

## ALGORYTM STEROWANIA USTAWIAJĄCY SATELITĘ W KIERUNKU SŁOŃCA

PIOTR ANDRZEJ FELISIAK

*Politechnika Wroclawska, Wydział Mechaniczno-Energetyczny*

*e-mail: piotr.felisiak@pwr.edu.pl*

W pracy rozważany jest układ regulacji, którego działanie powoduje ustawienie modułów fotowoltaicznych satelity w kierunku Słońca. Przedstawiony regulator jest proporcjonalno-różniczkujący. Założono, że satelita dysponuje magnetometrami oraz czujnikami natężenia światła i jest wprawiany w ruch obrotowy za pomocą cewek elektromagnetycznych, a zatem najłatwiej dostępnego zestawu czujników i elementów wykonawczych. Regulator zaimplementowano jako część kompleksowego oprogramowania, dzięki któremu można symulować ruch kątowy i orbitalny satelity, jak również pole geomagnetyczne oraz kierunek padania promieni słonecznych. Oprogramowanie to pozwoliło na weryfikację stabilności układu regulacji poprzez symulację, której wyniki przedstawiono w pracy.

*Słowa kluczowe:* orientacja satelity, ruch kątowy satelity, sterowanie orientacją satelity

### 1. Wprowadzenie

Tryb pracy satelity, w którym powierzchnia jego modułów fotowoltaicznych jest aktywnie kierowana prostopadle do kierunku promieni słonecznych, jest jednym z podstawowych trybów oraz najczęściej stosowanym trybem awaryjnym, ponieważ umożliwia uzupełnienie energii elektrycznej zasilającej satelitę. Z tego powodu tryb ustawiający w kierunku Słońca (ang. *sun pointing*) jest implementowany w układach sterowania większości satelitów.

Niniejsza praca przedstawia algorytm sterowania ustawiający satelitę w kierunku Słońca. Tenże algorytm został zaimplementowany jako część kompleksowego oprogramowania, zawierającego środowisko symulacyjne w celu projektowania oraz weryfikacji algorytmów sterowania. Środowisko to, poza modelem kinematycznym i dynamicznym ruchu obrotowego satelity, zawiera model ruchu orbitalnego [1], jak również modele pola geomagnetycznego oraz kierunku padania promieni słonecznych.

W pracy założono, że satelita porusza się po niskiej orbicie okołozemskiej, rozważono satelitę dysponującego magnetometrami oraz czujnikami natężenia światła wprawianego w ruch obrotowy za pomocą cewek elektromagnetycznych, a zatem najłatwiej dostępnego zestawu czujników i elementów wykonawczych [2]. Sterowanie magnetyczne jest jednak obciążone wyzwaniem polegającym na tym, iż moment siły obracający satelitę może być zastosowany jedynie w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku lokalnego pola geomagnetycznego.

Algorytm sterowania jest w swej istocie regulatorem proporcjonalno-różniczkującym, jednak poprzez silne nieliniowości pętli sterowania, jego synteza metodami klasycznymi jest skazana na niepowodzenie, dlatego zastosowano w tym celu metody numeryczne. Jedną z komplikacji jest fakt, iż cewki sterujące ruchem obrotowym satelity muszą być wyłączone i rozmagnetyzowane przed okresowym dokonaniem pomiaru pola geomagnetycznego. Przewidziano, że system sterowania musi uwzględnić efekt albedo przy próbie pomiaru kierunku promieni słonecznych. Stabilność algorytmu sterowania została potwierdzona wynikami eksperymentów numerycznych. Algorytm jest przystosowany do pracy z jednostkami obliczeniowymi (mikrokontrolerami) o stosunkowo skromnych możliwościach oraz satelitami o niskim budżecie.

Pracą stosunkowo najbardziej zbliżoną do niniejszej jest [6]. Alternatywne syntezy regulatorów są podane w [9] i [3]. Jednymi z najnowszych pozycji wśród literatury, gdzie udowodniono stabilność zasadniczej części algorytmu w sposób teoretyczny, są [7] i [8]. Regulator liniowo-kwadratowy (LQR) dla tego problemu przedstawiono w [5].

