

ZASTOSOWANIE WYMUSZEŃ TYPU MULTISINE W IDENTYFIKACJI SYSTEMÓW

PIOTR LICHOTA

Politechnika Warszawska, Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
e-mail: piotr.lichota@pw.edu.pl

Proces identyfikacji systemów w przypadku obiektów dynamicznych wymaga zaplanowania eksperymentów, które pozwolą na uzyskanie jak największej ilości różnorodnej informacji o badanym obiekcie. W tym celu mogą być wykorzystane wymuszenia multisine, które przy jednoczesnym wychyleniu powierzchni sterowych różnego typu pozwalają na uzyskanie wysokiej dokładności estymacji przy jednoczesnym skróceniu czasu manewrów identyfikacyjnych. W pracy zostanie przedstawiony proces projektowania tych sygnałów, ich porównanie z wymuszeniami typu multi-step oraz wymuszeniami świergotowymi. Wyniki estymacji modeli ruchu zostaną zaprezentowane dla statków powietrznych różnego rodzaju z wykorzystaniem technik estymacji parametrycznej i nieparametrycznej.

1. Wprowadzenie

Budowa wiarygodnego modelu odwzorowującego dynamikę statku powietrznego jest niezwykle istotnym aspektem zagadnień dynamiki lotu, gdyż umożliwia m.in. ocenę potencjalnych modyfikacji obiektu, projektowanie praw sterowania, analizę przyczynowo-skutkową badanych zjawisk, w sytuacjach gdy w praktyce mogłyby okazać się niemożliwe, np. ze względu na kwestie dostępności, bezpieczeństwa czy uwarunkowania prawne. Szczególnie istotny jest w tym aspekcie proces identyfikacji systemów, w którym na podstawie pomiarów wymuszeń i parametrów lotu uzyskiwany jest model matematyczny badanego obiektu. Proces ten wymaga jednak wcześniejszego zastosowania metodologii 4M, a więc zaplanowania i wykonania odpowiednich manewrów, rejestracji sygnałów wejściowych i odpowiedzi dynamicznej statku powietrznego, doboru i implementacji odpowiedniej metody identyfikacji, budowy i aktualizacji zidentyfikowanego modelu matematycznego, a także końcowej walidacji wyników.

Niestety, proces ten jest bardzo złożony, czasochłonny, a jakość końcowych rezultatów jest uwarunkowana ograniczeniami i uproszczeniami poczynionymi na tym z etapów, gdzie dokonano ich najwięcej np. w przypadku niskiej jakości zarejestrowanych sygnałów, ich rekonstrukcja zależnościami kinematycznymi czy przy użyciu analizy falkowej pozwoli na pewne podniesienie jakości estymacji, ale nie umożliwi wiarygodnego odwzorowania zjawisk, których nie widać w danych pomiarowych. Skrócenie czasu i tym samym redukcja kosztów całego procesu możliwa jest zwłaszcza na pierwszym etapie polegającym na opracowaniu takich manewrów, które dostarczą jak najwięcej informacji o dynamice statku powietrznego w jak najkrótszym czasie. W przypadku statków powietrznych sygnałami wejściowymi, które pozwalają na uzyskanie takiej informacji są wymuszenia bazujące na sygnałach prostokątnych (multi-step), sumie harmonicznych sinusoid (multisine) oraz sygnały świergotowe. Wśród tych trzech podstawowych grup sygnałów identyfikacyjnych sygnały multisine charakteryzują się mutualną ortogonalnością w dziedzinach czasu i częstotliwości [7], dzięki czemu możliwe jest np. jednoczesne wychylenie powierzchni sterowych różnego typu, które nie będzie obniżało jakości identyfikacji wskutek wzajemnego nakładania się zmian parametrów lotu z różnego rodzaju wymuszeń. Alternatywnym podejściem

jest wykorzystanie metod optymalnego planowania eksperymentu, które bazuje na użyciu Macierzy Informacji Fishera jednak w tym przypadku wymagany jest model *a priori* dynamiki obiektu, który dopiero umożliwi uzyskanie optymalnych, a dla bardziej złożonych problemów sub-optymalnych poleceń sterujących.

