

MODELOWANIE CIENKOŚCIENNYCH KONSTRUKCJI LOTNICZYCH DO ANALIZ MES Z UWZGLĘDNIENIEM PROBLEMÓW AEROSPĘŻYSTOŚCI

ALEKSANDER OLEJNIK, ROBERT ROGÓLSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki, Uzbrojenia i Lotnictwa, Warszawa

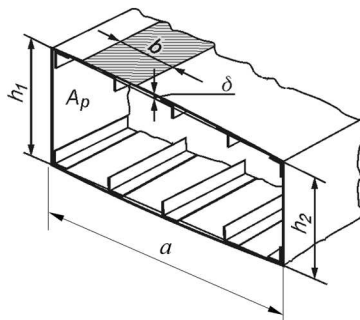
e-mail: aleksander.olejnik@wat.edu.pl; robert.rogolski@wat.edu.pl

Konstrukcje płatowcowe są w znacznej większości strukturami cienkościennymi, co sprawia, że przy tendencji do minimalizacji masy muszą jednocześnie zachowywać dostateczną sztywność i wytrzymałość. Specyfika cienkościenności umożliwia zastosowanie pewnych uproszczeń w odniesieniu do modelowania zespołów konstrukcyjnych na użytek analiz strukturalnych realizowanych z zastosowaniem metody elementów skończonych (MES). W referacie przedstawiono metodykę modelowania i analiz struktur płatowcowych z zastosowaniem oprogramowania MSC Software (Nastran/Patran, aktualnie HEXAGON). Opisano aspekty adaptacji geometrii modelowej samolotu, generowania siatki elementowej, doboru własności materiałowych i masowych. Zaprezentowano wybrane modele MES zarówno samolotów bojowych, jak i lekkich samolotów cywilnych oraz zastosowanie tychże modeli w odniesieniu do rozwiązywania wybranych zagadnień wytrzymałości i aerospężystości. Dyskretne modele konstrukcji płatowcowych mogą być rozwijane w różnorodnych wariantach ze względu na typy elementów skończonych oraz potrzebę uszczegółowienia struktury. Modele o określonych własnościach masowych i sztywnościowych można następnie wykorzystać do rozwiązywania szczegółowych zadań z zakresu statyki, stateczności, dynamiki czy też aerospężystości konstrukcji. Na przykładzie zademonstrowanych modeli przeprowadzono kontrolne analizy masowe. Wyznaczono rozkłady naprężeń i przemieszczeń dla zadanych obciążeń zewnętrznych w locie. Podano także przykładowe rozwiązania z zakresu drgań konstrukcji. Użyteczność modeli dyskretnych do MES jest uwarunkowana ich dostosowaniem do konstrukcji rzeczywistych pod względem zgodności własności geometrycznych, masowych i sztywnościowych. Zaprezentowano zatem również metody walidacji modeli w oparciu o wyniki naziemnych prób stanowiskowych przeprowadzanych dla konstrukcji rzeczywistych. W procesie dostosowywania modeli wzięto pod uwagę konieczność osiągnięcia zgodności przemieszczeń z wynikami prób statycznych oraz częstości i postaci własnych z wynikami prób rezonansowych. Model numeryczny można uznać za wiarygodny i w pełni użyteczny dopiero po dopasowaniu i wykazaniu zgodności jego cech modelowych z analogicznymi cechami konstrukcyjnymi wyznaczonymi doświadczalnie.

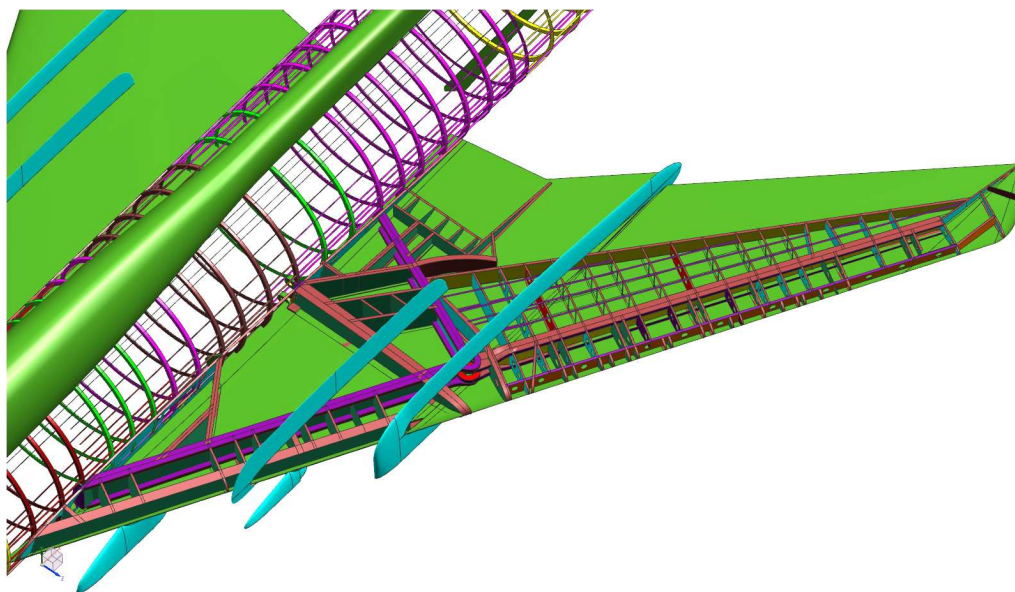
1. Specyficzne uwarunkowania lotniczych konstrukcji cienkościennych

Typowa konstrukcja płatowcowa o cienkościennym charakterze zbudowana jest z elementów powierzchniowych (dwuwymiarowych) lub podłużnych (jednowymiarowych), których cechą charakterystyczną jest znaczne zmniejszenie wymiaru grubościowego względem wszystkich pozostałych wymiarów zewnętrznych (rys. 1). Elementy powierzchniowe występujące w strukturze wewnętrznej to profilowane obwodowo ścianki, żebra, wręgi i przegrody, natomiast na zewnątrz są to struktury pokryciowe wyznaczające obrys bryły aerodynamicznej statku powietrznego. Z kolei elementy podłużne dopełniające układ struktury wewnętrznej występują w postaci pasów dźwigarowych, podłużnic, wsporników, usztywniaczy, profilowanych listew krawędziowych i wzmocnień wzdłuż krawędzi wykrojów. Poza obrysem pokrycia elementy te występują jako zastrzały skrzydeł, ewentualnie usterzeń. Układ modelowy tradycyjnej duraluminiowej konstrukcji lotniczej pokazany jest na rys. 2 na przykładzie fragmentu struktury samolotu Su-22. Budowa,

praca i wytyżenie elementów stosowanych w lotniczych konstrukcjach cienkościennych są przedmiotem analizy wielu monografii naukowych i podręczników akademickich, m.in. [1-3].



Rys. 1. Fragment struktury cienkościennej z oznaczonymi wymiarami przekrojowymi; cechą charakterystyczną jest znaczne zmniejszenie grubości powłoki δ względem pozostałych wymiarów a , b , h



Rys. 2. Fragment modelowej struktury cienkościennej samolotu Su-22 opracowanej w środowisku Siemens NX (d. Unigraphics)

Konstrukcje lotnicze podlegają pewnym określonym reżimom projektowym, co sprawia, że będąc lekkimi, są jednocześnie dostatecznie sztywne i wytrzymałe w kontekście możliwych deformacji i naprężeń spowodowanych obciążeniami zewnętrznymi. Istnieją co najmniej cztery postulaty projektowe, które konstrukcja powinna spełniać, aby zapewnione zostały warunki pożądanego poziomu trwałości i niezawodności eksploatacji. Można je sformułować w postaci oczekiwań projektowych scharakteryzowanych w poniższych punktach [1].

- 1) Zapewnienie bezpieczeństwa konstrukcji poprzez odpowiedni dobór stosunku obciążeń niszczących do przewidywanych obciążeń dopuszczalnych. Tzw. współczynnik bezpieczeństwa zalecany przez przepisy budowy samolotów powinien mieścić się w zakresie wartości 1,5-2,0.
- 2) Zapewnienie poziomów wytyżenia konstrukcji poprzez dobór naprężeń nieprzekraczających poziomów wytrzymałości doraźnej dla charakterystycznych kierunków.
- 3) Zapewnienie dostatecznej sztywności, ze względu obliczeniowych utożsamianej z wartościami iloczynowymi odpowiednich modułów sprężystości i specyficznych wielkości prze-

krojowych. Dla sztywności giętej jest to iloczyn modułu Younga i momentu bezwładności przekroju względem osi zginania EJ , natomiast dla sztywności skrętnej jest to iloczyn modułu Younga i momentu bezwładności przy skręcaniu GJ_s .

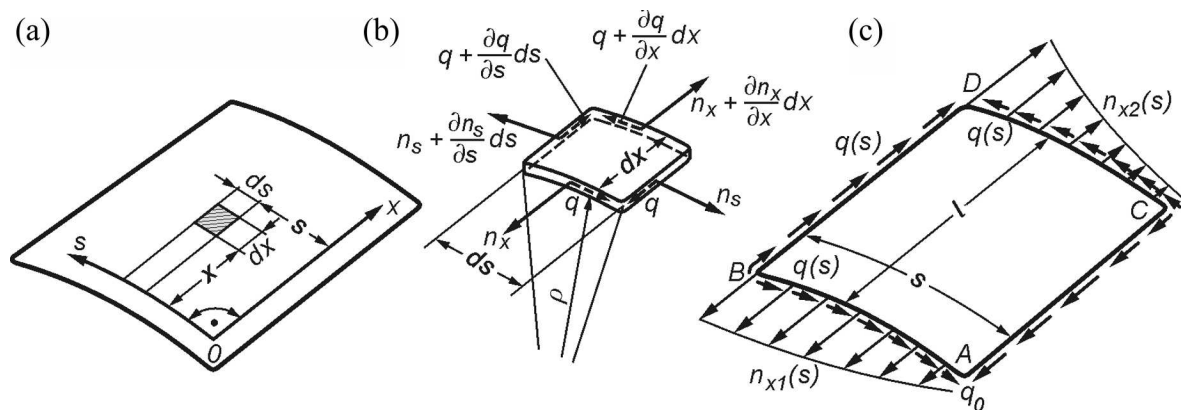
- 4) Zapewnienie lekkości konstrukcji, przy czym chodzi tu o tzw. lekkość względną, wynikającą z porównania ciężarów zróżnicowanych materiałowo analogicznych elementów konstrukcyjnych podlegających identycznym obciążeniom zewnętrznym. W elementach tych ze względu na różne ich grubości pojawiają się różne wartości naprężeń krytycznych, dlatego o względnej przewodze jednego materiału względem drugiego decydują stosunki gęstości i wytrzymałości doraźne tychże materiałów. Przykładowo dla próbek prętowych o identycznych długościach $l_1 = l_2 = l$, których pola przekroju poprzecznego wynoszą odpowiednio F_1 i F_2 , gęstości ρ_1 i ρ_2 oraz granica doraźnej wytrzymałości na rozciąganie odpowiednio Rm_1 i Rm_2 , przy czym oba pręty rozciągane są taką samą siłą P , ich współczynnik lekkości a_r (stosunek ciężaru próbki pierwszej do ciężaru próbki drugiej) wyznacza się z równania

$$a_r = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\rho_1 g l F_1}{\rho_2 g l F_2} = \frac{\rho_1 P / (Rm_1)}{\rho_2 P / (Rm_2)} = \frac{\rho_1 Rm_2}{\rho_2 Rm_1} \quad (1.1)$$