Pozostała część artykułu jest następująca: w rozdziale 2 przedstawiono matematyczne modele ruchu kąтового satelity, w rozdziale 3 omówiono algorytm sterowania, w rozdziale 4 zilustrowano symulację procesu sterowania ruchem kątowym, a rozdział 5 zawiera konkluzje.

## 2. Modele matematyczne ruchu kąтового satelity

Ruch kątowy satelity jest opisywany przez dwa rodzaje modeli: kinematyczny i dynamiczny. O ile modele te nie są potrzebne w algorytmie sterowania, to są konieczne do symulowania ruchu satelity na etapie projektowania i weryfikacji algorytmów sterowania. Ponieważ komputery ze swej natury wykonują obliczenia w dziedzinie czasu dyskretnego, konieczne było opracowanie dyskretnych przybliżeń tychże modeli.

Indeks górny T oznacza transpozycję macierzy. Indeks górny  $\times$  oznacza operator biorący wektor  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$  jako argument i zwracający macierz antysymetryczną, tzn.

$$\boldsymbol{\omega}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

**Przyjęte oznaczenia:**  $\mathbf{1}_{n \times n}$  oznacza macierz jednostkową o wymiarach  $n \times n$ . Wyrażenie  $s(\mathbf{q})$  oznacza część skalarną kwaternionu  $\mathbf{q}$ , natomiast  $\mathbf{v}(\mathbf{q})$  jego część wektorową.  $T$  oznacza okres próbkowania. Dla funkcji czasu,  $f_k$  oznacza wartość funkcji  $f$  w dyskretnych chwilach czasu  $k$ .

### 2.1. Model kinematyki

Niech  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$  będzie wektorem prędkości kątovej satelity względem inercjalnego układu współrzędnych, wyrażonym w układzie współrzędnych satelity.  $\mathbf{q}$  będzie kwaternionem jednostkowym reprezentującym orientację inercjalnego układu współrzędnych względem układu współrzędnych satelity, przy założeniu, że część skalarna kwaternionu jest zapisywana przed częścią wektorową (notacja  $wxyz$ ). Wtedy, za [4], równanie kinematyczne przyjmuje postać

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\mathbf{v}(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\omega} \\ \frac{1}{2}(s(\mathbf{q})\boldsymbol{\omega} + \mathbf{v}(\mathbf{q}) \times \boldsymbol{\omega}) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 \\ \omega_1 & 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q} = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{\omega}^T \\ \boldsymbol{\omega} & -\boldsymbol{\omega}^\times \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\Omega}} \mathbf{q} \quad (2.2)$$

Przy przyjętych oznaczeniach przybliżeniem dyskretnym 1. rzędu dla (2.2) jest

$$\mathbf{q}_k = \left( \mathbf{1}_{4 \times 4} + \frac{1}{2} T \boldsymbol{\Omega}_{k-1} \right) \mathbf{q}_{k-1} \quad (2.3)$$

Przybliżeniem dyskretnym 2. rzędu dla (2.2), bazującym na metodzie Ralstona, jest

$$\mathbf{q}_k = \left( \mathbf{1}_{4 \times 4} + \frac{1}{2} T \boldsymbol{\Omega}_{k-1} + \frac{1}{8} T^2 \boldsymbol{\Omega}_{k-1}^2 \right) \mathbf{q}_{k-1} \quad (2.4)$$

## 2.2. Model dynamiki

Przy założeniu, że  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^3$  oznacza moment siły działający na satelitę, natomiast  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  jest tensorem momentu bezwładności satelity, wówczas równanie opisujące dynamikę ruchu obrotowego ma postać równania Eulera

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\tau} \quad (2.5)$$

Przybliżeniem 1. rzędu dla (2.5) w dziedzinie czasu dyskretnego jest

$$\boldsymbol{\omega}_k = (\mathbf{1}_{3 \times 3} - T\mathbf{I}^{-1}\boldsymbol{\omega}_{k-1}^\times \mathbf{I})\boldsymbol{\omega}_{k-1} + T\mathbf{I}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{k-1} \quad (2.6)$$

