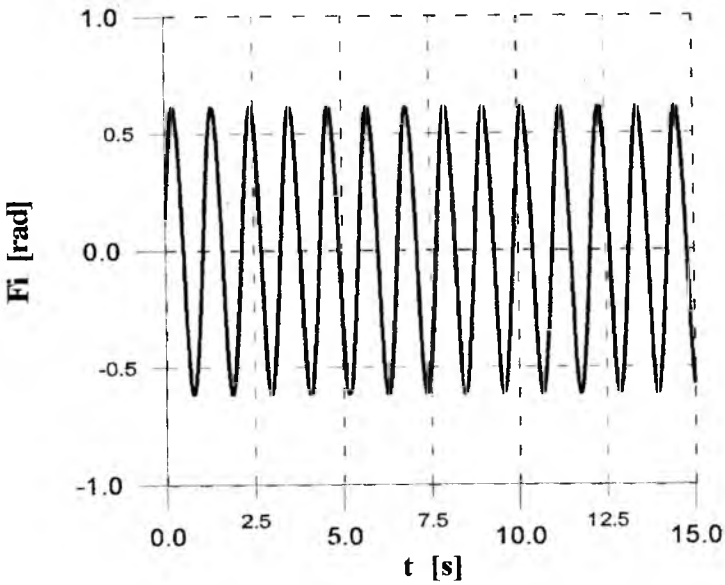
W przypadku tym wektor wyjścia jest jednowymiarowy i do syntezy nieliniowego sterowania metodą dynamiki odwrotnej przyjęto jego postać $\mathbf{y} = \Phi$. Również w tym przypadku wektor wyjścia musi być dwukrotnie zróżniczkowany aby pojawił się w wyrażeniu wektor sterowania

$$\ddot{y} = F_2(\mathbf{x}) + b_1 \cdot \delta_L \quad \text{gdzie} \quad F_2(\mathbf{x}) = a_1\Phi + a_2 P + a_3|\Phi|P + a_4|P|P \ . \tag{18}$$

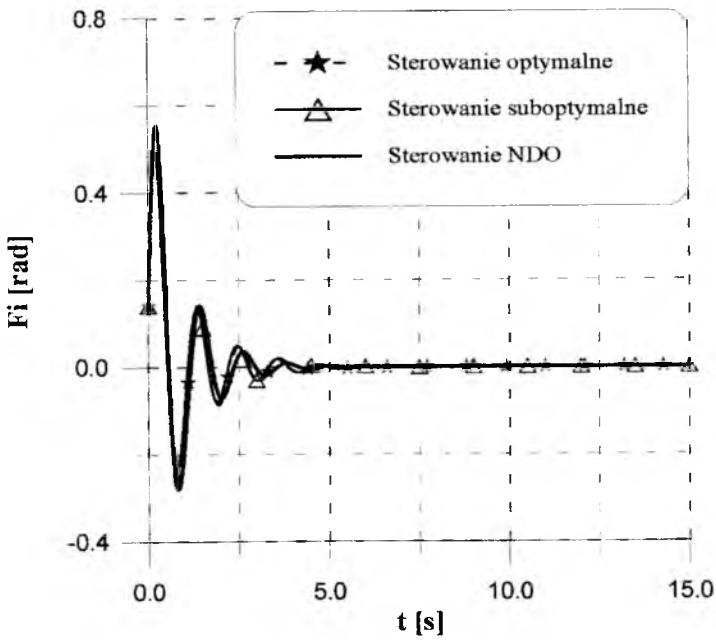
Otrzymane sterowania ma postać

$\delta_L = \frac{1}{b_1}\left(\ddot{y} - F_2(\mathbf{x})\right)$, a przyjmując $y_z = 0$ i podstawiając $\ddot{y} + P_1\dot{y} + P_0 y = 0$,

