

ZASTOSOWANIE TRANSFORMATY FALKOWEJ DO ESTYMACJI POCHODNYCH STABILNOŚCI I STEROWANIA

PIOTR LICHOTA

Politechnika Warszawska, Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
e-mail: Piotr.Lichota@pw.edu.pl

W artykule przedstawiono wyniki identyfikacji parametrycznej statku powietrznego przeprowadzonej przy użyciu zasady największej wiarygodności oraz dyskretnej transformaty falkowej. Analizę przedstawiono dla pionowzlotu w zawisie wzbudzonego sygnałami świergotowymi i jego ruchu kierunkowo-bocznego. Zarejestrowane parametry lotu poddano dekompozycji za pomocą falki Haara. Ich wpływ na wyniki identyfikacji został określony w oparciu o jakość i ilość informacji o obiekcie dostępną w zarejestrowanych danych pomiarowych. W tym celu wykorzystano funkcję koherencji w dziedzinie częstotliwości. Do przekształcenia przebiegów parametrów lotu z dziedziny czasu użyto nakładających się pół-sinusowych okien wygładzających i transformaty chirp-Z. Strukturę zidentyfikowanego modelu zbudowano, wykorzystując zlinearyzowane dynamiczne równania ruchu. Do oceny przeprowadzonej identyfikacji wykorzystano statystyczne miary jakości estymacji, analizę rezyduów i zdolności predykcyjne zidentyfikowanego modelu.

1. Wprowadzenie

Identyfikacja systemów jest procesem polegającym na wyznaczeniu modelu matematycznego danego obiektu, systemu lub procesu na podstawie zbioru wymuszeń, którym poddany został obiekt oraz jego odpowiedzi. Dla obiektów dynamicznych w procesie tym można wyróżnić główne etapy w postaci:

- zaplanowania i wykonania eksperymentów identyfikacyjnych,
- pomiaru sygnałów wejściowych i wyjściowych wraz z ich przetworzeniem,
- doboru właściwej metody identyfikacji,
- stworzenia adekwatnego modelu,

oraz etap weryfikacji służący do oceny jakości przeprowadzonej identyfikacji.

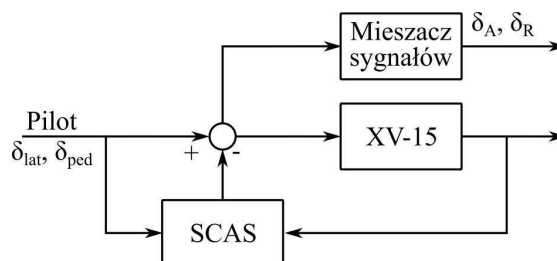
Dokładność uzyskanych rezultatów silnie zależy od sposobu, w jaki zostały przeprowadzone poszczególne etapy [2]. Jeśli eksperymenty identyfikacyjne nie będą w stanie dostarczyć odpowiednio bogatej informacji o obiekcie, to nie wszystkie cechy tego obiektu będzie dało się należycie odwzorować, np. gdy celem będzie identyfikacja oscylacji szybkich, ale w eksperymencie wzbudzone zostaną jedynie wysokie częstotliwości. W przypadku, gdy np. brak jest pomiarów określonych parametrów lotu lub są one zmierzone np. z niewystarczającą rozdzielczością, należy przeprowadzić proces ich rekonstrukcji na podstawie przebiegów pozostałych zarejestrowanych sygnałów wyjściowych. Określony typ zagadnienia może także powodować, że część z metod identyfikacji nie będzie nadawać się do jego realizacji, np. dla obiektów niestabilnych dynamicznie nie można zastosować identyfikacji w dziedzinie czasu metodą błędu wyjścia ze względu na problemy ze zbieżnością. Dobór właściwej struktury do danego problemu wywiera także silny wpływ na dokładność uzyskanych rezultatów, np. modele o zbyt dużej ilości zidentyfikowanych parametrów będą charakteryzowały się zwiększoną elastycznością podczas rozwiązywania problemu, wskutek czego zidentyfikowane współczynniki aerodynamiczne będą obciążone zbyt dużą niepewnością statystyczną.