Przybliżeniem dyskretnym 2. rzędu, bazującym na metodzie Ralstona, dla (2.5) jest

$$\boldsymbol{\omega}_k = \left( \mathbf{1}_{3 \times 3} - T\mathbf{I}^{-1}\boldsymbol{\omega}_{k-1}^\times \mathbf{I} + \frac{1}{2}T^2\mathbf{I}^{-1}(\boldsymbol{\omega}_{k-1}^\times)^2 \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\omega}_{k-1} + \left( T\mathbf{I}^{-1} - \frac{1}{2}T^2\mathbf{I}^{-1}\boldsymbol{\omega}_{k-1}^\times \right) \boldsymbol{\tau}_{k-1} \quad (2.7)$$

## 3. Automatyczna regulacja ruchu kąтового satelity

Układ automatycznej regulacji ruchu kąтового satelity składa się z sensorów w postaci czujników kierunku padania promieni słonecznych oraz magnetometru, z elementów wykonawczych w postaci cewek magnetycznych (ang. *magnetotorquers*) oraz regulatora ruchu kąтового, zwanego dalej po prostu regulatorem.

Ponieważ pomiary magnetyczne, tzn. pomiary gęstości strumienia indukcji ziemskiego pola magnetycznego, dokonywane magnetometrem byłyby całkowicie błędne w momencie aplikacji sterowania magnetycznego (przepływu prądu przez cewki) oraz ponieważ pole magnetyczne cewek utrzymuje się przez pewien czas po ustaniu takiej aplikacji, założono następujący cykl sterowania

$$\cdots + + + + + \left| \begin{array}{c} \text{pojedynczy cykl sterowania magnetycznego} \\ \hline \underbrace{\circ \circ \circ \circ}_{\text{tryb jałowy pomiar magnetyczny}} \underbrace{*****}_{\text{sterowanie}} \underbrace{+ + + +}_{\text{sterowanie}} \\ \hline \end{array} \right| \circ \circ \circ \circ \dots \quad (3.1)$$

gdzie  $\circ$ ,  $*$  oraz  $+$  oznaczają momenty próbkowania, a dokładniej:  $\circ$  oznacza moment stanu jałowego (demagnetyzacji),  $*$  oznacza moment wykonywania pomiarów magnetycznych, zaś  $+$  oznacza moment aplikacji sterowania (podania prądu elektrycznego cewkom). Podczas wykonywania pomiarów magnetycznych ( $*$ ) w każdym kroku próbkowania obliczany jest aktualny wektor sterujący za pomocą Algorytmu 1, ale bez aplikacji tego wektora cewkom; efektem jest zbiór kandydatów na pojedynczy wektor sterujący, który zostanie ostatecznie zaaplikowany w krokach oznaczonych przez  $+$ . W reszcie pracy zastosowano regułę, że w krokach  $+$  aplikuje się wektor sterujący obliczony na podstawie najpóźniejszego pomiaru magnetycznego. Niniejszy cykl sterowania implikuje, że chwilowo sterowanie odbywa się w otwartej pętli, jednakże w rozdziale 4 pokazujemy, że taka tymczasowa otwartość pętli nie wpływa na całościową stabilność procesu sterowania.

Do filtrowania sygnałów użyte są filtry o skończonej odpowiedzi impulsowej (FIR) dane przez

$$\text{FILTR}(\mathbf{x}_k) = b_0\mathbf{x}_k + b_1\mathbf{x}_{k-1} + \cdots + b_N\mathbf{x}_{k-N} = \sum_{i=0}^N b_i\mathbf{x}_{k-i} \quad (3.2)$$

gdzie  $\mathbf{x}_k$  jest sygnałem wejściowym w chwili  $k$ ,  $\text{FILTR}(\mathbf{x}_k)$  sygnałem wyjściowym,  $N$  rzędem filtru, a  $b_i$  jest  $i$ -tym współczynnikiem filtru.