Opisane uwarunkowania lotniczych konstrukcji nośnych stwarzają możliwość ich analizowania z nałożeniem określonych uproszczeń. Zasadnicze uproszczenie polega na nieuwzględnianiu naprężeń i odkształceń w kierunku normalnym do powierzchni konstrukcyjnych elementów cienkościennych. W efekcie zarówno w stanach obciążenia statycznego jak i dynamicznego bierze się pod uwagę jedynie składowe naprężeń w kierunkach stycznych do powierzchni, tzn. w kierunku tworzącej x oraz w kierunku krzywoliniowym wzdłuż obwodowej danego przekroju poprzecznego s . Dodatkowo przyjmuje się jednolitość naprężeń normalnych σ i stycznych τ wzdłuż grubości. W związku z tym analizę wyężenia konstrukcji dla dowolnie zadanych obciążeń można rozpatrywać uwzględniając tzw. wydatki naprężeń, które wprowadza się w odpowiednich kierunkach wyróżnionych wg następujących zależności z uwzględnieniem grubości δ

$$n_x = \sigma_x \delta \quad n_s = \sigma_s \delta \quad q = \tau_{xs} \delta \quad (1.2)$$

Istotne wydatki naprężeń wyliczane wg wzorów (1.2) dla kierunków wyróżnionych wg układu współrzędnych $0xs$ dowolnego wycinka konstrukcji cienkościennej pokazano demonstracyjnie na rys. 3.



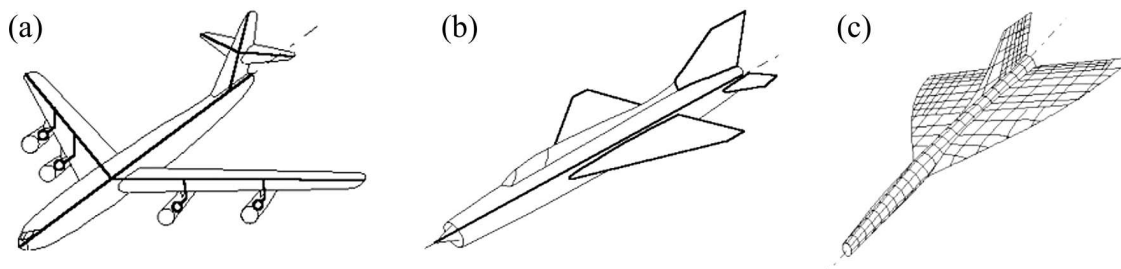
Rys. 3. Wydatki naprężeń normalnych i stycznych dla nieskończenie małego wycinka powłoki walcowej o wymiarach dx i ds oraz kierunki wydatków (tzw. cieków naprężeń) wzdłuż krawędzi elementu pokrywczego o wymiarach s i l [rys. zaczerpnięty z poz. 1]

Specyfika cienkich konstrukcji daje możliwość wprowadzania uproszczeń modelowych w kontekście rozwiązań numerycznych z zastosowaniem metody elementów skończonych (MES). Do-

wolny fragment można bowiem aproksymować układem dwuwymiarowych elementów powłokowych, a modele przestrzenne konstrukcji płatowcowych rozwija się najczęściej jako zespolone struktury wielozespołowe (kadłub, skrzydła, stateczniki, stery) zbudowane z elementów skończonych 2-wymiarowych, z ewentualnym uzupełnieniem o lokalnie dodane ciągi elementów 1-wymiarowych. Unikanie stosowania elementów 3-wymiarowych (bryłowych) jest w tym przypadku jak najbardziej zasadne. Redukuje się w ten sposób znacząco liczbę modelowych stopni swobody (Degrees of Freedom – DOF) i upraszcza się strukturę obliczeniową, pomijając nieistotny z punktu widzenia naprężeń kierunek normalny do powierzchni z . Uproszczenia te nie wpływają jednak istotnie na zmiany sztywności, natomiast znacząco przyspieszają proces tworzenia modelu, jak również skracają czas realizacji procesu obliczeniowego.

2. Metodyka rozwijania strukturalnych modeli dyskretnych do analiz MES

Budowa modeli dyskretnych do MES odzwierciedla przestrzenną strukturę konstrukcji, uwzględniając dodatkowe elementy masowe dodawane jako imitacja masy instalacji wewnętrznych i wyposażenia pokładowego. Cienkościenna natura płatowca sprzyja stosowaniu elementów dwuwymiarowych (płytowych lub powłokowych), chociaż w odniesieniu do konstrukcji o dużej smukłości kadłuba i znacznym wydłużeniu skrzydeł można stosować znacznie prostsze modele belkowe lub modele kombinowane (belkowo-płytowe). Opcjonalne warianty modelowania struktury w zależności od cech zewnętrznych płatowca i możliwych dostosowań elementowych przedstawiono na rys. 4 [4].



Rys. 4. Możliwe opcje modelowe struktury samolotu w zastosowaniu do MES: (a) model 1D z elementami prętowymi lub belkowymi, (b) model kombinowany 2D z elementami belkowymi i płytowymi, (c) model 3D oparty na elementach powłokowych

Modelowanie konstrukcji lotniczej prowadzące do rozwinięcia w pełni wartościowego, zgodnego z rzeczywistym obiektem dyskretnego modelu symulującego własności masowe i sztywnościowe jest procesem bardzo pracochłonnym i długotrwałym. W kompleksowym cyklu generacji modeli samolotów wykorzystującym zaawansowane środowiska CAD/CAE (Siemens NX, Patran) można wyodrębnić charakterystyczne etapy działań:

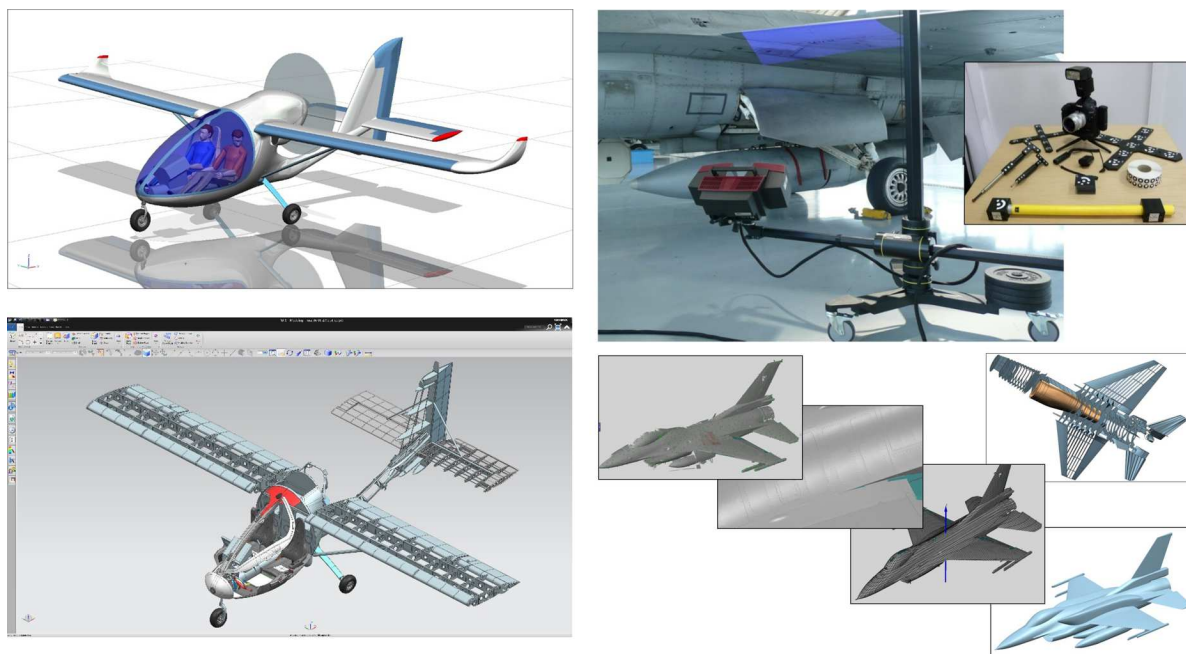
- projektowanie/pomiar geometrii zewnętrznej płatowca,
- opracowanie modelu geometrii w środowisku CAD,
- dyskretyzacja wirtualnej struktury z zachowaniem cienkościennego charakteru konstrukcji,
- identyfikacja materiałów konstrukcyjnych (stałe materiałowe: E , G , ρ , ν),
- nadawanie własności fizycznych elementom siatki modelowej (materiały, grubości, masy),
- lokalizacja mas skupionych imitujących elementy wyposażenia pokładowego i ładunki,
- definiowanie połączeń stałych (okucia) – np. skrzydło-kadłub, statecznik-kadłub,
- wprowadzenie ruchomych połączeń zawiasowych dla powierzchni sterowych ze sztuczną sztywnością mechanizmów sterowania,
- symulacja podparcia modelu odpowiadająca realnym warunkom brzegowym.

Jak widać, do odtworzenia rzeczywistych własności konstrukcyjnych potrzebna jest zarówno identyfikacja geometrii obiektu, jak również znajomość jego parametrów konstrukcyjnych, masowych i materiałowych.