2. Multisine

Wymuszenia multisine są harmoczną sumą sinusoid

$$u_j = \sum_{k=1}^{M_j} A_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right) \quad (2.1)$$

gdzie A_k jest amplitudą k -tej harmonicznej, φ_k kątem przesunięcia fazowego, a T okresem trwania całego manewru. W pierwszym kroku projektowania takiego zbioru wymuszeń należy określić rozdzielczość częstotliwościową $f_0 = 1/T$, a następnie górny zakres częstotliwości wymuszenia f_{max} , który w przypadku statków powietrznych modelowanych jako bryła sztywna przyjmuje się na poziomie 2 Hz ze względu na częstości typowych postaci ruchu. Następnie poszczególne częstości, będące wielokrotnością częstości bazowej (pomijając pierwszą ze względów optymalizacyjnych), przypisuje się do kolejnych powierzchni sterowych w taki sposób, że każda harmoniczna jest przypisana tylko jeden raz.

Kolejnym krokiem tworzenia takiego zbioru wymuszeń jest wyznaczenie wartości amplitud dla poszczególnych harmonicznych, co może zostać zrealizowane na dwa sposoby: dla jednorodnego oraz niejednorodnego spektrum mocy. Spektrum mocy opisuje ile energii może dostarczyć wymuszenie w zadanej częstotliwości. Jest zatem wskaźnikiem tego, jak bogata w informację o obiekcie może być odpowiedź w danej częstotliwości. W przypadku jednorodnego spektrum jednakowy nacisk jest położony na wszystkie harmoniczne. Gdy spodziewane jest, że więcej istotnej informacji o obiekcie dostarczą wymuszenia dla określonego zakresu częstotliwości możliwe jest ulokowanie tam większej ilości mocy kosztem innych częstotliwości – spektrum mocy jest wówczas niejednorodne.

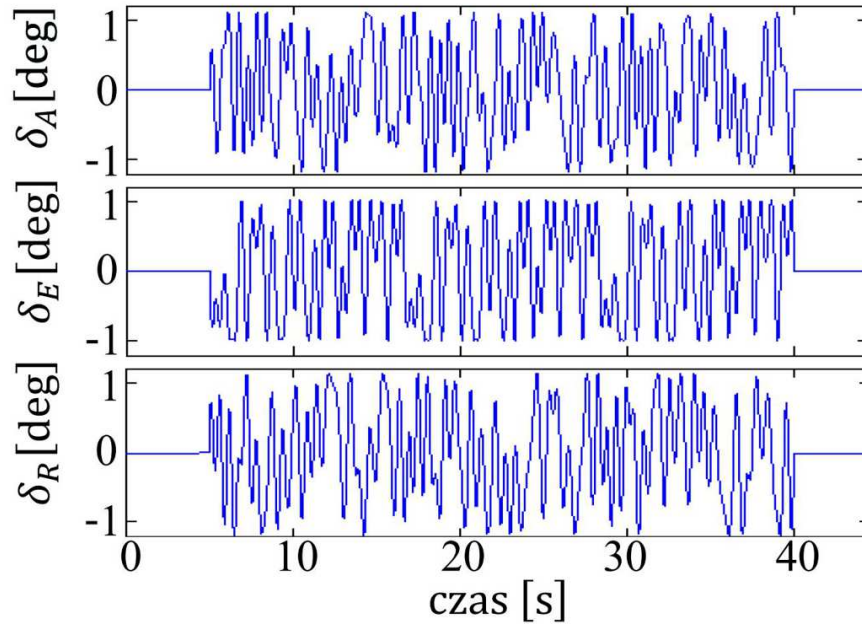
Kolejnym krokiem przy projektowaniu wymuszeń multisine jest wyznaczenie kątów przesunięć fazowych. W tym celu minimalizowany jest wskaźnik *RPF* (ang. Relative Peak Factor), którego celem jest uzyskanie jak największej ilości energii przy jak najmniejszym wymuszeniu