W dalszej części przyjmijmy, że  $\mathbf{s}$  to wektor wyrażający kierunek padania promieni słonecznych wyrażony we współrzędnych satelity,  $\mathbf{s}_d$  to pożądana (zadana) znormalizowana wartość  $\mathbf{s}$ ,

$\theta$  to kąt pomiędzy  $\mathbf{s}_d$  a  $\mathbf{s}$ , symbol  $\text{DIFF}(\theta)$  oznacza numerycznie obliczoną czasową pochodną  $\theta$ , symbole  $K_p$  i  $K_d$  są parametrami strojonymi algorytmu sterowania,  $\mathbf{m}_d \in \mathbb{R}^3$  jest magnetycznym momentem dipolowym, jaki należy wytworzyć poprzez cewki sterujące, natomiast  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$  to gęstość strumienia indukcji ziemskiego pola magnetycznego, mierzona magnetometrem. Wtedy Algorytm 1 prezentuje sposób obliczania wektora sterującego cewkami.

---

**Algorithm 1** WEKTOR-STERUJĄCY( $\mathbf{I}$ ,  $K_p$ ,  $K_d$ ,  $\mathbf{s}_d$ ,  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{b}$ ) zwracający  $\mathbf{m}_d$

---

```

 $\mathbf{s} \leftarrow \frac{\mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|}$ 
 $\mathbf{b} \leftarrow \text{FILTR}(\mathbf{b})$ 
 $\mathbf{a} \leftarrow \mathbf{s}_d \times \mathbf{s}$ 
 $\mathbf{a} \leftarrow \frac{\mathbf{a}}{\|\mathbf{a}\|}$ 
 $\theta \leftarrow \arccos(\mathbf{s}_d \cdot \mathbf{s})$ 
 $\theta \leftarrow \text{FILTR}(\theta)$ 
 $\dot{\theta} \leftarrow \text{DIFF}(\theta)$ 
 $\dot{\theta} \leftarrow \text{FILTR}(\dot{\theta})$ 
 $\dot{\boldsymbol{\omega}} \leftarrow (K_p\theta + K_d\dot{\theta}) \cdot \mathbf{a}$ 
 $\boldsymbol{\tau}_d \leftarrow \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}$ 
 $\mathbf{m}_d \leftarrow \frac{\mathbf{b} \times \boldsymbol{\tau}_d}{\|\mathbf{b}\|^2}$ 
return  $\mathbf{m}_d$ 

```

---

Zmienna  $\dot{\boldsymbol{\omega}}$  w Algorytmie 1 reprezentuje wektor przyspieszenia kąowego wokół osi  $\mathbf{a}$ , jakie należy nadać satelicie.  $\mathbf{m}_d$  stanowi wartość zadaną dla oddzielnego układu sterowania przepływem prądów przez cewki; układ ten może być układem o otwartej pętli sterowania. Jeżeli na skutek jego pracy cewki wytworzą magnetyczny moment dipolowy  $\mathbf{m}$ , to sterujący moment sił działający na satelitę

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{b} \quad (3.3)$$

#### 4. Symulacja regulacji ruchu kąowego

W celu weryfikacji algorytmu, tzn. inspekcji uchybu oraz stabilności sterowania, przeprowadzono symulację numeryczną z wykorzystaniem wspomnianego oprogramowania.

W symulacji okres próbkowania  $T = 0,125$  s, początek symulacji ustawiono na 5 października 2021 r., godz. 15:17:28 UTC, natomiast czas symulacji obejmuje  $6 \cdot 10^3$  s.

Orbita w symulacji posiadała następujące parametry TLE: inklinacja  $60,7078^\circ$ , długość węzła wstępującego  $324,915^\circ$ , mimośród 0,0022111, argument perygeum  $349,7881^\circ$ , anomalia średnia  $128,0108^\circ$  oraz średni ruch kątowy 15,19855852 obrotu dziennie.

Założono następujący tensor momentu bezwładności satelity

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 0,05 & 0 & 0 \\ 0 & 0,04 & 0 \\ 0 & 0 & 0,02 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.1)$$

Satelita posiadał w symulacji początkowy kwaternion orientacji  $\mathbf{q} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$  oraz początkową prędkość kątową  $\boldsymbol{\omega} = [0,02 \ 0,08 \ -0,06]$  rad/s.