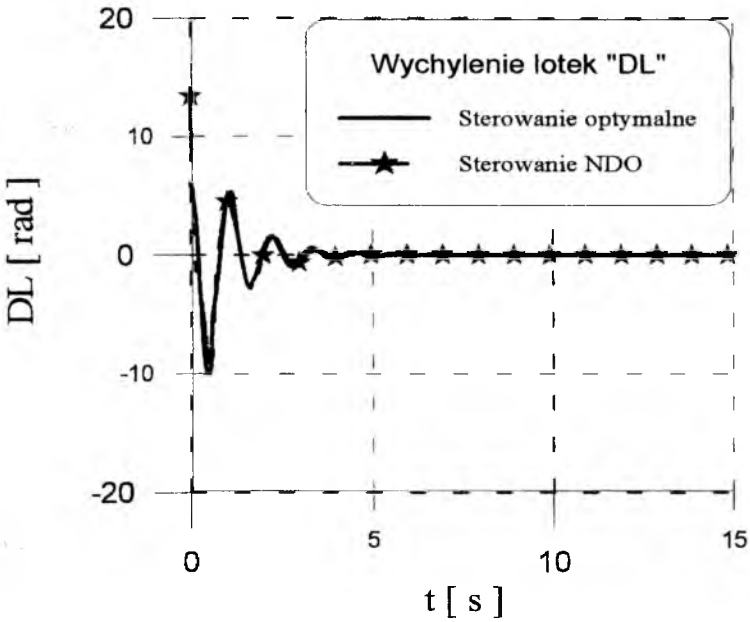
będzie ono eliminowało drgania typu wing rock.



Rys. 2. Symulacja ruchu nie sterowanego.



Rys. 3. Symulacja wing rocka sterowanego.



Rys. 4. Wychylenie lotek.

W przedstawionym przykładzie stałe P_i zostały tak dobrane aby otrzymane rezultaty sterowania można byłoby porównać ze sterowaniem otrzymanym przy użyciu funkcji Lapunowa. [4]

5. Uwagi końcowe

Symulacja numeryczna ruchu sterowanego została wykonana dla samolotu klasy F-16. W wyniku doboru stałych P_i otrzymano rezultaty takie same jak w sterowaniu subotymalnym i prawie takie same jak w sterowaniu optymalnym. Synteza prawa sterowania w oparciu o nieliniową dynamikę odwrotną wymaga znacznie mniejszego nakładu pracy w porównaniu do syntezy przy użyciu funkcji Lapunowa..

Wadą metody jest to, że relatywny stopień względności nie zawsze jest równy wymiarowi wektora stanu. W takim przypadku stateczność procesu zależy od stateczności dynamiki wewnętrznej. Następną wadą metody jest ograniczenie wymiaru wektora wyjścia do wymiaru wektora sterowania. W przypadku bardziej złożonego manewru pilot musiałby wybierać postać wektora wyjścia w następujących po sobie kolejnych pętlach sprzężenia zwrotnego.

Literatura

1. HSU C.H., LAN C.E. *„Theory of Wing Rock"*, J.of Aircraft 1985, Vol.22, No.10, pp.920-924.
2. LANE S., STENGEL R., *„Flight Control Design Using Non - Linear Invers Dynamics"*,Automatica, Vol. 24 No. 4, 1988;
3. PIETRUCHA J., ZŁOCKA M.: *„Aspekty teoretyczne metody funkcji Lapunowa do syntezy nieliniowego prawa sterowania samolotem"*, Mechanika w Lotnictwie "ML-VI" 1994 , PTMTiS, Warszawa 1995, str.441-457.
4. PIETRUCHA J., ZŁOCKA M.: *„Zastosowanie metody funkcji Lapunowa do sterowania zjawiskiem wing rock"*, ZN Katedry Mech. Tech. Pol. Śl., z.2, s. 193-196.
5. ZŁOCKA M.: *„O pewnej metodzie upraszczania modelu ruchu samplotu"* Mechanika w Lotnictwie, PTMTiS, Warszawa 1992, str.39-52.
6. ZŁOCKA M.: *„Synteza nieliniowego prawa sterowania czynnego ruchem wing-rock"* Mechanika w Lotnictwie "ML-VII"1996, , PTMTiS, Warszawa 1997, str.425-436.