$$RPF = \frac{\max u_j - \min u_j}{2\sqrt{2} \text{rms } u_j} \quad (2.2)$$

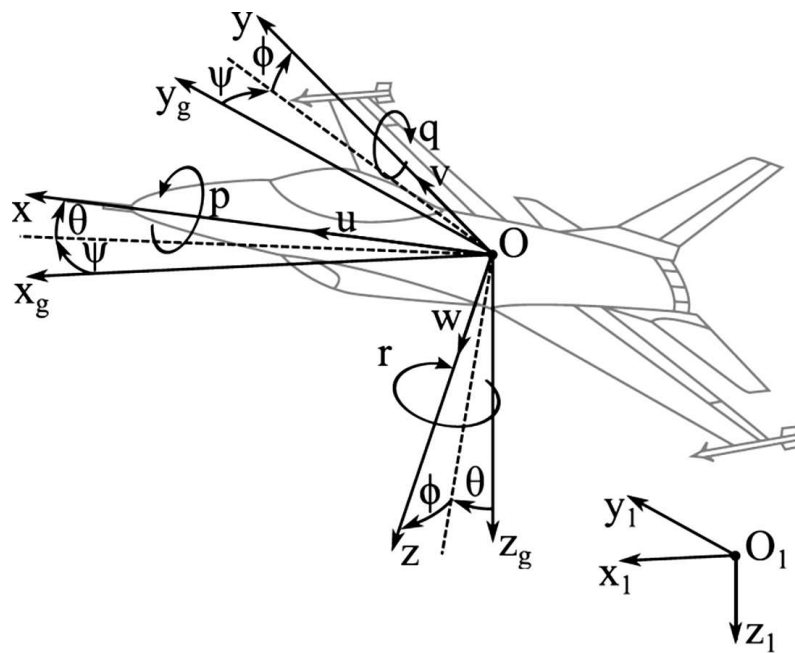
Wartości początkowe kątów przesunięć fazowych mogą być uzyskane z zależności Schroedera [8]. W ostatnim kroku konieczne jest jeszcze przesunięcie sygnałów wzdłuż osi czasu, tak by zaczynały się i kończyły wartością referencyjną. Przykładowy zbiór wymuszeń multisine przedstawiono na rys. 1.

3. Model matematyczny

We wszystkich przypadkach przedstawionych w artykule model matematyczny został wyrowadzony w samolotowym układzie współrzędnych $Oxyz$ związanym z obiektem. Orientację przestrzenną obiektu (odchylenie ψ , pochylenie θ , przechylenie ϕ) określono względem grawitacyjnego układu współrzędnych $Ox_gy_gz_g$ poruszającego się z obiektem, ale pozostającego równoległym do nieruchomego układu współrzędnych związanego z ziemią $O_1x_1y_1z_1$. Początek samolotowego układu współrzędnych znajdował się w środku ciężkości.



Rys. 1. Wymuszenia multisine



Rys. 2. Układy współrzędnych [3]

Do wyprowadzenia dynamicznych równań ruchu wykorzystano II zasadę dynamiki Newtona i przyjęto, że statek powietrzny jest bryłą sztywną o sześciu stopniach swobody z pionową płaszczyzną symetrii geometrycznej i masowej. W przypadku prezentowanych modeli liniowych do linearyzacji wykorzystano teorię małych zaburzeń dla stanu równowagi w postaci ustalonego prostoliniowego lotu obiektu. W przypadku samolotu był to dodatkowo lot symetryczny. Dodatkowo, ze względu na niewielkie zmiany wysokości przyjęto, że wartość przyspieszenia ziemskiego jest stała i w rezultacie dokonano rozdzielenia równań ruchu podłużnego oraz kierunkowo-bocznego [1].

Przykładowe równania obiektu nieliniowego dane były jako

$$\begin{aligned}
X + T - mg \sin \Theta &= m(\dot{U} + QW - RV) \\
Y + mg \sin \Phi \cos \Theta &= m(\dot{V} + RU - PW) \\
Z + mg \cos \Phi \sin \Theta &= m(\dot{W} + PV - QU) \\
L &= I_{xx}\dot{P} - I_{xz}\dot{R} + (I_{zz} - I_{yy})QR - I_{xz}PQ \\
M &= I_{yy}\dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz})PR + I_{xz}(P^2 - R^2) \\
N &= I_{zz}\dot{R} - I_{xz}\dot{P} + (I_{yy} - I_{xx})PQ + I_{xz}QR \\
\dot{\Phi} &= P + Q \sin \Phi \operatorname{tg} \Theta + R \cos \Phi \operatorname{tg} \Theta \\
\dot{\Theta} &= Q \cos \Phi - R \sin \Phi \\
\dot{\Psi} &= Q \sin \Phi \sec \Theta + R \cos \Phi \sec \Theta
\end{aligned} \tag{3.1}$$

gdzie X, Y, Z są składowymi wektora wszystkich sił działających na obiekt za wyjątkiem siły ciężkości, L, M, N są składowymi wektora wszystkich momentów sił działających na obiekt.