Długość cyklu sterowania magnetycznego (3.1) wyniosła 20 kroków próbkowania, gdzie okres pomiarów magnetycznych rozpoczynał się w 6. kroku, a okres aplikacji sterowania w 16. kroku.

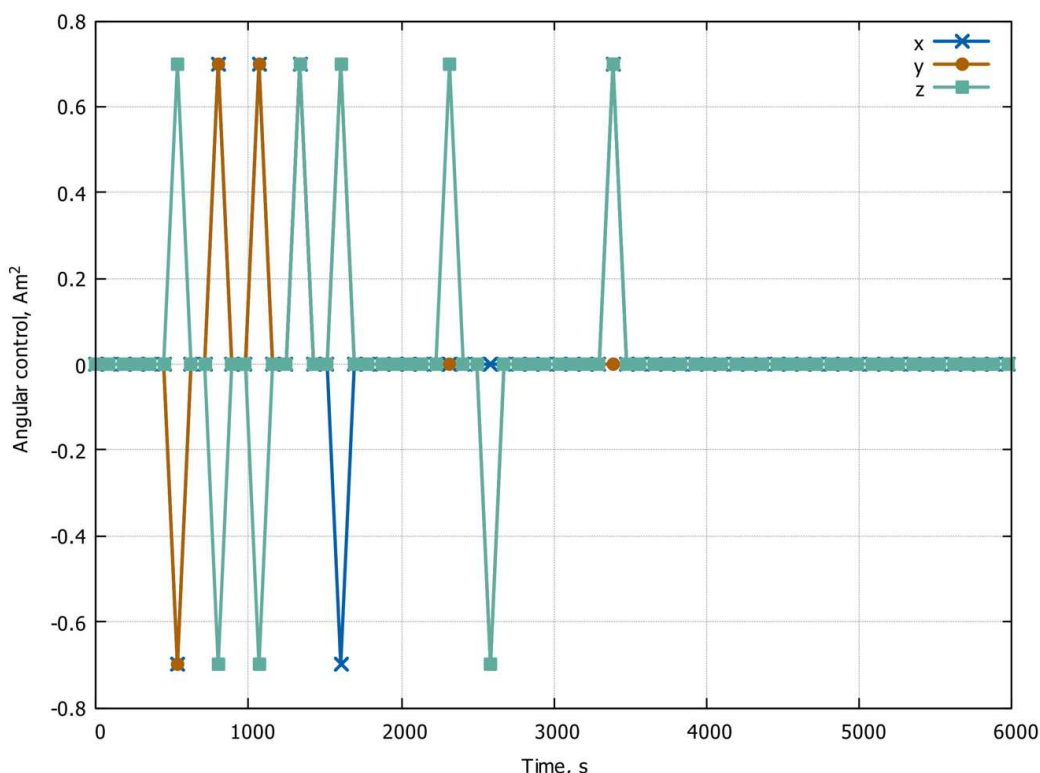
Ograniczenie na sygnał sterujący (magnetyczny moment dipolowy) wynosiło  $0,7 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ .

Założono, że pożądany kierunek padania promieni słonecznych w układzie współrzędnych satelity to

$$\mathbf{s}_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Nastawy regulatora to  $K_p = 0,0085$  i  $K_d = 0,5$ . Regulator nastrojono, korzystając z optymalizacji numerycznej.

Rysunek 1 przedstawia trajektorię sterowania  $\mathbf{m}_d$  będącą wynikiem działania regulatora. Część punktów została usunięta w celu poprawy czytelności wykresu. Można zauważyć, że układ regulacji osiąga nasycenie w postaci ograniczenia na magnetyczny moment dipolowy.