THE APPLICATION OF NONLINEAR INVERSE DYNAMICS FOR AIRCRAFT CONTROL

MARIA ZŁOCKA

Institute of Aeronautics and Applied Mechanics, Warsaw University of Technology,

Mathematical models of aircraft motion have a nonlinear character. Therefore a nonlinear active control has to be applied for synthesis of the control function. Nonlinear inverse dynamics is this modern techniques of control design. In the paper, nonlinear control laws have been synthesized for wing rock stabilization of the F-16 aircraft. Same advantages and disadvantages of nonlinear inverse dynamics are discussed.

Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN nr 9T12C 01813

Polskie Towarzystwo Mechaniki
Teoretycznej i Stosowanej
MECHANIKA W LOTNICTWIE
"ML-VIII" 1998

Spis treści "ML-VIII" 1998

- **Baranowski L., Gacek J.** – Modelowanie procesu samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej średniego zasięgu w zmiennych warunkach atmosferycznych 5
- **Baranowski L., Gacek J.** – Numeryczne badania wpływu wybranych parametrów modelu fizycznego na proces samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej 17
- **Bęczkowski G., Lepionka M., Manerowski J., Zgrzywa F.** – Identyfikacja modelu dynamiki lotu sterowanego śmigłowca 29
- **Blajer W.** – Zalgebraizowane generowanie równań ruchu samolotu z ruchomymi sterami 41
- **Bojanowski J., Pasierski J.** – Specjalizowany program pomiarowy wszystkich parametrów tensora podatności kompletnego podwozia płozowego 53
- **Brusow W., Markin D., Markin N.** – Sterowanie i nawigowanie samolotem przy wykorzystaniu globalnego systemu nawigacji satelitarnej 69
- **Dżygadło Z., Nowotarski I., Olejnik A.** – Stateczność i nieliniowe drgania, regularne i chaotyczne, płyty w opływie naddźwiękowym 79
- **Dżygadło Z., Sibilski K.** – Zastosowanie teorii bifurkacji do analizy dynamiki samolotu na dużych kątach natarcia 89
- **Golański P., Manerowski J., Rymaszewski S.** – Model dynamiki lotu sterowanej rakiety 105

- **Gosiewski Z., Falkowski K.** – Identyfikacja łożyska megnetycznego z wykorzystaniem modelu ARX 117
- **Gosiewski Z., Paszowski M.** – Zastosowanie obserwatorów stanu do identyfikacji wirnika łożyskowanego megnetycznie 139
- **Goszczyński J., Goetzendorf-Grabowski T., Maryniak J., Michalski W., Pietrucha J.** – Identyfikacja parametrów ruchu samolotu – ocena możliwości 153
- **Graffstein J., Krawczyk M., Maryniak J.** – Symulacja manewrów specjalnych samolotu bezpilotowego 167
- **Grajecki M., Goszczyński J., Maryniak J., Pyrz J.** – Modelowanie i symulacja numeryczna lotu samolotu klasy I-22 Iryda przy różnych wariantach stanu lotu i redukcji ciągu silników 179
- **Hipsz T., Łucjanek W., Szumański K.** – Projekt koncepcyjny osłoniętego wirnika ogonowego śmigłowca SW-4 189
- **Jach K., Milewski E., Rutyna K., Szymanowski J.** – Wstępna analiza własności aerodynamicznych pocisków formowanych wybuchowo. Przegląd koncepcji konstrukcyjno-technologicznych układów wybuchowych 199
- **Klepacki Z.** – Wielokryterialna i wielozadaniowa optymalizacja samolotu 213
- **Korgul A.** – Nowa metoda identyfikacji trajektorii lotu obiektu powietrznego w trójwymiarowej przestrzeni 225
- **Koruba Z.** – O pewnej koncepcji zastosowania giroskopu swobodnego w bezpilotowym aparacie latającym (BAL) 241
- **Krawczyk M., Graffstein J.** – Zasady planowania misji obiektów bezpilotowych – refleksje po realizacji projektu badawczego 251
- **Ładyżyńska-Kozdraś E., Maryniak J.** – Dynamiczne równania przestrzennego lotu automatycznie sterowanej rakiety klasy ziemia-powietrze naprowadzanej na manewrujący obiekt latający 265
- **Majka A.** – Wyznaczanie optymalnych parametrów i obszarów specjalizacji samolotów realizujących założony zbiór zadań 279