Przykładowe równania stanu dla modeli zlinearyzowanych dano jako

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & X_q - U_0\alpha_0 & -g \cos \theta_0 \\ Z_u & Z_\alpha & Z_q + 1 & -g \sin \theta_0/U_0 \\ M_u & M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_E} \\ Z_{\delta_E} \\ M_{\delta_E} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_E \\
\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_\beta & Y_p + \alpha_0 & Y_r - 1 & g \cos \theta_0/V_0 \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & \operatorname{tg} \theta_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_A} & Y_{\delta_R} \\ L_{\delta_A} & L_{\delta_R} \\ N_{\delta_A} & N_{\delta_R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_A \\ \Delta\delta_R \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

4. Metody identyfikacji

Do estymacji modeli ruchu przedstawionych w artykule wykorzystane były różne metody identyfikacji. Najmniej złożoną obliczeniowo z wykorzystanych metod była metoda najmniejszych kwadratów. Ten sposób estymacji nie wymaga wiedzy *a priori* o estymowanych parametrach, może być stosowany dla obiektów niestabilnych i pozwala na jednoczesną analizę z wielu manewrów odnoszących się do tego samego punktu równowagi, ale wymaga wstępnego przetworzenia danych i charakteryzuje się większą wrażliwością na błędy w danych pomiarowych. Estymacja przy jej użyciu wymaga rozwiązania równania macierzowego

$$\hat{\Theta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \tag{4.1}$$

gdzie Θ to parametry modelu \mathbf{X} , zmienne niezależne, \mathbf{Y} zmienne zależne, a symbol $\hat{}$ oznacza estymaty.

Bardziej złożoną i najczęściej stosowanym w przypadku obiektów dynamicznych sposobem estymacji jest metoda błędu wyjścia, która polega na minimalizacji błędu pomiędzy odpowiedzią estymowanego modelu a zarejestrowanym wektorem danych pomiarowych. Jest to metoda iteracyjna, w której w każdym kroku aktualizowane są wartości estymowanych parametrów. Na początku rozwoju identyfikacji systemów wartości estymowanych parametrów były dobierane przez operatora metodą ekspercką jednak obecnie są one wyznaczone przy użyciu zasady największej wiarygodności. Metoda ta polega na wyznaczeniu takiego zbioru parametrów, dla

którego zachodzi największe prawdopodobieństwo zaobserwowania zarejestrowanego wektora pomiarowego [2]

$$\hat{\Theta} = \arg\left(\max_{\Theta} p(\mathbf{z}|\Theta)\right) \quad (4.2)$$

gdzie \mathbf{z} jest wektorem pomiarowym, a p prawdopodobieństwem warunkowym. Prawdopodobieństwo to definiowane jest dla wielowymiarowego rozkładu normalnego, co przy założeniu, że błędy wyjścia są od siebie niezależne w kolejnych chwilach czasu pozwala zdefiniować funkcję kosztu dla zagadnienia minimalizacji ujemnej funkcji wiarygodności $\mathcal{L}(\Theta|\mathbf{z}) = p(\mathbf{z}|\Theta)$ w postaci

$$J(\Theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\mathbf{z}(t_k) - \mathbf{y}(t_k)]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z}(t_k) - \mathbf{y}(t_k)] + \frac{nN}{2} \ln(2\pi) + \frac{N}{2} \ln \det \mathbf{R} \quad (4.3)$$

gdzie \mathbf{y} jest odpowiedzią modelu, t_k chwilą czasu, n liczbą sygnałów wyjściowych, a \mathbf{R} macierzą kowariancji błędów. Macierz ta może być estymowana jako

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [\mathbf{z}(t_k) - \mathbf{y}(t_k)][\mathbf{z}(t_k) - \mathbf{y}(t_k)]^T \quad (4.4)$$

Po podstawieniu estymaty macierzy kowariancji do funkcji kosztu i odrzuceniu wielkości stałych zagadnienie sprowadza się do minimalizacji funkcji kosztu

$$J(\Theta) = \det \mathbf{R} \quad (4.5)$$

która jest realizowana metoda relaksacji, t.j. wymaga naprzemiennych aktualizacji funkcji kosztu oraz macierzy kowariancji błędu. Aktualizacja estymowanych parametrów może być wykonana m.in. za pomocą algorytmu Gaussa-Newtona z macierzą informacji Fishera \mathbf{F} i macierzą gradientu \mathbf{G}