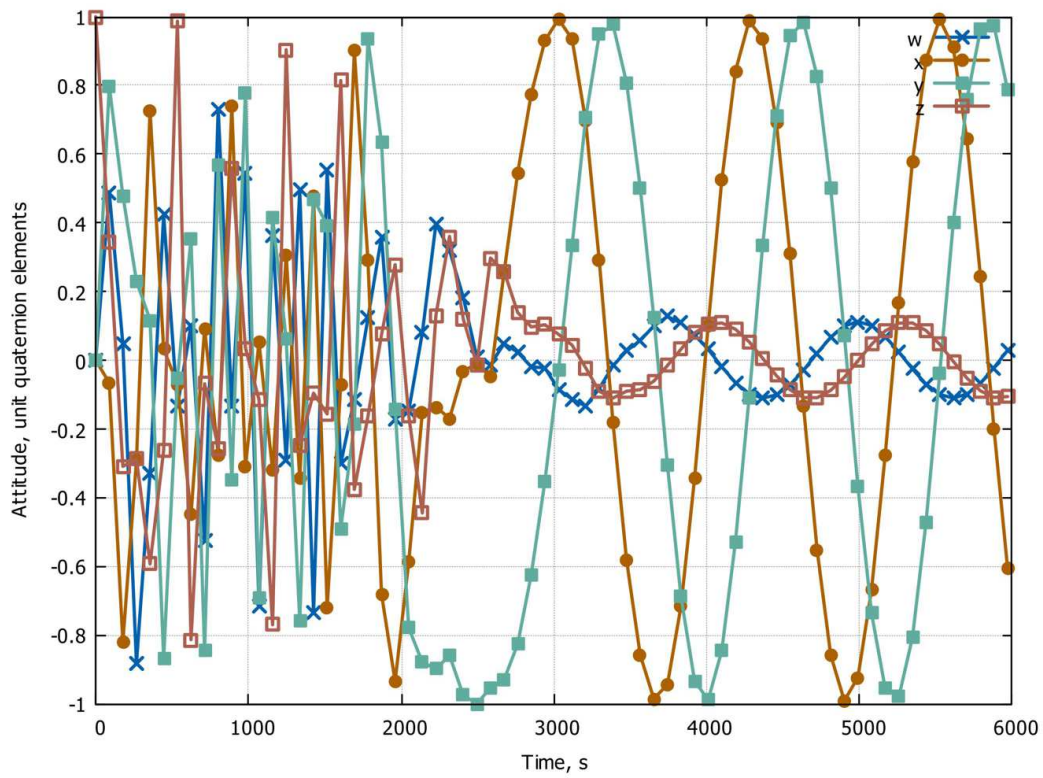
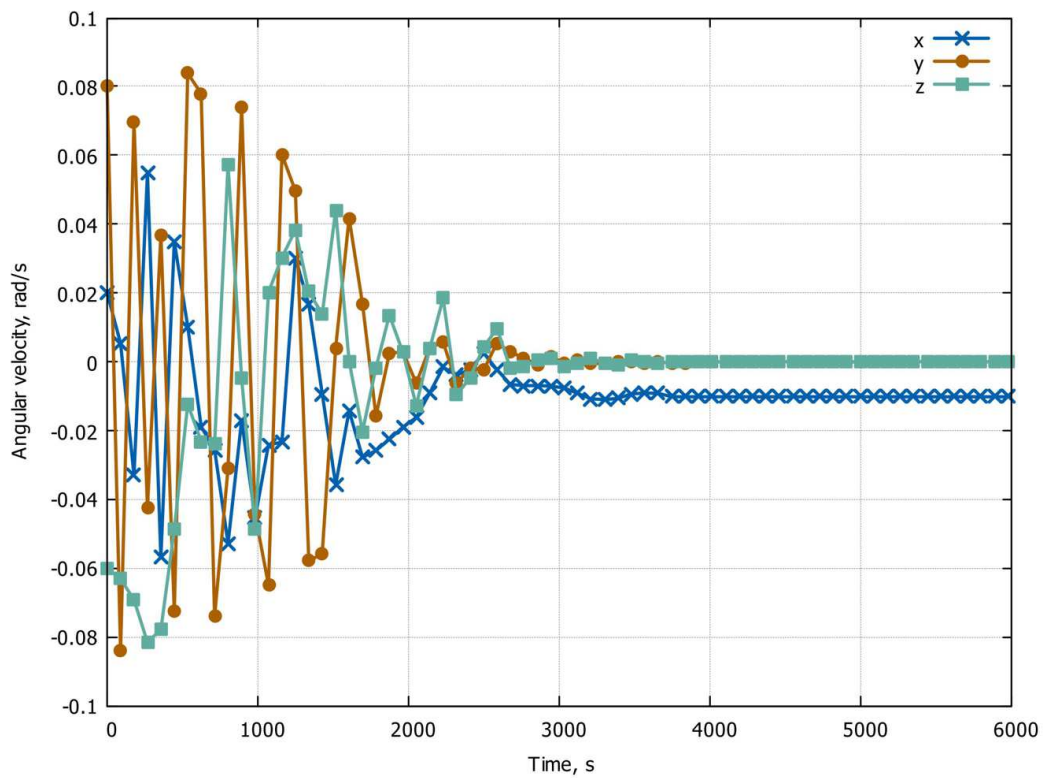
Rys. 1. Wykres trajektorii sterowania ruchem kątowym satelity  $\mathbf{m}_d$  wokół osi  $x$ ,  $y$  i  $z$ .