W przypadku niestabilnych dynamicznie obiektów możliwa jest ich identyfikacja za pomocą: metod błędu równania (gdyż w podejściu tym nie ma bezpośredniego związku pomiędzy kolejnymi punktami pomiarowymi), metody błędu wyjścia w dziedzinie częstotliwości, metody błędu równania (ze względu na stabilizującą rolę estymatora stanu) czy sztucznych sieci neuronowych. W przypadku metod błędu równania wymaga to jednak danych pomiarowych o lepszej jakości niż w pozostałych metodach i zazwyczaj ogranicza się to do identyfikacji układów liniowych metodą najmniejszych kwadratów. W przypadku metody błędu wyjścia w dziedzinie częstotliwości również ogranicza się ona do identyfikacji modeli liniowych. Przeprowadzenie identyfikacji w dziedzinie czasu za pomocą tego podejścia wymaga wprowadzenia modyfikacji (np. dla stabilizowanej metody najmniejszych kwadratów czy metody najmniejszych kwadratów z rozdzieleniem zmiennych), które wprowadzają błędy modelowania lub dodatkowy szum przetwarzania. Zastosowanie metod błędu filtra, które podczas estymacji wykorzystują filtr Kalmana (w tym rozszerzony i bezśladowy), pozwala na identyfikację takich obiektów, ze względu na jego stabilizującą rolę, ale może prowadzić do zbyt dużej elastyczności modelu ze względu na identyfikację dodatkowych parametrów opisujących szum pomiarowy i przetwarzania. Co więcej, jeśli do identyfikacji wykorzystywane są dane z kilku manewrów (aby ograniczyć błędy przypadkowe), to nie można połączyć tych zbiorów w jednym procesie ze względu na odmienne wartości parametrów opisujących szum dla każdego manewru. Z kolei zastosowanie sztucznych sieci neuronowych wymaga większych zbiorów danych, co podnosi koszt identyfikacji. Dodatkowo, uzyskiwana jest bezpośrednio odpowiedź estymowanego modelu, a nie bezpośrednio wartości pochodnych i sterowania, które mogą być potrzebne np. w procesie projektowania układów stabilizacji.

Metodą na rozwiązanie tego problemu może być zastosowanie transformaty falkowej, która pozwala na połączenie cech dziedziny czasu, jak i dziedziny częstotliwości. Metoda ta została wykorzystana do identyfikacji modeli symulacyjnych samolotu transportowego (dla niemal liniowego i dla nienliniowego modelu ruchu) [3] oraz dla wirującego pocisku raketowego [4]. W niniejszej pracy metoda ta została wykorzystana do identyfikacji niestabilnego w zawisie pionowzlotu XV-15 na podstawie danych z rzeczywistych lotów testowych uzyskanych z [6].

2. Eksperyment identyfikacyjny

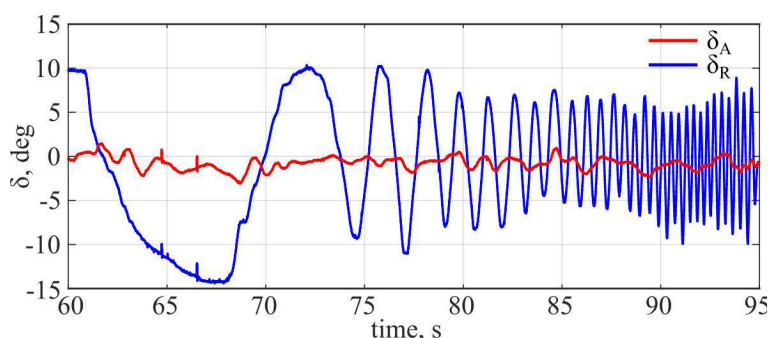
Podczas zawisu sterowanie pionowzlotem XV-15 w kanale przechyleń odbywa się poprzez zmianę sił ciągu każdego z wirników tak, aby na każdym miała różną wartość i tworzyła w ten sposób moment przechylający. Aby uzyskać sterowanie w kanale przechyleń, płaszczyzny wirników pochylane są w przeciwnym kierunku, wskutek czego poziome składowe sił ciągu tworzą moment pary sił będący momentem odchyłającym. Działania te są mechanicznie sprzężone z wychyleniami lotek (δ_A) i steru wysokości (δ_R). Obiekt dodatkowo wyposażony jest w układ poprawy stateczności (SCAS), zaś jego strukturę przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Architektura badanego układu

Obecność zamkniętej pętli sprzężenia zwrotnego powoduje, że w układzie pojawia się dodatkowy szum w sygnałach wejściowych, a ilość informacji o obiekcie zawartej w jego odpowiedzi jest ograniczona przez system SCAS. Ze względu na mechaniczne sprzężenie pomiędzy wymuszeniami dla wirnika oraz lotkami i sterem kierunku możliwa jest jednak identyfikacja w otwartej pętli sprzężenia zwrotnego poprzez przyjęcie wychyleń lotek i steru kierunku jako odpowiednika sygnałów wymuszających.