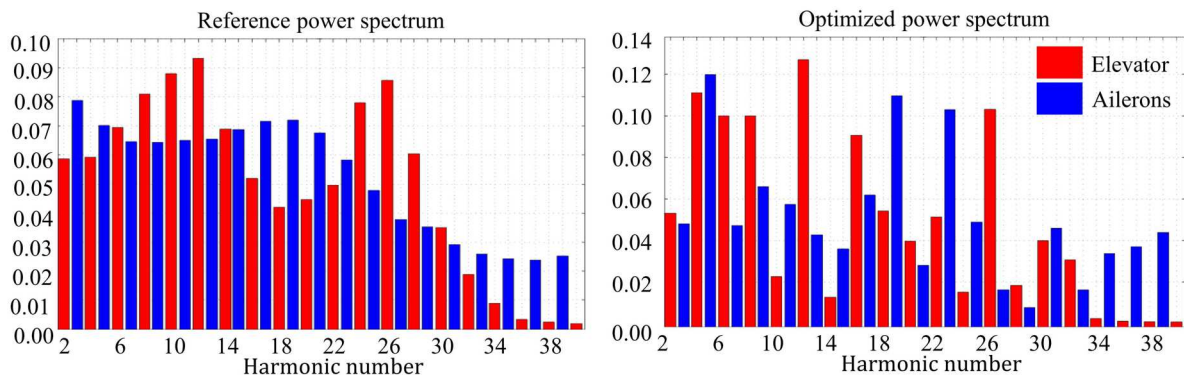
$$\begin{aligned} \Theta_i &= \Theta_i - \mathbf{F}_{i-1}^i \mathbf{G}_{i-1} \\ \mathbf{F} &= \sum_{k=1}^N \left[\frac{\partial \mathbf{y}(t_k)}{\partial \Theta} \right]^T \mathbf{R}^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{y}(t_k)}{\partial \Theta} \right] \\ \mathbf{G} &= - \sum_{k=1}^N \left[\frac{\partial \mathbf{y}(t_k)}{\partial \Theta} \right]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z}(t_k) - \mathbf{y}(t_k)] \end{aligned} \quad (4.6)$$

Do identyfikacji wykorzystana została również identyfikacja na podstawie charakterystyk częstotliwościowych [9]. W metodzie tej w pierwszym kroku realizowana jest identyfikacja nieparametryczna charakterystyk Bodego. Najpierw dokonywane jest wstępne przetworzenie danych w postaci usunięcia błędów systematycznych i transformacja danych z dziedziny czasu do częstotliwości za pomocą transformaty Z-chirp i półsinusowych okien wygładzających, które nakładają się na siebie w 50%, co pozwala zmniejszyć błąd przypadkowy. Następnie przeprowadzana jest identyfikacja widmowej gęstości mocy dla układów SISO i na tej podstawie uzyskiwane są charakterystyki częstotliwościowe i funkcja koherencji. W dalszym etapie następuje kondycjonowanie sygnałów wejściowych i identyfikacja modeli MISO, które łączy się w celu uzyskania modelu MIMO. Schemat ten jest powtarzany dla okien czasowych o różnych szerokościach, a następnie uzyskane wyniki są łączone, aby uzyskać wyniki identyfikacji parametrycznej o możliwie niskiej niepewności statystycznej w pełnym zakresie częstotliwości. W ostatnim kroku przeprowadzana jest identyfikacja parametryczna, w której odpowiednikiem danych pomiarowych są wyniki identyfikacji nieparametrycznej.

5. Wyniki

5.1. Optymalizacja spektrum mocy

Jak zaznaczono w rozdziale 2, w przypadku sygnałów multisine istnieje możliwość położenia większego nacisku na wybrane częstotliwości poprzez ulokowanie w nich większej ilości energii. W związku z tym postanowiono sprawdzić możliwość optymalizacji spektrum mocy, jeśli dostępna jest wiedza *a priori* [5]. Jako punkt startowy do optymalizacji wykorzystano Metodę Marchanda. Metoda ta jest wykorzystywana przy projektowaniu sygnałów multi-step do tego, aby znaleźć częstotliwość, dla której można zaobserwować wpływ poszczególnych pochodnych aerodynamicznych. Punkt ten posłużył do budowy referencyjnego spektrum mocy, gdzie moc w każdej z częstotliwości określały współczynniki wagowe. Następnie przy pomocy algorytmu genetycznego oraz kryterium D-optymalnego (maksymalizacji wyznacznika macierzy informacji Fishera) uzyskano zoptymalizowane spektrum mocy. W kolejnym kroku dokonano jeszcze optymalizacji kątów przesunięć fazowych za pomocą *RPF*. Referencyjne i zoptymalizowane spektra mocy przedstawiono na rys. 3.