Sterowanie skutkuje zmianą orientacji satelity, reprezentowanej przez kwaternion  $\mathbf{q}$ , którego elementy wykreślono na rysunku 2. Wykres pokazuje, że satelita przez cały okres symulacji jest w ruchu, jednak rysunek 3, czyli wykres prędkości kątowej, wskazuje, że jest to ruch ustabilizowany po  $3 \cdot 10^3$  s, prawie całkowicie wokół osi  $x$ , a zatem wokół tej, która powinna być w kierunku promieni słonecznych (4.2), przez co ruch ten nie wpływa na ilość energii słonecznej docierającej do modułów fotowoltaicznych, jak również stabilizuje orientację satelity względem osi  $x$  poprzez efekt żyroskopowy.

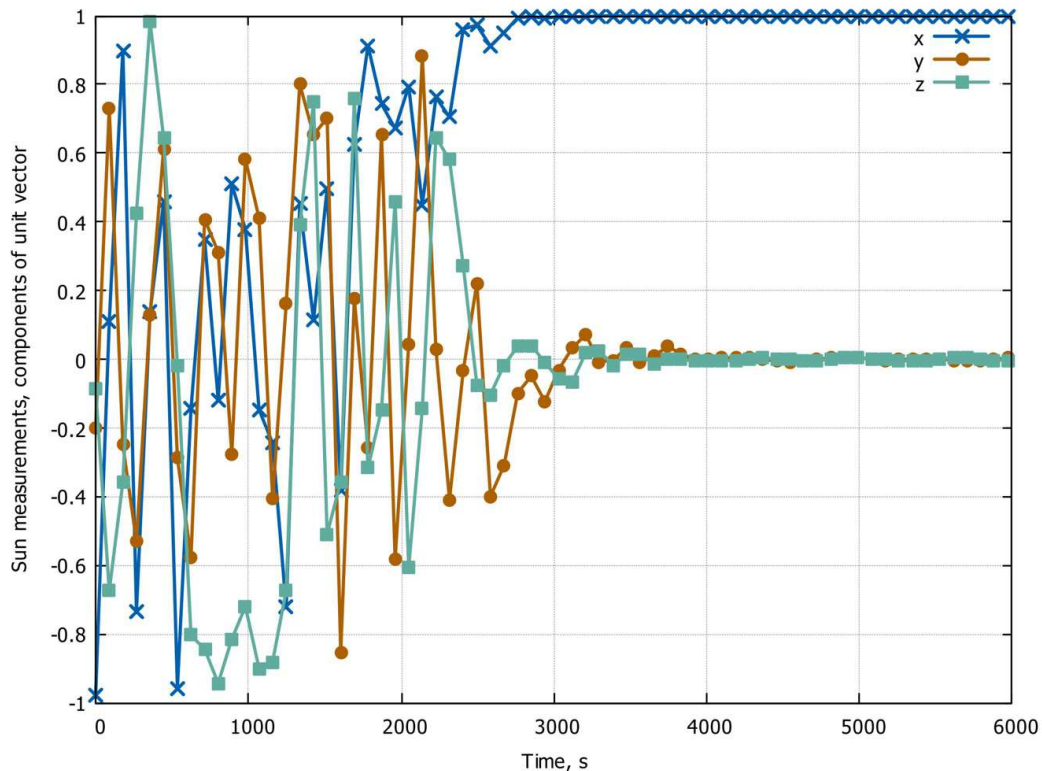
Wykresy pokazane na rysunku 4 utwierdzają nas w przekonaniu, że sterowanie doprowadziło do osiągnięcia pożądanego kierunku padania promieni słonecznych (4.2).