Do identyfikacji wykorzystano zbiór sygnałów wejściowych skradający się z danych z pięciu manewrów. W dwóch z nich główny sygnał sterujący realizowany był w kanale poprzecznym, a w trzech z nich w kanale odchyień. Wymuszenia były dane w postaci sygnałów świergotowych, w których najpierw wzbudzano niskie, a następnie wysokie częstotliwości. Dodatkowo, w każdym z manewrów sterowanie realizowane było także w drugim z kanałów, aby zmniejszyć wpływ szumu w sygnałach wejściowych dla otwartej pętli sprzężenia zwrotnego (który wynikał z obecności układu poprawy stateczności SCAS). Zbiór użytych wymuszeń dla jednego z manewrów został przedstawiony na rys. 2. W przypadku, gdy sygnał wejściowy był zadawany przez pilota głównie w kanale poprzecznym, to system SCAS był aktywny zarówno dla ruchu przechyłającego, jak i odchylającego. Gdy wymuszenie było zadawane głównie w kanale odchyień, to dla ruchu przechyłającego system był wyłączony, zaś dla odchylającego był włączony.



Rys. 2. Sygnały wymuszające w manewrze dla ruchu przechyłającego

Parametrami lotu, które wykorzystano jako sygnały wyjściowe były: prędkość kątowna przechyłania p , prędkość kątowna odchylania r , kąt przechylenia ϕ oraz przyspieszenie boczne mierzone w środku ciężkości statku powietrznego a_y . Dane pomiarowe próbkowane były z częstotliwością 250 Hz.

3. Model matematyczny

Model matematyczny identyfikowanego pionowzlotu wyprowadzono w kartezjańskim, prawoskrętnym układzie współrzędnych $Oxyz$ związanym z obiektem [1]. Początek układu współrzędnych znajdował się w środku ciężkości pionowzlotu, zaś oś Ox leżała w płaszczyźnie symetrii, była równoległa do średniej cięciwy aerodynamicznej i skierowana w stronę nosa statku powietrznego. Oś Oy skierowana była wzdłuż prawego skrzydła, a oś Oz do dołu. Orientację przestrzenną obiektu względem inercjalnego układu współrzędnych (grawitacyjnego), który pozostaje równoległy względem nieruchomego układu współrzędnych związanego z ziemią określają lotnicze kąty Eulera: przechylenia ϕ , pochylenia θ i odchylenia ψ .

Podczas wyprowadzania dynamicznych równań ruchu pionowzlotu przyjęto następujące założenia:

- statek powietrzny jest bryłą sztywną o sześciu stopniach swobody,
- statek powietrzny posiada pionową płaszczyznę symetrii geometrycznej i masowej,
- masa statku powietrznego oraz momenty bezwładności nie ulegają zmianie,

- sterowanie lotem odbywa się przez zmianę wartości i kierunku siły ciągów wirników nośnych oraz wychylenia powierzchni sterowych.
- wpływ wiatru można pominąć.

Do wyprowadzenia dynamicznych równań ruchu wykorzystano zasady zmienności pędu $\mathbf{\Pi}$ i krętu \mathbf{K}_O , które w układzie $Oxyz$ można zapisać jako

$$\frac{\tilde{\delta}\mathbf{\Pi}}{\tilde{\delta}t} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{\Pi} = \mathbf{F} \quad \frac{\tilde{\delta}\mathbf{K}_O}{\tilde{\delta}t} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{K}_O = \mathbf{M}_O \quad (3.1)$$

gdzie \mathbf{F} jest wektorem sił zewnętrznych, \mathbf{M}_O wektorem momentów sił zewnętrznych względem punktu O , $\mathbf{\Omega} = [P, Q, R]^T$ wektorem prędkości kątowej, zaś $\tilde{\delta}/\tilde{\delta}t$ oznacza pochodną lokalną.

Pęd i kręt bryły sztywnej w układzie $Oxyz$ dane są w postaci

$$\mathbf{\Pi} = m\mathbf{V} \quad \mathbf{K}_O = \mathbf{I}\mathbf{\Omega} \quad (3.2)$$

gdzie m jest masą samolotu, \mathbf{I} macierzą bezwładności, zaś $\mathbf{V} = [U, V, W]^T$ wektorem prędkości liniowej,

Ze względu na symetrię geometryczną i masową obiektu, momenty dewiacyjne $I_{xy} = 0$ i $I_{yz} = 0$, zatem macierz bezwładności dana jest jako

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

gdzie I_{ij} jest momentem bezwładności względem osi i , gdy obiekt obraca się względem osi j .