Bazą startową do rozpoczęcia strukturyzacji modelowej płatowca jest model geometrii samolotu. W sytuacji gdy ma być rozwijany model samolotu eksploatowanego, w przypadku którego nie jest dostępna geometria projektowa, model taki należy wygenerować stosując techniki pomiarowe i metody odtwarzania geometrii charakterystyczne dla procesów inżynierii odwrotnej (Reverse Engineering – RE) i dla systemów CAD [5, 6]. Obmiaru geometrii samolotu można dokonać używając takich narzędzi jak:

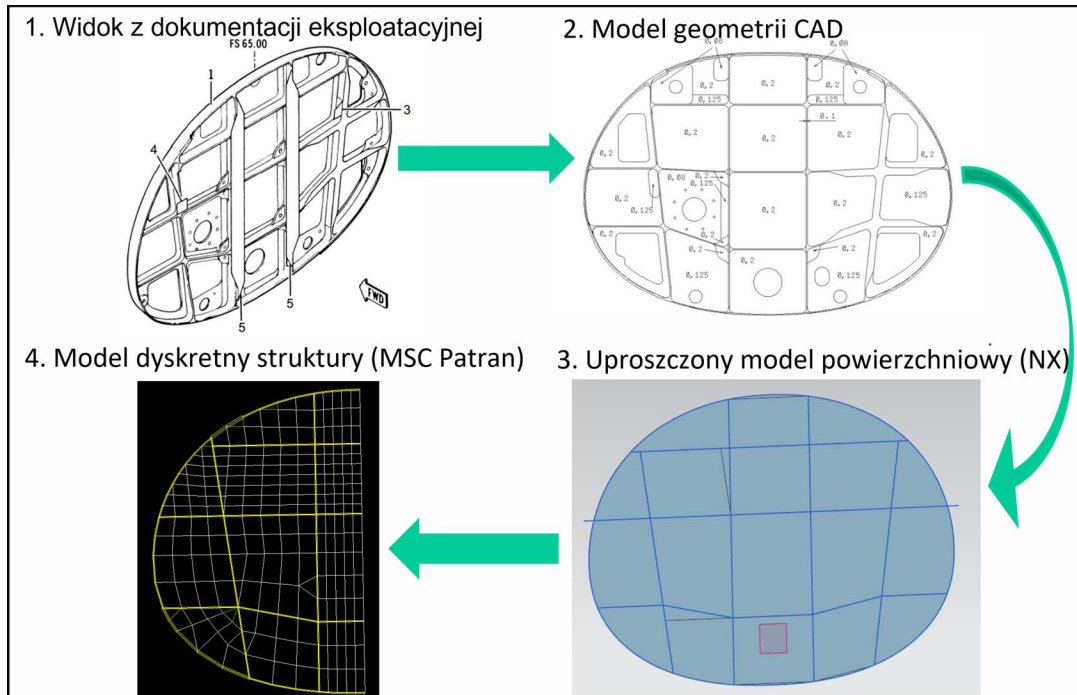
- przenośny skaner optyczny ATOS II Triple Scan,
- fotogrametryczny system TRITOP z aparatem cyfrowym i kodowanymi markerami.

Geometria samolotu otrzymana w czasie pomiaru skanerem optycznym GOM ATOS II Triple Scan przechowywana jest w postaci chmury punktów (około 35 mln punktów). W procesie triangulacji chmura punktów przekształcana jest w siatkę trójkątów. Na bazie siatki trójkątów program GOM ATOS Professional generuje krzywe definicyjne wygładzane następnie do postaci krzywych B-spline. Ostateczny model powierzchniowy złożony z powierzchni rozciągniętych na gładkich krzywych B-spline opracowany zostaje w środowisku Siemens NX. Na rysunku 5 zademonstrowano kolejne etapy rozwijania modelu geometrycznego samolotu MiG-29. W przypadku samolotu OSA rozwijany był bryłowy model złożeniowy bazujący na połączeniu kolejno projektowanych elementów konstrukcyjnych płatowca.



Rys. 5. Przykładowe modele geometryczne adoptowane do modelowania strukturalnego: model złożeniowy geometrii bryłowej samolotu OSA oraz model samolotu F-16C zbudowany na podstawie pomiarów rzeczywistej geometrii zewnętrznej z wykorzystaniem narzędzi RE

W dość uproszczonym ujęciu cykl rozwijania modelowej siatki elementowej na bazie modelu CAD wypracowanego w oparciu o rysunki z dokumentacji technicznej zaprezentowano na rys. 6. Zespół konstrukcyjny (w tym przypadku wręga kadłubowa samolotu F-16) modelowany jest z uwzględnieniem znacznych uproszczeń, polegających min. na pominięciu otworów odciążających występujących w konstrukcji rzeczywistej oraz uproszczeniu przekrojów poprzecznych podłużnych elementów rozpórkowych. W modelu elementy te odwzorowano za pomocą belek o uproszczonych kształtach.



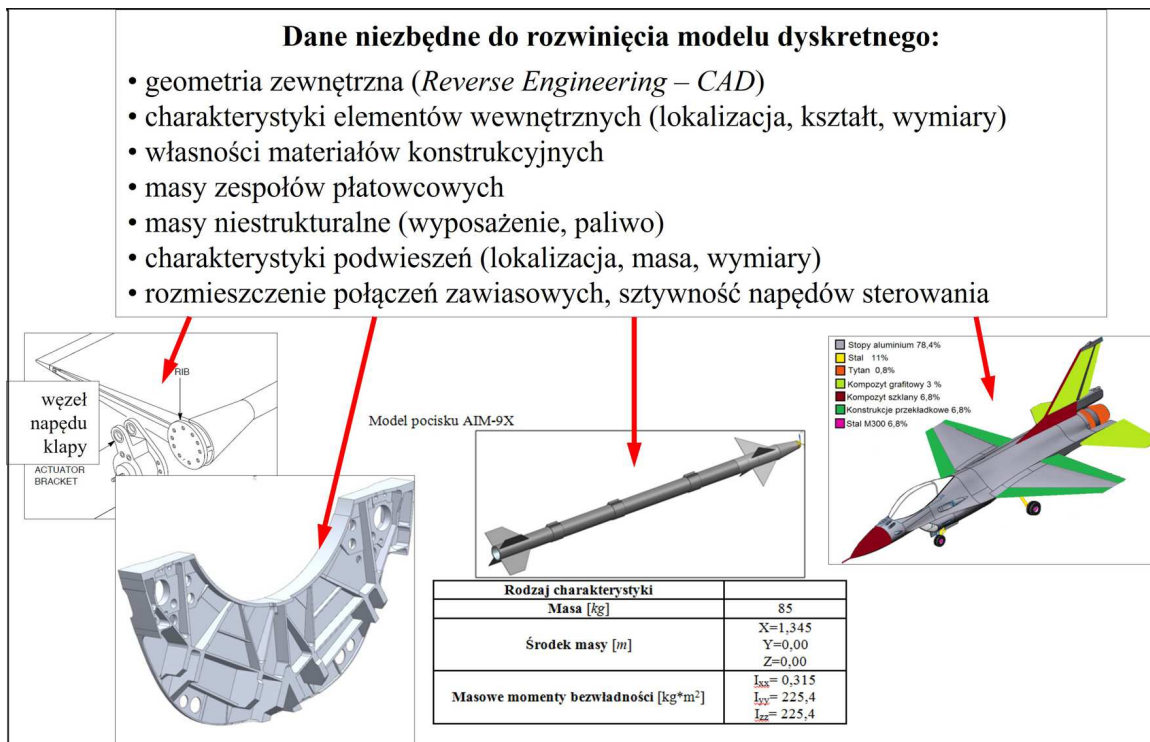
Rys. 6. Cykl rozwijania modelu elementowego podzespołu na przykładzie wręgi kadłubowej F-16C

Przed rozwinięciem modelu dyskretnego niezbędne jest przeprowadzenie prac i pomiarów umożliwiających identyfikację rzeczywistych parametrów konstrukcyjnych. Parametry te można zgrupować w następujące typy:

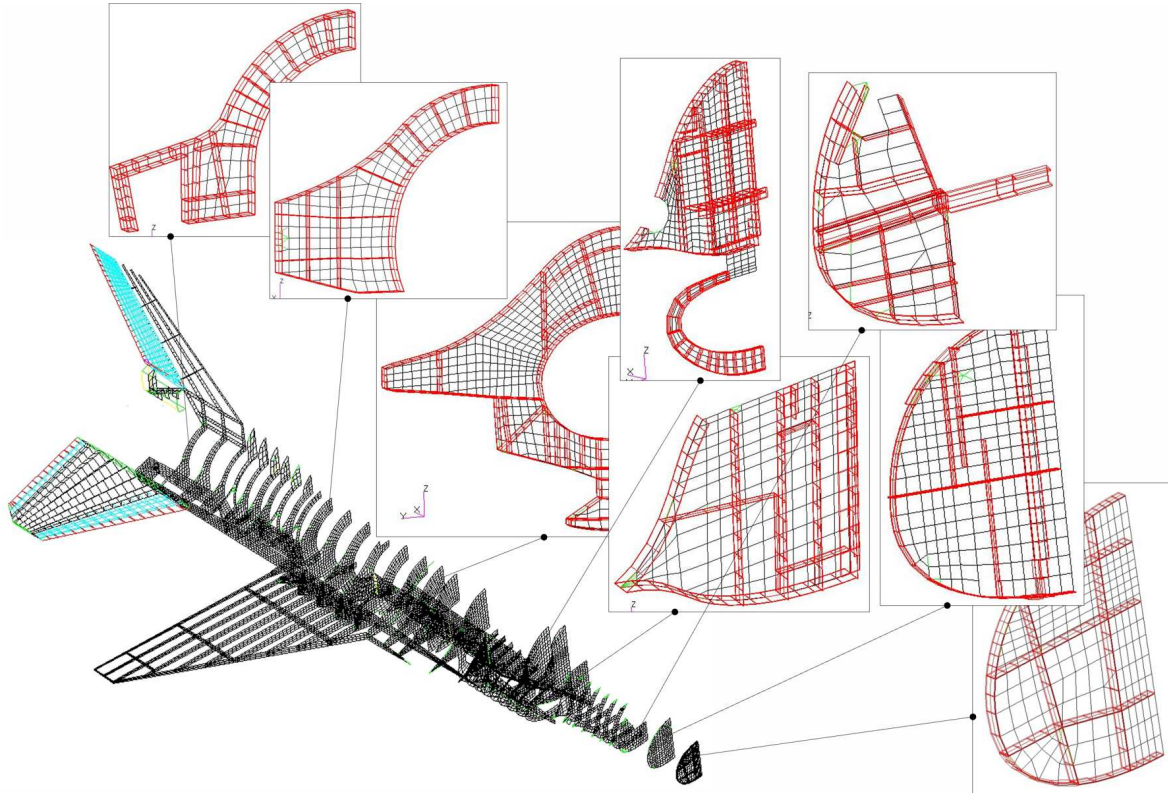
- projektowo-konfiguracyjne – charakteryzują typ, rozmieszczenie i liczbę zastosowanych podzespołów lub elementów (wydłużenie, zbieżność, skos skrzydła i usterzeń, liczba dźwi-garów, ścianek, wręg, żeber, podłużnic oraz ich lokalizacja),
- główne wymiary geometryczne,
- materiałowe – stałe fizyczne zastosowanych materiałów konstrukcyjnych (moduły sztywnościowe, liczby Poissona, gęstości),
- masowe – masy i masowe momenty bezwładności zespołów konstrukcyjnych, agregatów, urządzeń, ładunków pokładowych, elementów podwieszanych,
- kinematyczne i sztywnościowe – kierunki osi połączeń zawiasowych sterów, zakresy wychyleń sterów, sztywności układów sterowania,
- technologiczne – np. grubości elementów, dopasowanie powierzchni kontaktowych, luzy w połączeniach ruchomych.

Parametry związane z wymiarami i materiałami konstrukcyjnymi wpływają na globalną macierz sztywności \mathbf{K} , z kolei dystrybucja i wielkości mas determinują globalną macierz bezwładności \mathbf{M} modelu. W przypadku samolotów eksploatowanych dane pozyskuje się z pomiarów bezpośrednich lub z rozpoznania dokumentacyjnego, przy czym identyfikowanie wymiarów i parametrów jest bardzo uciążliwe, jeśli dostępna jest tylko dokumentacja eksploatacyjna, jak np. w przypadku użytkowanych samolotów bojowych MiG-29 i F-16 (rys. 7).