## 5. Wnioski i uwagi końcowe

Eksperyment numeryczny, w którym przedstawiony algorytm automatycznej regulacji powodujący symulowane ustawienie satelity w kierunku padania promieni słonecznych, ukazuje skuteczność i stabilność algorytmu.

Rys. 2. Wykres składowych  $w$ ,  $x$ ,  $y$  i  $z$  kwaternionu orientacji satelity  $q$ Rys. 3. Wykres składowych  $x$ ,  $y$  i  $z$  wektora prędkości kątowej satelity  $\omega$





Rys. 4. Wykres elementów  $x$ ,  $y$  i  $z$  wektora kierunku padania promieni słonecznych  $s$

Ze względu na nieliniowość w pętli sterowania, eksperyment numeryczny wydaje się być pewniejszym narzędziem weryfikacyjnym niż klasyczne metody analityczne. Dodatkowo, oprogramowanie pozwoliło na automatyzację procesu strojenia regulatora.

Implementacja w języku programowania C++ umożliwia stosunkowo proste przeniesienie oprogramowania na pokład rzeczywistego satelity.

## Bibliografia

1. CURTIS H.D., *Orbital Mechanics for Engineering Students*, Butterworth-Heinemann, 4th ed., 2020
2. DE RUITER A.H., DAMAREN CH.J., FORBES J.R., *Spacecraft Dynamics and Control: An Introduction*, Wiley, 2013
3. KIM J., WORRALL K., Sun tracking controller for UKube-1 using magnetic torquer only, *IFAC Proceedings Volumes*, **46**, 19, 541546, 2013
4. MAZZINI L., *Flexible Spacecraft Dynamics, Control and Guidance*, Springer International Publishing, 1st ed., 2016
5. MESSMANN D., COELHO F., NIERMEYER PH., LANGER M., HUANG H., WALTER U., *Magnetic attitude control for the MOVE-II mission*, 112, 07, 2017
6. SEDLUND C.A., A simple sun-pointing magnetic controller for satellites in equatorial orbits, *Proceedings of the 2009 IEEE Aerospace Conference*, 112, 2009
7. XIWANG X., ZHANG Y., JIANG J., *Sun-Pointing Attitude Control Scheme for Magnetic-Based Satellite*, DOI:10.21203/rs.3.rs-762718/v1, 114, 07, 2021
8. XU N., XIA X., ZHANG Y., JIANG J., DING Y., PD-type magnetic-based sun-pointing attitude control scheme, *Proceedings of the 2022 41st Chinese Control Conference (CCC)*, 850855, 2022

9. YOU H., JAN Y.-W., TSAI J.-R., Sun pointing attitude control with magnetic torquers only, *Proceedings of the 57th International Astronautical Congress*, 16, 2006

### **Sun pointing control for a low Earth orbit satellite**

The work considers a control system for satellite sun pointing. The control law is proportional-derivate. The satellite is equipped with magnetometers and sun sensors as well as it is moved angularly by magneto-torquers, that is, it enjoys the most easily obtainable set of sensors and actuators. The controller is a part of more complete software, which can be used for simulation of satellite angular and orbital motion, as well as for simulation of the Earth magnetic field and direction of the sunlight. The software enables verification of the stability of the control system via simulation the results of which are presented in this work.