Po transformacji sił i momentów sił do układu współrzędnych $Oxyz$ i uzupełnieniu uzyskanych zależności o związki kinematyczne otrzymuje się

$$\begin{aligned} X + T - mg \sin \Theta &= m(\dot{U} + QW - RV) \\ Y + mg \sin \Phi \cos \Theta &= m(\dot{V} + RU - PW) \\ Z + mg \cos \Phi \sin \Theta &= m(\dot{W} + PV - QU) \\ L &= I_{xx}\dot{P} - I_{xz}\dot{R} + (I_{zz} - I_{yy})QR - I_{xz}PQ \\ M &= I_{yy}\dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz})PR + I_{xz}(P^2 - R^2) \\ N &= I_{zz}\dot{R} - I_{xz}\dot{P} + (I_{yy} - I_{xx})PQ + I_{xz}QR \\ \dot{\Phi} &= P + Q \sin \Phi \tan \Theta + R \cos \Phi \tan \Theta \\ \dot{\Theta} &= Q \cos \Phi - R \sin \Phi \\ \dot{\Psi} &= Q \sin \Phi \sec \Theta + R \cos \Phi \sec \Theta \end{aligned} \quad (3.4)$$

gdzie X, Y, Z są składowymi wektora wszystkich sił działających na obiekt za wyjątkiem siły ciężkości, L, M, N są składowymi wektora wszystkich momentów sił działających na obiekt.

Do linearyzacji wykorzystano teorię małych zaburzeń, przy czym w punkcie równowagi pionowzlot znajdował się w zawisie. Ze względu na stałą wartość przyspieszenia ziemskiego zlinearyzowane równania ruchu rozprzęgnięto na równania ruchu podłużnego i ruchu kierunkowo-bocznego. Z modelu dodatkowo wyeliminowano równanie opisujące zmiany kąta odchylenia, gdyż kąt ten nie wpływa na zmiany pozostałych parametrów lotu. W rezultacie otrzymano równania stanu

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{V} \\ \Delta\dot{P} \\ \Delta\dot{R} \\ \Delta\dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_V & Y_P & Y_R & g \cos \Theta_0 \\ L_V & L_P & L_R & 0 \\ N_V & N_P & N_R & 0 \\ 0 & 1 & \tan \Theta_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta P \\ \Delta R \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_A} & Y_{\delta_R} \\ L_{\delta_A} & L_{\delta_R} \\ N_{\delta_A} & N_{\delta_R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_A \\ \Delta\delta_R \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

gdzie Y_j , L_j i N_j to pochodne stanu i sterowania względem j -tej zmiennej stanu lub j -tej zmiennej sterowania:

$$\begin{aligned} Y_j &= \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial j} \\ L_j &= \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \frac{\partial L}{\partial j} + \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \frac{\partial N}{\partial j} \\ N_j &= \frac{I_{xx}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \frac{\partial N}{\partial j} + \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \frac{\partial L}{\partial j} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Ponieważ zestaw zarejestrowanych danych nie zawierał pomiarów prędkości bocznej, to w celu estymacji wielkości związanych z siłą boczną wykorzystane zostały przyspieszenia liniowe na tym kierunku. Równania obserwacji dane były zatem w postaci

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{P} \\ \Delta \dot{R} \\ \Delta \dot{\phi} \\ \Delta a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ Y_V & Y_P & V_R & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta P \\ \Delta R \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Y_{\delta_A} & Y_{\delta_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_A \\ \Delta \delta_R \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

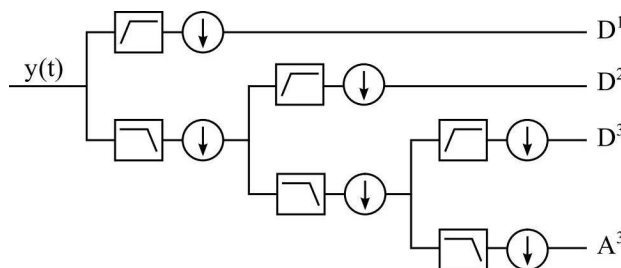
4. Analiza falkowa

Analiza falkowa jest narzędziem pozwalającym połączyć cechy opisu układu z dziedzin czasu oraz częstotliwości. Opiera się na funkcji wzorcowej z dwoma zmiennymi parametrami: skali a i przesunięcia b , które odpowiadają częstotliwości i chwili rozpoczęcia falki

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (4.1)$$

Dany sygnał pomiarowy porównywany jest z funkcją falkową o zadanych wartościach współczynników skali i przesunięcia. W wyniku tego otrzymywany jest współczynnik falkowy, który prezentuje zatem nie tylko jak duży jest wpływ danej częstotliwości na zachowanie układu, ale także w jakiej chwili czasu on występuje.

W celu zmniejszenia kosztu obliczeniowego opisane działanie może być wykonane w sposób dyskretny za pomocą algorytmu piramidy Mallata [5]. W podejściu tym sygnał pomiarowy jest dzielony na składowe nisko- i wysokoczęstotliwościowe (aproksymacje i detale). Następnie każda otrzymana składowa opisująca niskie częstotliwości ponownie jest dzielona na elementy nisko- i wysokoczęstotliwościowe. Proces jest powtarzany aż do ostatniego, założonego podziału (poziomu dekompozycji). Schemat tego działania można porównać do kaskady filtrów i przedstawiono go na rys. 3.