Złożenie komponentów modelowych płatowca na przykładzie samolotu F-16 zademonstrowano na rys. 8. Model rozwinięty w preprocesorze MSC Patran w konfiguracji bez wyposażenia i elementów podwieszanych składa się z 11160 węzłów (67000 DOF) i 20970 elementów skończonych (w znacznej większości powłokowych, z uzupełnieniem belkowych). Połączenia zawiasowe klap przednich, klapolotek i steru kierunku zrealizowano za pośrednictwem elementów sztywnych typu RBE (Rigid Body Element). Model z przeznaczeniem do analiz drganiowych musi

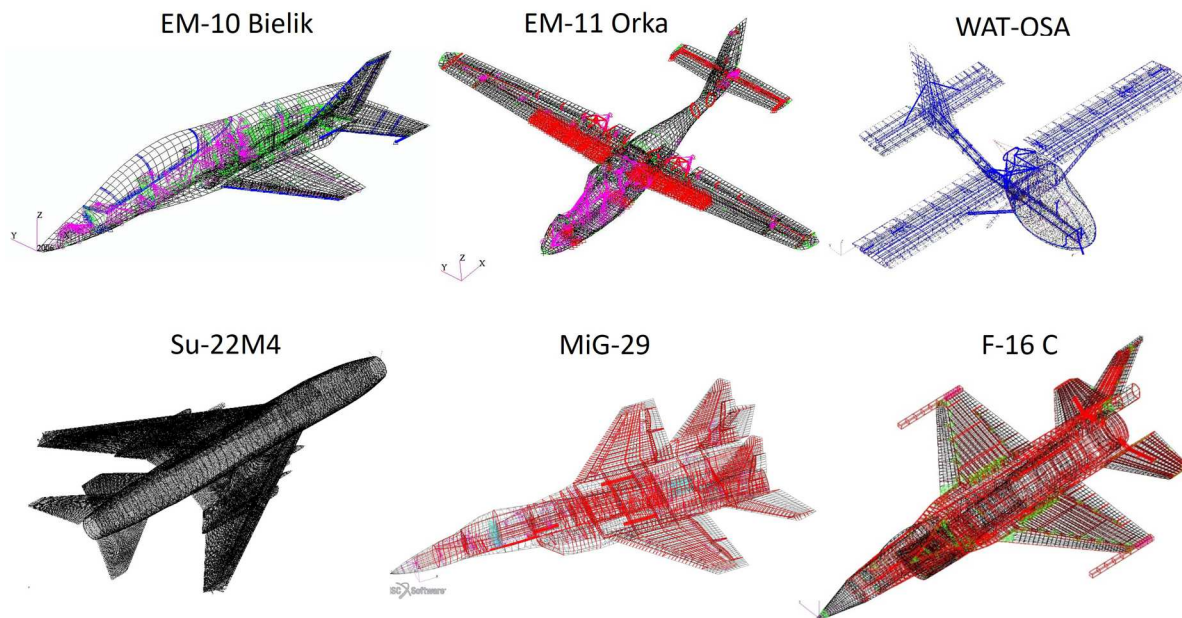


Rys. 7. Różnorodność danych konstrukcyjnych niezbędnych do identyfikacji parametrów modelu MES samolotu bojowego



Rys. 8. Częściowy model strukturalny samolotu F-16 C złożony z podzespołów wręgowych oraz struktur fragmentarycznych skrzydła i usterzeń

zostać uzupełniony o dodatkowe elementy imitujące masy wyposażenia, instalacji i ładunków wewnętrznych. W zależności od konfiguracji obliczeniowej model musi być uaktualniony masowo do ustalonej konfiguracji misyjnej poprzez dodanie odpowiedniej liczby elementów masowych aproksymujących docelową masę paliwa i podwiesznień. W analogiczny sposób zbudowano inne modele dyskretne pokazane na rys. 9, które posłużyły do badań symulacyjnych wytrzymałościowych i dynamicznych realizowanych w Instytucie Techniki Lotniczej Wydziału Mechatroniki, Uzbrojenia i Lotnictwa WAT w przeciągu dwóch ostatnich dekad.



Rys. 9. Modele strukturalne samolotów do analiz MES opracowane ITL WML WAT

3. Statyczne i dynamiczne analizy struktur lotniczych z zastosowaniem modeli MES

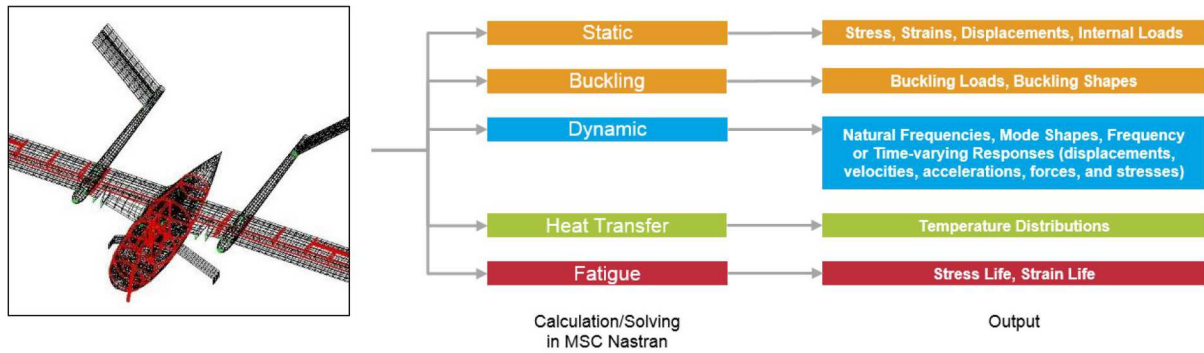
Analizy modeli w zakresie wytrzymałości i dynamiki konstrukcji przeprowadzono, używając programu MSC Nastran z wbudowanymi algorytmami MES. Jest to wielodyscyplinarna platforma programowa dedykowana do analizy strukturalnej, używana przez inżynierów do konwencjonalnej analizy statycznej, dynamicznej i termicznej, jak również do bardziej wyszukanych obliczeń z obszaru wytrzymałości zmęczeniowej i aerospężystości. Dostępne metody programowe dedykowane do rozwiązywania różnorodnych zagadnień strukturalnych są opisane w specjalistycznych podręcznikach i materiałach instrukcyjnych [7-11]. Ogólna zasada analizy modelowej bazująca na wykorzystaniu modelu dyskretnego do wybranego typu analizy numerycznej i ekspozycji wyników w postprocesorze została pokazana na rys. 10.

3.1. Przypadek analizy statycznej

Analizy statyczne samolotów obejmują wyznaczenie charakterystyk obciążeniowych oraz obliczenia numeryczne MES w zakresie rozwiązania macierzowego równania statyki typu

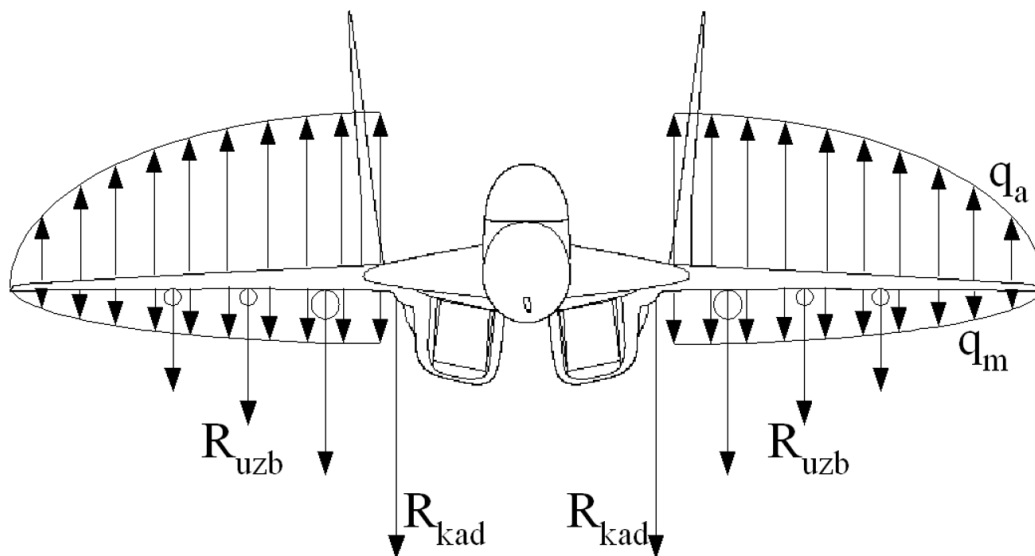
$$\mathbf{Kq} = \mathbf{F} \quad (3.1)$$

W każdym przypadku obliczeniowym wektor obciążenia \mathbf{F} jest konsekwencją wielkości współczynnika przeciążenia n oraz przyjętych rozkładów bieżącego obciążenia aerodynamicznego q_a ,



Rys. 10. Blokowy diagram przepływu danych w procesach obliczeniowych oprogramowania MSC Software; model MES rozwinięty w preprocesorze Patran podlega analizie z zastosowaniem algorytmów przeznaczonych dla wybranego obszaru problemowego (MSC Nastran); uzyskane wyniki (output) po obróbce postprocesorowej są eksponowane w postaci rozkładów modelowych i wykresów

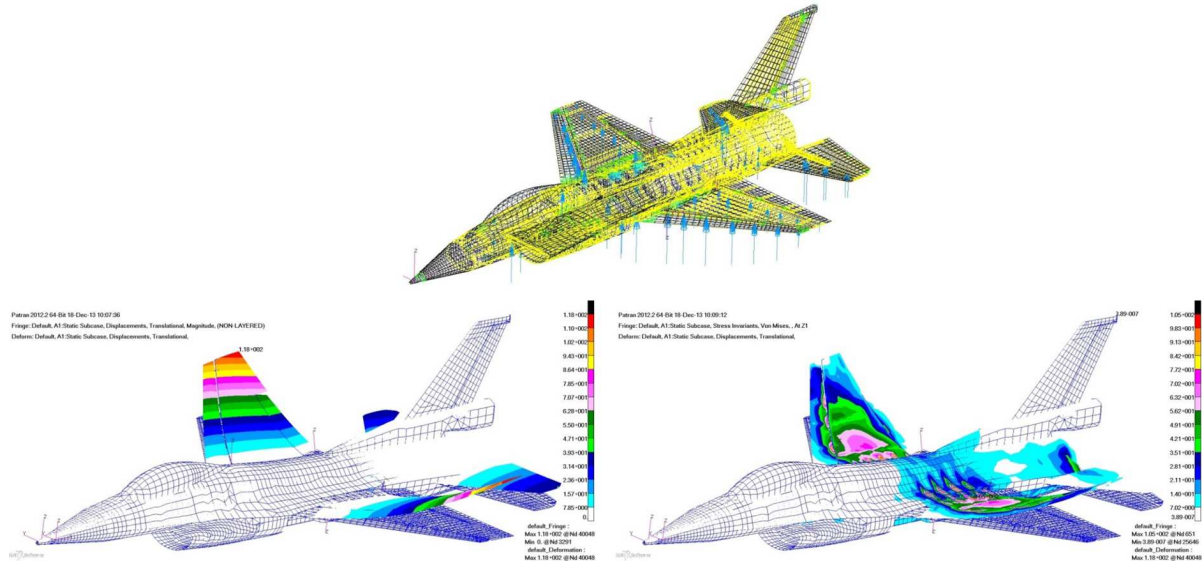
masowego q_m , ewentualnie dodatkowych obciążeń zewnętrznych wynikających z sił masowych pochodzących od dodatkowych elementów podwieszanych (rys. 11). Przeciężenia n i charakterystyczne prędkości projektowe wyznaczane są dla konstrukcji wg dedykowanych przepisów budowy. Dla samolotów przeznaczenia militarnego (bojowych) mogą być to np. przepisy MIL-A-8861B (AS) [12]. Przykład analizy modelowej dla samolotu F-16 pokazano na rys. 12. Efektem rozwiązania równania statyki (3.1) dla uproszczonych obciążeń modelowych są rozkłady przemieszczeń i naprężeń. Wartości maksymalne uzyskane dla czterech wariantów obciążenia zróżnicowanego ze względu na wartości współczynnika przeciężenia n zestawiono w tabeli 1.