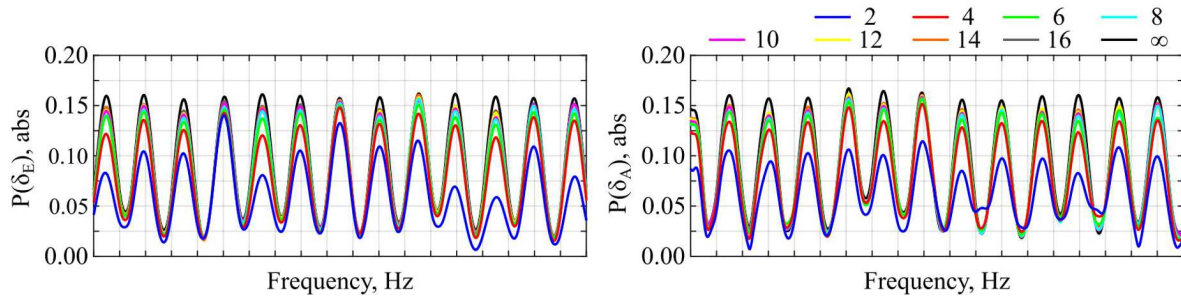
Rys. 3. Spektra mocy

Dla zaprojektowanego wymuszenia przeprowadzono identyfikację w warunkach symulacyjnych za pomocą metody błędu wyjścia z zasadą największej wiarygodności oraz metody najmniejszych kwadratów. Analogiczne działanie wykonano dla zbioru wymuszeń multisine z jednorodnym spektrum. Niezależnie od metody identyfikacji zaobserwowano, że rozwiązanie z optymalnym spektrum mocy charakteryzuje się nieznacznie większą dokładnością, co wynikało z większej dostępności informacji w zakresie niskich częstotliwości. Dla tego rozwiązania zaobserwowano jednak również nieznacznie większe odchylenia parametrów lotu od punktu równowagi. Oba manewry charakteryzowały się tym samym czasem trwania, ale manewr z optymalnym spektrum mocy wymagał więcej czasu na jego zaprojektowanie, a więc nie nadawałby się do identyfikacji w czasie niemal rzeczywistym, gdyby miał być wyznaczany w trakcie przeprowadzania prób w locie.

5.2. Kwantyzacja wymuszeń multisine

Innym z badanych aspektów w zakresie sygnałów multisine był wpływ ich możliwej kwantyzacji na jakość identyfikacji [3]. Uproszczenie ich formy zbliżyłoby je częściowo do prostszych w aplikacji sygnałów multi-step, zredukowałoby przecieki widma wynikające z dyskretnego przypisania częstotliwości, ale skutkowałoby również brakiem mutualnej ortogonalności. W celu zbadania tego aspektu przyjęto parzystą liczbę stanów, które może przyjmować skwantowany sygnał z limitami $\pm(A_{jmax} - A_{jmax}/m)$, równomierny podział pomiędzy możliwymi do przyjęcia przez sygnał stanami oraz że wartość referencyjna zapewniająca warunki równowagi będzie utrzy-

mywano przed i po wymuszeniu. Kwantyzację przeprowadzono po zaprojektowaniu wymuszeń multisine dla manewru z jednoczesnym wychyleniem steru wysokości, steru kierunku i lotek.



Rys. 4. Spektra mocy dla różnych poziomów kwantyzacji – ster wysokości i lotki

Identyfikację wykonano osobno dla ruchu podłużnego i kierunkowo-bocznego modelu symulacyjnego nieliniowego samolotu. Do estymacji wykorzystano metodę błędu wyjścia z zasadą największej wiarygodności oraz analizę na podstawie charakterystyk częstotliwościowych. Do oceny niepewności statystycznej estymowanych współczynników aerodynamicznych wykorzystano względne odchylenia standardowe identyfikowanych parametrów, a w celu walidacji zdolności predykcyjnych zidentyfikowanego modelu błąd średniokwadratowy i współczynnik nierówności Theila dla zbioru danych niewykorzystywanego podczas identyfikacji.