Rys. 3. Dekompozycja sygnału

Współczynniki aproksymacji oraz detali uzyskiwane w ten sposób otrzymuje się za pomocą zależności

$$A_l^{i,j} = \sum_k h_\psi[k-2l] A_k^{i,j-1} \quad D_l^{i,j} = \sum_k g_\psi[k-2l] D_k^{i,j-1} \quad (4.2)$$

gdzie h_ψ i g_ψ są współczynnikami filtrów zależącymi od wybranej wzorcowej funkcji falkowej. W analizowanym problemie do dekompozycji wybrana została falka Haara, gdyż jest mniej wymagająca obliczeniowo od innych funkcji falkowych, jej użycie wymaga wykorzystania mniejszej ilości pamięci, jest odwracalna i użyto jej skutecznie także podczas innych prac badawczych z tego zakresu. Współczynniki falkowe dla falki Haara wynoszą $h_\psi = [1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]$ oraz $g_\psi = [1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}]$.

Analiza falkowa została przeprowadzona dla każdego sygnału wyjściowego. W rezultacie otrzymano informację, jak dużo informacji o systemie można otrzymać na podstawie zadanej częstotliwości dla określonego przedziału czasu. Aby zwiększyć dokładność późniejszej identyfikacji, wprowadzono dodatkowo funkcję wagową, która kładła większy nacisk na dane pomiarowe obarczone mniejszymi błędami

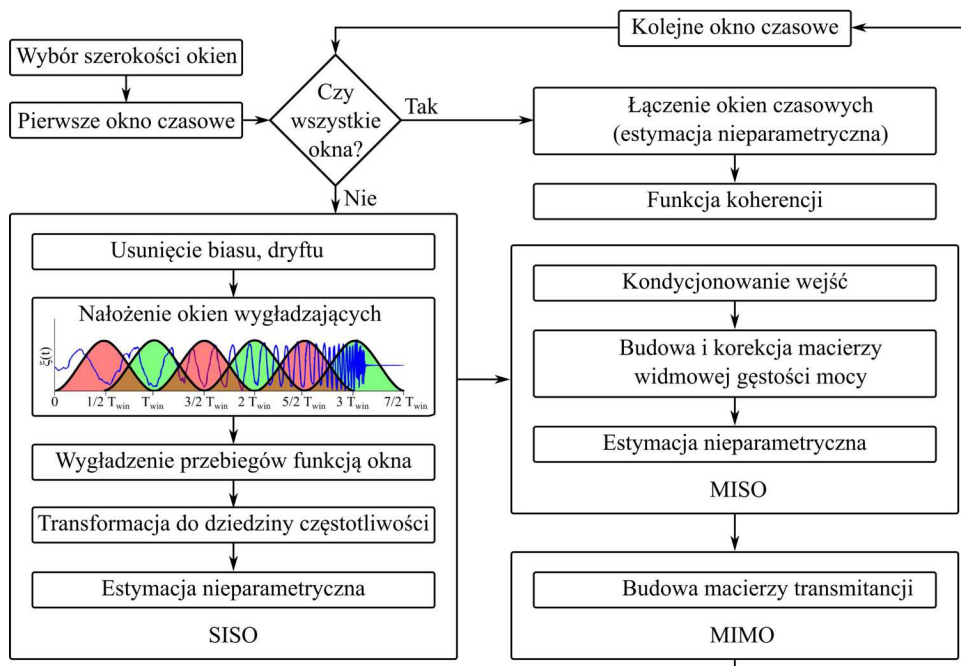
$$W_\gamma = 1.58(1 - e^{-\gamma_{xy_c}^2}) \quad (4.3)$$

Funkcja wagowa opierała się na kwadracie modułu funkcji koherencji, która z kolei wyraża stopień, w jakim sygnały wyjściowe odpowiadają wymuszeniom

$$\gamma_{xy_c}^2 = \frac{|\widehat{S}_{xy_c}(f)|^2}{|\widehat{S}_{xx_c}(f)||\widehat{S}_{yy_c}(f)|} \quad (4.4)$$

gdzie S_{xx} i S_{yy} to widmowe gęstości mocy dla sygnałów wejściowych i wyjściowych, a S_{xy} to wzajemna gęstość mocy sygnałów wejściowych i wyjściowych.

Funkcja koherencji została uzyskana w wyniku identyfikacji nieparametrycznej dla zarejestrowanych danych pomiarowych zgodnie z [6] i w sposób przedstawiony na rys. 4.