Rys. 11. Umowny rozkład obciążeń zewnętrznych samolotu bojowego z uwzględnieniem rozkładów obciążeń bieżących q_a i q_m wzdłuż skrzydeł i sił skupionych działających na elementy podwieszane

Tabela 1. Maksymalne wartości przemieszczeń i naprężeń zredukowanych po analizie statycznej

Przypadek obliczeniowy	I ($n = 1, 4$)	II ($n = 2, 5$)	III ($n = 3, 1$)	IV ($n = 9$)
u_{max} [mm]	118	281	344	995
$\sigma_{red-max}$ [MPa]	105 (skrzydło)	333 (ust. H)	412 (ust. H)	930 st. H)



Rys. 12. Analiza statyczna struktury modelowej samolotu F-16 C dla punktu A obwiedni obciążeń; widoczne rozkłady przemieszczeń struktury oraz naprężeń zredukowanych

3.2. Przypadek analizy drgań własnych

Dla kompletnych modeli uzupełnionych o elementy masowe i dostosowanych ze względu na możliwość wychylania powierzchni rozwiązywano zagadnienie drgań własnych sformułowane równaniem

$$(\mathbf{K} - \lambda\mathbf{M})\mathbf{q}_0 = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

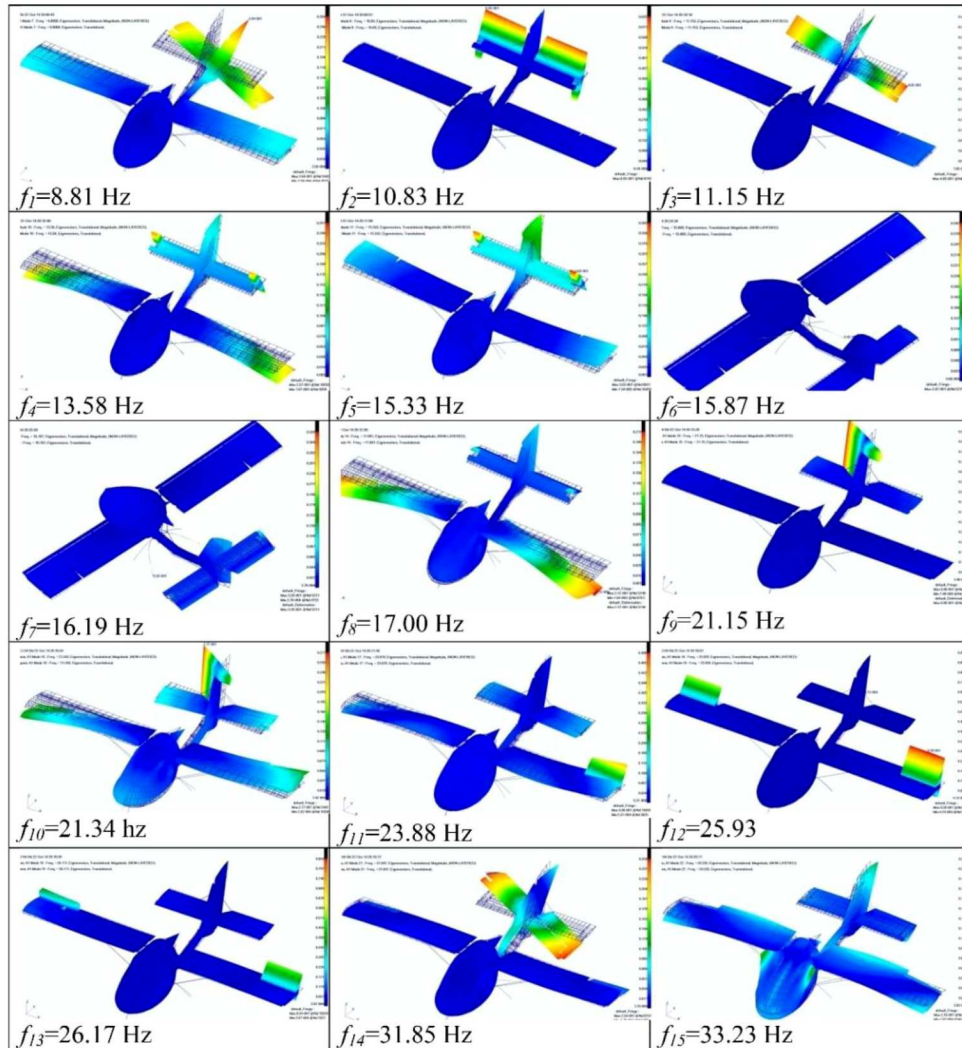
Wizualizacje otrzymanych postaci ruchu opracowano w postprocesorze Patran-Results. Wyznaczano postaci własne dla różnych wariantów modelowych zróżnicowanych ze względu na ilość paliwa i dołączone elementy podwieszane. Masy modelowe odpowiadające poszczególnym wariantom obliczeniowym starano się dobrać tak, aby były zgodne z rzeczywistymi masami samolotu w odpowiadających konfiguracjach misyjnych. Przykładowe rozwiązania uzyskane dla modelu lekkiego samolotu dyspozycyjnego WAT-OSA o maksymalnej masie startowej $MTOW = 750$ kg zamieszczono na rys. 13. Wyznaczono pierwsze 15 postaci w zakresie do 35 Hz, które następnie wykorzystano w analizie flutteru. Pierwsze 6 postaci własnych (nie pokazano ich na rysunku) to oscylacje konstrukcji jako bryły sztywnej o częstotliwości zerowej.

3.3. Przypadek analizy drgań flutterowych

Zagadnienie flutteru aerospężystego formułuje się jako powiązanie wyrażeń określających niestacjonarne siły masowe, sztywnościowe, tłumiące i aerodynamiczne oddziałujące na strukturę nośną. Zagadnienie rozwiązuje się numerycznie w dziedzinie częstotliwości. W programie Nastran rozwiązanie flutteru (SOL 145) może być realizowane z zastosowaniem jednej z trzech dostępnych metod obliczeniowych określanych jako metody: K, KE i PK, różniących się sposobem zadeklarowania macierzy tłumienia [10, 11]. Stosowana w obliczeniach własnych Metoda PK rozwiązuje równanie flutteru sformułowane w postaci zespolonego zagadnienia własnego

$$\left[\mathbf{M}_{hh}p^2 + \left(\mathbf{B}_{hh} - \frac{1}{4} \frac{\rho b V \mathbf{Q}_{hh}^I}{k} \right) p + \left(\mathbf{K}_{hh} - \frac{1}{2} \rho V^2 \mathbf{Q}_{hh}^R \right) \right] \mathbf{u}_h = \mathbf{0} \quad (3.3)$$

przy czym poszczególne człony oznaczają odpowiednio: $\mathbf{Q}_{hh}^I(\text{Ma}, k)$ – część urojona zespolonej macierzy aerodynamicznej, tzw. modalna macierz tłumienia aerodynamicznego, funkcja liczby



Rys. 13. Postacie drgań własnych wyznaczone dla modelu samolotu WAT-OSA w konfiguracji w locie swobodnym, MTOW = 750 kg

Macha Ma i częstotliwości zredukowanej $k = \omega b/2V$, $\mathbf{Q}_{hh}^R(Ma, k)$ – część rzeczywista zespolonej macierzy aerodynamicznej, tzw. modalna macierz sztywności aerodynamicznej, funkcja parametrów Ma i k , $p = \omega(\gamma \pm i)$ – zespolona wartość własna, przy czym ω to częstota drgań, γ to przejściowy współczynnik szybkości tłumienia (wówczas tłumienie konstrukcyjne $g = 2\gamma$). Wartość p jest wyznaczana z równania dla określonego przez użytkownika zakresu parametrów Ma , V i ρ (liczba Macha, prędkość i gęstość). W trybie obliczeń iteracyjnych dobierane są liczby ω i k , powiązane ze sobą relacją definiującą częstotliwość zredukowaną. Ostatecznie po rozwiązaniu równania (3.3) uzyskuje się zespolone wartości p . Z części rzeczywistej i urojonej liczby p wyznaczane są częstotliwości drgań ω i tłumienia strukturalne g wg następujących zależności przeliczeniowych

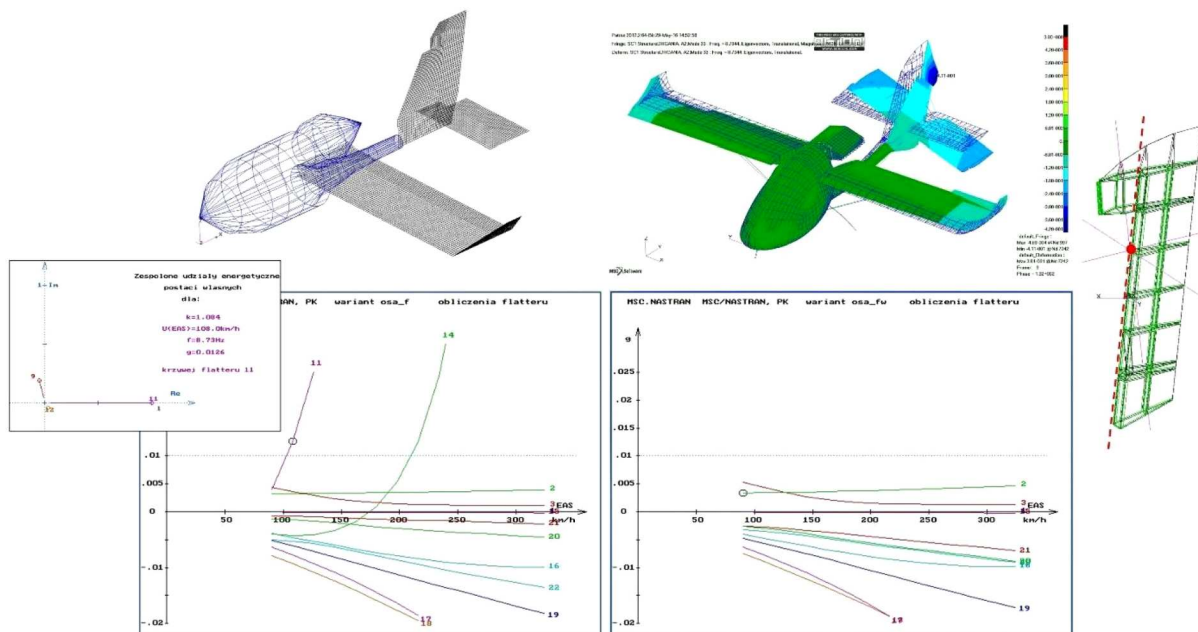
$$\omega = \text{Im}(p) \quad g = 2\gamma = \frac{2 \text{Re}(p)}{\text{Im}(p)} \quad (3.4)$$

Przebiegi częstotliwości i tłumień w funkcji prędkości V są następnie zamieszczane na wykresach jako tzw. krzywe flatterowe $g(V)$ i $f(V)$. Punkt przecięcia krzywej $g(V)$ z osią poziomą $g = 0$ to tzw. punkt krytyczny, a prędkość odpowiadająca temu punktowi jest krytyczną prędkością flatteru.