Na podstawie wyników identyfikacji zaobserwowano, że niezależnie od poziomu kwantyzacji nieznacznie lepsze rezultaty estymacji parametrycznej uzyskano, stosując estymację z wykorzystaniem charakterystyk częstotliwościowych. Wynika to z faktu, że w tej metodzie wszystkie punkty pomiarowe ważone są na podstawie koherencji, a w metodzie błędu wyjścia wszystkie mają takie same wagi. Zaobserwowano również, że szum pomiarowy w sygnałach wejściowych miał większy wpływ na jakość estymacji od szumu w odpowiedzi obiektu, co wynikało z braku możliwości rozróżnienia odpowiedzi z szumu procesowego od składowych o wysokich częstotliwościach w odpowiedzi obiektu. Ze względu na wzajemny wpływ wychyleń lotek i steru kierunku wyższy poziom kwantyzacji (10) był wymagany niż w przypadku ruchu podłużnego (8) w celu zapewnienia takiej samej jakości identyfikacji.

5.3. Identyfikacja z charakterystyk częstotliwościowych

Podczas identyfikacji z charakterystyk częstotliwościowych proces estymacji przeprowadzany jest na podstawie zadanych, dyskretnych częstotliwości. W związku z tym sprawdzono, jak na jakość estymacji wpłynie taki dobór sygnałów multisine, w którym częstotliwości harmonicznych nie pokrywają się z częstotliwościami metody identyfikacji. Do oceny wyników jako metodę referencyjną wykorzystano metodę błędu wyjścia z zasadą największej wiarygodności oraz sygnał świergotowy. Wartość sygnału świergotowego była tłumiona w początkowej fazie, aby utrzymać badany obiekt w pobliżu punktu równowagi. Estymację przeprowadzono dla nieliniowego ruchu kierunkowo-bocznego modelu symulacyjnego samolotu wielozadaniowego [6], zaś model zidentyfikowano jako liniowy. Analizy przeprowadzono dla symulowanych dobrych warunków atmosferycznych oraz w warunkach turbulentnych z użyciem modelu turbulencji Drydena.

Podobnie jak w przypadku kwantyzacji sygnałów przedstawionej w rozdziale 5.2, wyższą jakość estymacji osiągnięto, stosując analizę z charakterystyk częstotliwościowych niż metodę błędu wyjścia. Wzbudzenie ruchu modelu obiektu za pomocą sygnałów świergotowych pozwoliło na uzyskanie nieznacznie bardziej wiarygodnych estymat ze względu na lepsze własności predykcyjne. Jednocześnie należy wziąć pod uwagę krótszy czas trwania wymuszeń multisine niż sygnałów świergotowych. W każdym z badanych przypadków osiągnięto jednak wysoką jakość identyfikacji, a więc uzyskanie estymat pochodnych aerodynamicznych o niewielkiej niepewności

statystycznej nie wymagało, by częstotliwości składowych zbioru wymuszeń multisine odpowiadały częstotliwościom zadany w metodzie estymacji z charakterystyk częstotliwościowych. Analogiczne wnioski zaobserwowano również w przypadku uwzględniającym niewielką turbulencję atmosferyczną, szum pomiarowy oraz wpływ układu sterowania.

5.4. Wirujący pocisk raketowy

W przypadku wirującego pocisku raketowego może nie być możliwe wzbudzenie ruchu obiektu niezależnie w każdej osi ze względu na dużą wartość prędkości kątowej przechylenia i sprzężenia pomiędzy poszczególnymi ruchami obiektu. W związku z tym przeanalizowano możliwość zastosowania sygnałów multi-step, multisine i świergotowych (z korektą amplitudy) w takim przypadku [4]. W badanym zagadnieniu sterowanie mogło być realizowane za pomocą steru wysokości i steru kierunku z dwiema rozprzęgniętymi powierzchniami sterowymi, albo za pomocą 32 gazodynamicznych silników impulsowych, które rozmieszczono promieniowo w 2 warstwach z równymi odstępami kątowymi. Estymację przeprowadzono na podstawie analizy charakterystyk częstotliwościowych.

Dla sterowania z powierzchniami sterowymi wykorzystanie sygnałów multisine umożliwiło estymację transmitancji operatorowych w szerszym zakresie częstotliwości niż sygnały świergotowe (o 22,35% dla $H(s) = v(s)/\delta_A(s)$, 12,71% dla $H(s) = q(s)/\delta_A(s)$ i 1,65% dla $H(s) = p(s)/\delta_A(s)$), co wynikało z konieczności ograniczenia amplitudy sygnału świergotowego. Jednocześnie wymuszenia multisine umożliwiły estymację w węższym zakresie niż multi-step (o 4,1% dla $H(s) = v(s)/\delta_A(s)$ i 6,15% dla $H(s) = p(s)/\delta_A(s)$) ze względu na sprzężenie między ruchem podłużnym i kierunkowo-bocznym.