Rys. 4. Wyznaczenie funkcji koherencji

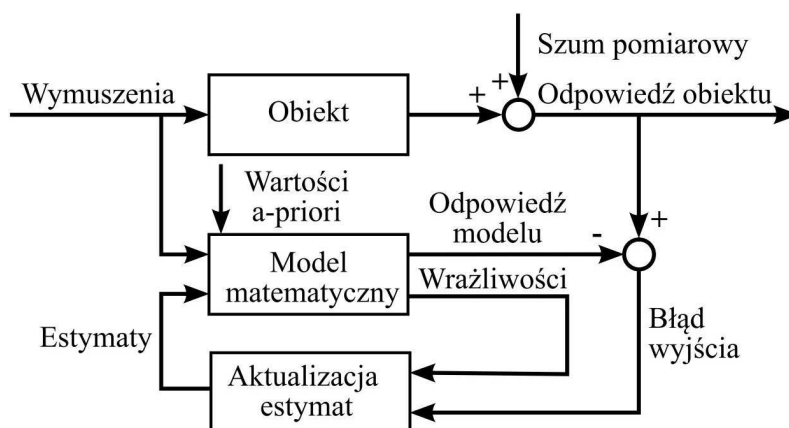
W tym celu najpierw dokonano usunięcia błędów systematycznych, a następnie wygładzono przebiegi z użyciem funkcji pół-sinusowych okien nakładających się w 50%. Później dokonano przetworzenia danych do dziedziny częstotliwości za pomocą transformaty chirp-Z. Działanie to wykonano osobno dla każdej pary w postaci wymuszenie i sygnał wyjściowy. W rezultacie estymowany został zbiór układów o jednym wejściu i jednym wyjściu.

Następnie poprzez technikę kondycjonowania wejść uwzględniono wzajemny wpływ wychyleń lotek i steru kierunku na transmitancję operatorową dla danego parametru lotu. W rezultacie estymowany został zbiór układów o wielu wejściach i jednym wyjściu.

Na podstawie uzyskanych rezultatów stworzono macierz transmitancji i tym samym zidentyfikowano model nieparametryczny dla pionowzlotu. Estymację charakterystyk częstotliwościowych przeprowadzono, stosując okna czasowe różnej długości, a następnie uzyskane wyniki połączono, aby ostateczny rezultat charakteryzował się wysoką dokładnością w pełnym zakresie analizowanych częstotliwości.

5. Zasada największej wiarygodności

Analiza falkowa została wykorzystana podczas identyfikacji metodą błędu wyjścia. W podejściu tym celem jest minimalizacja błędu pomiędzy zarejestrowaną odpowiedzią obiektu a odpowiedzią estymowanego modelu symulacyjnego. Schemat ideowy tego podejścia przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Schemat ideowy metody błędu wyjścia

Minimalizacja błędu wyjścia przeprowadzona została przy użyciu zasady największej wiarygodności [2]. W podejściu tym poszukiwane są takie wartości estymowanych parametrów modelu, dla których jest największe prawdopodobieństwo zaobserwowania danych pomiarowych. Dla danych przetworzonych za pomocą transformaty falkowej zasadę tę można wyrazić jako

$$\hat{\Theta} = \arg \max_{\Theta} p(\tilde{z}|\Theta) \quad (5.1)$$

gdzie p jest prawdopodobieństwem warunkowym, Θ poszukiwanym zbiorem parametrów modelu, zaś \tilde{z} zarejestrowaną odpowiedzią obiektu po dekompozycji transformatą falkową.

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa warunkowego dla wielowymiarowego rozkładu normalnego dana jest jako

$$p(\tilde{z}|\Theta) = [(2\pi)^n \det(R)]^{-N/2} \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\tilde{z}(k) - \tilde{y}(k)]^T R^{-1} [\tilde{z}(k) - \tilde{y}(k)] \right) \quad (5.2)$$

Ze względu na wykładniczą naturę użytej funkcji gęstości prawdopodobieństwa zagadnienie jego maksymalizacji zostało zamienione na minimalizację ujemnej i logarytmicznej funkcji wiarygodności \mathcal{L}

$$\mathcal{L}(\Theta|\tilde{z}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\tilde{z}(k) - \tilde{y}(k)]^T R^{-1} [\tilde{z}(k) - \tilde{y}(k)] + \frac{nN}{2} \ln(2\pi) + \frac{N}{2} \ln(\det(R)) \quad (5.3)$$

Nieznana macierz kowariancji błędu pomiarowego estymowana była jako

$$\hat{R} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [\tilde{z}(k) - \tilde{y}(k)][\tilde{z}(k) - \tilde{y}(k)]^T \quad (5.4)$$

W rezultacie, po odrzuceniu wartości stałych i jeśli błędy pomiarowe nie są wzajemnie skorelowane, funkcja kosztu upraszcza się do postaci

$$J(\Theta) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [\tilde{z}_i(k) - \tilde{y}_i(k)]^2 \right) \quad (5.5)$$

Ponieważ wartości estymat zależą od macierzy kowariancji błędu pomiarowego R i na odwrót, to minimalizację funkcji kosztu przeprowadzono dwuetapowo. Najpierw dla założonych (z wartości *a priori* lub poprzedniej iteracji) parametrów modelu estymowano wartość macierzy kowariancji błędu pomiarowego R . Następnie przeprowadzono minimalizację funkcji kosztu J dla wyznaczonej (estymowanej) macierzy kowariancji błędu pomiarowego R . Po wykonaniu tego kroku ponownie estymowano wartość macierzy kowariancji R , po czym ponownie minimalizowano funkcję celu J . Proces ten powtarzany był do osiągnięcia kryteriów stopu w postaci względnej zmiany wartości funkcji kosztu na poziomie 10^{-6} .