Obliczenia flatterowe przeprowadzono w programie Nastran, wykorzystując do tego model aerosprężysty powstały wskutek powiązania dynamicznego modelu strukturalnego z panelowym

modelem aerodynamicznym. W oparciu o model strukturalny do MES określane są modalne macierze mas i sztywności, czyli \mathbf{M}_{hh} i \mathbf{K}_{hh} , natomiast model elementów panelowych i elementów smukłych przeznaczony jest do wyznaczenia składowych zespolonej macierzy aerodynamicznej $\mathbf{Q}_{hh}^R + i\mathbf{Q}_{hh}^I$. Wielkości współczynników sił w tzw. węzłach aerodynamicznych wyliczane są na podstawie formuł określonych dla aerodynamiki niestacjonarnej w oparciu o dwie użyteczne metody: *Doublet Lattice Method* (DLM) i *Slender Body Theory* (SBT). Przemieszczenia elementów aerodynamicznych są w tym przypadku interpolowane narzuconymi funkcjami sklejanymi według przemieszczeń węzłów strukturalnych [10, 11, 13].

Przykładową analizę przypadku flatteru dla samolotu WAT-OSA zademonstrowano na rys. 14. Analizę przeprowadzono, wykorzystując postacie drgań własnych pokazane na rys. 13. Model aerospężysty do zastosowania w równaniu (3.3) uzyskano w wyniku integracji modelu dyskretnego (patrz rys. 9) i modelu panelowo-bryłowego do wyznaczania współczynników aerodynamicznych zespolonej macierzy \mathbf{Q}_{hh} . Wykresy krzywych zależności tłumienia strukturalnego od prędkości $g(V)$ dotyczą dwóch przypadków obliczeniowych: 1) model ze sterami niewyważonymi masowo i 2) model ze sterami wyważonymi (środkami masy sterów kierunku i wysokości są wówczas położone na osi zawiasów). W przypadku modelu ze sterami niewyważonymi pojawia się flatter usterzenia z dominującymi sprzężonymi postaciami nr 9 i nr 11 (postacie z rys. 13). Prędkość krytyczna wystąpienia drgań samowzbudnych dla przyjętego minimalnego poziomu tłumienia strukturalnego $g = 0.01$ wynosi $V_{kr} = 108 \text{ km/h}$. Tak niska prędkość flatteru byłaby niedopuszczalna dla samolotu przewidzianego do lotu z prędkościami przekraczającymi 200 km/h . Dołożenie mas wyważających, które powodują przesunięcie środków mas sterów ku osi zawiasów okazało się zabiegiem wystarczającym, aby wykluczyć niebezpieczeństwo wystąpienia niepożądanych drgań. Na drugim wykresie wszystkie krzywe flatterowe przebiegają poniżej poziomu przyjętego tłumienia minimalnego.



Rys. 14. Wyniki analizy flatteru modelu samolotu OSA: model aerodynamiczny, postacie drgań flatteru usterzenia dla przypadku z niewyważonymi sterami i wykresy krzywych $g(V)$ dla analizowanych przypadków modelowych: 1) stery niewyważone, 2) stery wyważone masowo

4. Metody walidacji modeli dyskretnych

Modele MES wykorzystywane do analiz dynamicznych z zakresu aerospężystości konstrukcji powinny charakteryzować się odpowiednio dobranymi właściwościami masowymi i poprawnymi rozkładami sztywności. Poprawny dobór własności powinien przejawiać się prawidłowym rozkładem ciężaru konstrukcyjnego i odpowiednią podatnością w odpowiedzi na ustalone wymuszenie zewnętrzne. Jednakże modele strukturalne potrafią być w swej budowie bardzo skomplikowane. Złożoność ta wynika z konieczności odwzorowania często bardzo skomplikowanych kształtów geometrycznych, odzwierciedlenia prawidłowego układu elementów konstrukcyjnych, jak również uwzględnienia dodatkowych elementów aproksymujących masy instalacji, wyposażenia, materiałów eksploatacyjnych, ładunków i ludzi. Aby model strukturalny był w pełni użyteczny do jakichkolwiek bardziej złożonych analiz numerycznych musi być poddany weryfikacji i walidacji, w efekcie których będzie można ocenić jego przydatność. Konieczne jest zatem określenie jednoznacznych kryteriów oceny wybranych własności modelowych w świetle ich porównania z analogicznymi cechami konstrukcji rzeczywistej. Wymaganie dostosowania właściwości modelowych do własności konstrukcji rzeczywistej musi zostać spełnione, aby wyniki analiz MES mogły być uznane za wiarygodne i tym samym akceptowalne. Znaczne odstępstwa wyników numerycznych od rezultatów uzyskiwanych w toku badań i testów doświadczalnych będą świadczyć o niedostosowaniu modelu i jego bezużyteczności.

Istnieje wiele metod sprawdzania i dostosowywania własności modelowych opartych najczęściej na porównaniu z rzeczywistymi cechami mechanicznymi konstrukcji lub z wynikami pomiarów wybranych wielkości fizycznych. W celu przeprowadzenia walidacji modeli na różnych etapach ich tworzenia proponuje się zasadniczo trzy metody porównawcze:

- porównanie i dostosowanie wybranych właściwości masowych (mas komponentowych, masowych momentów bezwładności wybranych elementów, lokalizacji środka ciężkości);
- porównanie i dostosowanie własności sztywnościowych poprzez porównawczą analizę przemieszczeń struktury modelowej i rzeczywistej;
- porównanie i dostosowanie własności dynamicznych poprzez porównanie postaci i częstości modelowych drgań własnych z drganiami rezonansowymi konstrukcji.

Najprostszym sposobem na sprawdzenie wybranych właściwości konstrukcyjnych modelu może być ocena porównawcza jego mas składowych oraz położenia środka ciężkości. W tej metodzie celem jest porównanie wartości mas części konstrukcyjnych modelu z masami rzeczywistych zespołów konstrukcyjnych. W przypadku braku realnych wartości mas można użyć wyrażen empirycznych, które są przeznaczone do szacowania mas składowych samolotu na poziomie projektowania. Wzory takie dostępne są w opracowaniach literaturowych z zakresu projektowania takich jak [14, 15]. Jako przykład takiej procedury zaprezentowano analizę porównawczą parametrów masowych samolotu MiG-29. Według oficjalnych danych masa własna samolotu MiG-29 wynosi 10900 kg. Podczas opracowywania modelu dyskretnego w preprocesorze Patran podjęto próbę zdefiniowania materiałów konstrukcyjnych i właściwości zespołów konstrukcyjnych w taki sposób, aby całkowita masa modelu dla konfiguracji właściwej dla masy własnej była jak najbardziej zbliżona do wartości eksploatacyjnej. Dokładne masy komponentów konstrukcyjnych nie są znane, więc do ich oceny wykorzystano wzory empiryczne zaczerpnięte z [15]

$$\begin{aligned}
 m_{wing} &= 3.08 \left\{ \frac{nm_{TO}}{t/c} \left[\left(\tan \Lambda_{LE} - \frac{2(1-\eta)}{A(1+\eta)} \right)^2 + 1.0 \right] 10^{-6} \right\}^{0.593} [(1+\eta)A]^{0.89} (S_W)^{0.741} \\
 m_{tail} &= 5.4 \left\{ \frac{nm_{TO}}{t/c} \left[\left(\tan \Lambda_{LE} - \frac{2(1-\eta)}{A(1+eta)} \right)^2 + 1.0 \right] \right. \\
 &\quad \left. \cdot 10^{-6} \right\}^{0.455} [(1+\eta)A]^{0.683} (S_W K_{TAIL})^{0.569}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

and

$$m_{fuselage} = 10.43(K_{INL})^{1.42} \left(\frac{q}{100}\right)^{0.283} \left(\frac{m_{TO}}{1000}\right)^{0.95} \left(\frac{L}{H_f}\right)^{0.71} \quad (4.2)$$

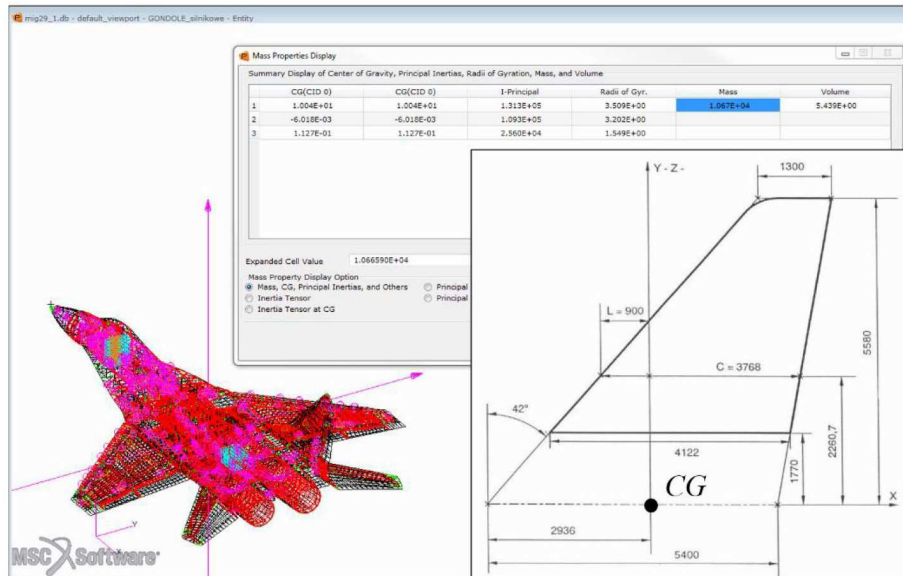
gdzie: K_{PIV} – współczynnik zależny od rodzaju geometrii skrzydeł, n – maksymalne przeciążenie obliczeniowe, t/c – względna grubość profilu, χ_{LE} – skos krawędzi natarcia skrzydła, η – zbieżność skrzydła, λ – wydłużenie skrzydła, S_W – powierzchnia skrzydła, K_{TAIL} – współczynnik powiązania geometrii skrzydeł i usterzeń, K_{INL} – współczynnik zależny od lokalizacji wlotów, q_{max} – maksymalne ciśnienie dynamiczne, L – długość kadłuba, H_f – maksymalny wymiar kadłuba w kierunku pionowym. Oszacowane w ten sposób masy porównano z analogicznymi masami modelu trójwymiarowego – przyjęto ostatecznie lekko skorygowane masy modelowe. Z kolei masę agregatów i wyposażenia pokładowego uwzględniono w postaci masy niestrukturalnej (NSM) dodanej do elementów jedno- i dwuwymiarowych poprzez zadaną gęstość powierzchniową [kg/m²] i liniową [kg/m].