- **Maryniak A.** – Neuropsychologiczne podstawy szkolenia operatora maszyn latających 287
- **Maryniak J.** – Analiza techniczna przebiegu ostatniej fazy lotu i katastrofy samolotu I-22 "Iryda" nr fabr. AN02-03 dnia 24.01.1996 r. w rejonie M. Niedźwiedź 297
- **Narkiewicz J., Marczak T.** – Sterowanie ruchem profilu dwuelementowego wymuszanego okresowo 311
- **Ortyl A., Gosiewski Z.** – Estymacja parametrów bloku pomiarowego inercjalnego bezkardanowego systemu orientacji przestrzennej (IBSOP) 321
- **Otrębska A., Maryniak J., Goszczyński J.** – Modelowanie i symulacja numeryczna dynamiki samolotu przy obciążeniu impulsowym od działka pokładowego w zależności od liczby pocisków w serii 339
- **Pawlak W.** – Monitorowanie osiągów silników K-15 na samolocie I-22 Iryda 349
- **Pietrucha J.** – Porównanie metod Krejna i Pontriagina wyznaczania sterowania czaso-optymalnego w zagadnieniach mechaniki lotu 361
- **Pietrucha J., Szafran K.** – Zagadnienia stabilizacji sprężystych obiektów latających na podstawie koncepcji sterowania lokalnie optymalnego 371
- **Rodzewicz M., Przekop A., Szybilski J.** – Badania spektrum obciążeń eksploatacyjnych oraz próby zmęczeniowe szybowca PW-5 "Smyk" 379
- **Sibilski K.** – Zastosowanie pewnej metody rozwiązania zagadnienia odwrotnego dynamiki do rekonstrukcji toru lotu samolotu podczas katastrofy 391
- **Sibilski K.** – Zastosowanie zmodyfikowanej metody pasowej do wyznaczania niestacjonarnych obciążeń aerodynamicznych samolotu 405

- **Sobieraj W., Pyzik L.** – Wykorzystanie sieci neuronowych do wstępnej diagnostyki lotniczego silnika turbinowego 419
- **Stanisławski J.** – Praca śmigła ogonowego w manewrach 433
- **Szumański A., Rodzewicz M.** – Badanie odporności łopaty wirnika nośnego śmigłowca IS-2 na oddziaływanie efektów bezpośrednich wyładowania atmosferycznego 445
- **Winczura Z., Żyluk A.** – Metoda wyznaczania warunków początkowych swobodnego ruchu bomby 455
- **Zagdański Z.** – Uproszczenia informatycznego modelu dynamiki lotu statku powietrznego 467
- **Złocka M.** – Zastosowanie nieliniowej dynamiki odwrotnej do sterowania ruchem samolotu 479

Wydawnictwo zostało sfinansowane przez:

- Instytut Lotnictwa, Warszawa
- Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa
- Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej Politechniki Warszawskiej
- Wydział Uzbrojenia i Lotnictwa Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie
- Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej

ISBN 83-902194-2-5

Zakład Poligraficzny KO, ul. Paryska 25, 03-945 Warszawa, tel./fax 617-60-87