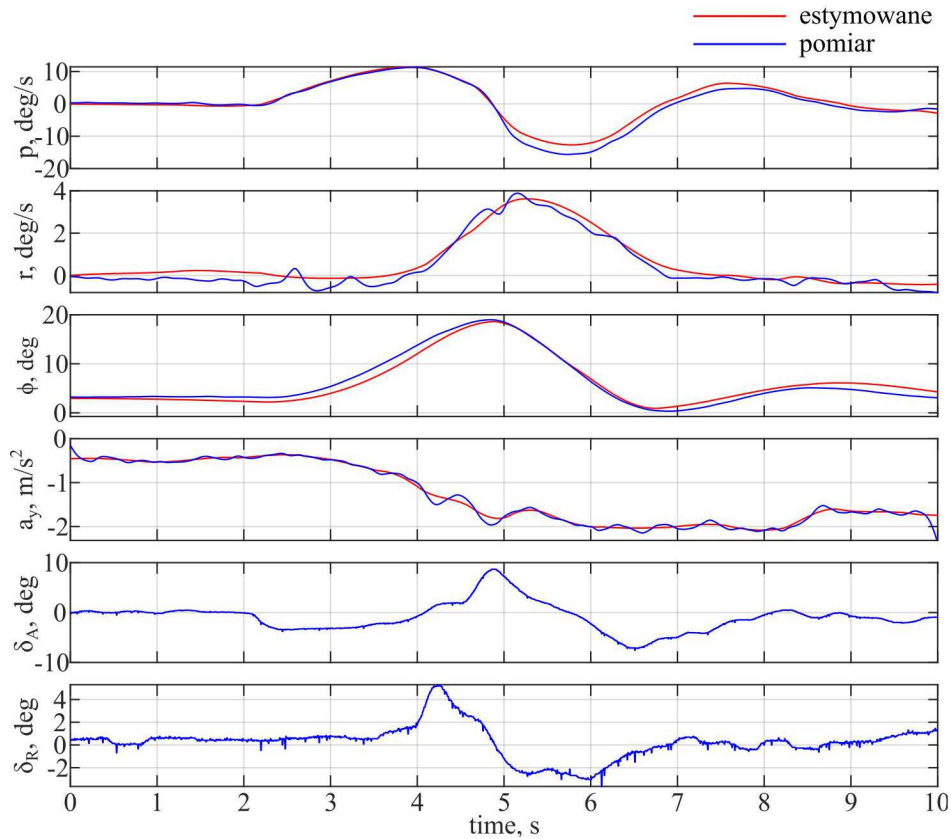
6. Wyniki

Do walidacji zidentyfikowanego modelu wykorzystano zbiór danych, którego nie użyto podczas identyfikacji. Przebiegi czasowe zarejestrowanych parametrów oraz odpowiedź zidentyfikowanego modelu symulacyjnego została przedstawiona na rys. 6, gdzie niebieskie linie oznaczają pomiar, a czerwone wyniki estymacji. Na podstawie uzyskanych rezultatów można stwierdzić, że zidentyfikowany model wizualnie dobrze odwzorowuje zachowanie rzeczywistego obiektu.

W przypadku modeli o zbyt dużej ilości parametrów może się jednak okazać, że część z nich powoduje zbyt dużą łatwość modelu w uzyskaniu dobrego wizualnie dopasowania krzywych. W związku z tym przy ocenie wyników identyfikacji konieczna jest również statystyczna analiza uzyskanego wyniku, np. w postaci względnych odchyłeń standardowych, którymi obarczone są poszczególne estymaty. Wartości te przedstawiono w tabeli 1 (WA), gdzie dodatkowo zawarto informację dla innego możliwego podejścia – identyfikacji przy pomocy analizy charakterystyk częstotliwościowych (FRA).