Porównawcze zestawienie mas rzeczywistych i mas modelowych przedstawiono w tabeli 2. Wartość masy zbiorczej modelu i położenie środka ciężkości modelu dla konfiguracji: „masa własna” zostały określone przy użyciu aplikacji *Mass Properties* w preprocesorze Patran (rys. 15). Położenie środka masy modelu względem średniej cięciwy aerodynamicznej $c_{aer} = 3768$ mm zostało określone jako $23,9\%c_{aer}$, co jest zgodne z wyważeniem samolotu rzeczywistego dla identycznej konfiguracji.

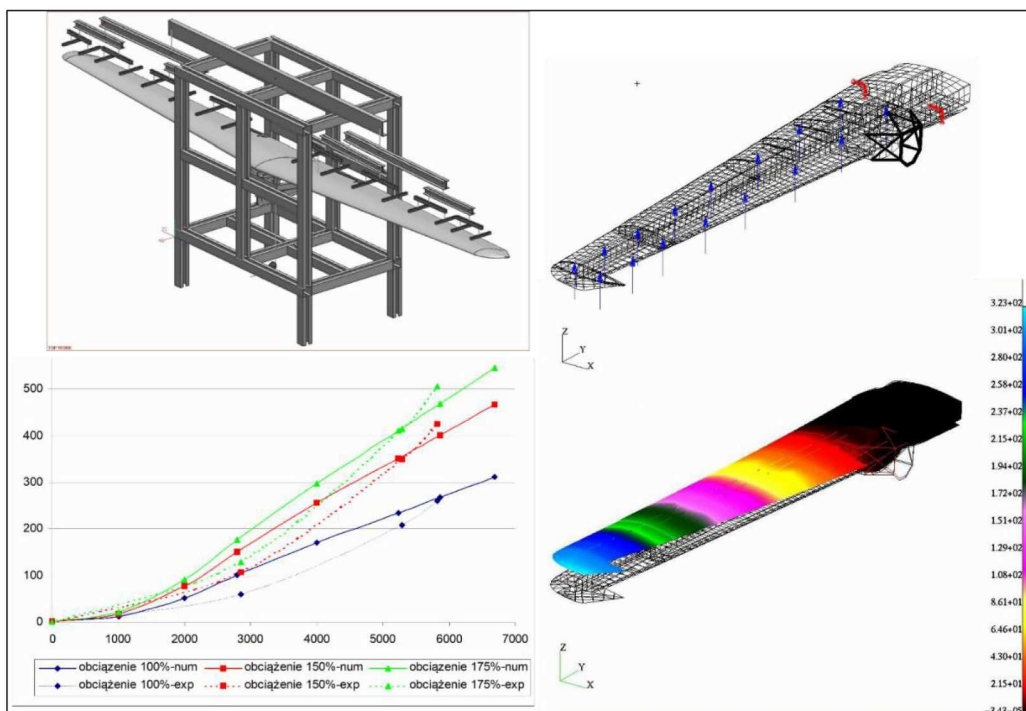
Tabela 2. Porównanie mas modelowych i mas rzeczywistych zespołów konstrukcyjnych samolotu MiG-29 dla konfiguracji „masa własna”

Zespół konstrukcyjny	Masa modelowa [kg] – wartości wyznaczone dla modelu MES w preprocesorze Patran	Masa rzeczywista [kg] – wartości znane lub wyznaczone na podstawie wzorów empirycznych (4.1) i (4.2)	$\Delta m/m_{act}$
Skrzydła (L+P)	1031	998	+0.033
Kadłub	4193	4410	-0.049
Usterzenie pionowe (L+P)	186	211	-0.118
Usterzenie poziome (L+P)	235	211	+0.114
Engine nacelles (L+P)	330	307	+0.075
Elementy niestrukturalne (silniki, instalacje, wyposażenie)	4700	4700	0
Masa łączna	10675	10837	-0.015

Drugim sposobem oceny jakości modelu jest sprawdzenie jego sztywności na określonym kierunku obciążenia. Działanie polega na porównaniu przemieszczeń statycznych struktury użytych dla określonego obciążenia, a następnie dopasowaniu parametrów wpływających na sprężystość tak, aby model odkształcał się identycznie jak rzeczywista konstrukcja. Najlepszym sposobem na przeprowadzenie takiego procesu jest przeprowadzenie testu statycznego i zmierzenie przemieszczeń rzeczywistych części konstrukcyjnych zamontowanych w stanowisku testowym. Analogiczne komponenty modelu muszą zostać przeanalizowane statycznie przy zastosowaniu tego samego obciążenia. Po zakończeniu testu doświadczalnego i analizy modelowej przemieszczenia numeryczne porównywane są z przemieszczeniami zmierzonymi w eksperymencie. W przypadku istotnych różnic konieczna jest korekta własności modelowych poprzez zmianę wartości odpowiednich stałych materiałowych (modułów Younga E , modułów Kirchhoffa G) lub ewentualnie poprzez modyfikację wewnętrznych połączeń strukturalnych.



Rys. 15. Analiza całkowitej masy modelowej samolotu i lokalizacji środka ciężkości modelu dla wariantu „masa własna”

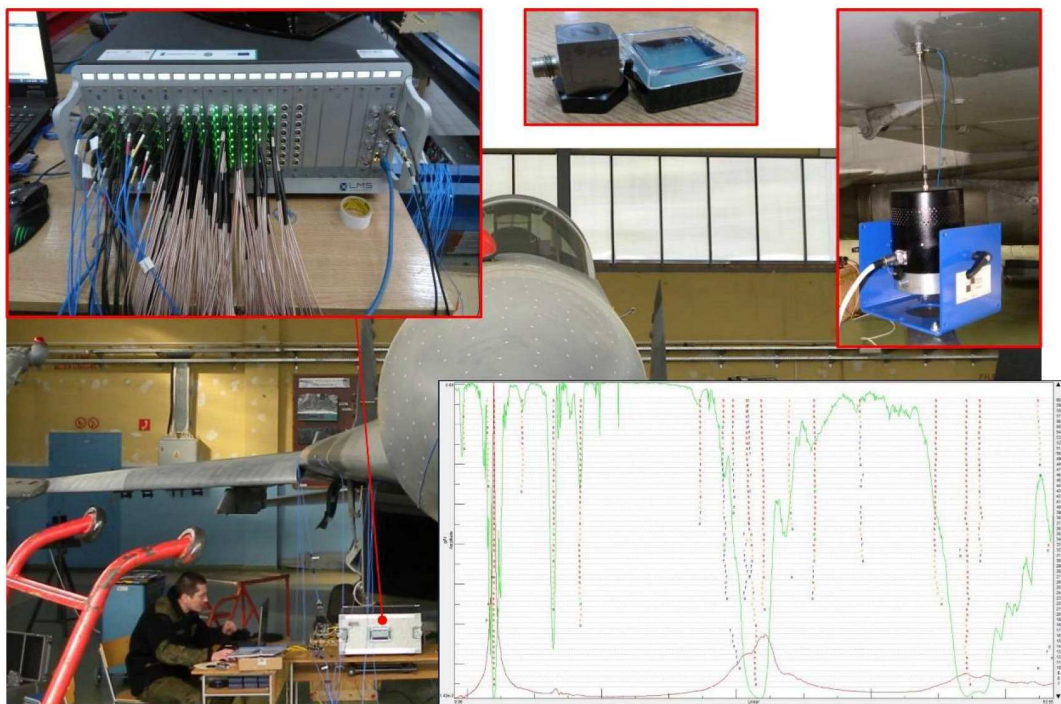


Rys. 16. Zastosowanie wytrzymałościowej próby statycznej do walidacji modelu MES skrzydła samolotu EM-11 Orka

Jako przykład analizy porównawczej sztywności podano przypadek skrzydła samolotu dyspozycyjnego EM-10 Orka. Skrzydło rzeczywiste (właściwie kompletny płat nośny) zamocowane na stanowisku laboratoryjnym poddane zostało próbom wytrzymałościowym z uwzględnieniem obciążeń równoważnych odpowiadających rzeczywistym obciążeniom samolotu w locie dla punktu *D* obwiedni obciążeń. Z kolei dla modelu skrzydła samolotu przeprowadzono analizę statyczną dla warunków podparcia oraz wielkości i rozkładów obciążeń analogicznych do tych z próby. Wyniki w postaci rozkładów przemieszczeń skrzydła wzdłuż jego osi sztywności uzyskane dla trzech

poziomów obciążenia (100%, 150% i 175%) zamieszczono w postaci odpowiednich linii ugięcia na wykresie porównawczym. Przebiegi przemieszczeń doświadczalnych i modelowych są porównywalne, jednakże w tym akurat przypadku nie udało się osiągnąć idealnej zgodności. Sposób przeprowadzenia analizy i pomiarów oraz wykresy linii ugięć pokazano na rys. 16.

Najbardziej wiarygodną metodą oceny własności dynamicznych konstrukcji lotniczej są naziemne próby rezonansowe (*Ground Resonance Test – GVT*). Jednocześnie wyniki tych prób stanowią doskonałe źródło porównania dla wyników drgań własnych modelu MES. Realizacja tego typu testów jest jednakże dość kłopotliwa ze względów technologicznych i logistycznych, w związku z czym badania tego typu są często realizowane w ograniczonym zakresie lub w sposób uproszczony.