W przypadku sterowania gazodynamicznego możliwe było jedynie zastosowanie wymuszenia multi-step, które wymagało jednak wyznaczenia wymuszenia równoważnego, tak aby odwzorowywało wymuszenie ciągłe. Jakość estymacji była nieznacznie gorsza niż przy użyciu sterów aerodynamicznych. Proces wyznaczenia sterowania zastępczego był jednak czasochłonny i wymuszenie nie nadaje się np. do zagadnień, w których w trakcie prób poligonowych należałoby dokonywać jego ponownego wyznaczenia, np. w skutek dodatkowych modyfikacji obiektu. Zastosowanie wymuszeń multisine dla sterowania gazodynamicznego okazało się niemożliwe ze względu na zbyt złożoną postać odpowiedzi obiektu, którą należałoby odwzorować.

6. Podsumowanie

W artykule przedstawiono wybrane aspekty projektowania wymuszeń multisine dla modeli opisujących ruch statków powietrznych. W porównaniu z innymi rodzajami sygnałów wejściowych stosowanymi podczas estymacji współczynników aerodynamicznych samolotów, wymuszenia multisine pozwalają na uzyskanie wysokiej dokładności identyfikacji modeli ruchu statków powietrznych przy krótszym czasie lotów na potrzeby identyfikacji. W przypadku identyfikacji z charakterystyk częstotliwościowych nie wymaga to by częstości harmonicznym projektowanych wymuszeń pokrywały się z dyskretnymi częstościami punktów estymacji.

Możliwa jest optymalizacja sygnałów multisine, którą można wykorzystać do zwiększenia dokładności identyfikacji, ale jest to proces czasochłonny i nie nadaje się do planowania eksperymentów w czasie zbliżonym do rzeczywistego. Jednocześnie ich kwantyzacja skutkuje nieznacznym pogorszeniem jakości estymacji od określonej liczby stanów (8-10). W przypadku mniejszej liczby stanów alternatywą mogłoby być zaprojektowanie wymuszenia równoważnego, ale nie zawsze jest to realizowane – multisine nie pozwalają np. na wyznaczenie wymuszenia równoważnego dla obiektu o sterowaniu impulsowym.

Bibliografia

1. COOK M.V., *Flight Dynamics Principles*, Elsevier, Amsterdam, 3. wyd., 2013
2. JATEGAONKAR R.V., *Flight Vehicle System Identification: A Time Domain Methodology*, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Reston, VA, 2 wyd., 2015
3. LICHOTA P., Aircraft system identification using simultaneous quantized harmonic input signals, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, **68**, 6, 13511362, 2020
4. LICHOTA P., JACEWICZ M., SZULCZYK J., Spinning gasodynamic projectile system identification experiment design, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, **92**, 3, 452459, 2020 8
5. LICHOTA P., SZULCZYK J., NORENA D.A., VALLEJO MONSALVE F.A., Power spectrum optimization in the design of multisine manoeuvre for identification purposes, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, **55**, 4, 11921203, 2017
6. LICHOTA P., SZULCZYK J., TISCHLER M.B., BERGER T., Frequency responses identification from multi-axis maneuver with simultaneous multisine inputs, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **42**, 11, 25502556, 2019
7. MORELLI E.A., Multiple input design for real-time parameter estimation in the frequency domain, *13th IFAC Conference on System Identification*, Rotterdam, Netherlands, 2003
8. SCHROEDER M.R., 1970, Synthesis of low-peak-factor signals and binary sequences with low autocorrelation, *IEEE Transactions on Information Theory*, **16**, 1, 8589, 1970
9. TISCHLER M.B., REMPLE R.K., *Aircraft and Rotorcraft System Identification*, AIAA Education Series, AIAA, Reston, VA, 2 wyd., 2012

Multisine inputs application in the system identification

The process of system identification for dynamic objects requires the planning of experiments that will allow one to obtain the largest possible amount of diverse information about the object under study. To achieve this aim, multisine excitations can be used, as they allow for simultaneous deflection of different types of control surfaces whilst enabling high estimation accuracy and thus reducing time needed for identification maneuvers. This paper presents the process of designing these signals and their comparison with multi-step and chirp excitations. The results of estimations of motion models are presented for various types of aircraft using parametric and non-parametric estimation techniques.