Table 1. Standard deviations

Θ_i	$\sigma_{rel_{WA}}$ [%]	$\sigma_{rel_{FRA}}$ [%]
Y_V	3.11	3.32
Y_P	5.40	6.38
Y_{δ_A}	2.32	2.87
L_V	2.60	2.61
L_P	5.21	6.38
L_{δ_A}	0.98	1.20
N_V	2.83	3.86
N_P	9.21	14.28
N_R	5.57	6.90
N_{δ_A}	2.24	2.55
N_{δ_R}	1.97	2.30



Rys. 6. Przebiegi czasowe

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że nieznacznie mniejsze względne odchylenia standardowe uzyskano w podejściu wykorzystującym analizę falkową. W obu przypadkach identyfikację przeprowadzono z wysoką dokładnością – dla analizy metodą charakterystyk częstotliwościowych tylko N_P charakteryzuje się względnym odchyleniem standardowym większym niż 10%. Ponadto w obu podejściach z modelu wyeliminowany te same pochodne stabilności i sterowania ($Y_R, Y_{\delta_R}, L_R, L_{\delta_R}$), ze względu na ich niewielki wpływ na odpowiedź obiektu.

7. Podsumowanie

W pracy przedstawiono proces identyfikacji niestabilnego dynamicznie pionowzlotu, w którym estymowanymi parametrami były wartości pochodnych stabilności i sterowania dla określonego punktu na planie lotów próbnych. Do identyfikacji wykorzystano metodę łączącą analizę falkową oraz zasadę największej wiarygodności. W przedstawionej metodzie, za pomocą funkcji koherencji dodatkowo położono większy nacisk na dane pomiarowe o mniejszych błędach pomiaru i mniejszej ilości niezamodelowanej dynamiki układu.

Zastosowanie przedstawionego podejścia okazało się skuteczne, prowadząc do wyników identyfikacji o wysokiej dokładności. Uzyskane estymaty charakteryzowały się niewielką niepewnością statystyczną, mniejszą niż np. w przypadku zastosowania metody analizy charakterystyk częstotliwościowych. W przeciwieństwie do identyfikacji w dziedzinie częstotliwości metoda umożliwia bezpośrednią identyfikację błędów przesunięcia zera. Co więcej, jej zakres stosowalności nie ogranicza się tylko do układów liniowych. Metoda nie przejawiała również problemów ze zbieżnością, które występują dla niestabilnych dynamicznie obiektów przy identyfikacji metodą błędu wyjścia w dziedzinie czasu. W odróżnieniu od metody błędu filtra, metoda nie wymaga wprowadzenia

dotychczasowych parametrów szumu i tym samym lepiej odpowiada strukturze identyfikowanego obiektu.

Jednocześnie ze względu na dekompozycję danych zwiększeniu uległ czas obliczeń na pojedynczą iterację - proporcjonalnie do liczby użytych poziomów dekompozycji, co stanowi podstawowe ograniczenie tego podejścia. W związku z tym metoda w nie może być stosowana do identyfikacji w czasie rzeczywistym. Ponadto nie powinna być pierwszym wyborem, gdy identyfikowany obiekt jest stabilny dynamicznie, dane pomiarowe pochodzą z czujników o wysokiej dokładności i lot odbywał się w dobrych warunkach pogodowych, gdyż wówczas można efektywnie zastosować klasyczną metodę błędów wyjścia w dziedzinie czasu.

Bibliografia

1. COOK M.V., 2013, *Flight Dynamics Principles*, Elsevier, Amsterdam, 3 wyd.
2. JATEGAONKAR R.V., 2015, *Flight Vehicle System Identification: A Time Domain Methodology*, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Reston, VA, 2 wyd.
3. LICHOTA P., article in press, Wavelet transform-based aircraft system identification, *Journal of Guidance Control and Dynamics*
4. LICHOTA P., JACEWICZ M., MIEDZIŃSKI D., GŁĘBOCKI R., 2022, Wavelet-based identification for spinning projectile with gasodynamic control aerodynamic coefficients determination, *Sensors*, **22**, 11, Paper 4090
5. MALLAT S.G., 1989, A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **11**, 7, 674-693
6. TISCHLER M.B., REMPLE R.K., 2012, *Aircraft and Rotorcraft System Identification*, AIAA Education Series, AIAA, Reston, VA, 2 wyd.

Wavelet transform for estimation of stability and control derivatives

This article presents the outcomes of aircraft parametric system identification performed using the maximum likelihood principle and wavelet transform. The results are shown for a hovering tilt-rotor excited by frequency sweeps and its lateral-directional motion. The recorded flight parameters were decomposed using the Haar wavelet. Their impact on the identification results was weighted based on the quality and amount of information about the object available in the recorded measurement data. For this purpose, a coherence function in the frequency domain was used. Overlapping half-sine smoothing windows and the chirp-Z transform were used to transform the flight parameter measurements from the time domain. The structure of the identified model was built using linearized dynamic equations of motion. Statistical measures of estimation quality, residual analysis and predictive capabilities of the identified model were used to evaluate the identification.