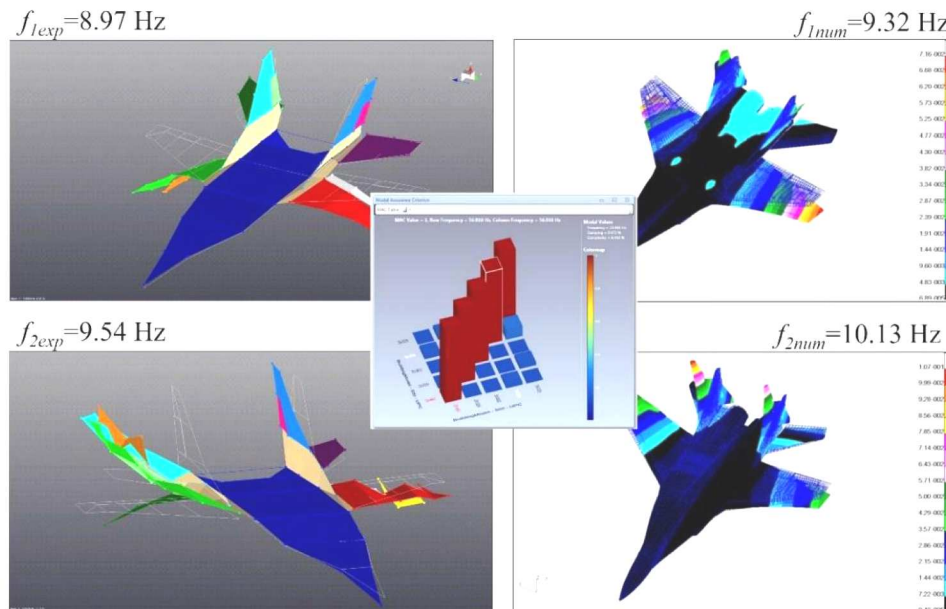


Rys. 17. Aparatura pomiarowa (analyzer modalny, czujniki piezoelektryczne, wzбудniki, stanowisko odczytu i obróbki danych) w zastosowaniu do pomiarów rezonansowych samolotu MiG-29; jako efekt pomiarowy zbiorczy diagram widmowy uzyskany za pomocą algorytmu POLYMAX

Badania rezonansowe samolotów opisywane m.in. w [16, 17] to rodzaj testu modalnego, w trakcie którego wyznaczane są częstotliwości, postacie i tłumienia naturalnych drgań wzbudzonych na konstrukcji w trybie wzbudzenia rezonansowego. Do takich pomiarów samolot powinien być zawieszony na elastycznych linkach, podparty poduszkami pneumatycznymi lub przynajmniej stać na oponach ze zmniejszonym ciśnieniem. Sprzęt pomiarowy i jego montaż przedstawiono na rys. 17 w kontekście przeprowadzonych wiele lat temu w ITL WML WAT badań samolotu MiG-29. Zestaw czujników (akcelerometrów) umieszcza się na samolocie we wcześniej ustalonych punktach. Wzbudzenie samolotu odbywa się za pomocą wzбудników elektrodynamicznych rozmieszczonych w punktach konstrukcyjnych, w których łatwo jest wymusić drgania. Konstrukcja samolotu jest pobudzana do wibracji wzmocnionym sygnałem sinusoidalnym generowanym przez wibratory o częstotliwości stopniowo zmieniającej się w przewidywanym zakresie pomiarowym (zwykle między 2 Hz a 50 Hz). Testowanie modalne kończy się, gdy zidentyfikowane zostaną widmowe funkcje przejścia (FRF). Typowe charakterystyki wyjściowe uzyskane po procesie pomiaru to diagram stabilizacji. Jest to najskuteczniejszy sposób wyświetlania i identyfikowania częstotliwości modalnych testowanej konstrukcji. Diagram zapewnia graficzną reprezentację biegunów układu (postaci własnych) w trakcie różnych trybów wymuszania wibracyjnego

konstrukcji. Przykładowa charakterystyka (tzw. zbiorczy diagram widmowy) uzyskana w trakcie wymuszania metodą MIMO samolotu MiG-29 jest dołączona do rys. 17.

Naturalne postaci i częstotliwości własne wyznaczone w trakcie pomiarów mogą być wykorzystane do walidacji modelu MES. Porównawcze podsumowanie podstawowych postaci własnych określonych eksperymentalnie i symulacyjnie pokazano na rys. 18. Nieznacznie zawyżone wartości liczbowe częstotliwości numerycznych wynikają zapewne z często występującego problemu tzw. przesztywnienia modelu w stosunku do rzeczywistej konstrukcji.



Rys. 18. Porównanie postaci i częstotliwości pierwszych dwóch drgań naturalnych samolotu MiG-29 wyznaczonych w trybie pomiarowym i w trybie analizy MES (MSC Nastran)

5. Wnioski

Modele strukturalne przeznaczone do analiz MES posiadają określone cechy związane z geometrią, sztywnością i masą. Ich użyteczność w zastosowaniu do analiz numerycznych jest na tyle cenna, na ile są one właściwie dostosowane do rzeczywistych konstrukcji. W odniesieniu do modeli samolotów opracowanych i analizowanych w ITL MWL WAT na przestrzeni ostatnich 20. lat można sformułować kilka wniosków natury ogólnej, które potwierdzałyby zasadność prowadzenia dalszych analiz w perspektywie kontynuowania badań w obszarach statyki i dynamiki konstrukcji lotniczych.

- Modele elementowe oparte na dokładnych modelach geometrycznych można z powodzeniem zastosować do rozwiązywania statycznych i dynamicznych zagadnień strukturalnych (wytrzymałości, stateczności, aerospężystości). Wyniki MES mogą być przydatne w procesie projektowania nowych konstrukcji, jak również w procesie napraw remontowych i modernizacji samolotów starszej floty.
- Opracowywanie modeli dyskretnych do wieloprogowych analiz MES jest procesem skomplikowanym i czasochłonnym, wymagającym realizacji wielu działań. Do cyklu najważniejszych przedsięwzięć można zaliczyć w kolejności ich wykonywania:
 - modelowanie geometrii zgodnej z rzeczywistą bryłą aerodynamiczną (jej kształtem i wymiarami),
 - modelowanie struktury wewnętrznej z zachowaniem wiarygodności lokalizacji, układu i wymiarów elementów,

- ustalenie własności materiałowych wiarygodnych wobec materiałów konstrukcyjnych,
 - uwzględnienie masy wewnętrznych elementów niestrukturalnych poprzez elementy zastępcze odwzorowujące wartości masy i masowych momentów bezwładności,
 - zastosowanie elementów zapewniających niezawodne połączenia konstrukcyjne,
 - zapewnienie wiarygodnych warunków brzegowych.
- Walidację modeli dyskretnych konieczną do szerszych zastosowań obliczeniowych można przeprowadzić następującymi metodami:
 - korekta własności masowych i sztywnościowych na podstawie porównania wyników analiz modelowych mas i przemieszczeń z wynikami doświadczalnymi,
 - dostrajanie częstości i postaci drgań własnych do wyników prób rezonansowych.

Prezentowane metody i wyniki wypracowano w efekcie wielu prac badawczych realizowanych w WML WAT w latach 2005-2024. Aktualnie numeryczne badania modelowe są kontynuowane w ramach uczelnianego grantu badawczego finansowanego przez Wojskową Akademię Techniczną ze środków subwencji MON nr UGB 22-734/2024/WAT; tytuł projektu: „Projektowanie struktury nośnej lekkich samolotów w aspekcie optymalizacji własności wytrzymałościowych i aerosprężystych płatowca”.

Bibliografia

1. NOWOTARSKI I., *Wytrzymałość konstrukcji lotniczych*, Wojskowa Akademia Techniczna, 2018
2. BRZOSKA Z., *Statyka i stateczność konstrukcji prętowych i cienkościennych*, PWN, Warszawa, 1965
3. NIU M.C.Y., *Airframe Stress Analysis and Sizing*, 2nd ed., Hong Kong Conmilit Press Ltd., 1999
4. OLEJNIK A., *Aerosprężystość układów powierzchniowych*, X-Serwis, Warszawa, 1996
5. RAJA V., FERNANDES K.J., *Reverse Engineering – An Industrial Perspective*, Springer Series in Advanced Manufacturing, Springer-Verlag London Limited, 2008
6. SAXENA A., SAHAJ B., *Computer Aided Engineering Design*, Co-Published by Springer, Anamaya Publishers, New Delhi, India, 2005
7. MSC Nastran 2018.2. Linear Static Analysis User's Guide, MSC Software Corporation, 2018
8. MSC Nastran 2018.2. Dynamic Analysis User's Guide, MSC Software Corporation, 2018
9. MSC Nastran 2018.2. Numerical Methods User's Guide, MSC Software Corporation, 2018
10. RODDEN W.P., HARDER R.L., BELLINGER E.D., *Aeroelastic Addition to Nastran*, The MacNeal-Schwendler Corporation, Los Angeles CA, 1979
11. RODDEN W.P., JOHNSON E.H., *MSC.NASTRAN v68 Aeroelastic Analysis User's Guide*, Vol. 1, 2, The MacNeal-Schwendler Corporation, Los Angeles CA, 2001
12. Military Specification. Airplane Strength and Rigidity Flight Loads, MIL-A-8861B(AS), 1986
13. ALBANO E., RODDEN W.P., A doublet lattice method for calculating lift distributions on oscillating surfaces in subsonic flows, *AIAA Journal*, **7**, 1969
14. RAYMER D.P., *Aircraft Design: A Conceptual Approach*, Washington D.C., Published by American Institute of Aerodynamics and Astronautics, AIAA Education Series, 5th Ed., 2012
15. NIU M.C.Y., *Airframe Structural Design. Practical Design Information and Data on Aircraft Structures*, Lockheed Aeronautical Systems Company, Burbank CA, Conmilit Press Ltd., 1989
16. HEYLEN W., LAMMENS S., SAS P., *Modal Analysis Theory and Testing*, Katholieke Universiteit Leuven, Faculty of Engineering, Department of Mechanical Engineering, 1998
17. WIŚNIEWSKI W., Badania rezonansowe obiektów latających – metody i analiza wyników, *Prace Instytutu Lotnictwa*, **7**, 209, 2010

Modeling of thin-walled aircraft structures for FEM analysis with consideration of aeroelastic problems

Airframe structures are mostly thin-walled structures, which means that with the tendency of mass minimization, they must simultaneously maintain sufficient stiffness and strength. The specificity of thin-walledness allows for application of certain simplifications in relation to the modeling of structural assemblies for the purpose of structural analyses carried out using the finite element method (FEM). The paper presents the methodology of modeling and analyzing airframe structures using MSC Software (Nastran/Patran, currently HEXAGON). Aspects of adapting the aircraft model geometry, generating the mesh of elements, and selecting material and mass properties are described. The chosen FEM models of both combat and light civil aircraft are presented, as well as the application of these models in relation to solving selected strength and aeroelasticity issues. Discrete models of airframe structures can be developed in various variants due to different types of finite elements and the need to describe the structure in more detail. Models with specific mass and stiffness properties can then be used to solve particular detailed publications in the field of statics, stability, dynamics, or aeroelasticity of the structure. Control mass analyses were carried out using the demonstrated models as an example. Distributions of stresses and displacements were determined for given external loads in flight. Exemplary solutions in the field of vibrations of the structure were also provided. The utility of discrete models for FEM is conditioned by their adaptation to real structures in terms of compliance with geometric, mass, and stiffness properties. Therefore, methods for model validation based on the results of ground bench tests conducted for real structures were also presented. In the process of adapting the models, the need to achieve compliance of displacements with the static tests and of resonant frequencies and eigenmodes with the ground resonance tests was taken into account. The numerical model can be considered reliable and fully useful only after matching and demonstrating the compliance of its model features with analogous design features determined experimentally.